

Sabe-se que nos municípios de uma certa região turística, 40% [destes municípios] mais que duplicam a população nos meses de verão.

Suponha que o *acréscimo no consumo de água por cada turista alojado, por dia*, pode ser descrito através de uma variável aleatória $[X]$ com distribuição Normal, de média 0,50 m³ e desvio padrão 0,05 m³.

A função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X com distribuição Normal é dada por:

$$F(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

Logo, a função de distribuição de probabilidade de X é dada por:

$$F(x|\mu = 0.5, \sigma = 0.05) = \frac{1}{0.05\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-0.5)^2}{2(0.05)^2}\right) \quad (2)$$

$$F(x|\mu = 0.5, \sigma = 0.05) = 20(2\pi)^{-1/2} \exp\left(-\frac{(x-0.5)^2}{0.005}\right) \quad (3)$$

a)

Qual a probabilidade do acréscimo no consumo, por turista e por dia, ser inferior a 0,437 m³?

A probabilidade de $P(a < X < b)$ é dada por:

$$P\{a < X \leq b\} = F(b) - F(a) \quad (4)$$

$$= \int_a^b f(t) dt \quad (5)$$

, logo, a probabilidade de X ser inferior a 0,437 m³ é dada por:

$$P\{X < 0,437\} = 20(2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{0.437} \exp\left(-\frac{(t-0.5)^2}{0.005}\right) dt \quad (6)$$

```
intF <- function(x) {
  exp(-((x - 0.5)^2) / 0.005)
}
print(20 * (2 * pi)^(-1/2) * integrate(intF, lower = -Inf, upper = 0.437)$
      value)
```

```
## [1] 0.1038347
```

```
print(pnorm(0.437, mean = 0.5, sd = 0.05, lower.tail = TRUE))
```

```
## [1] 0.1038347
```

b)

Calcule o maior acréscimo de consumo dos 25% menores acréscimos.

Conforme a Eq. 5,

$$P\{X \leq x\} = 0.25 \quad (7)$$

$$20(2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(t-0.5)^2}{0.005}\right) dt = 0.25 \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(t-0.5)^2}{0.005}\right) dt = 0.0125(2\pi)^{1/2} \quad (9)$$