№3.1.

Две независимые серии испытаний Бернулли на n опытов.

Вер-сть успеха $= p$

S_i - кол-во успехов в i-ой серии

$P(S_1 = k \mid S_1 + S_2 = m)$ - ?

$$P(S_1 = k \mid S_1 + S_2 = m) = \frac{P(S_1 = k \cap S_1 + S_2 = m)}{P(S_1 + S_2 = m)} = \frac{\overbrace{P(S_1 = k \cap S_2 = m-k)}^{1}}{\underbrace{P(S_1 + S_2) = m}_{2}}$$

1) $$P(S_1 = k \cap S_2 = m-k) = P(S_1 = k) \cdot P(S_2 = m-k) = C_n^k \cdot p^k (1-p)^{n-k} \cdot C_n^{m-k} \cdot p^{m-k} \cdot (1-p)^{n-m+k} =$$
$$= C_n^k \cdot C_n^{m-k} \, p^m (1-p)^{2n-m}$$

2) $P(S_1 + S_2 = m)$

Т.к. в серии испытаний Бернулли все испытания независимы, можем объединить эти серии в одну из $2n$ испытаний.

Тогда $P(S_1 + S_2 = m) = C_{2n}^m \, p^m (1-p)^{2n-m}$

Итого:

$$P(S_1 = k \mid S_1 + S_2 = m) = \frac{C_n^k \cdot C_n^{m-k} \cdot p^m (1-p)^{2n-m}}{C_{2n}^m \cdot p^m (1-p)^{2n-m}} = \frac{C_n^k \cdot C_n^{m-k}}{C_{2n}^m}$$