> Suponha a experiência aleatória que consiste em fazer scroll, sem qualquer regra, num banco de fotos genéricas e contar quantas fotos de gatinhos vê em 5 minutos. Ou seja, considere a seguinte variável aleatória X – número de fotos de gatinhos visionadas em 5 minutos. Assuma que está em condições de considerar X como tendo distribuição de Poisson de parâmetro λ

A função de probabilidade de X é dada por:

$$f(k;\lambda) = P\{X = k\} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \tag{1}$$

, sendo λ o número de fotos de gatinhos por $5\,\mathrm{min}$.

a

> Construa a função de probabilidade conjunta de $(X_1, X_2, \ldots, X_1 0)$.

Segundo a *regra da cadeia de probabilidade*, função de distribuição de probabilidade conjunta de 2 variáveis aleatórias X_1, X_2 é dada por:

$$\begin{align} p_{X,Y}(x,y) &= \mathrm{P}\{X = x, Y = y\} \tag{2} \\ &= \mathrm{P}\{Y = y \mid X = x\} \cdot \mathrm{P}\{X = x\} = \mathrm{P}\{X = x \mid Y = y\} \cdot \mathrm{P}\{Y = y\} \tag{3} \end{align}$$

. Esta regra é válida para qualquer número de variáveis aleatórias; ou seja:

$$p_{X_1,X_2,\ldots,X_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \mathrm{P}\{X_1 = x_1, X_2 = x_2, \ldots, X_n = x_n\} \tag{4}$$

Como a amostra é composta por variáveis aleatórias independentes e $\forall (X,Y) \in \mathbb{R}^2 \colon X \perp\!\!\!\perp Y \Rightarrow P\{X \mid Y\} = P\{X\}$, a função de distribuição de probabilidade conjunta é dada por:

$$\begin{align} p_{X_1,X_2,\ldots,X_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= \mathrm{P}\{X_1 = x_1\} \times \mathrm{P}\{X_2 = x_2\} \times \cdots \times \mathrm{P}\{X_n = x_n\} \tag{5} \\ &= \prod_{i=1}^{n} \mathrm{P}\{X_i = x_i\} \tag{6} \end{align}$$

. Logo, a função de probabilidade conjunta de $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_10)$ é dada por:

$$p_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x}) = \prod_{i=1}^{10} \mathrm{P}\{X_i = x_i\} \tag{7}$$

$$= \prod_{i=1}^{10} \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} \tag{8}$$