

```
#libraries
library(tibble)
library(psych)
library(dplyr)
```

O *cutefish* existente numa certa barragem é identificado por 30% de *cutefish* dourado e 70% de *cutefish* prateado.

Seja D o meu acontecimento de, ao escolher um *cutefish* dessa barragem, esse peixe ser dourado, e \bar{D} o peixe ser prateado:

$$P(D) = 30\% = 0.3 \quad (1)$$

$$P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 70\% = 0.7 \quad (2)$$

```
nPeixes <- 10000
probDourado <- 0.3
probPrateado <- 0.7
nPrateado <- probPrateado*nPeixes
nDourado <- probDourado*nPeixes
Peixes <- data.frame(tipo= sample(c(rep("dourado", nDourado), rep("prateado", nPrateado))))
Hmisc::describe(Peixes)
```

```
## Peixes
##
## 1 Variables      10000 Observations
##
-----
```

```
## tipo
##      n missing distinct
## 10000      0         2
##
## Value      dourado prateado
## Frequency    3000    7000
## Proportion    0.3     0.7
##
-----
```

Da experiência passada, sabe-se que 50% de *cutefish* dourado nessa barragem tem peso inferior ao estabelecido nos regulamentos de pesca desportiva, enquanto que, no *cutefish* prateado, esse valor é de 40%.

Sendo W o meu acontecimento de, ao escolher um *cutefish* dessa barragem, esse ter peso inferior ao estabelecido nos regulamentos:

$$P(W | D) = 50\% = 0.5 \quad (3)$$

$$P(W | \bar{D}) = 40\% = 0.4 \quad (4)$$

$$P(\bar{W} | D) = 1 - P(W | D) = 50\% = 0.5 \quad (5)$$

$$P(\bar{W} | \bar{D}) = 1 - P(W | \bar{D}) = 60\% = 0.6 \quad (6)$$

```
probWmidD <- 0.5
probWmidDc <- 0.4
probWcmidD <- 1 - probWmidD
probWcmidDc <- 1 - probWmidDc
Peixes$PesInf <- NA
Peixes[Peixes$tipo == "prateado",]$PesInf <- sample(c(rep(TRUE, nPrateado*
  probWmidDc), rep(FALSE, nPrateado*probWcmidDc)))
Peixes[Peixes$tipo == "dourado",]$PesInf <- sample(c(rep(TRUE, nDourado*
  probWmidD), rep(FALSE, nDourado*probWcmidD)))
by(Peixes, Peixes$tipo, summary)
```

```
## Peixes$tipo: dourado
##      tipo      PesInf
## Length:3000      Mode :logical
## Class :character FALSE:1500
## Mode :character  TRUE :1500
## -----
## Peixes$tipo: prateado
##      tipo      PesInf
## Length:7000      Mode :logical
## Class :character FALSE:4200
## Mode :character  TRUE :2800
```

1

Qual a proporção, naquela barragem, de *cutefish* com peso inferior ao regulamentado?

A proporção de *cutefish* com peso inferior vai ser igual a $P(W)$. Sendo que só existem *cutefish* dourado e prateado na barragem, e sabemos a proporção de que cada um destes são de peso

inferior, a proporção de peixe com menor peso será igual à soma dos peixes dourados e prateados com peso inferior, de atipodo com a **Lei da Probabilidade Total**. Logo:

$$P(W) = P(W | D)P(D) + P(W | \overline{D})P(\overline{D}) \quad (7)$$

$$P(W) = 0.5 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.7 \quad (8)$$

$$P(W) = 0.43 = 43\% \quad (9)$$

```
nrow(Peixes[Peixes$PesInf == TRUE, ])/ nrow(Peixes)
```

```
## [1] 0.43
```

2

Foi capturado um *cutefish* com peso inferior ao regulamentado. Qual a probabilidade de ser do tipo *cutefish* dourado?

Usando o Teorema de Bayes,

$$P(D | W) = \frac{P(W | D)P(D)}{P(W)} \quad (10)$$

$$P(D | W) = \frac{0.5 \cdot 0.3}{0.43} \quad (11)$$

$$P(D | W) = \frac{0.5 \cdot 0.3}{0.43} \quad (12)$$

$$P(D | W) = \frac{15}{43} \approx 0.3488 = 34.88\% \quad (13)$$

```
MASS::as.fractions(nrow(Peixes[Peixes$PesInf == TRUE & Peixes$tipo == "
dourado",]) / nrow(Peixes[Peixes$PesInf == TRUE,]))
```

```
## [1] 15/43
```

3

Qual a probabilidade de um *cutefish* capturado ser dourado e ter peso nos parâmetros desejados para a pesca desportiva?

$$P(D \cap W) = P(D)P(W | D)P(D \cap W) = 0.3 \cdot 0.5P(D \cap W) = 0.15 = 15\% \quad (14)$$

```
nrow(Peixes[Peixes$PesInf == TRUE & Peixes$tipo == "dourado",]) / nrow(
  Peixes)
```

```
## [1] 0.15
```

4

Considere a experiência que consiste em capturar 5 *cutefish* (não interessa a subespécie, dourado ou prateado) e registrar para cada um se tem ou não peso inferior ao regulamentado. ## 4.1 Represente, através de um dataframe adequado, o espaço de resultados associado a esta experiência, com as probabilidades associadas (espaço de probabilidades).

Como cada captura é independente da outra, a probabilidade da captura dos 5 lançamentos será igual multiplicação da probabilidade de cada um dos lançamentos.

```
S <- expand.grid(rep(list(c(0.43, 1-0.43)), 5))
colnames(S) <- paste0("captura", 1:5)

#S <- data.frame(apply(S, 1, function (x){
#  x$probs <- prod(x[paste0("captura", 1:5)])
#  x
#}))
S <- S %>% mutate(prob = captura1* captura2* captura3* captura4* captura5)
S <- S %>% mutate_at(.vars = 1:5, .funs = function (x){
  if_else(x == 0.43, 1, 0)
})
tibble(S)
```

```
## # A tibble: 32 x 6
##   captura1 captura2 captura3 captura4 captura5 prob
##   <dbl>    <dbl>    <dbl>    <dbl>    <dbl> <dbl>
## 1         1         1         1         1         1 0.0147
## 2         0         1         1         1         1 0.0195
## 3         1         0         1         1         1 0.0195
## 4         0         0         1         1         1 0.0258
## 5         1         1         0         1         1 0.0195
## 6         0         1         0         1         1 0.0258
## 7         1         0         0         1         1 0.0258
## 8         0         0         0         1         1 0.0342
## 9         1         1         1         0         1 0.0195
## 10        0         1         1         0         1 0.0258
## # ... with 22 more rows
```

Nesta tabela, 1 indica que o peixe é de peso inferior ao regulamento, e 0 o contrário.

4.2

Explicite a partir do dataframe construído, o acontecimento A – no máximo 2 (dos 5) *cutefish* têm peso inferior ao regulamentado.

```
S$sumProbs <- rowSums(S[1:5])
A <- subset(S, sumProbs <= 2)
print(tibble(A))
```

```
## # A tibble: 16 x 7
##   captura1 captura2 captura3 captura4 captura5 prob sumProbs
##   <dbl>    <dbl>    <dbl>    <dbl>    <dbl> <dbl> <dbl>
## 1         0         0         0         1         1 0.0342     2
## 2         0         0         1         0         1 0.0342     2
## 3         0         1         0         0         1 0.0342     2
## 4         1         0         0         0         1 0.0342     2
## 5         0         0         0         0         1 0.0454     1
## 6         0         0         1         1         0 0.0342     2
## 7         0         1         0         1         0 0.0342     2
## 8         1         0         0         1         0 0.0342     2
## 9         0         0         0         1         0 0.0454     1
## 10        0         1         1         0         0 0.0342     2
## 11        1         0         1         0         0 0.0342     2
## 12        0         0         1         0         0 0.0454     1
## 13        1         1         0         0         0 0.0342     2
## 14        0         1         0         0         0 0.0454     1
## 15        1         0         0         0         0 0.0454     1
## 16        0         0         0         0         0 0.0602     0
```

Calcule a respetiva probabilidade de ocorrência.

```
sum(A$prob)
```

```
## [1] 0.6295451
```