1. Errors, Accuracy

1.1

Error 的来源： 1. Input information 存在错误
(since the orignate from measurment)
2. Algorithm 本身存在 error
(e.g. unavoidable round offs.)

1.2

I. Accuracy (准确性)

计算值/测量值与 true value 的接近程度.

II. Precision (精度)

计算值/测量值与先前 的接近程度 (离散程度)

1.3 true value = Approximation + Error.

relative error 相对误差 $= \dfrac{\text{true error}}{\text{true value}}$.

$$\varepsilon_t = \frac{\text{true error}}{\text{true value}} \times 100\%.$$

不过对于一些问题 true value 很难得到, Thus:

$$\varepsilon_a = \frac{\text{Approximate error}}{\text{Approximation}} \times 100\%.$$

Newton's method:

$$\varepsilon_a = \frac{\text{Current approximation} - \text{Previous approximation}}{\text{Current approximation}} \times 100\%.$$

重复计算直到 criterion 满足才停止：

$$|\varepsilon_a| < \varepsilon_s$$

如果 $\varepsilon_s = (0.5 \times 10^{(2-n)})\%$ ，可以确保至少 n 位有效数字是准确的.

1.4. Round-off errors.

计算机使用 float 处理分数：

$$m . \boxed{b^{e}}$$

Integer part

exponent

mantissa (小数部分)

nnber system

normalization means limited range of mantisa.

$$\frac{1}{b} \le |m| < 1$$

for a base-10 system: $0.1 \le m < 1$

for a base-2 system: $0.5 \le m < 1$

Note: float 数可以表示分数和很大的数字，
但是存在以下缺点：1. 占用更大的空间
2. 需要更多时间
3. 存在误差

e.g. $\pi = 3.14159265358$.

$\pi = 3.141592$ chopping error → $\varepsilon_t = 6.5 \times 10^{-7}$

$\pi = 3.141593$ rounding error → $\varepsilon_t = 3.5 \times 10^{-7}$