1. 当 $g(r)=r$，实数 r 是函数 g 的不动点.

一旦方程写作 $g(x)=x$，从一个初始估计 x_0 开始进行不动点迭代过程

不动点迭代：

$$x_0 = \text{初始估计}.$$

$$x_{i+1} = g(x_i), \quad i=0,1,2,3\ldots$$

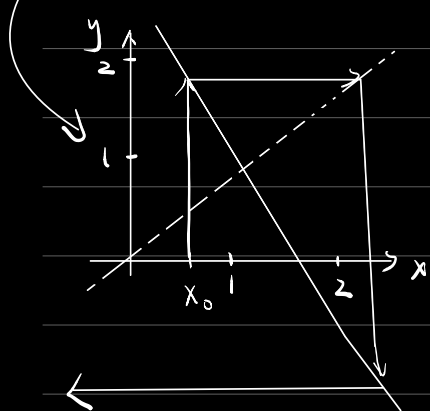
对于一个函数 $f(x)=0$ 的根求解问题，一定可以转化为 $g(x)=x$ 进行不动点迭代.

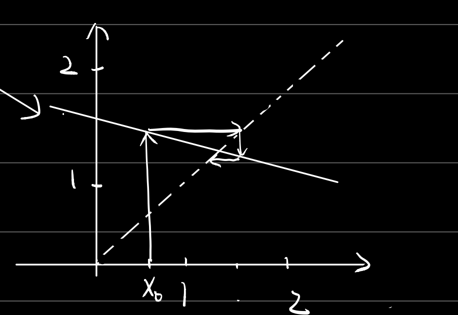
但是 $g(x)$ 可以有多种表示方法，$g_1(x)$，$g_2(x)$ …… 有些收敛，有些发散.

cobweb图.

$g_1(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ 　　其不动点都为1.　　$|g_1'(1)| = \frac{3}{2} > 1$

$g_2(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 　　　　　　　　　　$|g_2'(1)| = \frac{1}{2} < 1$





由图可知，当 $|g'(r)| > 1$，迭代过程中，螺旋状离开了不动点，→ diverges.

当 $|g'(\xi)| < 1$，相反.

$\hookrightarrow$ converge

★ Linearly convergent

令 e_i 表示迭代过程中第 i 步时的误差.

$e_i = |r - x_i|$

r：不动点

如果 $\lim_{i \to \infty} \frac{e_{i+1}}{e_i} = S < 1$，称为满足线性收敛，
收敛速度为 S.