

3 лабораторная работа

Игрок А - руководство предприятия, заинтересованное в минимизации потерь.

Игрок П - природа, приводящая в негодность оборудование в том или ином состоянии.

Стратегии А:

$A_1 = \{ \text{отрапортовать сигнал заводским специалистам} \}$

$A_2 = \{ \text{вызвать специальную бригаду работников} \}$

$A_3 = \{ \text{замена оборудования новым} \}$

Стратегии П:

$P_1 = \{ \text{профилактический ремонт} \}$

$P_2 = \{ \text{замена отдельных деталей и узлов} \}$

$P_3 = \{ \text{капитальный ремонт} \}$

Игра относится к играм с "природой", игрок А действует активно, игрок П действует случайно.

Платежная матрица

| | P_1 | P_2 | P_3 | $\min_{j \in \{1,2,3\}} a_{ij}$ | $\max_{j \in \{1,2,3\}} a_{ij}$ |
|-------|-------|-------|-------|---------------------------------|---------------------------------|
| A_1 | -6 | -10 | -15 | <u>-15</u> | -6 |
| A_2 | -15 | -9 | -18 | -18 | <u>-9</u> |
| A_3 | -13 | -24 | -12 | -24 | <u>-12</u> |

Линия цен игрока (максимум):

$$\alpha = -15$$

Вертикаль цен игрока (минимум):

$$\beta = -12$$

$$\alpha \neq \beta$$

а) Составим оборудование = $\{0,15; 0,55; 0,3; \cancel{0,8}\}$

Балачная матрица

Матрица рисков

| | π_1 | π_2 | π_3 | $\bar{\sigma}_i$ |
|-------|---------|---------|---------|------------------|
| A_1 | -6 | -10 | -15 | -10,9 |
| A_2 | -15 | -9 | -18 | -12,6 |
| A_3 | -13 | -24 | -12 | -18,75 |
| q_i | 0,15 | 0,55 | 0,3 | |

| | π_1 | π_2 | π_3 | \bar{r}_i |
|-------|---------|---------|---------|-------------|
| A_1 | 0 | 1 | 3 | 1,46 |
| A_2 | 9 | 0 | 6 | 3,16 |
| A_3 | 4 | 15 | 0 | 9,3 |
| q_i | 0,15 | 0,55 | 0,3 | |

$$\bar{\sigma}_1 = -(0,15 \cdot 6 + 0,55 \cdot 10 + 0,3 \cdot 15) = -10,9$$

$$\bar{\sigma}_2 = -12,6$$

$$\bar{\sigma}_3 = -18,75$$

Стратегия A_1 наиболее предпочтительна (критерий Баласа)

б) Составим равновесия

В условиях неопределенности используется принцип недостаточного основания Лапласа

Балачная матрица:

| | π_1 | π_2 | π_3 | $\bar{\sigma}_i$ |
|-------|---------|---------|---------|------------------|
| A_1 | -6 | -10 | -15 | -10,9 |
| A_2 | -15 | -9 | -18 | -14 |
| A_3 | -13 | -24 | -12 | -16,3 |

Предпочтительней стратегией будет A_1
(по критерию Лапласа)

б) О вероятностях ничего сказать нельзя

| | π_1 | π_2 | π_3 | $\min_i a_{ij}$ | $\max_i a_{ij}$ | $\lambda = 0,2$ |
|-------|---------|---------|---------|-----------------|-----------------|-----------------|
| A_1 | -6 | -10 | -15 | -15 | -6 | -13,2 |
| A_2 | -15 | -9 | -18 | -18 | -9 | -16,2 |
| A_3 | -13 | -24 | -12 | -24 | -12 | -21,6 |

1) Критерий Вальда:

Каждому максимум из минимумов (стратегия крайнего пессимизма)

Оптимальная стратегия - A_1

2) Критерий Свиджа:

Матрица рисков

| | π_1 | π_2 | π_3 | $\min_i r_{ij}$ | $\max_i r_{ij}$ | $\lambda = 0,2$ |
|-------|---------|---------|---------|-----------------|-----------------|-----------------|
| A_1 | 0 | 1 | 3 | 0 | 3 | 2,4 |
| A_2 | 9 | 0 | 6 | 0 | 3 | 7,2 |
| A_3 | 7 | 15 | 0 | 0 | 15 | 8,4 |

Выбирается стратегия, при которой риск при самом неблагоприятном исходе будет минимальным.

Оптимальная стратегия - A_1

3) Критерий Гурвица

$\max_j (\lambda \min_i a_{ij} + (1-\lambda) \max_i a_{ij})$ Оптимальная стратегия - A_1

$\min_i (\lambda \max_j a_{ij} + (1-\lambda) \min_j a_{ij})$ Оптимальная стратегия - A_1

Вывод: Результаты применения различных критериев совпадают, поэтому мы имеем основание для выбора определенной стратегии — A_1 .

4) Сведение к задаче линейного программирования

Добавим ко всем элементам матрицы константу $M \leq 25$, чтобы цена игры была положительной

| | Π_1 | Π_2 | Π_3 |
|-------|---------|---------|---------|
| A_1 | 19 | 15 | 10 |
| A_2 | 10 | 16 | 7 |
| A_3 | 12 | 1 | 13 |

$$f(y) = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 19y_1 + 15y_2 + 10y_3 \leq 1 \\ 10y_1 + 16y_2 + 7y_3 \leq 1 \\ 12y_1 + 1y_2 + 13y_3 \leq 1 \end{cases}, y_i \geq 0, i=1,3$$

Мат. модель для A :

$$z = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 19x_1 + 10x_2 + 12x_3 \geq 1 \\ 15x_1 + 16x_2 + 7x_3 \geq 1 \\ 10x_1 + 7x_2 + 13x_3 \geq 1 \end{cases}$$

Математическая модель для Π

$$y^* = (0; 0,016; 0,076)$$

$$x^* = (0,065; 0; 0,021)$$

Результаты решения
с помощью использования
программы Excel

$$f(y^*) = 0,092$$

$$V = 1/f(y^*) = 10,87$$

$$q^* = V \cdot y^* = (0; 0,174; 0,826)$$

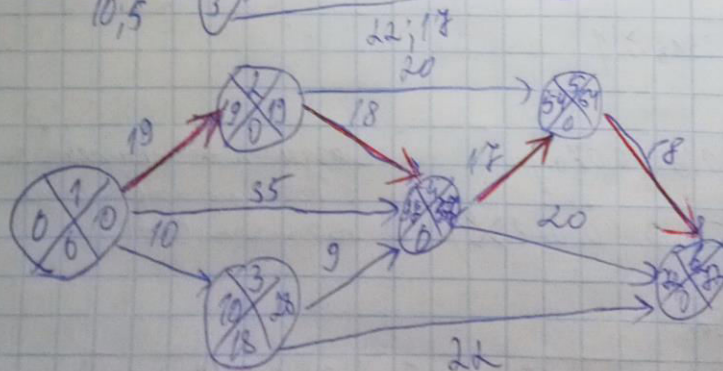
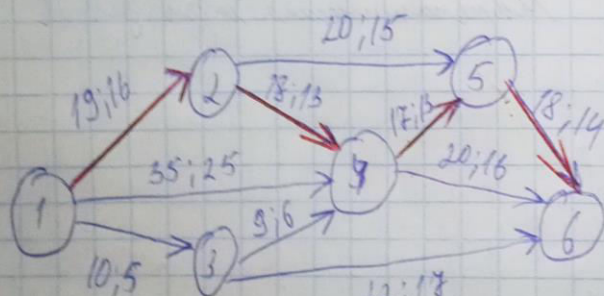
$$p^* = V \cdot x^* = (0,807; 0,293)$$

Минимум M от критерия генератора

$$U^* = U - M = -14,13 \text{ (критерий выигрыша } -16 \text{ и } -12)$$

Задача 2

| v | Ресурсы | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 2,4 | 2,5 | 3,4 | 3,6 | 4,5 | 4,6 | 5,6 | Σ |
|-----|---------------|------|------|-----|-----|------|------|------|-----|-----|-----|----------|
| 4 | Δ_i | 19 | 10 | 35 | 18 | 20 | 9 | 22 | 17 | 20 | 18 | |
| | Δ_{ij} | 16 | 5 | 25 | 13 | 15 | 6 | 17 | 13 | 16 | 14 | 60 |
| | K_{ij} | 0,25 | 0,07 | 0,1 | 0,2 | 0,15 | 0,15 | 0,06 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | |



1) Кривизна рис - 1-2-4-5-6 (Lup)

$t_{pr} = 72$

Анализ сетевой модели.

| Работа | $t_p(i)$ | $t_p(j)$ | $t_n(i)$ | $t_n(j)$ | t_{ij} | R_{ij} | $R_{ij}(i,j)$ | $R'(i,j)$ | $R''(i,j)$ |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------------|-----------|------------|
| 1,2 | 0 | 19 | 0 | 19 | 19 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,3 | 0 | 10 | 18 | 28 | 10 | 18 | 0 | 18 | 0 |
| 1,4 | 0 | 36 | 2 | 38 | 36 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2,4 | 19 | 38 | 19 | 38 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2,5 | 19 | 39 | 34 | 54 | 20 | 15 | 15 | 15 | 15 |
| 3,4 | 10 | 19 | 28 | 38 | 9 | 18 | 0 | 0 | 18 |
| 3,6 | 10 | 32 | 50 | 72 | 22 | 40 | 22 | 22 | 40 |
| 4,5 | 36 | 54 | 38 | 54 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4,6 | 36 | 58 | 52 | 72 | 20 | 15 | 15 | 15 | 15 |
| 5,6 | 54 | 72 | 54 | 72 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$$t_p(i,j) = t_p(i)$$

$$t_p''(i,j) = t_p(i) + t_{ij}$$

$$t_n(i,j) = t_n(j) - t_{ij}$$

$$t_n''(i,j) = t_n(j)$$

$$R_n(i,j) = t_n(j) - t_p(i) - t_{ij}$$

$$R_{ij}(i,j) = t_p(j) - t_n(i) - t_{ij}$$

$$R'(i,j) = t_n(j) - t_n(i) - t_{ij}$$

$$R''(i,j) = t_p(j) - t_p(i) - t_{ij}$$

Составление мат. модели задачи:

Целевая функция:

$$J = \pi_{12} + \pi_{13} + \pi_{14} + \pi_{24} + \pi_{25} + \pi_{34} + \pi_{36} + \pi_{45} + \pi_{46} + \pi_{56} \rightarrow \min$$

Ограничения:

а) Срок выполнения не должен превышать $t_0 = 60$

$$\begin{cases} t_{56}^0 \leq 60 \\ t_{46}^0 \leq 60 \\ t_{56}^0 \leq 60 \end{cases}$$

б) Прог-ты выполнения работ $>$ мин. времени выполнения данных работ

$$\begin{aligned} t_{12}^0 - t_{12}^H &> 16 & t_{34}^0 - t_{34}^H &> 6 \\ t_{13}^0 - t_{13}^H &> 5 & t_{36}^0 - t_{36}^H &> 12 \\ t_{14}^0 - t_{14}^H &> 25 & t_{45}^0 - t_{45}^H &> 13 \\ t_{24}^0 - t_{24}^H &> 13 & t_{46}^0 - t_{46}^H &> 16 \\ t_{25}^0 - t_{25}^H &> 15 & t_{56}^0 - t_{56}^H &> 17 \end{aligned}$$

в) Зависимость прог. работ от вложенных средств:

$$\begin{aligned} t_{12}^0 - t_{12}^H &= 19 - 0,25 \pi_{12} & t_{34}^0 - t_{34}^H &= 9 - 0,15 \pi_{34} \\ t_{13}^0 - t_{13}^H &= 10 - 0,07 \pi_{13} & t_{36}^0 - t_{36}^H &= 22 - 0,06 \pi_{36} \\ t_{14}^0 - t_{14}^H &= 35 - 0,1 \pi_{14} & t_{45}^0 - t_{45}^H &= 12 - 0,1 \pi_{45} \\ t_{24}^0 - t_{24}^H &= 18 - 0,2 \pi_{24} & t_{46}^0 - t_{46}^H &= 20 - 0,2 \pi_{46} \\ t_{25}^0 - t_{25}^H &= 20 - 0,15 \pi_{25} & t_{56}^0 - t_{56}^H &= 18 - 0,1 \pi_{56} \end{aligned}$$



2) t^H rangea radona $< t^0$ apas radona

$$t^H_{12} = t^H_{13} = t^H_{14} = 0$$

$$t^H_{25} > t^0_{12}$$

$$t^H_{24} > t^0_{12}$$

$$t^H_{34} > t^0_{13}$$

$$t^H_{45} > t^0_{24} \quad t^H_{45} > t^0_{34} \quad t^H_{45} > t^0_{34}$$

$$t^H_{46} > t^0_{24} \quad t^H_{46} > t^0_{34} \quad t^H_{46} > t^0_{34}$$

$$t^H_{36} > t^0_{13}$$

$$t^H_{56} > t^0_{25} \quad t^H_{56} > t^0_{45}$$

Temus zagary b MS Excel, rasyana aug. gromenis

$$\pi_{12} = 12 \quad \pi_{15} = 0 \quad \pi_{14} = 20 \quad \pi_{24} = 5 \quad \pi_{25} = 0 \quad \pi_{34} = 0$$

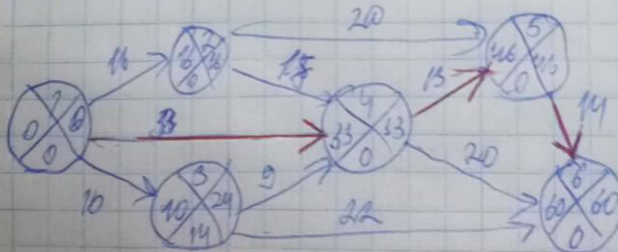
$$\pi_{36} = 0 \quad \pi_{45} = 10 \quad \pi_{46} = 0 \quad \pi_{56} = 40$$

$$t^H_{12} = 0 \quad t^0_{12} = 16 \quad t^H_{13} = 0 \quad t^0_{13} = 10 \quad t^H_{14} = 0, \quad t^0_{14} = 33$$

$$t^H_{24} = 16 \quad t^0_{24} = 33 \quad t^H_{25} = 26 \quad t^0_{25} = 46 \quad t^H_{34} = 24 \quad t^0_{34} = 33$$

$$t^H_{36} = 40 \quad t^0_{36} = 32 \quad t^H_{45} = 33 \quad t^0_{45} = 46 \quad t^H_{46} = 33 \quad t^0_{46} = 53$$

$$t^H_{56} = 46 \quad t^0_{56} = 60$$



После оптимизации $t_{кр} = 60$, что не превышает $t_0 = 60$

$L_{кр} = 1-4-5-6$

Чтобы уложиться в заданный срок, необходимо дополнительно вложить 88 денежных ед.:

$(1,2) - 12$ ден. ед.

$(1,4) - 20$ ден. ед.

$(2,4) - 5$ ден. ед.

$(4,5) - 10$ ден. ед.

$(5,6) - 40$ ден. ед.

Это приведет к сокращению:

$(1,2) - 3$ дня

$(1,4) - 2$ дня

$(2,4) - 1$ день

$(4,5) - 4$ дня

$(5,6) - 9$ дней

Сокращение срока выполнения всей работы за счет вложения дополнительных средств - 12 дней