Estatística Computacional

Plancha; 105289; CDB2

Versão 1.0

Teoria de Probabilidades

Esperiência aleatória		Processo de observação de fenómenos aleatórios
Fenómenos aleatórios		Acontecimentos não determináveis *a priori*
Espaço de resultados	Ω	Conjunto de todos os resultados possíveis
Acontecimentos	A, B, C	Conjunto de possíveis resultados de uma experiência
Resultado da experiência aleatória	ω	A realizou-se se $\omega \in A$

Álgebra dos acontecimentos

União

$$A \cup B = \{\omega : \omega \in A \vee \omega \in B\}$$

Intersecção

$$A \cap B = \{\omega : \omega \in A \wedge \omega \in B\}$$

Diferença

$$A - B = A \setminus B = \{\omega : \omega \in A \wedge \omega \notin B\}$$

$$\Omega - B = \overline{B} = \{\omega : \omega \in \Omega \wedge \omega \notin B\}$$

Propriedades

Comutativa	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
Associativa	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Distributiva	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Idempotência	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
Lei do Complemento	$A \cup \overline{A} = \Omega$ $A \cap \overline{A} = \emptyset$

Probabilidades (Cont)

Elemento Neutro	$A \cup \emptyset = A$ $A \cap \Omega = A$
Elemento Absorvente	$A \cup A = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$
Leis de Morgan	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Probabilidades

a priori:

$$P[A] = \frac{n_A}{N}$$

a posteriori:

$$f_A = \frac{N_A}{N}$$

$$P[A] = \lim_{N \to \infty} f_A$$

Definições

$\overline{A}$	$\Omega - A$
$P[A]$	Probabilidade de A
n_A	Número de resultados favoráveis a A
N	Número de resultados possíveis
f_A	Frequência relativa de A
N_A	Número de vezes que A se verificou
$P[A \mid B]$	Probabilidade de A dado que B se verificou

Axiomas

$$\forall A \subseteq \Omega : 0 \leq P[A] \leq 1$$

$$P[\Omega] = 1$$

Independência/Acontecimentos mutualmente exclusivos:

$$\forall A, B \subseteq \Omega \ni A \cap B = \emptyset : P[A \cup B] = P[A] + P[B]$$

Teoremas

$$P[\overline{A}] = 1 - P[A]$$

$$P[\emptyset] = 0$$

$$P[B - A] = P[B] - P[A \cap B]$$

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$$

$$\begin{aligned} P[A \cup B \cup C] = {} & P[A] + P[B] + P[C] \\ & - P[A \cap B] - P[A \cap C] - P[B \cap C] \\ & + P[A \cap B \cap C] \end{aligned}$$

$$P[A \cup B] \leq P[A] + P[B]$$

$$P[A \mid B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]} \qquad \text{se } P[B] > 0$$

$$P[A \mid B] = 0 \qquad \text{se } P[B] = 0$$

Para acontecimentos independentes:

$$P[A \cap B] = P[A] \cdot P[B]$$

$$P[A \mid B] = P[A]$$

***n* partições:**

$$\cup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset$$

$$P[A_i] > 0$$

Teorema da Probabilidade total:

$$\forall B \subseteq \Omega : P[B] = \sum_{i=1}^{n} P[A_i \cap B]$$

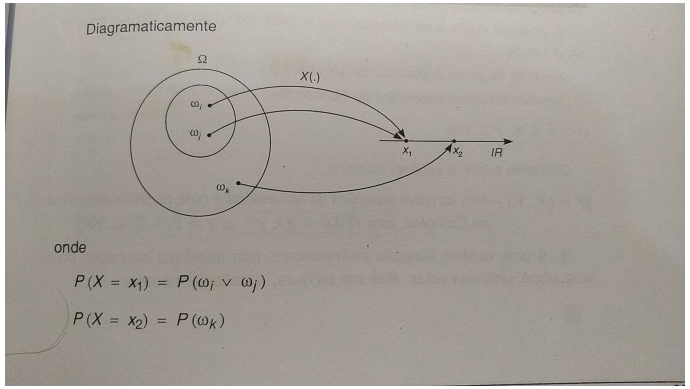
$$\forall B \subseteq \Omega : P[B] = \sum_{i=1}^{n} P[A_i \mid B] \cdot P[B]$$

Fórmula de Bayes:

$$P[A_j \mid B] = \frac{P[A_j] \cdot P[B \mid A_j]}{\sum_{i=1}^{n} P[A_i] \cdot P[B \mid A_i]}$$

Variáveis aleatórias

$$P[X = x] = P[A] = P[\omega \in \Omega : X(\omega) = x]$$



Variável aleatória	$X(\omega)$ ou X	Função que cada acontecimento ω associa um valor real $x = X(\omega)$
CD de uma Variável aleatória	$X(\Omega)$	

Função (massa) de probabilidade

X é discreto

$$f(x) = P[X = x]$$
$$0 \leq f(x) \leq 1$$
$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i) = 1 \qquad \text{caso } n \text{ finito}$$
$$\sum_{i=1}^{\infty} f(x_i) = 1 \qquad \text{caso } n \text{ infinito}$$

Função densidade de probabilidade

X é contínuo, e é comum a função ser parametrizada (p.e. $f(x; \mu, \sigma^2)$), dependendo da distribuição de X

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x)$$
$$0 \leq f(x) \leq 1$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)/; dx = 1$$
$$P[X = x] = 0 \; f(x) \neq 0$$

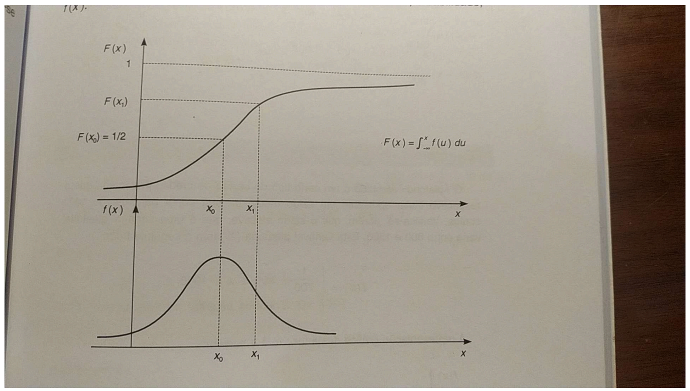
Função de distribuição (acomuldada) (f.d.p.)

A função é apenas crescente

$$F(x) = P[X \leq x]$$
$$0 \leq F(x) \leq 1$$
$$\forall x_2 > x_1 :$$
$$F(x_2) \geq F(x_1)$$
$$\wedge \; F(x_2) - F(x_1) = P[x_1 < X \leq x_2]$$
$$\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$$
$$\lim_{x \to \infty} F(x) = 1$$
$$P[x_1 < X \leq x_2] = F(x_2) - F(x_1)$$

Se X for contínua:

$$F(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{x} f(u) du$$
$$P[x_1 < X \leq x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f(u) du$$



Função de probabilidade conjunta

Se discretas

$$f(x, y) = P[X = x, Y = y] = P[X = x \cap Y = y]$$
$$0 \leq f(x, y) \leq 1$$
$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f(x_i, y_j) = 1$$
$$F(x, y) = P[X \leq x, Y \leq y] = \sum_{x_i \leq x} \sum_{y_j \leq y} f(x_i, y_j)$$
$$\lim_{x \to -\infty \wedge y \to -\infty} F(x, y) = 0$$
$$\lim_{x \to \infty \wedge y \to \infty} F(x, y) = 1$$
$$\forall \lambda \in \mathbb{R} :$$
$$\lim_{x \to -\infty} F(x, \lambda) = \lim_{y \to -\infty} F(\lambda, y) = 0$$
$$\forall x_2 > x_1, y_2 > y_1 : F(x_2, y_2) \geq F(x_1, y_1)$$

Se contínuas

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y}$$
$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f(u, v) dv du$$

Parâmetros de v.a.s

Valor esperado

O valor esperado de X é igual à média de X.

$$E[X] = \mu_X = \mu$$

Se X for discreta:

$$E[X] = \sum_i x_i \cdot f(x_i)$$

Se X for contínua:

$$E[X] = \int x \cdot f(x) dx$$

Propriedades

$$E[\lambda] = \lambda$$
$$E[\lambda X] = \lambda E[X]$$
$$E[X \pm Y] = E[X] \pm E[Y]$$
$$E[XY] = E[X]E[Y] \iff \text{se } X \text{ e } Y \text{ forem independentes}$$
$$E[g(X)] = \sum_i g(x_i) \cdot f(x_i) \iff \text{se } X \text{ for discreta}$$
$$E[g(X)] = \int g(x) \cdot f(x)dx \iff \text{se } X \text{ for contínua}$$
$$E[X^2] = \sum_i x_i^2 \cdot f(x_i) \iff \text{se } X \text{ for discreta}$$

Variância

$$\sigma_X^2 = \sigma_X^2 = \sigma^2$$
$$\sigma_X^2 = E[(X - E[X])^2]$$
$$\sigma_X^2 = E[X^2] - E[X]^2$$
$$\sigma_X^2 = E[X^2] - \mu^2$$
$$\sigma_X^2 = \sum_i (x_i - \mu)^2 \cdot f(x_i) \iff \text{se } X \text{ for discreta}$$
$$\sigma_X^2 = \int (x - E[X])^2 \cdot f(x)dx \iff \text{se } X \text{ for contínua}$$
$$\mathrm{Var}(\lambda) = 0$$
$$\mathrm{Var}(\lambda X) = \lambda^2 \sigma_X^2$$
$$\mathrm{Var}(X \pm Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm 2cov(X, Y)$$
$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$
$$Cov(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$$
$$Cov(X, Y) = E[X \cdot Y] - \mu_x \cdot \mu_y$$
$$Cov(X, Y) = 0 \iff X \text{ e } Y \text{ são independentes}$$

Sendo:

$$W = \frac{X - \mu_X}{\sigma}$$

, $E(W) = 0$ e $\sigma_W^2 = 1$.

Distribuições teóricas discretas

Uniforme

$$f(x; N) = \begin{cases} \frac{1}{N} & \text{se } x \in \{1, 2, \ldots, N\} \\ 0 & \text{se não} \end{cases}$$

$$F(x; N) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1 \\ \frac{x}{N} & \text{se } 1 \leq x \leq N \\ 1 & \text{se } x > N \end{cases}$$

$$E[X] = \frac{N + 1}{2}$$

$$\sigma_X^2 = \frac{N^2 - 1}{12}$$

Distribuição de Bernoulli

A distribuição de Bernoulli é uma distribuição binomial

$$f(x; p) = \begin{cases} 1 - p & \text{se } x = 0 \\ p & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

$$f(x; p) = p^x (1 - p)^{1-x}$$

$$F(x; p) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 1 - p & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

$$E[X] = p$$

$$\sigma_X^2 = p(1 - p)$$

Distribuição binomial

$$X \cap (n; p)$$

$$f(x; n, p) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} & \text{se } x \in \{0, 1, \ldots, N\} \\ 0 & \text{se não} \end{cases}$$

$$F(x; n, p) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \sum_{i=0}^{x} \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i} & \text{se } 0 \leq x < n \\ 1 & \text{se } x \geq n \end{cases}$$

$$E[X] = np$$

$$\sigma_X^2 = np(1 - p)$$

$$\sum_{i=1}^{k} X_i \cap b \left(\sum_{i=1}^{k} n_i; p \right) \iff X_i \cap (n_i; p) \text{ são independentes}$$

Processo de Poisson

$$X \cap \mathrm{p}(\lambda; t)$$

$$f(x; \lambda, t) = \begin{cases} e^{-t\lambda} \frac{(t\lambda)^x}{x!} & \text{se } x \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{se não} \end{cases}$$

$$F(x; \lambda, t) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ e^{-t\lambda} \sum_{i=0}^{x} \frac{(t\lambda)^i}{i!} & \text{se } 0 \leq x < \infty \\ 1 & \text{se } x \geq \infty \end{cases}$$

$$E[X] = t\lambda$$

$$\sigma_X^2 = t\lambda$$

$$\sum_{i=1}^{k} X_i \cap p \left(\sum_{i=1}^{k} t_i \lambda_i \right) \iff X_i \cap \mathrm{p}(\lambda_i, t_i) \text{ são independentes}$$

Distribuição de Poisson

A distribuição de Poisson é um processo de Poisson onde t = 1

$$X \cap \mathrm{p}(\lambda)$$

A distribuição binomial converge para a distribuição de Poisson quando $n \to \infty$ e $p \to 0$, sendo $\lambda = np$ constante.

$$\lim_{n \to \infty} \mathrm{b}(n; p) = \mathrm{p}(\lambda = np)$$

Distribuições teóricas contínuas

Uniforme

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{se } x < a \text{ ou } x > b \end{cases}$$

$$F(x; a, b) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{se } x > b \end{cases}$$

$$E[X] = \frac{a + b}{2}$$

$$\sigma_X^2 = \frac{(b - a)^2}{12}$$

Normal

$X \cap \mathrm{n}(\mu, \sigma)$

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)^2\right)$$
$$E[X] = \mu$$
$$\sigma_X^2 = \sigma^2$$

A normal normalmente transforma-se na normal padrão, com $\mu_Z = 0$ e $\sigma_Z = 1$, onde $Z = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$. $F(x) -> \phi(z)$, $f(x) -> \varphi(z)$ e $F^{-1}(x) -> \phi^{-1}(z)$ (função quartil)

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right)$$
$$P[\mu-\sigma < X < \mu+\sigma] = P[-1 < Z < 1] \approx 0.68$$
$$P[\mu-2\sigma < X < \mu+2\sigma] = P[-2 < Z < 2] \approx 0.95$$
$$P[\mu-3\sigma < X < \mu+3\sigma] = P[-3 < Z < 3] \approx 0.99$$
$$\phi^{-1}(0.95) = 1.645$$
$$\phi^{-1}(0.99) = 2.326$$
$$\phi^{-1}(0.95 + {}^{0.05}/_2) = 1.96$$
$$\phi^{-1}(0.995) = 2.576$$

Aditividade:

$$T = \sum_{i=1}^{k} X_i \cap \mathrm{n}\left(k\mu; \sigma\sqrt{k}\right)$$
$$\iff X_i \cap \mathrm{n}(\mu,\sigma) \text{ são independentes}$$
$$T = \sum_{i=1}^{k} a_i X_i \cap \mathrm{n}\left(\sum a_i\mu_i; \sqrt{\sum a_i^2\sigma_i^2}\right)$$
$$(X_1 \pm X_2) \cap \mathrm{n}\left(\mu_1 \pm \mu_2; \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$$
$$X \mathring{\cap} \mathrm{n}(np; \sqrt{np(1-p)}) \iff$$
$$\iff X \cap \mathrm{b}(n,p), n \to \infty, 0.1 < p < 0.9$$
$$X \mathring{\cap} \mathrm{n}(\lambda; \sqrt{\lambda}) \iff$$
$$\iff X \cap \mathrm{p}(\lambda), \lambda \to \infty$$

Em termos práticos, $k \to \infty$ significa $k > 30$

Amostras

Amostras aleatórias

A variável aleatória $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ é uma amostra aleatória de uma população se:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \prod(f(x_i))$$

, onde X_1 é o primeiro elemento da amostra, X_2 o segundo e X_n o n-ésimo.
Cada estatística (amostral) é uma variável aleatória

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad \text{Média amostral}$$
$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \qquad \text{Variância amostral}$$
$$S'^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \qquad \text{Variância amostral corrigida}$$

Teorema do limite central

$$\frac{\sum(X_i) - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \mathring{\cap} \mathrm{n}(0,1)$$
$$\sum X_i \mathring{\cap} \mathrm{n}\left(n\mu, \sigma\sqrt{n}\right)$$

Como $\frac{\sum X_i}{n} = \overline{X}$:

$$\overline{X} \mathring{\cap} \mathrm{n}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Se e apenas se:

$E[X_1] = E[X_2] = \ldots = E[X_n] = \mu$,
$\mathrm{Var}[X_1] = \mathrm{Var}[X_2] = \ldots = \mathrm{Var}[X_n] = \sigma^2$,
$n \to \infty$.

Distribuições de amostras de populações

Populações Bernoulli

$$\overline{X} \mathring{\cap} \mathrm{n}\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$
$$(\overline{X_1} - \overline{X_2}) \mathring{\cap} \mathrm{n}\left(p_1 - p_2, \sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}\right)$$

Populações normais

quando σ^2 é conhecida:

$$\overline{X} \mathring{\cap} \mathrm{n}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

quando σ^2 é desconhecida:

$$\frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S'}{\sqrt{n}}} \mathring{\cap} \mathrm{t}_{n-1}$$
$$\frac{(n-1)S'^2}{\sigma^2} \mathring{\cap} \chi^2_{n-1}$$
$$\frac{nS^2}{\sigma^2} \mathring{\cap} \chi^2_{n-1}$$
$$\overline{X_1} - \overline{X_2} \cap \mathrm{n}\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$
$$\overline{X_1} - \overline{X_2} \mathring{\cap} \mathrm{n}\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{S_1'^2}{n_1} + \frac{S_2'^2}{n_2}}\right)$$

Estimação de parâmetros

Um estimador para um parâmetro θ designa-se por $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \ldots X_n)$ e é uma v.a. em função de uma amostra.A estimativa representa-se por $\hat{\theta}^*$.
Erro amostral $= \hat{\theta} - 0$
Envesiamento $= \mathrm{env}(\hat{\theta}) = E[\hat{\theta}] - \theta$

Propriedades

Considera-se que o estimador $\hat{\theta}_1$ é preferivel ao estimador $\hat{\theta}_2$ para um intervalo $[a,b]$ se:

$$P[a < \hat{\theta}_1 < b] > P[a < \hat{\theta}_2 < b]$$

$\hat{\theta}$ é não enviesado/centardo se $E[\hat{\theta}] = \theta$

$\hat{\theta}_1$ é mais eficiente que $\hat{\theta}_2$ se $Var[\hat{\theta}_1] \leq Var[\hat{\theta}_2]$, se ambos forem enviesados ou consistentes em média quadrática.

$\hat{\theta}$ é suficiente se utiliza toda a informação disponível na amostra.

Para amostras grandes $(\hat{\theta}_n)$,:

$\hat{\theta}_n$ é não enviesado assintoticamente se:

$$lim_{n\to\infty} E[\hat{\theta}_n] = \theta$$

$\hat{\theta}_n$ é consistente simples se

$$lim_{n\to\infty} P[\left|\hat{\theta}_n - \theta\right| \leq \epsilon] = 1 \forall \epsilon > 0$$

$\hat{\theta}_n$ é consistente em média quadrática se

$$lim_{n\to\infty} E\left[\left(\hat{\theta}_n - \theta\right)^2\right] =$$

$$= lim_{n\to\infty}\left(\text{Var}[\hat{\theta}_n] = 0 + \left(\text{env}(\hat{\theta}_n)\right)^2\right) = 0$$

Estimação por intervalos
Dado uma variável fulcral Z, :

$$P\left[-\phi^{-1}(\lambda + {}^{1-\lambda}/_{2}) < Z < \phi^{-1}(\lambda + {}^{1-\lambda}/_{2})\right] = \lambda$$

; Sendo λ o nível de confiança. Ou seja, a probabilidade do intervalo $]I_\lambda[_\theta$ de conter o parâmetro θ é λ. Por outras palavras, se fossem recolhidas n amostras aleatórias e fosse calculado o intervalo, $100\lambda\%$ desses intervalos conteriam o parâmetro θ.

Variáveis fulcrais

Variável Fulcral	θ	População	Dimensão
$\frac{\overline{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \cap \text{n}(0,1)$	μ	Normal	Qualquer
$\frac{\overline{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \mathring{\cap} \text{n}(0,1)$	μ	Qualquer	$n > 30$
$\frac{\overline{x}-\mu}{\frac{s'}{\sqrt{n}}} \cap \text{t}_{n-1}$	μ	Normal	Qualquer
$\frac{\overline{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \mathring{\cap} \text{n}(0,1)$	μ	Qualquer	$n > 30$

Tipo de populações	Dimensão das amostras	Conhece-se σ_1^2 e σ_2^2?	Variável fulcral	Distribuição amostral
Normais	Quaisquer	Sim	$\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	N(0;1)
Normais	$n_1 e\ n_2 \leq 30$	Não, mas pode considerar-se $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1'^2+(n_2-1)s_2'^2}{n_1+n_2-2}}}$	$t_{(n_1+n_2-2)}$
Normais	$n_1 e\ n_2 \leq 30$	Não, e não se pode considerar $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1'^2}{n_1}+\frac{s_2'^2}{n_2}}}$	$t_{(\nu)}$ com ν dado por $\frac{\left(\frac{s_1'^2}{n_1}+\frac{s_2'^2}{n_2}\right)^2}{\frac{s_1'^4}{n_1(n_1+1)}+\frac{s_2'^2}{n_2(n_2+1)}} - 2$
Qualquer	$n_1 e\ n_2 > 30$	Não		Aprox. N(0;1)

Parâmetro a estimar	Tipo de população	Dimensão da amostra	Variável fulcral	Distribuição amostral
$\boldsymbol{p}$	Bernoulli	$n > 30$	$\frac{\bar{X}-\text{p}}{\sqrt{\text{p}(1-p)/_n}}$	Aprox. N(0;1)
$\boldsymbol{p_1 - p_2}$	Bernoulli	$n_1 > 30 \wedge n_2 > 30$	$\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(p_1-p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$	Aprox. N(0;1)
$\boldsymbol{\sigma^2}$	Normal	qualquer	$\frac{(n-1)s'^2}{\sigma^2}$	$\chi^2_{(n-1)}$
$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	Normal	qualquer	$\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$	$F_{(n_1-1;n_2-1)}$

NOTA: Em populações Bernoulli, na construção do IC há que substituir $p(1-p)$ por $\bar{X}(1-\bar{X})$

Com construir um intervalo de confiança:

2. Definição da população, da sua distribuição e do parâmetro a estimar.
3. Escolha da variável fulcral.
4. Determinação da distribuição amostral da variável fulcral.
5. Escolha do nível de confiança.
6. Construção do intervalo aleatório.
7. Determinação dos limites do intervalo aleatório.
8. Determinação dos limites do intervalo de confiança concretos.

O intervalo concreto representa-se por $]I_\lambda[^*_\theta$, e o erro representa o que está a direita de θ no meu intervalo (p.e.:

$$]\overline{X} - \frac{z\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + \frac{z\sigma}{\sqrt{n}}[\iff \text{erro de estimação} = \frac{z\sigma}{\sqrt{n}}$$

)

Ensaio de hipóteses

Hipótese em questão: H_0 (Hipótese nula)
Hipótese alternativa: H_a
Quando as provas são incompatíveis com H_0, então rejeita-se H_0; se tal não acontecer, não se rejeita H_0.
Quando a decisão é errada:
Erro tipo I: H_0 é rejeitada quando é verdadeira.
Erro tipo II: H_0 não é rejeitada quando é falsa.
Nota: H_0 contem sempre a igualdade.

Passos

2. Formulação das hipóteses

3. Escolha do nível de significância α.

   $$\alpha = P[\text{erro tipo I}] = P[\text{rejeitar} H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}]$$

   $$\alpha = F(\overline{x}_c) \equiv \overline{x}_c = F^{-1}(\alpha; \mu_{\overline{x}}, \sigma_{\overline{x}})$$

   $$\overline{x}_c = \mu_{\overline{x}} + \phi^{-1}(\alpha)\sigma_{\overline{x}}$$

4. Escolha da estatística e estabelecer a regra de decisão.

   RC - região crítica ou de rejeição; Ra - região de aceitação ou de não aceitação.

   Literalemngte dizer "Se $\hat{\theta} \in RC$, rejeitar H_0; se $\hat{\theta} \in Ra$, não se rejeita H_0."(sem ser com in se possivel)

   Alternativamente dizer "Se $Z \in RC$, rejeitar H_0 etc"

5. Tomada de decisão.

$\boldsymbol{p_1 - p_2}$	Bernoulli	$n_1 > 30$ e $n_2 > 30$	$\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(p_1-p_2)_0}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$, com $\hat{p} = \frac{n_1\bar{X}_1+n_2\bar{X}_2}{n_1+n_2}$	$\dot{\sim} N(0,1)$

e o resto é igual só que o parâmetro é substituido pelo ponto a estimar
p.e.: $H_0 : \mu = 5$, então $\mu_0 = 5$
Quando é $\mu_1 - \mu_2$ é o parâmetro, então fica $(\mu_1 - \mu_2)_0$