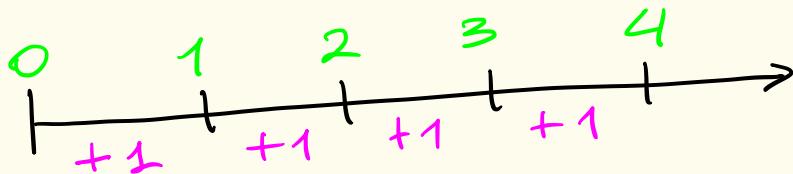


Guitar

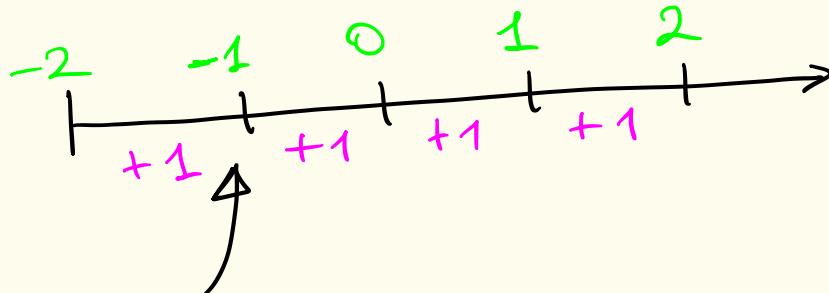


Qué es Contar?

Contar es dar pasos de +1:



Si en el paso 0 estoy en 0, dónde
estaba hace un paso?



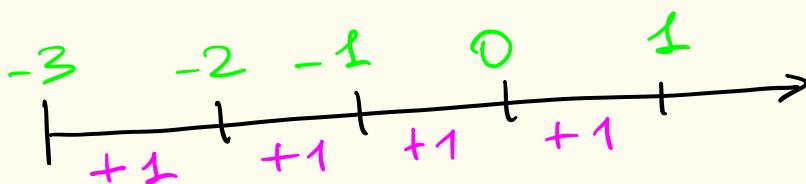
En -1 porque $-1 + 1 = 0$.

Entonces, dónde estaría hace 3 pasos?

No se, hace uno en -1 y antes de ese... en -2 ?

$$-2 + 1 = -1, \text{ si.}$$

Hace 3 estaría en -3 .



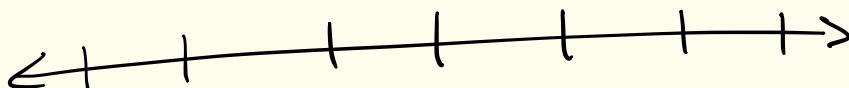
OK. No parece tan complicado.

Antes de seguir necesito explicar los dibujos.

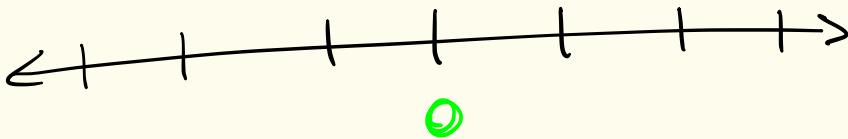
Voy a dar los pasos en línea recta



Voy a marcar los pasos sobre la línea:

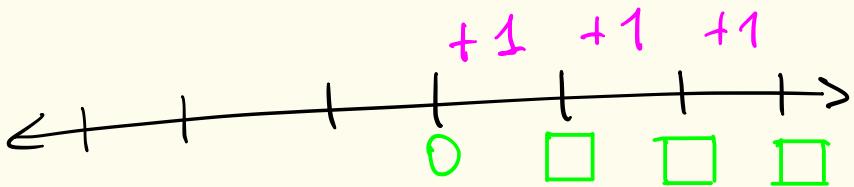


Ahora, normalmente das un paso
a la vez caminando en algún
lado. le voy a llamar O al
lugar donde camineo - aunque
después le puedo poner otro nombre
si quiero.

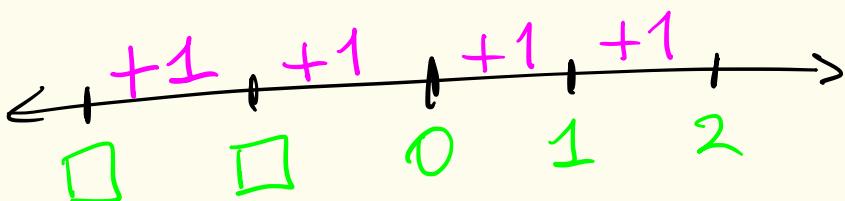


Se acuerdan que
vamos a dar pasos de +1?

Pueden llenar el siguiente diagrama:



Pueden llenar este?



OK. Pueden explicar que
significa -2?

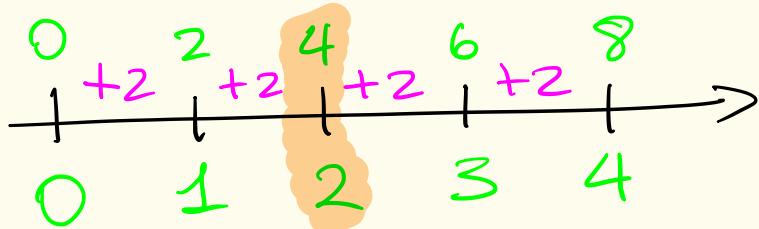
Multiplicar

OK. No parecen complicado

Contar: solo soy pasos de +1

Ade más puedo preguntar me dónde
estaba hace 3 pasos y ese
tipo de cosas. Solo tengo
que acordarme de contar
en 0-

Qué pasa si soy pasos de
+ 2 ?



Luego de 2 pasos estoy en 4!

Con la antigua forma de caminar estuve en 2.

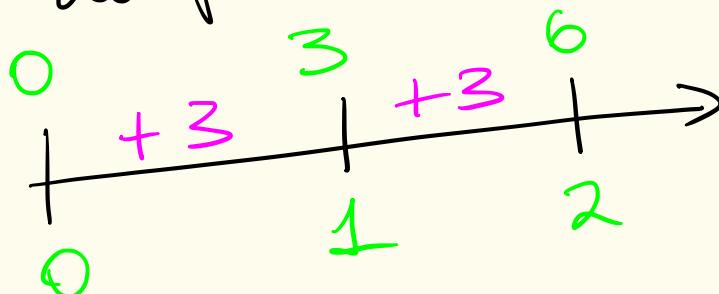
Para tener las dos rayas a poner la forma con las abajo y la nueva arriba.

Cantar con pasos de +2
se llama multiplicar por 2.

- 2×2 son dos pasos de +2.
- 3×2 son tres pasos de +2
 - o si quieren $2+2+2=6$.

Qué es 2×3 ?

Son dos pasos de +3.



Es lo mismo que 3×2 , seis.

No parece tan complicado.

Además son duros cuenta empezando a dar pasos tan grandes como queremos: +2, +3, +4, +5, ...

Por ejemplo 3×4 son tres pasos de +4 - que es 12.

Hagan el dibujo para 3×4 .

No crean en nada de lo que digo... bueno no se trata tanto de creer. Si piensan que digo algo interesante traten de entender

los detalles. Eso es hacer matemáticas!

Dividir

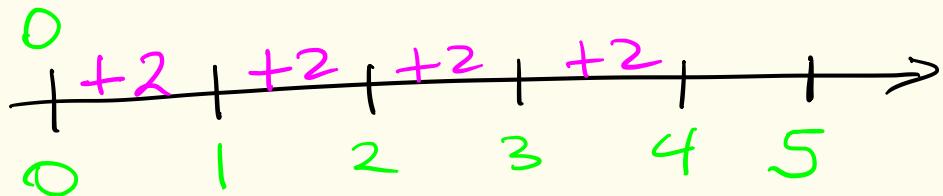
$$8/2$$

Se lee ocho sobre dos.

Ocho es el lugar al que quiero llegar dando pasos de +2.

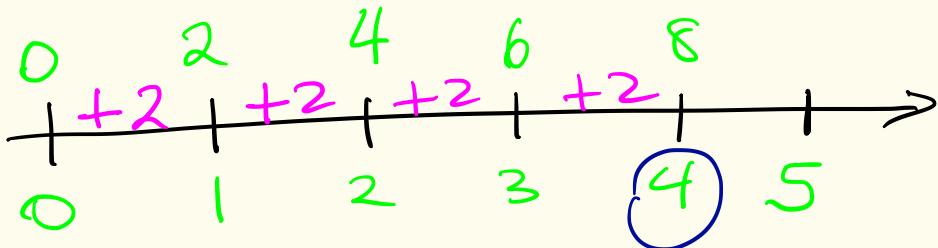
Ocho sobre dos es el número de pasos de +2 que tengo que dar para llegar a 8.

Al corriente el diagrama se ve así:



Solo se danle corriente = 0 -
y el tamaño de los pasos
que voy a dar: +2.

Demos algunos pasos:

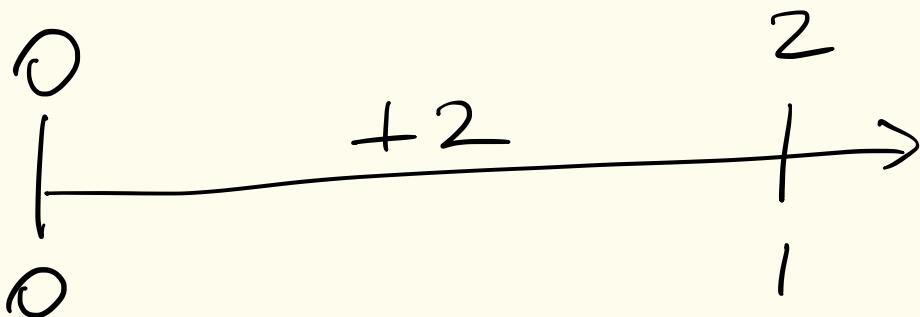


Con 4 pasos de +2 llegué a 8!

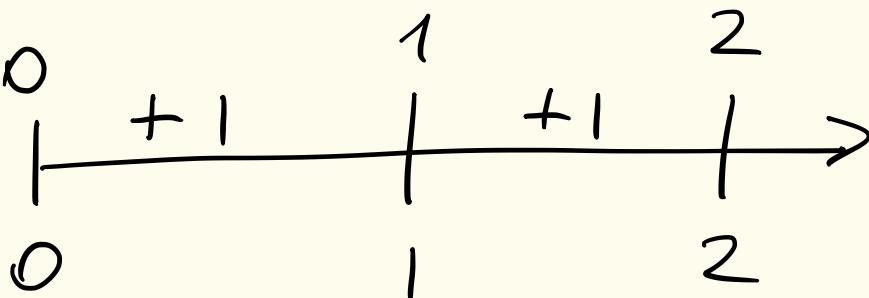
Puedo escribir $8/2 = 4$.

Qué es $1/2$?

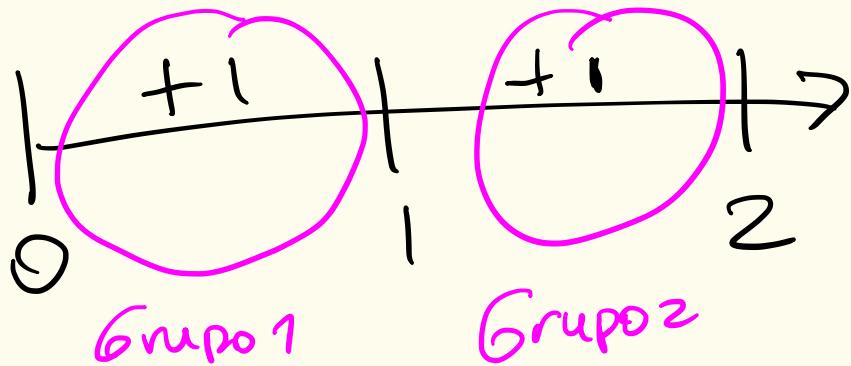
Explicar
fracciones
aquí.



Un paso de $+2$ es como dar dos pasos de $+1$.



Para dar la $\frac{1}{2}$ de dos pasos hago dos grupos de pasos:



y solo dey los pasos del primer grupo. En el gráfico si dey los cuádrados de los pasos llego a +1.
Otra forma de decir esto es

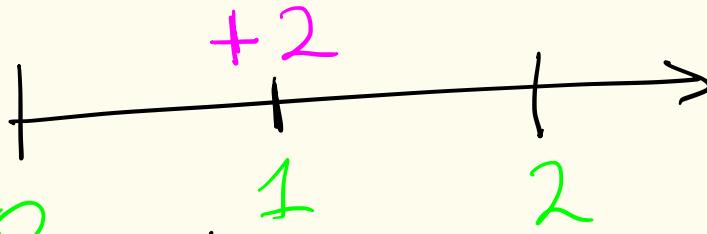
que la mitad de un paso de +2 es un paso de +1.

Entonces, ¿cuántos pasos de +2 tengo que dar para llegar a

1? Un paso de +1 ó un medio paso. ¡ $1/2 = 1/2$!

OK. Quiero llegar a 1 dando
pasos de $\frac{1}{2}$.
Solo tengo que dar me dio
Paso! $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$?

En este caso es interesante
hacer un dibujo:



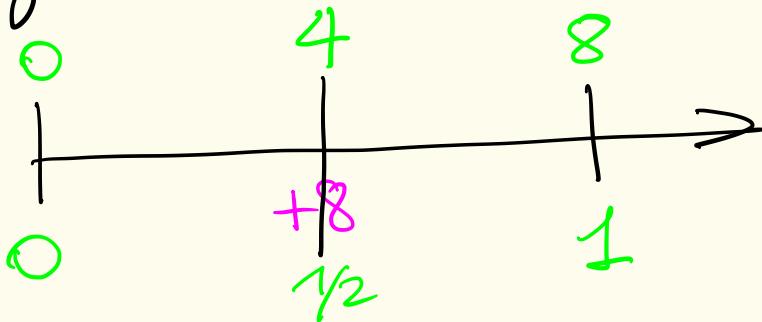
Llegar a 1 es dar una unidad
de paso por eso $\frac{1}{2}$ se lee
un medio.

Qué nombre le pondría a $\frac{3}{2}$?

Qué es $\frac{4}{8}$?

? seguir
12/12/2018

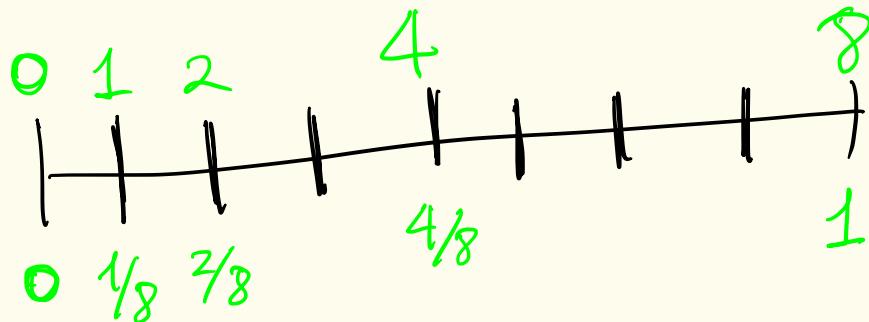
El número de pasos de +8
que tengo que dar para
llegar a 4.



$\frac{4}{8}$ es medio paso!

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

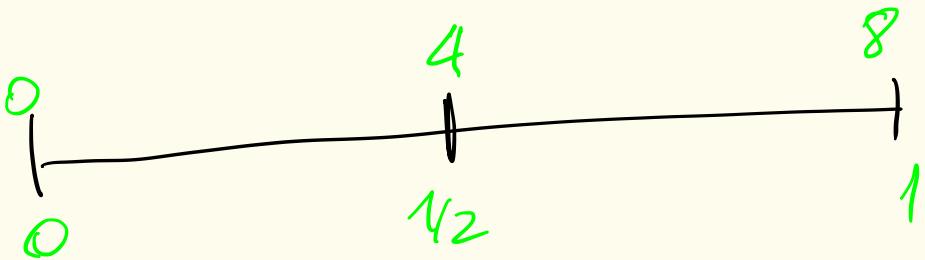
En el primero voy a dar 8 pasos. Si un paso entero es +8, cada paso es de $+1/8$.



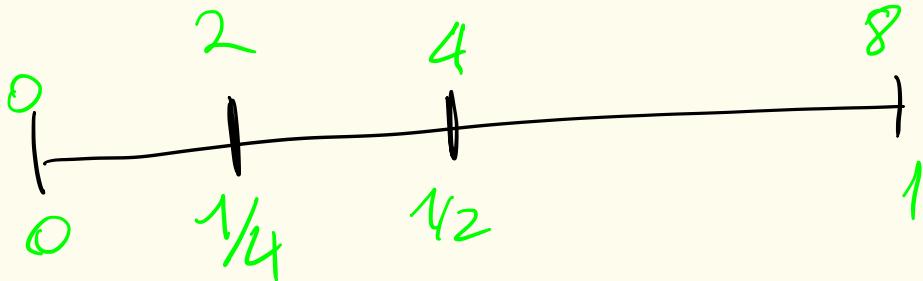
Para llegar a 2 voy los de los otros pasos.

Para dibujar el segundo diagrama voy a dividir las líneas varias veces.

Llego de un $\frac{1}{2}$ paso de $+8$
estoy en 4.



y si solo camino la mitad
de la mitad llego a 2.



$$\left(\frac{1}{2}\right)/2 = \frac{1}{4} \text{. Entonces } \frac{3}{8} = \frac{1}{4}.$$

Entonces $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Hay otra división que sea $\frac{1}{2}$?

Qué tal $\frac{6}{3}$ ó $\frac{14}{7}$?

Por qué $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$?

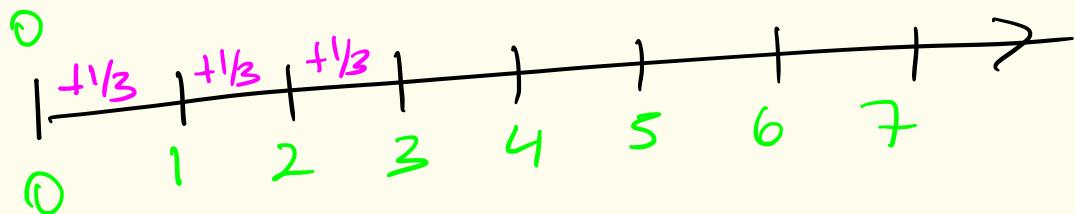
Quiero llegar a 2 dando pasos de $\frac{1}{8}$.

Puedo hacer dos diagramas.

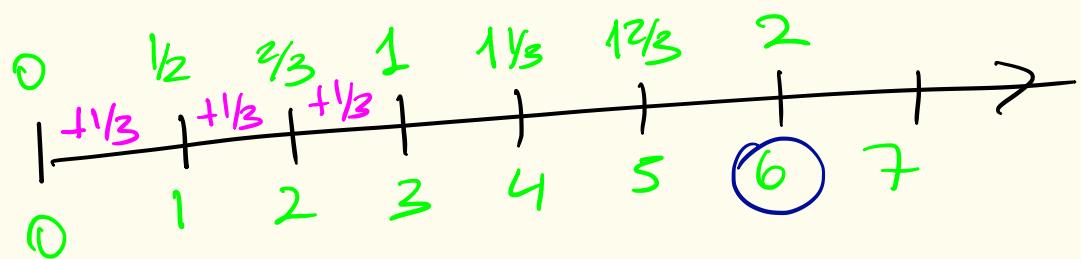
Que creen que es $2\frac{1}{3}$?

Me dividi de decirles que necesitan
dar pasos de $+\frac{1}{3}$.

Cuántos pasos de $+\frac{1}{3}$ tengo
que dar para llegar a 2?



Voy a dibujar 7 pasos por si
acaso, creo que en este caso es
mejor ir lejos para tener una vista
panorámica del problema.



$$2/(1/3) = 6!$$

Ok. Si quieren resuelvan

$6/3$, $8/1$, y nose--.

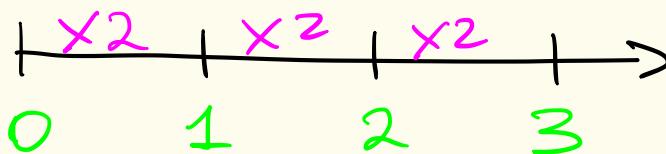
$10/2$.

Hagan los diagramas que les parezcan interesantes o los que crean necesarios.

Potencias

Vamos a dar pasos de x^n .

Por ejemplo puedo dar 3 pasos de x^2 - Se escribe z^3 .



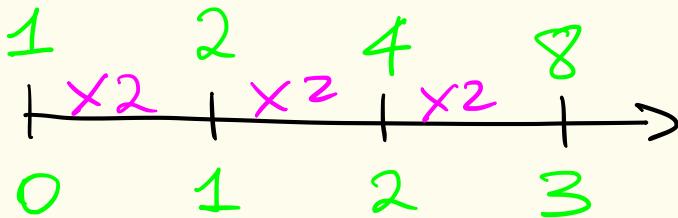
dejar que
 $z^0 = 1$
por convención

Cierto! Dónde cae esto?

En 0? No, si cae en 0, me quedo en 0 - Pueden decirme por qué.

Para las potencias Vamos a centrar

en 1.



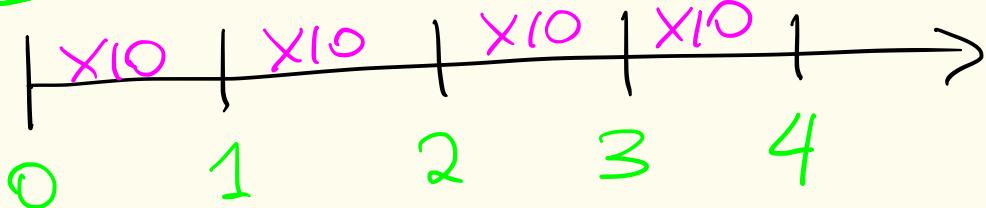
Entonces, $2^3 = 8$.

Problemos otra potencia. Ahora damos 4 pasos de $\times 10$,

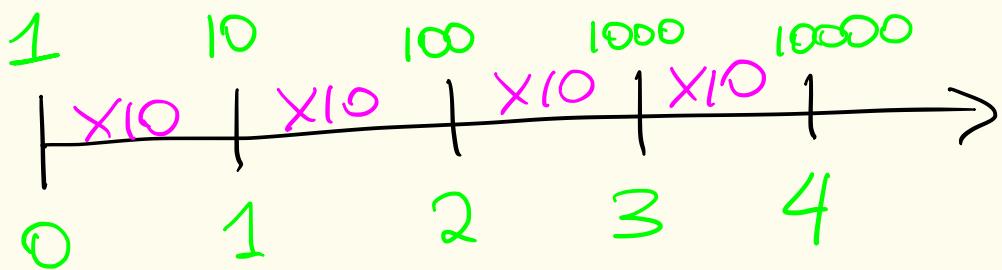
se escribe 10^4 .

Ese es un número grande?

1



OK, 4 pasos de $\times 10$ y
convierto en 1. Completemos
el diagrama:



Goal: $10^4 = 10000$!

Cómo escribo 10^{12} ?

Puedo poner un 1 y luego ...
12 ceros. Es un poco complicado
o mas bien largo!

Creo que es mejor escribir 10^{12} .

Qué piensan?

Volviendo al tema, para las potencias escribimos (tamaño del paso) ^{número de pasos}.

Como antes podemos cambiar:

- el tamaño del paso;
- número de pasos.

Además podemos usar números como 1, 2, etc y otros como $1/2$, $\frac{8}{3}$.

Conviene más cambiando el
número de pasos — es una
fácil convención con esto.

Sino me creen traten de
entender $(1/2)^3$.

OK!

Qué es $(2)^{-1}$?

No sé! Pensemos un rato.

Puedo decir 2 cosas:

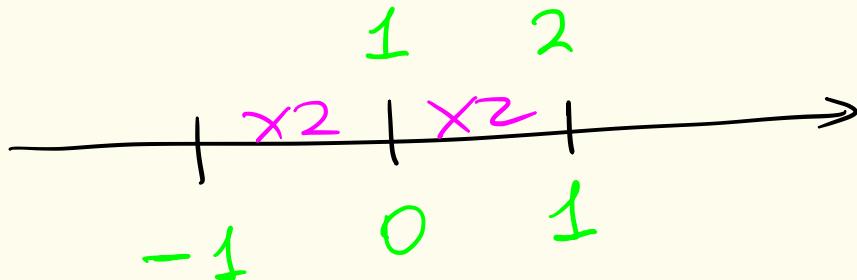
- Voy a dar pasos de $\times 2$.

y ...

- Voy a dar... -1 pasos ???

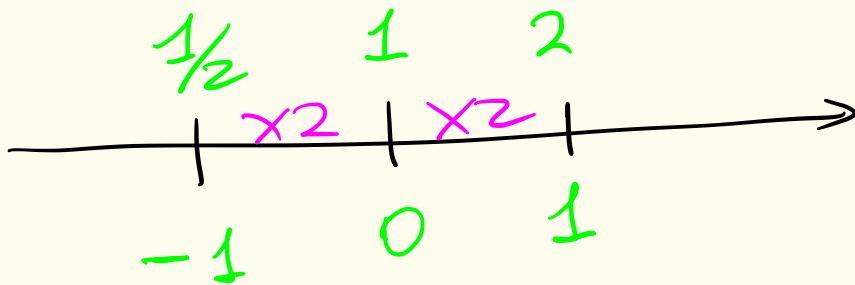
Pero qué significa -1 pasos?

No es tan complicado es
un paso antes del primero
que cuando caminábamos
en +1s. Voy a hacer
un diagrama:



OK. Si en el paso 0 estoy 1, hace un paso estaba en un número que multiplicado por 2 es 1 - si nos imaginamos que di un paso antes.

Entonces,



$$2^{-1} = \frac{1}{2} \text{ porque } \frac{1}{2} \times 2 = 1.$$

$$2 \times 2 = 4 \quad \text{dos pasos de } +2$$
$$2 \times 3 = 6 \quad - \text{pasos de } +3$$
$$2 \times \text{Algo} = 1 \quad \text{dos pasos de } +\text{Algo}$$

Doy dos pasos de x Algo y
llego a 1. De qué tamaño
ser los pasos? $1\frac{1}{2}$!

Sin embargo están de acuerdo con esto
tomen la ecuación $2^{-1} = \frac{1}{2}$
como una definición.

Luego vamos a definir estas
propiedades mas en detalle,
ahora lo importante es
tener una idea de como
funcionan las potencias y eso.

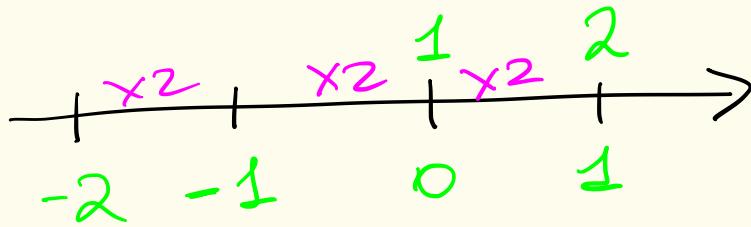
Si quieren practiquemos un poco. **Qué es 3^{-1} ?**

Un número que multiplicado por 3 es 1. Entonces, $3^{-1} = \frac{1}{3}$.

De igual manera $10^{-1} = \frac{1}{10}$, $5^{-1} = \frac{1}{5}$ y así.

Algunos creen que vale 2^{-2} ?

- Voy a dar pasos de x^2 .
- Quiero estar dos pasos antes de donde estaba al comienzo.



Ya sabemos dónde estábamos un paso antes del contador:

en 2^{-1} ó $\frac{1}{2}$.

Otra forma de pensar en 2^{-2} es dónde estábamos un paso antes de $2^{-1} = \frac{1}{2}$.

¿Cuál es un número que multiplicado por 2 es $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{4}$!

Entonces, $2^{-2} = \frac{1}{4}$.

Pero en realidad debemos
mas: $2^{-2} = (2^{-1})^{-1}$ un paso
antes de 2^{-1} . { Seguir ~~añadir~~

Qué significa $(2^2)^3$?

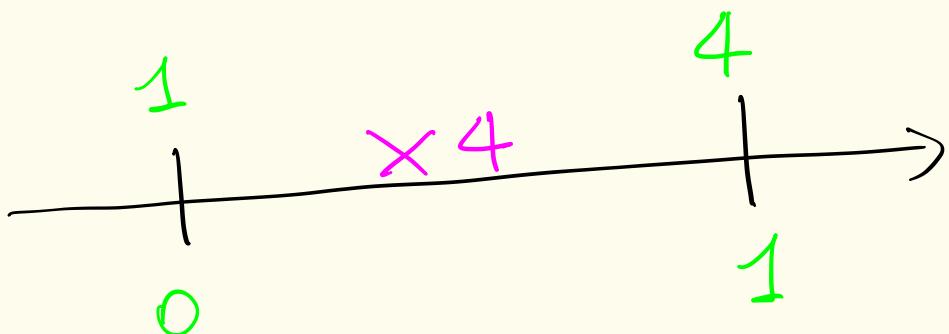
Dónde estoy luego de $(2^2)^{22}$

Ok. Probemos algo un poco
más raro. Cómo se da un
medio paso de $\times 4$?

No se todavía pero se cono
se escribe $4^{\text{medio paso}}$ o $4^{\frac{1}{2}}$.

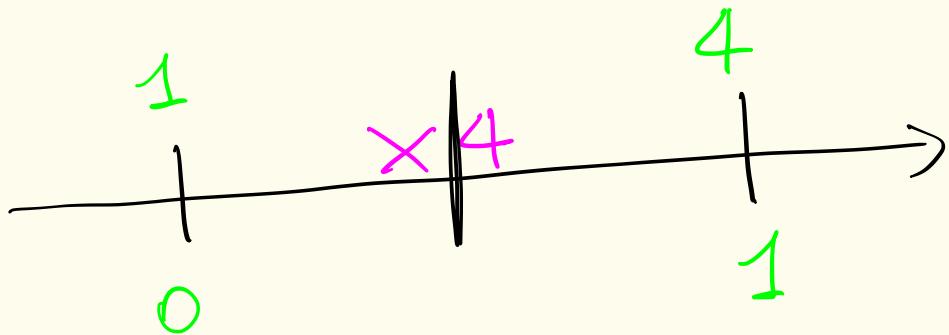
Hagamos un diagrama:

- Comienzo en 1.



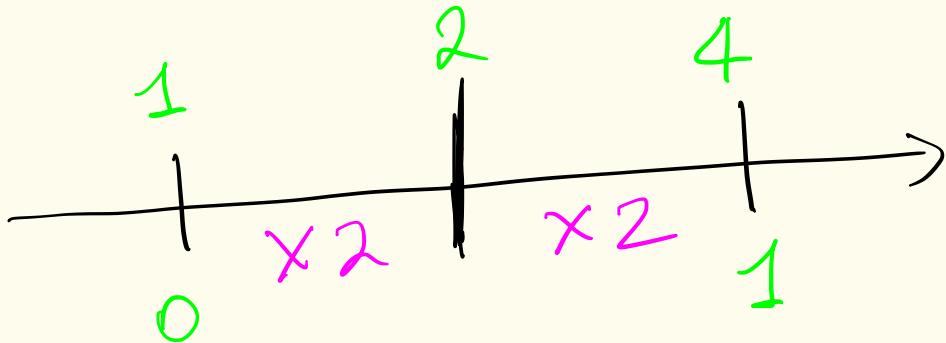
Dónde dibujarían el medio
paso?

En la ciudad !



Entonces si das dos medios
pasos llego a 4 .

De qué tamaño son esos medios
pasos ? De $\times 2$!



Llego de los pasos de x^2
llego a 4. Entonces

$$4^{1/2} = 2.$$

Si quieren $4^{1/2}$ = resultado ^{1/pasos}.
y la pregunta es, si quiero
llegar a algún sitio con un
número de paso

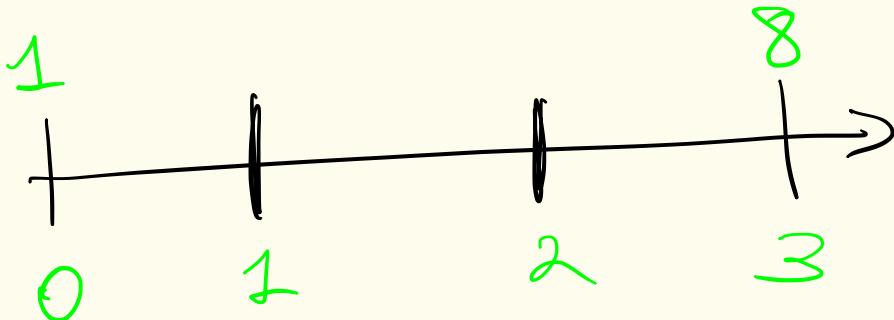
Qué tipo de pasos tengo que dar?

Problema: $8^{\frac{1}{3}}$.

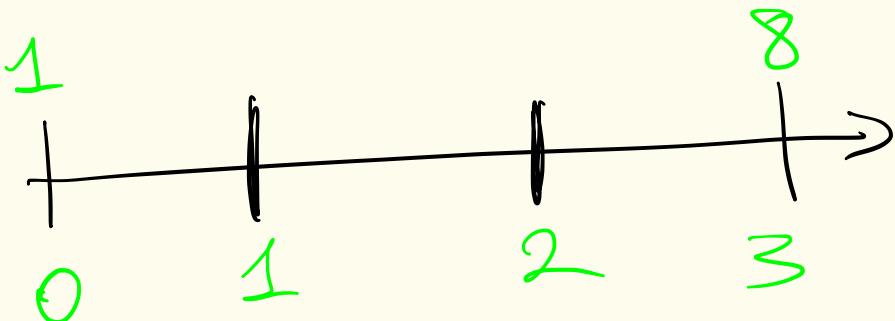
Voy a dar pasos de $\times 8$.

Pero solo quiero dar un tercio.

Dicho de otra forma: quiero llegar a 8 dando 3 pasos:



Qué tipo de pasos tengo que dar?



Podemos probar.

Creer que son pasos de $\times 1$?

A ver $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$. No.

Pasos de $\times 2$?

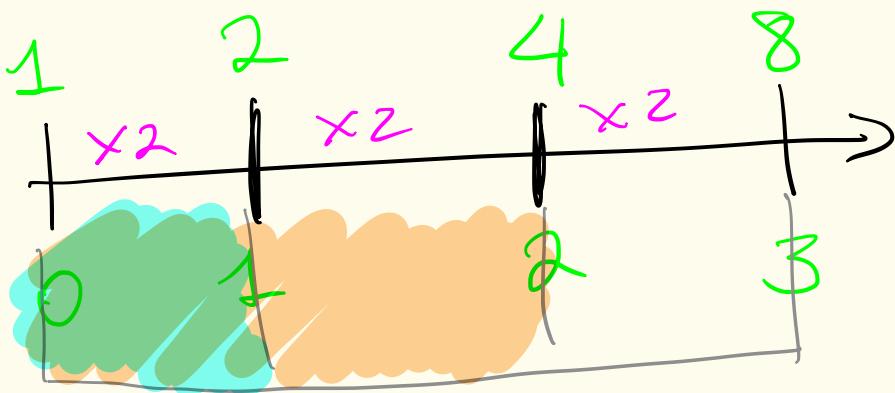
$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

Sí!

Tengo que dar pasos de $\times 2$ si quiero llegar en 3 pasos a 8.

Entonces, $8^{1/3} = 2$.

Tenemos el siguiente diagrama:



Pueden explicar por qué

$$8^{2/3} = 4?$$

Un ejemplo : Crecimiento exponencial

Ya sabemos como hacer algunas cosas. ¿Qué tal si tratamos de entender un ejemplo?

No se si saben esto pero los primeros organismos vivos en la Tierra son las bacterias.

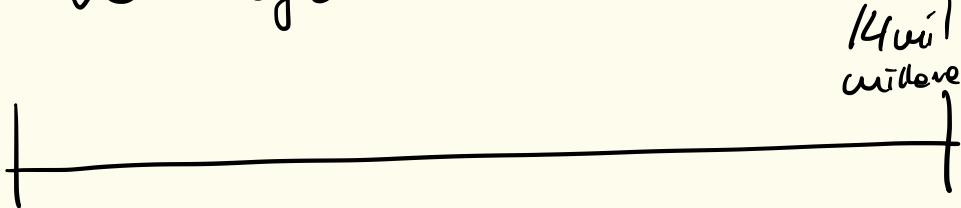
Aerto! Antes de seguir qué tal
si hacemos un diagrama con
la edad del universo, la
tierra, las bacterias,
los dinosaurios —que son cool—
y los humanos. Tíeee jajas?

Yo sí.

El universo tiene mas o menos
14 mil millones de años!

Sí quieren es 14 y 10^{3+6}
ceros: 3 para mil y 6 para millones!

Cool: entonces, nuestro diagrama
se ve algo así



Y nuestro planeta? Mas o
menos 4 mil millones
— que no sea 4000 años,
cierto?

Dónde ponemos el nacimiento
de la Tierra?

Depende de como contemos:

Podemos comenzar en 0 y dar pasos de +1s.

Podemos comenzar en 1 y dar pasos de x algo.

Yo creo que en este ejemplo las dos perspectivas son útiles. Si les ocurre por qué? Sino, no importa. Como solo son dos opciones podemos probar las dos y ver que aprendemos.

Qué les parece $\frac{4}{14}$?

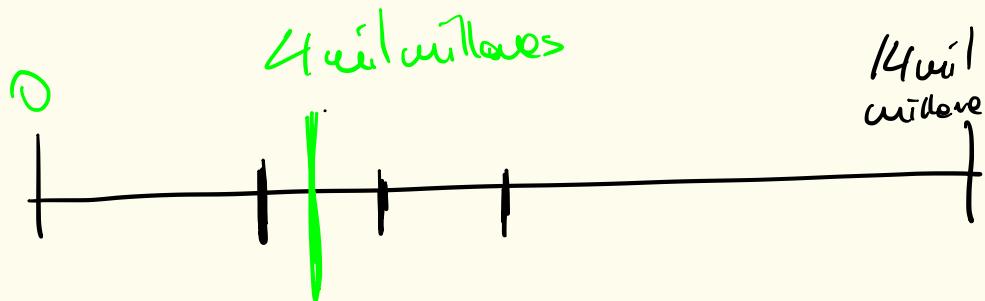
Bien, se acuerden de qué significa?

Qué es 4 si cuentos en $\frac{1}{14}$ s.

$\frac{4}{14}$ de toda la edad del universo.

Creo que es mejor escribir $\frac{2}{7}$ que es lo mismo que $\frac{4}{14}$.

Por qué?



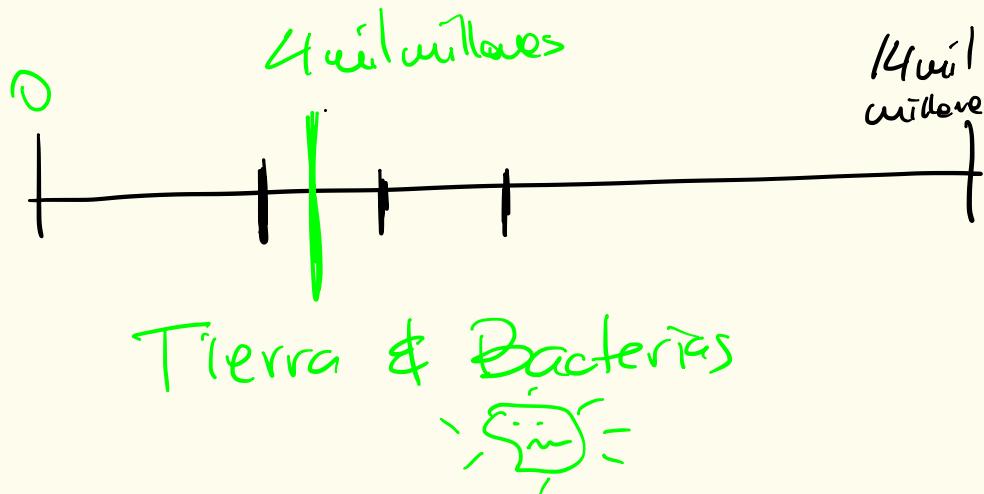
Entonces, la tierra apareció en la segunda mitad de la historia del universo.

Pueden decir de manera más precisa qué tan vieja es la Tierra con respecto a la edad del universo?

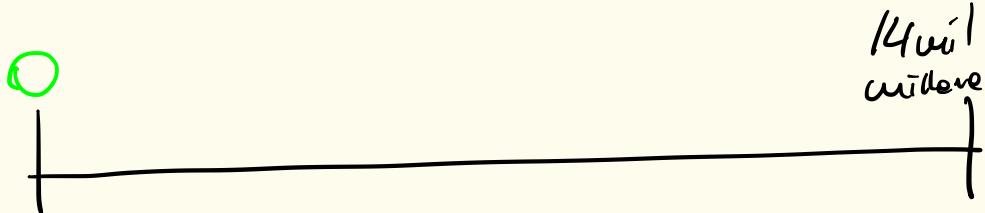
Entonces, pasaron $4/7$ de la historia del universo antes de que la tierra exista!

¿Cuándo aparecen las bacterias?

Las bacterias son casi tan antiguas como la tierra.



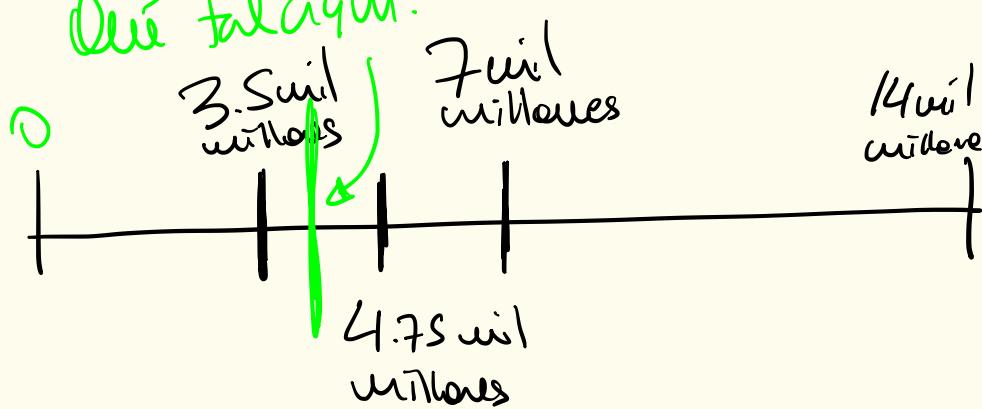
Si comenzamos en 0 el
Diagrama es:



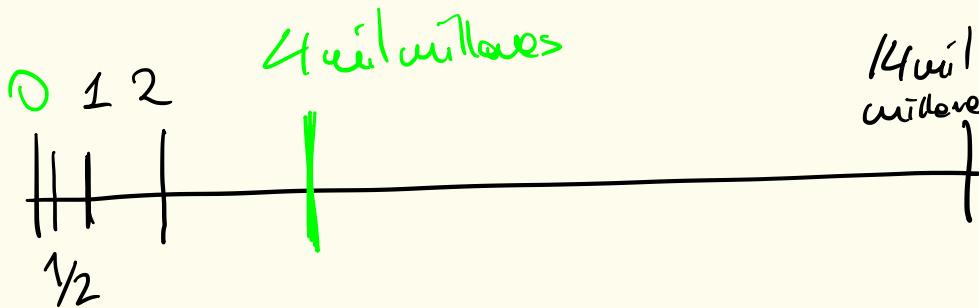
Un poco difícil de construir.

A ver, dónde pondrían el
nacimiento de la fierva?

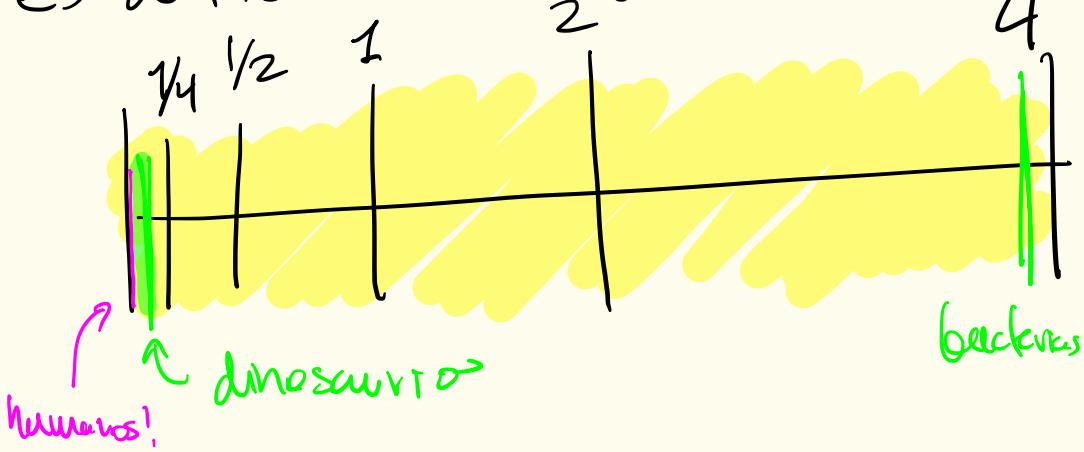
Dónde tal vez?



Las transnacionales de los dinosaurios
dominaron la
tierra hace 200 millones de
años y se extinguieron hace
60.



Es difícil de dibujar!



Hay alguna manera mas clara de hacer el fibrajo?

- 14 mil millones es mas o meno
 14×10^9 .

- 4.5 mil millones es mas o meno
 4.5×10^9 .

- Bacterias 4×10^9

- Dinosaurios: 2×10^8

- Humanos: 2.5×10^6



Este dibujo es bastante complicado también. En todo caso podemos decir que las bacterias son 1000 veces más antiguas que los humanos.

Una persona vive mas o menos 100 años ó 10^2 .

En el segundo dibujo es mas fácil ver todo: podemos ver el universo; la tierra de las bacterias; los dinosaurios y finalmente nos podemos ver también!

Solo tenemos que recordarlos que los pasos son de 100 y que algunas cosas del diagrama son mucho mas pequeñas de lo que parecen: como la vida de una persona comparada con la edad del planeta.

En el primer diagrama es difícil ver todo al mismo tiempo pero las escalas son más fáciles de interpretar.

Si queremos, es complicado ver cosas muy grandes o muy pequeñas. Poner todo en una línea es una forma de comenzar a entender.

Qué cosas son muy grandes o muy pequeñas? Pueden hacer un diagrama?

Por qué no investigan la
escala de Richter? ¿Qué tipo
de diagrama es? Por qué?

Logaritmos

Hasta ahora siempre hemos trabajado con el # de pasos y su tamaño.

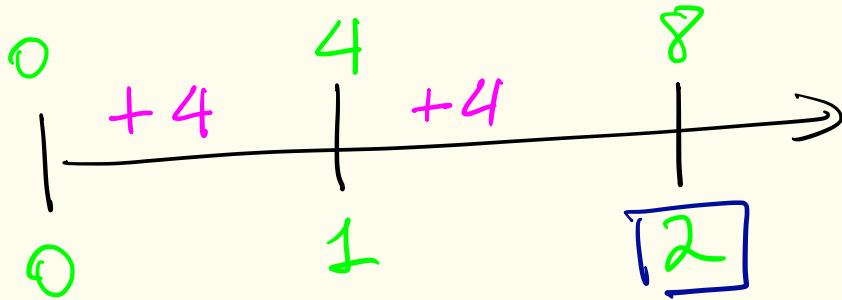
Juguemos el siguiente juego:

Si conozco el tamaño de los pasos y el lugar al que quiero llegar, cuántos pasos tengo que dar?

Dos casos:

① Pasos de + algo

Por ejemplo, quiero llegar a 8 dando pasos de +4. Cuántos tengo que dar?



Dos pasos. ¿Qué tal si escribimos $N_{+4}(8)$
para decir el # de pasos de
+4 para llegar a 8?

Ya estudiaron este caso si
quieren $N_{+4}(8) = 8/4 = 2$.

La respuesta es división. Entonces,
usemos esa notación.

Por qué no prueben cuando:

quiero llegar a 10 en:

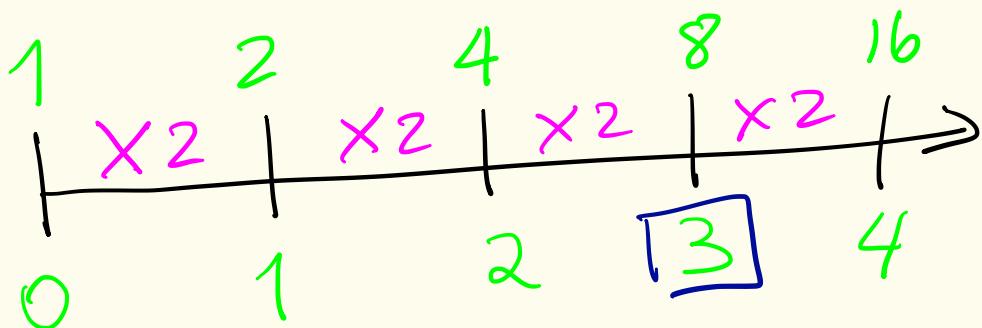
- pasos de +2.
- pasos de +3.

cuál es más difícil?

② Pasos de \times algo:

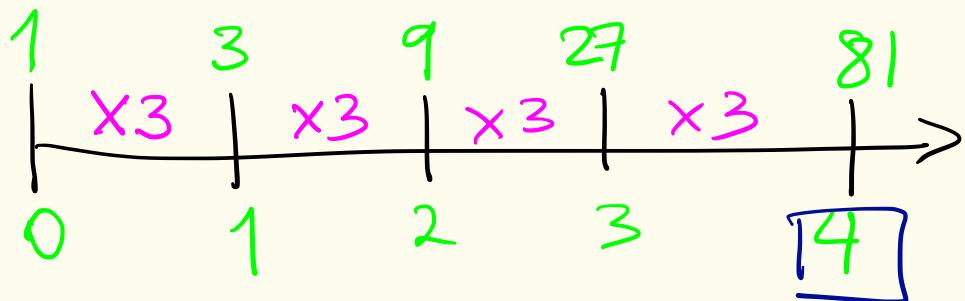
Por ejemplo quiero ir hasta 8 dando pasos de $\times 2$ ó en nuestra notación $NPX_2(8)$.

Como son pasos de \times algo, comienzo en 1:



$$NPX_2(8) = 3.$$

Probemos otro $NPX_3(81)$:



$$NPX_3(81) = 4.$$

Ahora, pueden mostrar que

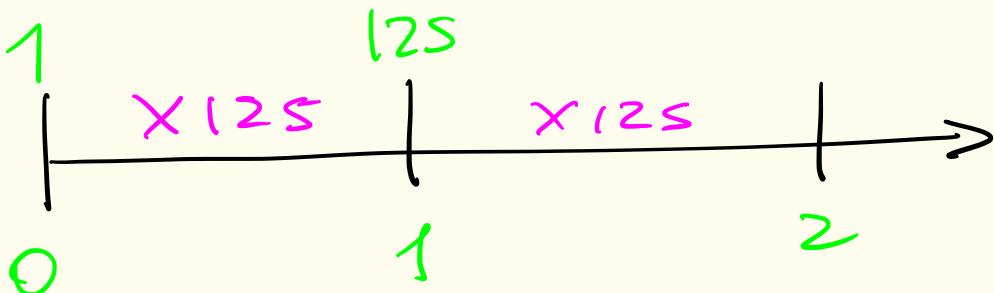
$$NPX_5(125) = 3?$$

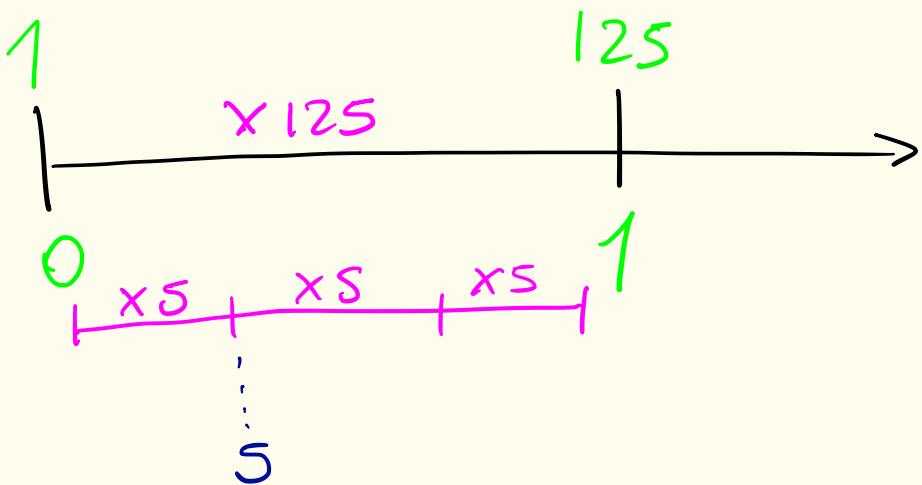
Hagamos un mas divertido:

NP $x_{125}(5)$!

Cuánto creen que vale eso?

No puede ser algo como 1, 2, etc. Si doy un paso entero de x_{125} , llego a 125 y 5 está antes. La respuesta es una fracción de paso.





$$NP X_{125}(5) = \frac{1}{3};$$

$$NP X_{125}(25) = \frac{2}{3} \quad y$$

$$NP X_{125}(125) = 1!$$

Por qué no prueban con:

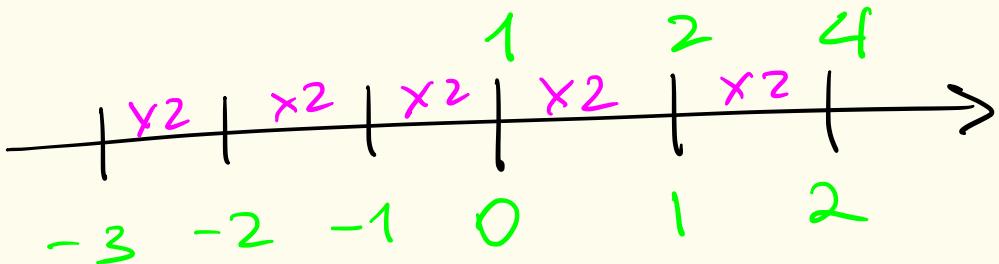
$NPX_5(2S)$ y

$NPX_{2S}(5)$?

Qué piensan de $NPX_3(10)$?

Cuánto vale, más o menos?

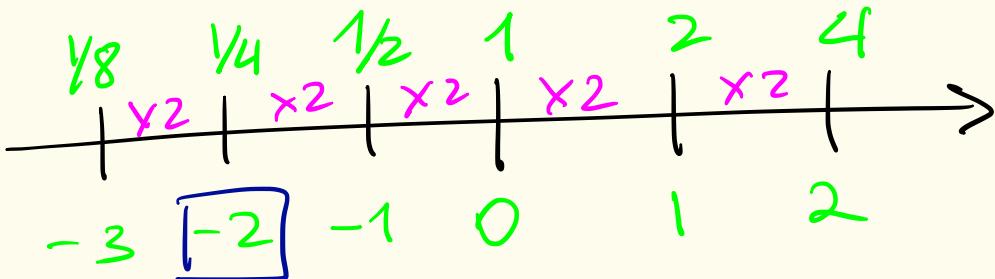
Otro interesante: $NPX_2(1/4)$.



Si caminaste en 1 y das pasos de $x2$ llegas a 2, 4,

Todos nuestros mas grandes que $\frac{1}{4}$. De hecho cuento en 1 que es mas grande también.

De alguna manera $NPX_2(\frac{1}{4})$ tiene que ser negativo. Completamos el diagrama anterior:



$$NPX_2\left(\frac{1}{4}\right) = -2!$$

Cuanto vale $NPX_2(1/8)$ y

$NPX_3(1/q)$?

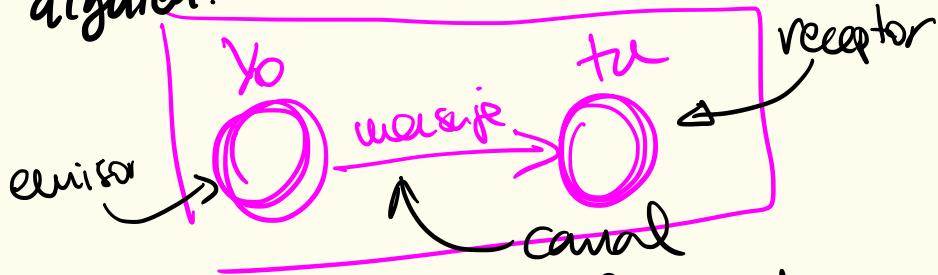
Capacidad

Primero tengo que decirles una cosa: NPX tiene otro nombre en matemáticas: se llama logaritmo y se escribe \log . No es tan importante pero es útil si quieren hablar con otras personas — y hacer amigos o enemigos!

[Ver e: the history of
a # para la etiología]

luego los NPXs o logs
sirven para definir capacidad:

Quiero estudiar el significado
de la capacidad de un canal que
usamos para mandarle un mensaje a
alguien:



Supongan que les quedo wander
un mensaje de 4 letras.

Cuántos mensajes posibles hay?

Supongamos que puedo usar cualquier combinación de letras. Por ejemplo, el mensaje puede ser XXXOO ó XOOXO ó FEDE ó PARA ó... ya tienes la idea.

Si usamos 26 letras, hay 26^4 posibles mensajes.

Puedes darme por qué?

Cómo definirían la capacidad del canal?

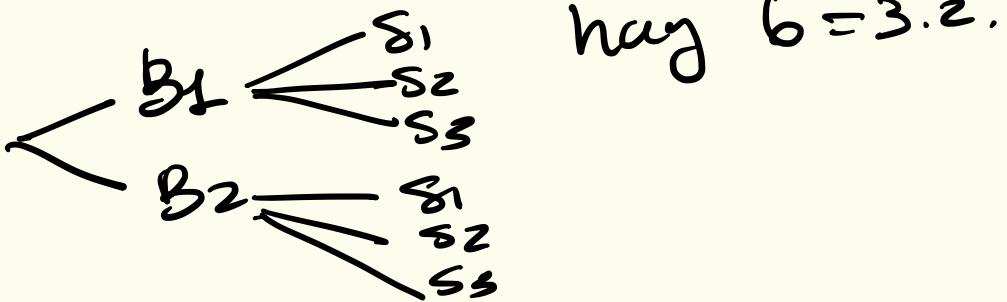
Es 26^4 porque hay 26 letras para escoger y 4 porque tengo que escoger 4 veces. Si quieren, lo que hago es escoger una letra a la vez. Para la 1^{era} tengo 26 posibilidades, para la 2^{da}, 3^{era} y 4^{ta} también.

Es como lanzar un dado de 26 caras 4 veces.

26	26	26	26
Z	W	A	B

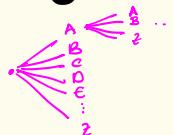
Luego multiplico las posibilidades; Por ejemplo si tengo 3 tipos de sándwiches y 2 tipos de bebidas

¿Cuántas combinaciones de sándwiches - bebidas puedo hacer?



hay $6 = 3 \cdot 2$.

Entonces hay $2^6 = 64$ posibles mensajes.



Están de acuerdo que la capacidad del canal es 4 porque solo puedo mandar 4 letras.

Como relacionaría la capacidad del canal con el # de mensajes

posibles? Usando logaritmos!

$$4 = \text{NPX}_{26}(26^4) - \log_{26} 26^4$$

Por qué?

Cuántos pasos de $\times 26$
tengo que dar para llegar
a 26^4 ? 4: $26 \times 26 \times 26 \times 26$.