**CONTAR**

¿Qué es contar?

Contar es dar pasos de +1

GRAFICO 1

Si en el paso 0 estoy en 0, ¿Dónde estaba hace un paso?

GRAFICO 2

En -1 porque -1+1=0

Entonces, ¿Dónde estaba hace 3 pasos?

No sé, hace uno en -1 y antes de ese… en -2

Pues si porque -2+1=-1

Hace 3 estaba en -3.

GRAFICO 3

Ok No parece tan complicado

Antes de seguir necesito explicar los dibujos.

Voy a dar los pasos en línea recta

GRAFICO 4

Luego, voy a marcar los pasos sobre la línea:

GRAFICO 5

Ahora, normalmente doy un paso a la vez comenzando en algún lado. Voy a llamar 0 al lugar donde comienzo, aunque después le puedo cambiar de nombre si quiero.

GRAFICO 6

¿Se acuerdan que vamos a dar pasos de +1?

**EJERCICIO**

**¿Pueden llenar el siguiente diagrama?**

GRAFICO 7

**¿Pueden llenar este?**

GRAFICO 8

Ok. **¿Pueden explicar qué significa -2?**

Multiplicar

Ok. No parece tan complicado

Contar: Solo doy pasos de +1, y además puedo preguntarme donde estaba hace 3 pasos y ese tipo de cosas, solo tengo que acordarme de comenzar en 0.

¿Qué pasa si doy pasos de +2?

GRAFICO 9

Luego de dos pasos ¡estoy en 4!, Con la antigua forma de contar todavía estuviera en 2.

Para utilizar las dos formas voy a poner la forma de contar con +1 abajo y la nueva arriba

Contar con pasos de +2 se llama multiplicar por 2

2x2 son dos pasos de +2

3x2 son tres pasos de +2 o si quieren 2+2+2=6

¿Qué es 2x3?

Son dos pasos de +3

GRAFICO 10

Es lo mismo que 3x2, seis

No parece tan complicado

Además sin darnos cuenta podemos dar pasos tan grandes como queramos +2, +3, +4, +5,…

Por ejemplo 3x4 son tres pasos de +4 que es 12

**EJERCICIO**

**Hagan el dibujo para 3x4**

Dividir

8/2

Se lee ocho sobre dos

Ocho es el lugar al que quiero llegar dando pasos de +2

Ocho sobre dos es el número de pasos de +2 que tengo que dar para llegar a 8.

Al comienzo el diagrama se ve así

GRAFICO 11

Al comienzo el diagrama se ve así:

GRAFICO 12

Solo se en donde comienzo -0- y el tamaño de los pasos

Que voy a dar: +2

Vamos a dar algunos pasos:

GRAFICO 13

Con 4 pasos de +2 ¡llegué a 8!

Puedo escribir 8/2=4

¿Qué es 1/2?

Ok quiero llegar a 1 dando pasos de +2

Solo tengo que dar ¡medio paso!

1/2=1/2?

En este caso es mejor hacer un dibujo

GRAFICO 14

Llegar a 1 es dar una mitad de paso por eso 1/2 se lee un medio un medio

¿Qué nombre le podrían a 3/2? (Pregunta Abierta)

¿Qué es 4/8?

El número de pasos de +8 que tengo que dar para llegar a 4

GRAFICO 15

4/8 es ¡medio paso!

4/8 = 1/2

En el primero voy a dar 8 pasos. S un paso entero es +8, cada paso es de +1/8

GRAFICO 16

Para llegar a 2 doy de los ocho pasos que necesito

Para dibujar el segundo diagrama voy a dividir la línea varias veces

Luego de 1/2 (medio) paso de +8 estoy en 4

GRAFICO 17

Y si solo camino la mitad de la mitad llego a 2

GRAFICO 18

(1/2)/2 = 1/4 Entonces 2/8 = 1/4

Entonces 4/8 = 1/2

¿Hay otra división que sea 1/2?

¿Quizá 6/3 o 14/7?

¿Por qué 2/8 = 1/4?

Quiero llegar a 2 dando pasos de +8

**EJERCICIO**

**Realiza dos diagramas uno para 2/8 y otro para 1/4 y compáralos**

¿Qué creen que es 2/ (1/3)?

Tomen en cuenta que pueden dar pasos de +1/3

¿Cuántos pasos de +1/3 tengo que dar para llegar a 2?

GRAFICO 19

Voy a dibujar 7 pasos por si acaso, creo que en este caso es mejor ir lejos para tener un panorama más claro del problema

GRAFICO 20

¡2/ (1/3) = 6!

OK Ahora resuelvan

**EJERCICIO**

**6/3, 8/1 y también 10/2**

**Hagan los diagramas que les parezcan interesantes o los que crean necesarios**

Potencias

Vamos a dar pasos de xn. Por ejemplo para dar 3 pasos de x^2 Se escribe 2^3

GRAFICO 21

Por cierto… ¿Dónde comienzo?

¿Quizá en 0?... No, porque si comienzo en 0, me quedo en 0, ¿Puedes explicar la razón?

Para las potencias vamos a comenzar en 1

GRAFICO 22

Entonces 2^3 = 8

Probemos otra potencia. Ahora demos 4 pasos de x10, que se escribe 10^4.

¿Es un número grande?

GRAFICO 23

OK, 4 pasos de x10 y comienzo en 1. Completemos el diagrama.

GRAFICO 24

Bien: 10^4 = ¡10.000!

¿Cómo escribo 10^12?

Puedo poner el número 1 y luego doce ceros, lo que resulta un poco complicado o más bien ¡largo!

Por eso es más fácil escribir 10^12

**¿Qué piensan? Pregunta abierta**

Retomando el tema para escribir las potencias escribiríamos

(Tamaño del paso)^número de pasos

Como antes podemos cambiar

-el tamaño del paso;

-el número de pasos

Además podemos usar números como 1, 2, etc. Y otros como 1/2, 8/3.

Comencemos cambiando el número de pasos.

Traten de entender esto:

(1/2)^3

¡OK!

¿Qué es (2)^-1?

Vamos a ver

-Voy a dar dos pasos de x2

Y

-Voy a dar… -1 pasos… ¿?

¿Qué significa dar -1 pasos?

No es tan complicado es un paso antes del primero como cuando caminábamos en la recta de los más uno. A continuación un diagrama para aclarar:

GRAFICO 25

Si en el paso 0 estoy en 1, hace un paso estaba en un número que multiplicado por 2 es 1 (Si nos imaginamos que di un paso antes).

Entonces,

GRAFICO 26

2^-1 = 1/2 porque 1/2 x2 = 1

Consideren que los dos elementos son iguales

Más tarde vamos a definir estas propiedades más en detalle, ahora lo importante es tener una idea de cómo funcionan las potencias.

Practiquemos un poco

¿Qué es 3^-1?

Un número que multiplicado por 3 es 1

Entonces, 3^-1 = 1/3

De igual manera 10^-1 = 1 /10,

Así como 5^-1 = 1/5

y así sucesivamente.

¿Cuánto creen que vale 2 ^-2?

-Voy a dar pasos de x2

-Quiero estar dos pasos antes de donde estaba el comienzo

GRAFICO 27

Ya sabemos en donde estábamos un pasos antes del comienzo, en 2^-1 o 1/2

Otra forma de pensar en 2 ^-2 es pensar en dónde estábamos un paso antes de 2^-1 = 1/2

¿Cuál es un número que multiplicado por 2 es 1/2?

…¡1/4!

Entonces, 2 ^-2 = 1/4

En realidad hemos demostrado algo más

2^-2 = (2^-1)^-1 un paso antes de 2^-1

**EJERCICIO**

**¿Qué significa (2^2)^3?**

**¿Dónde estoy luego de (2^2)^-2?**

Probemos algo un tanto distinto.

¿Cómo doy un medio paso de x4?, pero antes de eso ¿Cómo se escribe

4 ^medio paso o 4^1/2?

Hagamos un diagrama

-Comienzo en 1

GRAFICO 28

¿Dónde dibujaría el medio paso?

¡En la mitad!

GRAFICO 29

Entonces si doy dos medios pasos llego a 4

¿De qué tamaño son esos medios pasos?

¡De x2!

GRAFICO 30

Luego de dos pasos de x2 llego a 4. Entonces

4^1/2 = 2

Dicho de otra forma 4 ^1/2 = resultado ^1/# pasos

Y la pregunta es:

Si quiero llegar a algún sitio con un número de pasos.

¿Qué tipo de pasos tengo que dar?

Probemos 8^1/3.

Voy a dar pasos de x8 pero solo quiero dar un tercio. Otra forma de pensar en esto es: quiero llegar a 8 en 3 pasos y solo quiero dar uno.

GRAFICO 31

¿Qué tipo de pasos tengo que dar?

GRAFICO 32

No sé pero podemos probar.

¿Creen que son pasos de x1?

Vamos a ver 1^3 = 1x1x1 = 1. No.

Pasos de x2?

2^3 = 2x2x2 = 4x2 = 8

¡Si! Tengo que dar pasos de x2 si quiero llegar a 8 en 3 pasos. Entonces, si doy un solo paso de x2 llego a 2 y 8^1/3 = 2.

Tenemos el siguiente diagrama:

GRAFICO 33

**Crecimiento Exponencial.**

Ya sabemos hacer algunas cosas. Qué tal si tratamos de entender cómo funcionan en un ejemplo

No sé si saben esto pero los primeros organismos vivos de nuestro planeta son las bacterias.

¡Cierto! Antes de seguir qué tal si hacemos un diagrama con la edad del Universo, la Tierra, las bacterias, los dinosaurios – porque son cool – y los humanos. Tienen ganas? Yo si.

El Universo tiene más o menos 14 mil millones de años. Si quieren eso es 14 y 10^(3 + 6) ceros: 3 para mil y 6 para millones.

¡Cool! Entonces nuestro diagrama se ve así:

GRAFICO 34

¿Cómo se ve nuestro planeta? De alrededor 4 mil millones (que no son 4000 años, cierto?)

¿Dónde pondríamos el nacimiento de la Tierra?

Depende de cómo contemos. Podemos comenzar en 0 y dar pasos de +1 años o podemos comenzar en 1 y dar pasos de x (por) algo años. Yo creo que en este ejemplo las dos perspectivas son útiles.

¿Se les ocurre por qué? ... ya que son solo dos opciones, porque no probamos las dos y vemos que obtenemos.

Si comenzamos en 0 el diagrama es:

GRAFICO 35

¿En qué punto de la recta pondrían el nacimiento de la Tierra?

GRAFICO 36

GRAFICO 37

Entonces, la Tierra apareció en la segunda mitad de la historia del Universo.

//Pueden decir de una manera precisa ¿qué tan viejo es nuestro planeta con respecto a la edad del Universo?

¿Qué les parece 4/14?

Bien, se acuerdan ¿qué significa?

Que es 4 si cuento en más catorces (+14, +14,…), o escrito de otra forma 2/7.

**EJERCICIO**

**¿Pueden decirme Por qué? //**

¡Han pasado 4/7 de la historia del Universo antes de que la Tierra exista!

¿Cuándo aparecen las bacterias?

Las bacterias son casi tan antiguas como la Tierra.

GRAFICO 38

Vamos a los dinosaurios. Los Dinosaurios dominaron la Tierra hace 200 millones de años y se extinguieron hace 60.

GRAFICO 39

En relación con la edad del universo es difícil dibujar en donde se sitúan los dinosaurios

GRAFICO 40

¿Hay alguna manera más clara de hacer el dibujo?

Dibujemos una recta en la que demos pasos de x (por) algo, pero **primero** tratemos de encontrar un buen tamaño de pasos.

A ver:

* El universo tiene 14 mil millones o sea 14 x 10^9,
* la tierra 4.5 mil millones o 4.5 x 10^9;
* las bacterias una edad similar a la de la Tierra 4.5 mil millones o 4.5 x 10^9;
* los dinosaurios 200 millones de años o 2 x 10^8; y finalmente
* los humanos 200 mil años 2 x 10^5.

Todos estos valores se expresan con un x 10 elevado a algún número. ¿

¿Qué tal si damos pasos de x 10?, pues la recta se ve así:

GRAFICO 41

Es un dibujo bastante complicado. Lo bueno es que podemos ver todo: El Universo, la Tierra, las bacterias, los dinosaurios y que finalmente ¡nos podemos ver a nosotros también! Solo tenemos que acordarnos que los pasos son de x (por) 10 y que algunas cosas del diagrama son mucho más recientes de lo que parecen y otras mucho más antiguas.

**EJERCICIO**

**¿Una persona vive un poco menos de 100 años. Donde pondrían este número en la recta?**

En el diagrama con pasos de +1 es bastante complicado ver todo al mismo tiempo pero las escalas son más fáciles de interpretar: es bastante claro que es reciente y que es antiguo.

Siempre es complicado ver cosas muy grandes o muy pequeñas y es más difícil aún si están muy cerca unas de otras. Ordenar todo en una línea es una buena forma de comenzar a entender como se comparan.

**Usen pasos de x (por) algo para tener una idea del orden global y pasos de + (más) algo para entender las escalas.**

**EJERCICIO**

**¿Qué cosas son muy grandes o muy pequeñas? ¿Realicen un diagrama?**

**¿Averigüen qué es la escala de Richter? ¿Para qué se utiliza ésta escala? ¿Con qué tipo de diagrama se la dibuja? ¿Por qué se utiliza esta escala y no otra?**

**Logaritmos**

Hasta ahora siempre hemos trabajados con el número de pasos y su tamaño.

Juguemos el siguiente juego: Si conozco el tamaño de los pasos y el lugar al que quiero llegar. Cuántos pasos tengo que dar? Hay dos casos:

1. Pasos de + (más) algo.
2. Pasos de x (por) algo.

**Pasos de + (más) algo:**

Quiero llegar a 8 dando de pasos de +4. ¿Cuántos pasos tengo que dar?

GRAFICO 42

La respuesta es dos pasos

Que tal si escribimos NP +\_{4}(8) para decir el número de pasos de +4 que tengo que dar para llegar a 8.

Si prestan atención se van a dar cuenta que ya sabemos qué es NP+\_{4}(8). Es lo mismo que 8/4 = 2.

En el caso de pasos de + (más) algo para encontrar las respuesta solo tenemos que dividir.

**EJERCICIO**

**¿Por qué no tratan de calcular el número de pasos cuando tengo que llegar a 10 en:**

* **Pasos de +2.**
* **Pasos de +3.**

**¿Cuál es más difícil?**

**Pasos de x algo:**

Por ejemplo quiero ir hasta 8 dando pasos de x2 o NPX\_{2}(8).

Como son pasos de x2, comienzo en 1:

GRAFICO 43

NPX\_{2}(8) = 3.

Probemos NPX\_{3}(81):

GRAFICO 44

NPX\_{3}(81) = 4.

**EJERCICIO**

**Ahora, pueden mostrar que NPX\_{5}(125) = 3**

Hagamos uno más divertido. Qué les parece NPX\_{125}(5) ¿Cuánto creen que vale eso?

Vamos a ver. No puede ser algo como 1, 2, o algún número entero porque si doy un paso entero de x125, llego a 125 y 5 está antes! La respuesta tiene que ser una **fracción** de paso:

GRAFICO 45

GRAFICO 46

NPX\_{125}(5) = 1/3 además NPX\_{125}(25) = 2/3 y NPX\_{125}(125) = ¡1!

**EJERCICIO**

**¿Por qué no prueban con NPX\_{5}(25) y NPX\_{25}(5)?**

**¿Qué piensan de NPX\_{3}(10)? Cuánto vale, más o menos?**

Otro ejercicio interesante es NPX\_{2}(1/4).

GRAFICO 47

Si comienzo en 1 y doy pasos de x2 llego a 2, 4,… Todos números más grandes que 1/4. De hecho comienzo en 1 que es más grande también. Tenemos que ir hacia atrás, es decir NPX\_{2}(1/4) ¡tiene que ser negativo! Completemos el diagrama anterior:

GRAFICO 48

NPX\_{2}(1/4) = -2!

**EJERCICIO**

**¿Cuánto valen NPX\_{2}(1/8) y NPX\_{3}(1/9)?**

**Capacidad**

Antes de seguir les tengo que decir algo: NPX tiene otro nombre en matemáticas, se llama logaritmo y se escribe log. No es tan importante pero es útil si quieren hablar de estas cosas con otras personas – y hacer amigos o enemigos–.

Lo quiero hacer es usar los NPXs o **logs** para definir capacidad en el siguiente contexto: Quiero estudiar la capacidad de un canal que usamos para mandarle un mensaje a alguien:

GRAFICO 49

Supongamos que les puedo mandar un mensaje de 4 letras.

**EJERCICIO**

**¿Cuántos mensajes posibles habrá?**

Supongamos que puedo usar cualquier combinación de letras. Por ejemplo, el mensaje puede ser XXXO o XOXO o FEDE o PARA. Ya tienen la idea.

Si usamos 26 letras hay 26^4 de posibles mensajes. ¿Pueden ver el por qué? No es tan complicado, lo que hay que hacer es imaginarse como podemos producir una palabra. En este caso puedo escoger una letra a la vez. Para la primera tengo 26 posibilidades, para la segunda, tercera y cuarta también. Entonces el proceso se ve algo así:

GRAFICO 50

Luego multiplico las posibilidades. Estudiemos un ejemplo para entender por qué multiplico. Supongamos que quiero comprar algo de comer y hay 3 tipos de sánduches y 2 tipos de bebidas. ¿Cuántas combinaciones sánduche-bebida puedo hacer?

GRAFICO 51

Son 6 posibilidades que es igual 3 x 2 posibilidades, multiplico las posibilidades. Se llama la regla de multiplicación.

En el caso de los mensajes es igual, quiero contar todas las posibles combinaciones y escojo una letra a la vez, hay 26x26x26x26 = 26^4 posibles mensajes.

Volviendo a la capacidad, creo que están de acuerdo que la capacidad del canal es 4 porque solo puedo mandar 4 letras.

¿Cómo relacionamos la capacidad con la cantidad de mensajes?

Usando logaritmos 4 = log\_{26} 26^4.