Oppgave 1

a) Se forelesningsnotatene.

b) Når treghetskreftene i strømningen er små (lav hastighet), flytter partiklene i rette baner parallelt med røret, med økende hastighet mot rørets sentrum. Dette kalles laminær strømning. Når treghetskreftene er store (høy hastighet), blir partikkelbanene mer tilfeldige, bortsett fra området tett inntil rørveggen der er hastigheten omtrent konstant. Dette kalles turbulent strømning. Reynoldstallet brukes for å bestemme om strømningen er laminær er turbulent. Grenseverdier mellom laminær og turbulent strømning er som følger (kan variere litt fra kilde til kilde):

Re < 2000	Laminær strømning
2000 < **Re** < 10000	Usikker sone
Re > 10000	Turbulent strømning

c) Varmetransport vil si at varmen i et system overføres til et annet system. For at overføringen skal skje må det eksistere en temperaturdifferanse. Varmen kan overføres på 3 ulike former:

- Konduksjon: Den er den vanligste måten varmen transporteres i et fast stoff. Varmestrømmen er definert ved Fourier’s lov.

- Konveksjon: Den er den mest dominerende varmeoverføringsformen i væsker og gasser. Varmestrømmen er definert ved Newton’s avkjølingslov.

- Stråling: Den er den energien som emitteres i form av elektromagnetiske bølger. Alle faste stoffer, væsker og gasser avgir, absorberer eller overfører stråling. Varmeoverføring ved stråling er den raskeste form for overføring og er den eneste som foregår i fravær av et transportmedium. Varmestrømmen er definert ved Stefan-Boltzmann’s lov.

Oppgave 2

a) Målebroen er i balanse når utgangsspenningen (V_o) er lik 0 V:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_0} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1}{R_3} \cdot R_0 = \frac{500}{500} \cdot 100 = 100\Omega$$

b) Utgangsspenningen (V_o) fra målebroen er gitt ved:

$$V_o = V_s \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_t}{R_2 + R_t} \right) \Rightarrow R_t = R_2 \cdot \left(\frac{R_3 \cdot V_s - (R_1 + R_3) \cdot V_o}{R_1 \cdot V_s + (R_1 + R_3) \cdot V_o} \right)$$

Resistansen (R_t) blir:

$$R_t = 100 \cdot \left(\frac{500 \cdot 10 - (500 + 500) \cdot (-0{,}5)}{500 \cdot 10 + (500 + 500) \cdot (-0{,}5)} \right) \approx 122{,}2\Omega$$

Temperaturen (t) blir:

$$R_t = R_0 \cdot (1 + A \cdot t) \Rightarrow t = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{R_t}{R_0} - 1 \right)$$

$$t = \frac{1}{0{,}00395} \cdot \left(\frac{122{,}2}{100} - 1 \right) \approx 56{,}3°C$$

c) Strømmen som går gjennom Pt-100 føleren blir:

$$I_{R_t} = \frac{V_s}{R_2 + R_t} = \frac{10}{100 + 122{,}2} \approx 0{,}045A = 45mA$$

Effektutviklingen blir:

$$P_{R_t} = R_t \cdot {I_{R_t}}^2 = 122{,}2 \cdot 0{,}045^2 \approx 0{,}248W = 248mW$$

d) Selvoppvarmingskoeffisient: $0{,}01°C/mW$.

Målefeil pga. selvoppvarming: $t_{feil} = 248 \cdot 0{,}01 \approx 2{,}5°C$

Reell (virkelig) temperatur blir:

$$t_{målt} = t_{reell} + t_{feil} \Rightarrow t_{reell} = t_{målt} - t_{feil} = 56{,}3 - 2{,}5 = 53{,}8°C$$

Oppgave 3

a) Utgangsspenningen (V_o) fra målebroen ved ubelastet krets er gitt ved:

$$V_o = V_s \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_T}{R_2 + R_T}\right)$$

Utgangsspenning (V_o) ved t = 0ºC (T = 273K) blir:

$$R_T(273K) = 1{,}68 \cdot e^{3050 \cdot \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{298}\right)} = 4{,}29k\Omega$$

$$V_o(273K) = 2{,}56 \cdot \left(\frac{1{,}00}{0{,}29 + 1{,}00} - \frac{4{,}29}{1{,}22 + 4{,}29}\right) = -0{,}0087 \approx 0{,}00V$$

Utgangsspenning (V_o) ved t = 50ºC (T = 323K) blir:

$$R_T(323K) = 1{,}68 \cdot e^{3050 \cdot \left(\frac{1}{323} - \frac{1}{298}\right)} = 0{,}76k\Omega$$

$$V_o(323K) = 2{,}56 \cdot \left(\frac{1{,}00}{0{,}29 + 1{,}00} - \frac{0{,}76}{1{,}22 + 0{,}76}\right) = 1{,}0019 \approx 1{,}00V$$

Målesignalområdet blir: [0,00 - 1,00] V.

Utgangsspenning (V_o) ved t = 12ºC (T = 285K) fra reell karakteristikk blir:

$$R_T(285K) = 1{,}68 \cdot e^{3050 \cdot \left(\frac{1}{285} - \frac{1}{298}\right)} = 2{,}68k\Omega$$

$$V_o(285K) = 2{,}56 \cdot \left(\frac{1{,}00}{0{,}29 + 1{,}00} - \frac{2{,}68}{1{,}22 + 2{,}68}\right) \approx 0{,}226V$$

Utgangsspenning (V_o) ved t = 12ºC fra ideell karakteristikk blir:

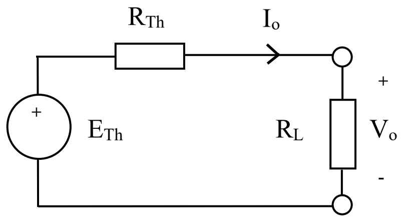
$$V_o(t) = \frac{V_{o,maks} - V_{o,min}}{t_{maks} - t_{min}} \cdot t = \frac{1{,}00 - 0}{50 - 0} \cdot t = \frac{1}{50} \cdot t$$

$$V_o(12°C) = \frac{1}{50} \cdot 12 = 0{,}24V$$

Ulineariteten ved t = 12ºC blir:

$$N = \left|\frac{0{,}24 - 0{,}226}{1{,}00 - 0{,}00}\right| \cdot 100\% = 1{,}4\%$$

b) Thévenin's ekvivalentskjema:



Hvis kretsen belastes med en last som har lav inngangsresistans vil utgangsspenning (V_o) være:

$$V_o = R_L \cdot I_o = \frac{R_L}{R_L + R_{Th}} \cdot E_{Th}$$

hvor E_{Th} og R_{Th} er Thévenin-parametere og er gitt ved:

$$E_{Th} = V_s \cdot \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_T}{R_2 + R_T}\right)$$

$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 \cdot R_T}{R_2 + R_T}$$

Utgangsspenning ved t = 0ºC (T = 273K) blir:

Fra punkt a: $E_{Th}(273\mathrm{K}) = 0{,}00\mathrm{V}$

$$V_o(273\mathrm{K}) = \frac{R_L}{R_L + R_{Th}(273\mathrm{K})} \cdot E_{Th}(273\mathrm{K}) = 0{,}00\mathrm{V}$$

Utgangsspenning (V_o) ved t = 50ºC (T = 323K) blir:

Fra punkt a: $E_{Th}(323\mathrm{K}) = 1{,}00\mathrm{V},\ R(323\mathrm{K}) = 0{,}76\mathrm{k\Omega}$

$$R_{Th}(323\mathrm{K}) = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 \cdot R_T(323\mathrm{K})}{R_2 + R_T(323\mathrm{K})} = \frac{0{,}29 \cdot 1{,}00}{0{,}29 + 1{,}00} + \frac{1{,}22 \cdot 0{,}76}{1{,}22 + 0{,}76} = 0{,}693\mathrm{k\Omega}$$

$$V_o(323\mathrm{K}) = \frac{R_L}{R_L + R_{Th}(323\mathrm{K})} \cdot E_{Th}(323\mathrm{K}) = \frac{1{,}00}{1{,}00 + 0{,}693} \cdot 1{,}00 \approx 0{,}60\mathrm{V}$$

Målesignalområdet blir derfor: [0,00 - 0,60]V

Oppgave 4

a) Den åpne enden hvor termoelementet slutter, kalles kaldpunkt eller referansepunkt. Ved dette punktet føres termoelementet inn i et skap eller i en koblingsboks hvor det kappes av og termineres på rekkeklemmer. Derfra trekkes det ledninger av kobber til måleinstrumentet. Temperaturen i skapet eller i koblingsboksen er som regel den samme overalt. Denne temperaturen kalles for referansetemperatur (kaldpunkt). Referansetemperaturen vil gi et negativt bidrag til termospenningsmålingen fra termoelementet. Man må kompensere for dette bidraget hvis den målte termospenningen fra termoelementet skal representere prosesstemperaturen (varmpunkt). En kompensasjonsmetode er å måle referansetemperaturen vha. en annen temperaturføler (f. eks. en termistor). Når referansetemperaturen er kjent, finner man termospenningen som tilsvarer referansetemperaturen vha. termoelementets karakteristiske oppslagstabell. Denne spenningen legges så til den målte termospenningen fra termoelementet. På den måten har man eliminert bidraget referansepunktet.

En annen metode er å bruke kompensasjonskabel. Dersom måleomformeren er montert et stykke fra termoelementet, brukes det en såkalt kompensasjonskabel tilkoblet termoelementet. En kompensasjonskabel har omtrent de samme egenskapene som et termoelement, med den er også billigere. Kompensasjonskabel er å betrakte som en forlengelse av termoelementet. Med kompensasjonskabel kan referansepunktet flyttes helt inn til f. eks. kontrollrommet, der temperaturen er stabil og kjent.

Andre metoder: bruk av to identiske termoelementer i serie.

b) Gitt: $t_0 = 0°C$, $t = 100{,}0°C$, $t_1 = 25{,}0°C$ og $t_2 = 50{,}0°C$.

Beregning av u_1 vha. spenningsbalansen i kretsen (moturs):

$$u_1 = \alpha_{Cu} \cdot (t - t_1) + \alpha_{Fe} \cdot (t_1 - t_0) + \alpha_K \cdot (t_0 - t_1) + \alpha_{Cu} \cdot (t_1 - t)$$

Etter litt opprydding får vi:

$$u_1 = (\alpha_{Fe} - \alpha_K) \cdot t_1 - (\alpha_{Fe} - \alpha_K) \cdot t_0$$

$$u_1(t_1, t_0) = u_{FeK}(t_1) - u_{FeK}(t_0)$$

Fra tabellen for J-type termoelement har vi:

$$u_1(t_1, t_0) = u_{FeK}(25{,}0°C) - u_{FeK}(0°C) = 1{,}277 - 0 = 1{,}277 \text{mV}$$

Dersom spenningsbalansen settes opp medurs, vil spenningen (u_1) ha motsatt fortegn.

Kommentar: Ifølge termopar regel 2, vil et nytt material (i dette tilfellet C_u) ikke ha innvirkning på kretsen, dersom koblingspunktet har samme klemmetemperatur (t_1). Det betyr at vi ikke trenger å ta hensyn til dette materialet (C_u) når spenningsbalansen for kretsen settes opp.

Beregning av u_2 vha. spenningsbalansen i kretsen (moturs):

$$u_2 = \alpha_{Fe} \cdot (t - t_0) + \alpha_K \cdot (t_0 - t_1) + \alpha_{Cu} \cdot (t_1 - t_2) + \alpha_{Cu} \cdot (t_2 - t_1) + \alpha_K \cdot (t_1 - t)$$

Etter litt opprydding får vi:

$$u_2 = (\alpha_{Fe} - \alpha_K) \cdot t - (\alpha_{Fe} - \alpha_K) \cdot t_0$$

$$u_2(t, t_0) = u_{FeK}(t) - u_{FeK}(t_0)$$

Fra tabellen for J-type termoelement har vi:

$$u_2(t, t_0) = u_{FeK}(100°C) - u_{FeK}(0°C) = 5{,}268 - 0 = 5{,}268 mV$$

Dersom spenningsbalansen settes opp medurs, vil spenningen (u_2) ha motsatt fortegn.

Kommentar: Ifølge termopar regel 2, vil et nytt material (i dette tilfellet C_u) ikke ha innvirkning på kretsen, dersom koblingspunktet har samme klemmetemperatur (t_1). Det betyr at vi ikke trenger å ta hensyn til dette materialet (C_u) når spenningsbalansen for kretsen settes opp.

Beregning av u_3 vha. spenningsbalansen i kretsen (moturs):

$$u_3 = \alpha_K \cdot (t - t_0) + \alpha_K \cdot (t_0 - t_1) + \alpha_K \cdot (t_1 - t_2) + \alpha_{Fe} \cdot (t_2 - t_1) + \alpha_{Fe} \cdot (t_1 - t)$$

Etter litt opprydding får vi:

$$u_3 = (\alpha_{Fe} - \alpha_K) \cdot t_2 - (\alpha_{Fe} - \alpha_K) \cdot t$$

$$u_3(t_2, t) = u_{FeK}(t_2) - u_{FeK}(t)$$

Fra tabellen for J-type termoelement har vi:

$$u_3(t_2, t) = u_{FeK}(50°C) - u_{FeK}(100°C) = 2{,}585 - 5{,}268 = -2{,}683 mV$$

Dersom spenningsbalansen settes opp medurs, vil spenningen (u_3) ha motsatt fortegn.

Oppgave 5

a) Definerer at h_1 og h_2 er høyden opptil trykkuttakene og A_1 og A_2 er arealet ved uttakene.

Differensialtrykket (Δp) inn på dP-cella er gitt ved:

$$\Delta p = p_1 - \left(p_2 + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1)\right) = \underbrace{p_1}_{\substack{\text{trykk fra} \\ \text{nedre uttak}}} - \underbrace{(p_2 + \rho \cdot g \cdot \Delta h)}_{\substack{\text{trykk fra} \\ \text{øvre uttak} \\ \text{pluss trykk pga.} \\ \text{høydeforskjell}}}$$

Bernoullis ligning gir:

$$(1): \quad \frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot \bar{v}_1{}^2 + g \cdot h_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot \bar{v}_2{}^2 + g \cdot h_2$$

Volumbalansen gir:

$$(2): \quad A_1 \cdot \bar{v}_1 = A_2 \cdot \bar{v}_2 \;\Rightarrow\; \bar{v}_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot \bar{v}_2 = n \cdot \bar{v}_2$$

Setter uttrykket fra (2) inn i (1) og får:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot n^2 \cdot \bar{v}_2{}^2 + g \cdot h_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot \bar{v}_2{}^2 + g \cdot h_2$$

$$\bar{v}_2{}^2 = \frac{2}{\rho \cdot (1 - n^2)} \cdot \left[p_1 - \left(p_2 + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1)\right)\right] = \frac{2}{\rho \cdot (1 - n^2)} \cdot \underbrace{\left(p_1 - (p_2 + \rho \cdot g \cdot \Delta h)\right)}_{= \Delta p}$$

$$= \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (1 - n^2)}$$

Gjennomsnittlig strømningshastighet ($\bar{v}_2$) blir:

$$\bar{v}_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (1 - n^2)}}$$

Volumstrømmen (q) som funksjon av differensialtrykket (Δp) blir:

$$q = A_2 \cdot \bar{v}_2 = A_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (1 - n^2)}} \quad \text{der} \quad n = \frac{A_2}{A_1} \quad \text{og} \quad \Delta p = p_1 - (p_2 + \rho \cdot g \cdot \Delta h)$$

b) De fleste strømningsmålere stiller krav til strømningsprofilen for å holde målefeil under oppgitte grenser. Strømningsprofilen blir påvirket av endringer i rørsystemet: bend, forgreninger, diametersprang, ventiler og så videre. De fleste måleelementer krever derfor en minimum rettstrekning før (oppstrøms) og etter (nedstrøms) måleelementet slik at man har en full-utviklet strømningsprofil. Rettstrekninger måles i antall av rørets indre diameter. I kritiske situasjoner eller der det ikke er plass til nok rettstrekning kan strømningsbildet forbedres ved en strømretter før og eventuelt etter måleelementet. En strømretter kan bestå av en bunt med rør. I tillegg til forstyrrelser i strømningsprofilen kan det også oppstå rotasjon i væsken. Noen målemetoder er følsomme for rotasjon og kan kreve strømretter selv om kravet til rettstrekning for å oppnå symmetrisk profil er oppfylt.

Oppgave 6

a) Reynoldstallet (R_e) blir:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot D \cdot \bar{v}}{\mu} = \frac{992{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot 2{,}0}{0{,}656 \cdot 10^{-3}} = 3{,}0 \cdot 10^{5}$$

Det vil si at strømningen er turbulent når Re > 10^5.

b) Gjennomsnittlig strømningshastighet ($\bar{v}$) blir:

$$\bar{v} = \frac{{c_{lyd}}^2 \cdot \tan\theta}{2 \cdot D} \cdot \Delta t = \frac{1498^2 \cdot \tan 30^o}{2 \cdot 0{,}1} \cdot 0{,}31 \cdot 10^{-6} = 2{,}0 \mathrm{m/s}$$

Volumstrømmen (q) blir:

$$q = A \cdot \bar{v} = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \bar{v} = \pi \cdot \left(\frac{0{,}1}{2}\right)^2 \cdot 2{,}0 = 16 \cdot 10^{-3} \mathrm{m^3/s}$$