

N2.2.

Три человека, встреча между 10 и 11, ждут по 10 минут  
Вероятность, что хотя бы двое встретятся - ?

Давайте для удобства скажем, что они договорились  
встретиться с 00:00 до 1:00, размер промежутка останется тот же,  
поэтому ответ не поменяется.

Это задача на геометрическую вероятность

Пусть 1 товарищ - ось X, 2 - ось Y, 3 - ось Z

Тогда хотим, чтобы выполнялось  $|x-y| \leq \frac{1}{6}$  или  $|y-z| \leq \frac{1}{6}$  или  $|z-x| \leq \frac{1}{6}$   
хотя бы что-то одно из этого: ответом будет  
'объем внутри этой  
области'

Давайте инвертируем задачу и найдем вер-ть того, что  
 $\begin{cases} |x-y| > \frac{1}{6} \\ |y-z| > \frac{1}{6} \\ |z-x| > \frac{1}{6} \end{cases}$  одновременно и вычтем потом из 1.

Также

$$\begin{aligned} 0 < x < 1 \\ 0 < y < 1 \\ 0 < z < 1 \end{aligned}$$

, т.к. договорились прийти с 0 до 1 времени

Нарисуем трехмерную картинку: куб со стороной 1 и 6 плоскостей:

1.  $x-y = \frac{1}{6}$
2.  $x-y = -\frac{1}{6}$
3.  $y-z = \frac{1}{6}$
4.  $y-z = -\frac{1}{6}$
5.  $z-x = \frac{1}{6}$
6.  $z-x = -\frac{1}{6}$

Нам подходит то, что не попадает между какой-либо из трёх  
пар плоскостей: 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6.

По картинке можно увидеть, что это 6 одинаковых треугольных  
пирамид

Рассмотрим одну для примера:

она получается пересечением плоскостей  $x-y = \frac{1}{6}$ ,  $y-z = \frac{1}{6}$

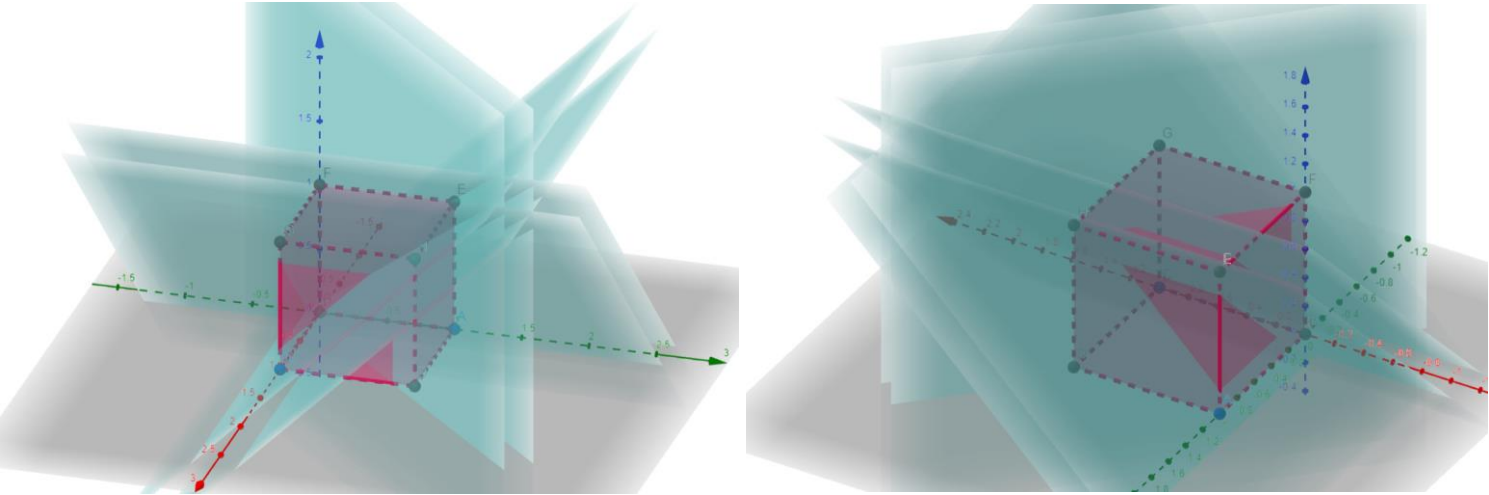
Высота у нее равна  $h = \frac{4}{6}$ , в основании прямоугольный  
 $\Delta$ -ик с катетами  $\frac{4}{6}$  и  $\frac{4}{6} \Rightarrow V = \frac{1}{3} h \cdot S = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \left( \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{4^3}{6^4}$

Таких пирамид 6  $\Rightarrow P(\text{все три не пересекутся}) = 6 \cdot \frac{4^3}{6^4} = \left( \frac{4}{6} \right)^3 = \frac{8}{27}$

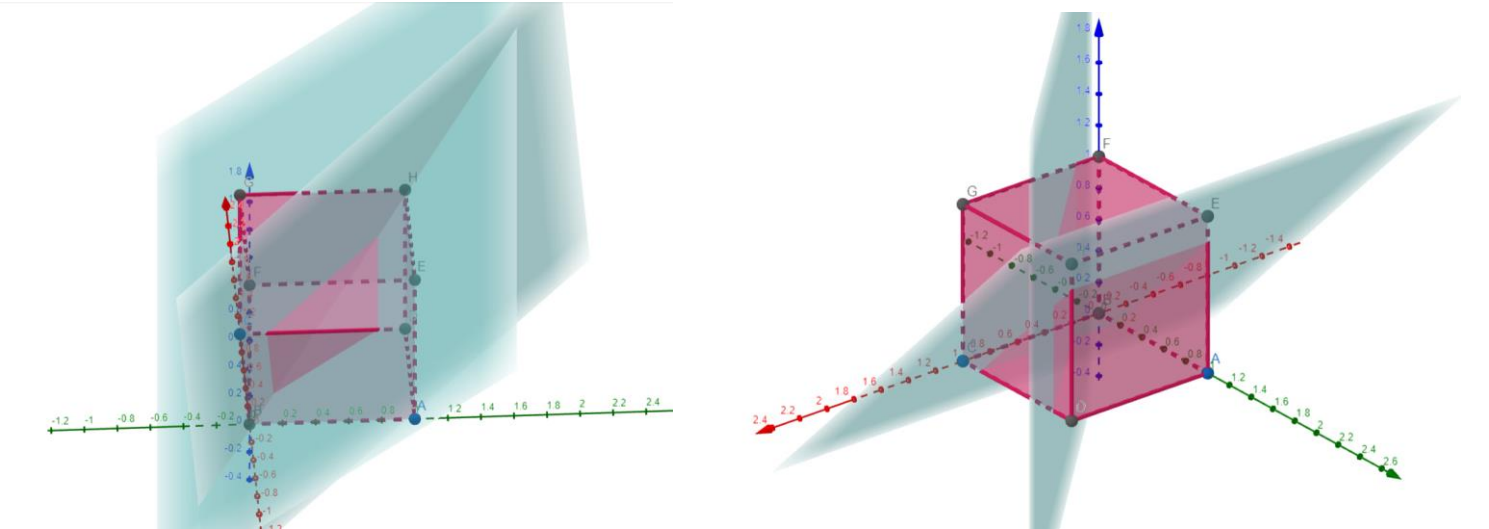
Тогда ответ:  $P(\text{хотя бы двое встретятся}) = 1 - \left( \frac{4}{6} \right)^3 = \frac{19}{27}$

Ответ:  $\frac{19}{27}$

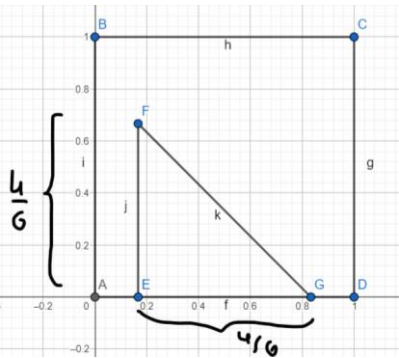
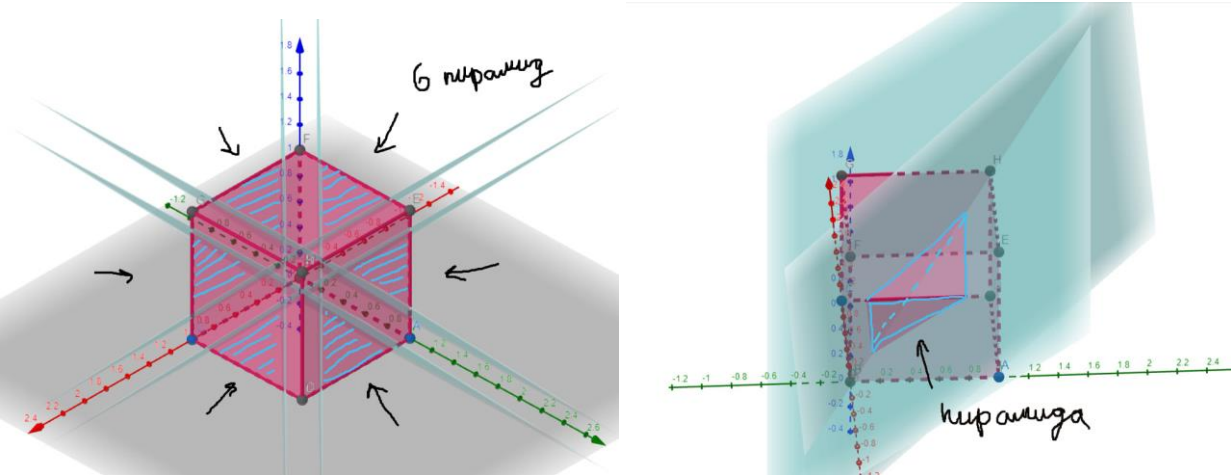
Общая картинка:



Сечение двумя wybranнми плоскостями:



Пирамиды, объем которых ищем:



- прямоугольный треугольник в основании пирамиды