

1

TODO

2

Considere que a procura diária, num certo supermercado, do novo artigo de limpeza, X , lançado no mês passado pela empresa TudoBrilha, pode ser modelizada através de uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 3,1.

A função de probabilidade da variável aleatória X , numa **distribuição de Poisson**, é dada por:

$$f(k, \lambda) = P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k \in \mathbb{N}_0 \quad (1)$$

, sendo λ a distribuição média dos Eventos.

Quando se avalia a probabilidade da variável aleatória X ao longo de um tempo t , está-se perante um **processo de Poisson**, e a função de probabilidade é dada por:

$$P(N(t) = k) = \frac{\Lambda^k e^{-\Lambda}}{k!} \quad k \in \mathbb{N}_0 \quad (2)$$

, sendo Λ a forma da distribuição, representando a taxa média de ocorrência do evento X durante um tempo t . Logo, $\Lambda = \lambda t$.

Neste cenário,

$$\lambda = 3.1 \text{d}^{-1} \quad (3)$$

```
lamb <- 3.1
```

Requisitos

Em cada exercício

1. Defina teoricamente a variável aleatória de interesse
2. Especifique teoricamente o modelo probabilístico em causa
3. Explícite teoricamente a probabilidade pedida
4. Calcule a probabilidade pedida, recorrendo a funções R apropriadas.

Resoluções

a)

- a) Qual a probabilidade de, num dia, a procura de X ser no máximo 3?

Seja A o evento de a procura ser no máximo 3 em um dia, temos que:

$$P(A) = P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) \quad (4)$$

Conforme a Eq. 2, temos que:

$$P(A) = \frac{\lambda^0 e^{-\lambda}}{0!} + \frac{\lambda^1 e^{-\lambda}}{1!} + \frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!} + \frac{\lambda^3 e^{-\lambda}}{3!} \quad (5)$$

$$= e^{-\lambda} \left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2} + \frac{\lambda^3}{6} \right) \quad (6)$$

```
print(dpois(0, lamb) + dpois(1, lamb) + dpois(2, lamb) + dpois(3, lamb))
```

```
## [1] 0.6248399
```

```
print(exp(-lamb) * (1 + lamb + lamb^2/2 + lamb^3/6))
```

```
## [1] 0.6248399
```

Logo, a probabilidade de, num dia, a procura de X ser no máximo 3 em um dia é de 0.625.

b)

Qual a probabilidade de, numa semana (7 dias) a procura ser no mínimo 22?

Sendo B o evento de a procura ser no mínimo 22 numa semana, temos que:

$$P(B) = P(X \geq 22) = 1 - P(X < 22) \quad (7)$$

$$= 1 - \sum_{k=0}^{21} P(X = k) \quad (8)$$