

№ 1.1.

(n+1) - население

Один узник новосель

① Каждый следующий передаёт её одному другому:

а) Вероятность того, что новосель не возвратится к первому через r шагов:

$$P(x) = \underbrace{\frac{n}{n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \dots \cdot \frac{n-1}{n}}_{r \text{ шагов}} = \frac{(n-1)^r}{n^r}$$

То есть на каждом шагу (кроме первого) выбрать не человека, с которого начали = $\frac{n-1}{n}$

Ответ: $\frac{(n-1)^r}{n^r}$

б) $P(\text{новосель не повторится через } r \text{ шагов}) - ?$

$$P(x) = \underbrace{\frac{n}{n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-2}{n} \cdot \frac{n-3}{n} \cdot \dots \cdot \frac{n-r+1}{n}}_{r \text{ шагов}} = \frac{n!}{n^r \cdot r!}$$

То есть на каждом шагу выбираем кого-то, кто еще новосель не знает

Ответ: $\frac{n!}{n^r \cdot r!}$

② Каждый следующий передаёт её N людям

а) $P(\text{новосель не вернется к первому через } r \text{ шагов}) - ?$

Каждый, кто узнал, передаёт еще N людей \Rightarrow после $n-1$ шагов новосель получает еще N^{n-1} новых людей и передает дальше

$\left(\frac{n-1}{n}\right)^N$ - тот, кто узнал передает N людей, не затронув первого

$\left(\left(\frac{n-1}{n}\right)^N\right)^{N^{r-1}}$ - все N_1 узнавших не затронут первого на r шаге

Итого: $\prod_{i=1}^r \left(\left(\frac{n-1}{n}\right)^N\right)^{N^{i-1}} = \prod_{i=1}^r \left(\frac{n-1}{n}\right)^{N^i}$

б) Если на каждом шаге новосель рассуждалась r , то способов выбрать с кем поделиться C_n^m .

1 шаг C_n^m способов

2 шаг $C_{n-m}^{m^2}$ способов

3 шаг $C_{n-m-m^2}^{m^3}$ способов

...

r шаг $C_{n-m-m^2-\dots-m^{r-1}}^{m^r}$ способов

Всего вариантов на r шаге:

$$C_n^m (C_n^m)^m \dots (C_n^m)^{m^{r-1}}, \text{ т.к. без различия можно рассуждать}$$

Ответ: $\frac{C_{n-m}^{m^2} \cdot C_{n-m-m^2}^{m^3} \cdot \dots \cdot C_{n-m-m^2-\dots-m^{r-1}}^{m^r}}{(C_n^m)^m \cdot (C_n^m)^{m^2} \cdot \dots \cdot (C_n^m)^{m^{r-1}}}$

(кол-во подходящих нам вариантов делим на кол-во всех)