

第四章作业题目：

1. 如图 1 所示的曲柄滑块机构中，设已知曲柄长度 $L_{AB}=0.1\text{m}$ ，连杆长度 $L_{BC}=0.33\text{m}$ ，曲柄转速 $n=1500\text{rpm}$ ，活塞及其附件的重力 $G_3=21\text{N}$ ，连杆重力 $G_2=25\text{N}$ ，连杆对其质心 C_2 的转动惯量 $I_{C2}=0.0425\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，连杆质心 C_2 至曲柄销 B 的距离 $L_{BC2}=L_{BC}/3$ 。试确定 $\varphi=45^\circ$ 位置时活塞及连杆的惯性力。（求解方法不限）

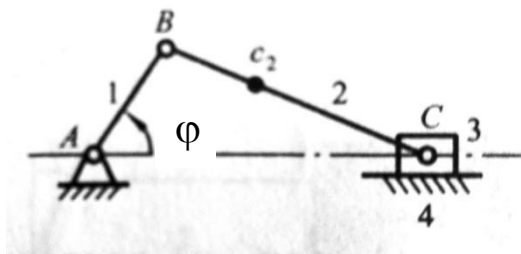


图 1

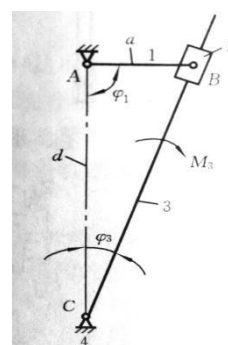


图 2

2. 如图 2 所示摆动导杆机构中，已知 $a=300\text{mm}$ ， $b=800\text{mm}$ ， $d=400\text{mm}$ ， $\omega_1 = 5\text{rad/s}$ ， $\varphi_1=90^\circ$ 时 $\varphi_3=37^\circ$ ，加于导杆上的力矩 $M_3=100\text{Nm}$ 。试用解析法求曲柄 1 转动一个周期时，每间隔 10° 对应的机构各运动副的反力及应加于曲柄 1 上的 M_b 的值，并要求将求得的值用图表软件绘出。

说明：

1. 解析法计算第二题时，要求每人都要改变题中已知杆尺寸 a 和导杆上的力矩 M_3 数据后计算（改变数据的前提是不能影响机构正常运动），使每人的数据相互不一样。
2. 提交内容含解题过程（手写），自编程序和程序执行结果及制作的图表等。
3. 作业提交日：4 月 27 日

(2)代码:

```
% 设置曲柄滑块机构的初始数据
l1 = 0.1;
l2 = 0.33;
omega1 = 50*pi;
m2 = 25/9.8;
m3 = 21/9.8;
J2 = 0.0425;
alpha1 = 45;
acceleration1 = 0;
% 矢量方程 l1=S+l2
syms S alpha2
% 沿 x 轴
q1 = l1*cosd(alpha1)-S-l2*cosd(alpha2);
% 沿 y 轴
q2 = l1*sind(alpha1)-l2*sind(alpha2);

x0=[0.393,168];
T = vpasolve(q1,q2,x0);
S = T.S;
alpha2 = T.alpha2;

% 矢量方程对时间求一阶导
syms v omega2
% 沿 x 轴
q3 = -l1*sind(alpha1)*omega1-v+l2*sind(alpha2)*omega2;
% 沿 y 轴
q4 = l1*cosd(alpha1)*omega1-l2*cosd(alpha2)*omega2;

P = vpasolve(q3,q4);
v = P.v;
omega2 = P.omega2;

% 矢量方程对时间求二阶导
syms a acceleration2
% 沿 x 轴
q5 = -l1*cosd(alpha1)*omega1^2-l1*sind(alpha1)*acceleration1-
a+l2*cosd(alpha2)*omega2^2+l2*sind(alpha2)*acceleration2;
% 沿 y 轴
```

```

q6 = -
l1*sind(alpha1)*omega1^2+l1*cosd(alpha1)*acceleration1+l2*sind(alpha2)*
omega2^2-l2*cosd(alpha2)*acceleration2;

Q = vpasolve(q5,q6);
a = Q.a;
acceleration2 = Q.acceleration2;

% 12 杆的惯性力求解
FIcx = double(+m2*(omega1^2*l1*cosd(alpha1)-
omega2^2*(1/3*l2)*cosd(alpha2)-(1/3*l2)*acceleration2*sind(alpha2)));
FIcy =
double(+m2*(omega1^2*l1*sind(alpha1)+omega2^2*(1/3*l2)*sind(alpha2)+(1/
3*l2)*acceleration2*cosd(alpha2)));
MI = double(-J2*acceleration2);
% 滑块的惯性力计算
FI = double(-m3*a);

```

(3)输出结果:

a. 连杆 BC 的惯性力:

$$F_{Icx} = 4466.468N$$

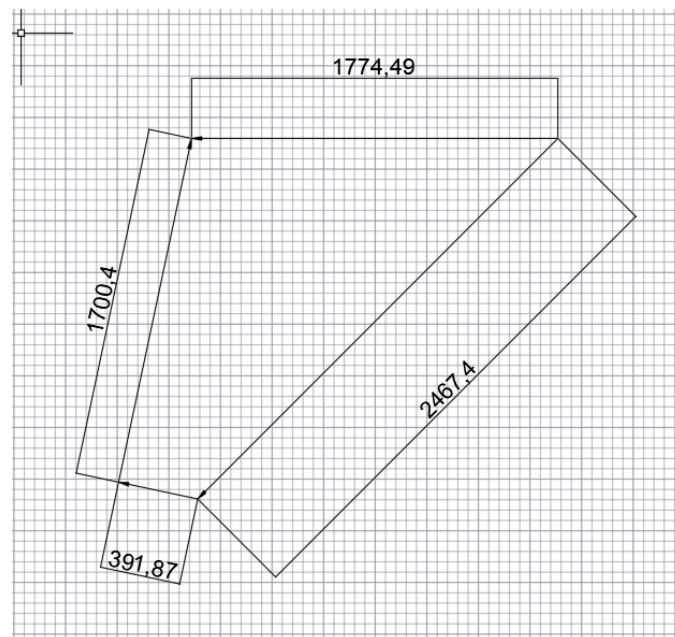
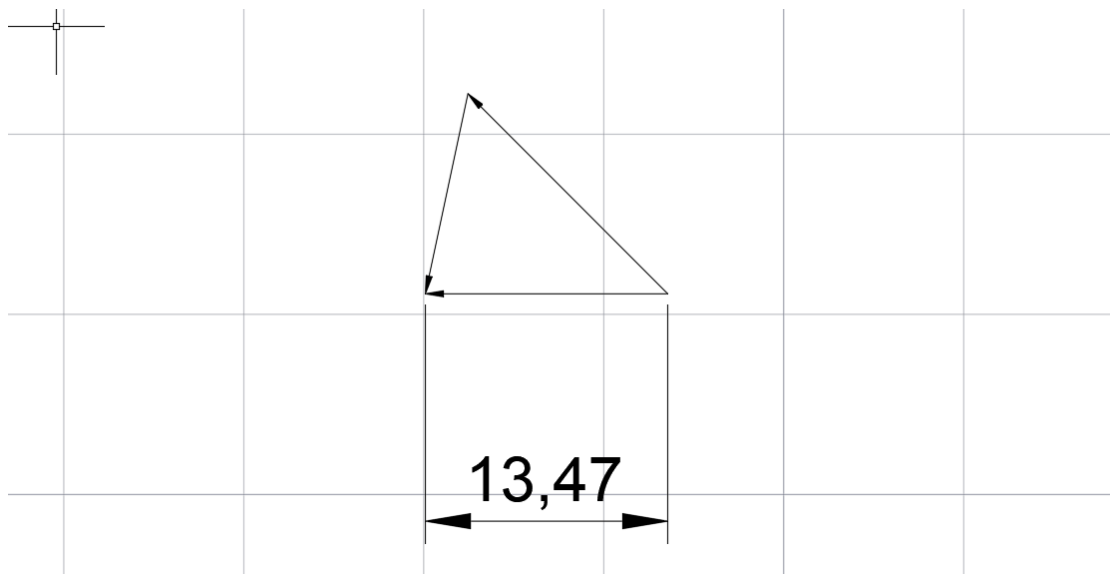
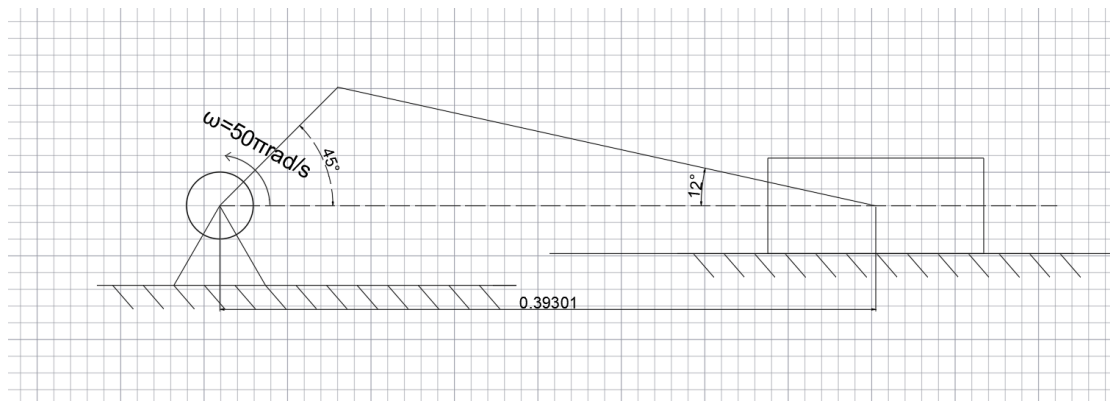
$$F_{Icy} = 3109.996N$$

$$M_I = -218.9710N \cdot m$$

b. 滑块 C 的惯性力:

$$F_I = 3778.146N$$

(4) AutoCAD 结果的验证:



(2)代码:

%定义 l1 杆的初始数据

l1 = 0.3;

alpha1 = 0:10:360;

omega1 = 5;

n = length(alpha1);

% 定义 l2 的初始数据

l2 = 0.8;

M3 = 100;

%机架长度

m = 0.4;

% 应加于曲柄 1 上的 Mb

Mb = zeros(1,n);

% 支座 A 的约束力

Rax = zeros(1,n);

Ray = zeros(1,n);

% 移动副 B 的约束力

F = zeros(1,n);

% 支座 C 的约束力

Rcx = zeros(1,n);

Rcy = zeros(1,n);

for iterTime = 1:n

% 运动学分析

syms l22 alpha2 % l22 指的是 B、C 之间的距离

% 矢量方程 $m+l1=l22$

% 沿 x 轴

q1 = l1*cosd(alpha1(iterTime))-l22*cosd(alpha2);

q2 = l1*sind(alpha1(iterTime))+m-l22*sind(alpha2);

```

%求解位移方程，得出 l22 alpha2
%采用迭代计算的方法，用前一时刻的位移来确定后一时刻的位移
if iterTime == 1
    x0 = [53,500];
end
T = vpasolve(q1,q2,x0);
l22 = T.l22;
alpha2 = T.alpha2;
    if iterTime > 1
        x0 = [alpha2,l22];
    end

% 对矢量方程求一阶导

syms v omega2
% 沿 x 轴
q3 = -l1*sind(alpha1(iterTime))*omega1-
v*cosd(alpha2)+l22*sind(alpha2)*omega2;
% 沿 y 轴
q4 = l1*cosd(alpha1(iterTime))*omega1-v*sind(alpha2)-
l22*cosd(alpha2)*omega2;

P = vpasolve(q3,q4);
v = P.v;
omega2 = P.omega2;

% 对矢量方程求二阶导

% 虚功率求解 Mb
syms Mbb;
eq1 = Mbb*omega1-M3*omega2;
Mb(iterTime) = vpasolve(eq1);

% 隔离 12 求解各约束反力
syms Rcxx Rcy FF
% 对 C 点取矩
eq1 = -M3+FF*l22;

```

```

% 水平方向合力为 0
eq2 = Rcxx-FF*sind(alpha2);
% 竖直方向合力为 0
eq3 = Rcyy+FF*cosd(alpha2);

L = vpasolve(eq1,eq2,eq3);
Rcx(iterTime) = L.Rcxx;
Rcxx = L.Rcxx;
Rcy(iterTime) = L.Rcyy;
Rcyy = L.Rcyy;
F(iterTime) = L.FF;
FF = L.FF;

syms Rayy Raxx
% 对 A 点取矩
eq4 = Mbb-FF*l1*cosd(alpha1(iterTime)-alpha2);% 自动满足 无需计算
% 水平方向合力为 0
eq5 = Raxx+FF*sind(alpha2);
% 竖直方向合力为 0
eq6 = Rayy-FF*cosd(alpha2);

N = vpasolve(eq5,eq6);
Rax(iterTime) = N.Raxx;
Ray(iterTime) = N.Rayy;

end

figure(1)
plot(alpha1, Rax, '-*');
title('导杆机构 支座 A 水平方向的约束反力');
xlabel('alpha1(°)');
ylabel('Rax(N)');

```

```
figure(2)
plot(alpha1, Ray, '-o');
title('导杆机构 支座 A 铅垂方向的约束反力');
xlabel('alpha1(°)');
ylabel('Ray(N)');
```

```
figure(3)
plot(alpha1, F, '-^');
title('导杆机构 移动副的约束反力');
xlabel('alpha1(°)');
ylabel('F(N)');
```

```
figure(4)
plot(alpha1, Rcx, '-*');
title('导杆机构 支座 C 水平方向的约束反力');
xlabel('alpha1(°)');
ylabel('Rcx(N)');
```

```
figure(5)
plot(alpha1, Rcy, '-o');
title('导杆机构 支座 C 铅垂方向的约束反力');
xlabel('alpha1(°)');
ylabel('Rcy(N)');
```

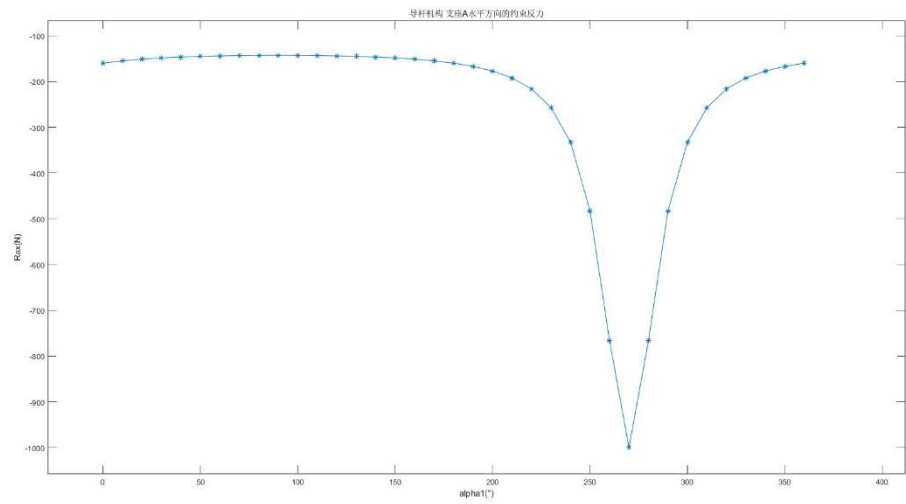
```
figure(6)
plot(alpha1, Mb, '-^');
title('导杆机构 应加于曲柄 1 上的 Mb');
xlabel('alpha1(°)');
ylabel('Mb(N*m)');
```


(3) 结果与数据:

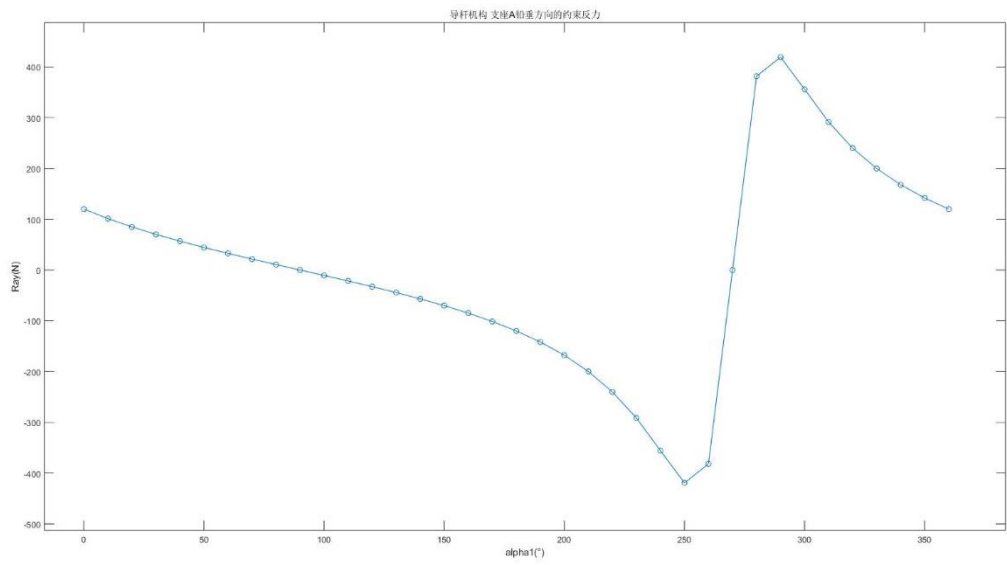
导杆机构 支座A水平方向的约束反力											
0											
-160											
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
-154.999	-151.349	-148.649	-146.644	-145.168	-144.111	-143.401	-142.991	-142.857	-142.991	-143.401	-144.111
130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
-145.168	-146.644	-148.649	-151.349	-154.999	-160	-167.002	-177.11	-192.308	-216.402	-257.276	-332.573
250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360
-482.526	-766.207	-1000	-766.207	-482.526	-332.573	-257.276	-216.402	-192.308	-177.11	-167.002	-160
导杆机构 支座A铅垂方向的约束反力											
0											
120											
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
101.2914	84.89029	70.21828	56.84663	44.44762	32.7621	21.57737	10.71122	-2.29E-38	-10.7112	-21.5774	-32.7621
130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
-44.4476	-56.8466	-70.2183	-84.8903	-101.291	-120	-141.818	-167.887	-199.852	-240.062	-291.517	-355.839
250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360
-419.249	-381.752	5.20E-34	381.7523	419.249	355.8389	291.5166	240.0616	199.852	167.887	141.8184	120
导杆机构 移动副的约束反力											
0											
200											
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
185.1612	173.5304	164.399	157.2768	151.8203	147.7884	145.0149	143.3916	142.8571	143.3916	145.0149	147.7884
130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
151.8203	157.2768	164.399	173.5304	185.1612	200	219.0937	244.0366	277.3501	323.2018	388.8099	487.0585
250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360
639.2188	856.0421	1000	856.0421	639.2188	487.0585	388.8099	323.2018	277.3501	244.0366	219.0937	200
导杆机构 支座C水平方向的约束反力											
0											
160											
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
154.9991	151.3487	148.6486	146.644	145.1682	144.1112	143.4007	142.991	142.8571	142.991	143.4007	144.1112
130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
145.1682	146.644	148.6486	151.3487	154.9991	160	167.0018	177.1096	192.3077	216.402	257.2765	332.5727
250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360
482.5256	766.207	1000	766.207	482.5256	332.5727	257.2765	216.402	192.3077	177.1096	167.0018	160
导杆机构 支座C铅垂方向的约束反力											
0											
-120											
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
-101.291	-84.8903	-70.2183	-56.8466	-44.4476	-32.7621	-21.5774	-10.7112	2.29E-38	10.71122	21.57737	32.7621
130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
44.44762	56.84663	70.21828	84.89029	101.2914	120	141.8184	167.887	199.852	240.0616	291.5166	355.8389
250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360
419.249	381.7523	-5.20E-34	-381.752	-419.249	-355.839	-291.517	-240.062	-199.852	-167.887	-141.818	-120
导杆机构 应加于曲柄1上的Mb											
0											
36											
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
38.00037	39.46052	40.54054	41.3424	41.93271	42.35551	42.63973	42.80359	42.85714	42.80359	42.63973	42.35551
130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
41.93271	41.3424	40.54054	39.46052	38.00037	36	33.19928	29.15614	23.07692	13.43921	-2.91059	-33.0291
250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360
-93.0102	-206.483	-300	-206.483	-93.0102	-33.0291	-2.91059	13.43921	23.07692	29.15614	33.19928	36

图表 1-运用 matlab 所分析的导杆机构的各项数据

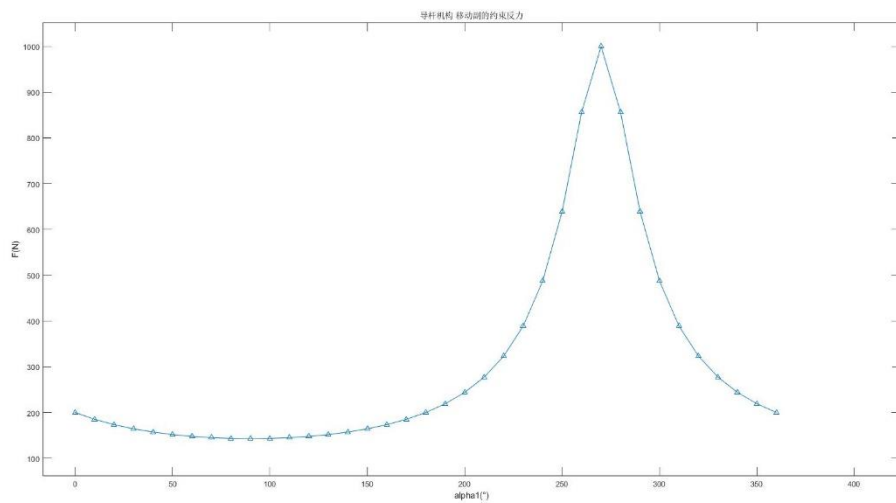
(4) 图表分析：



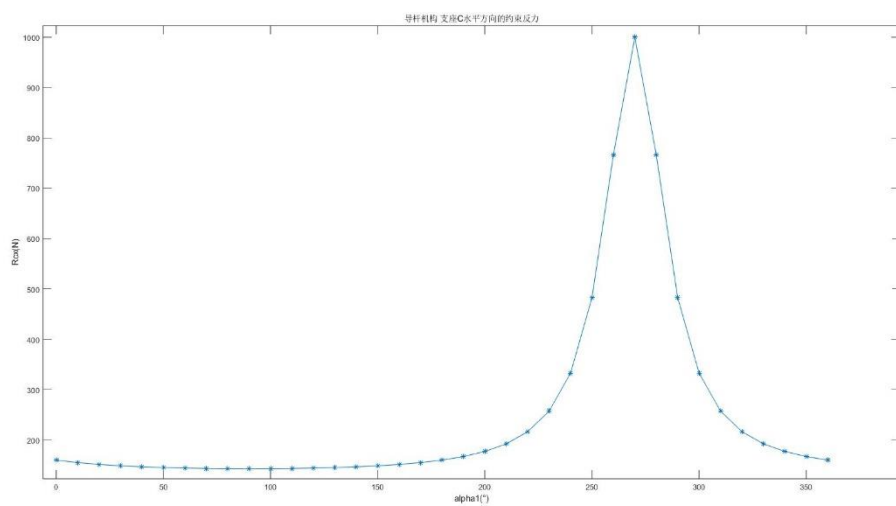
图表 2-导杆机构 支座 A 水平方向的约束反力与杆 a 转过的角度的关系



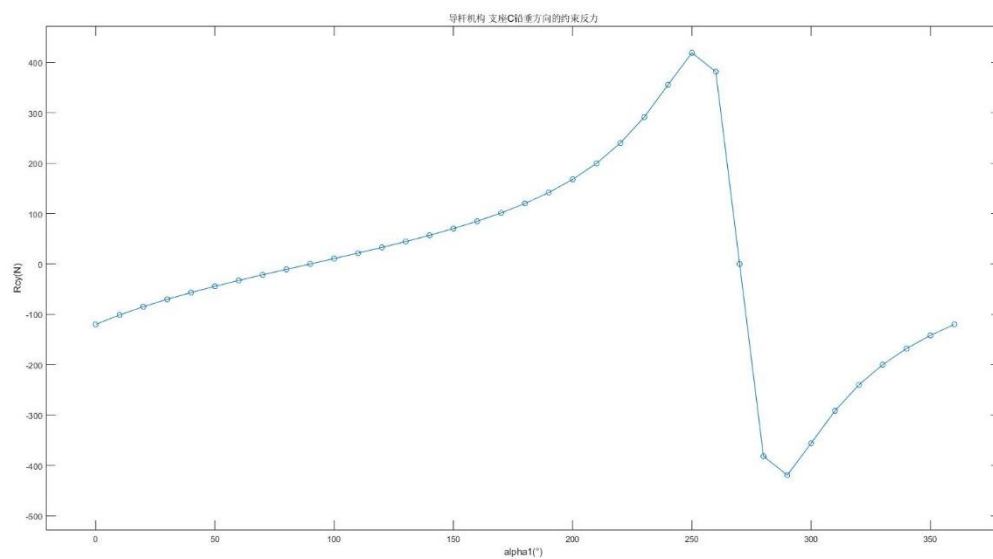
图表 3-导杆机构 支座 A 铅垂方向的约束反力与杆 a 转过的角度的关系



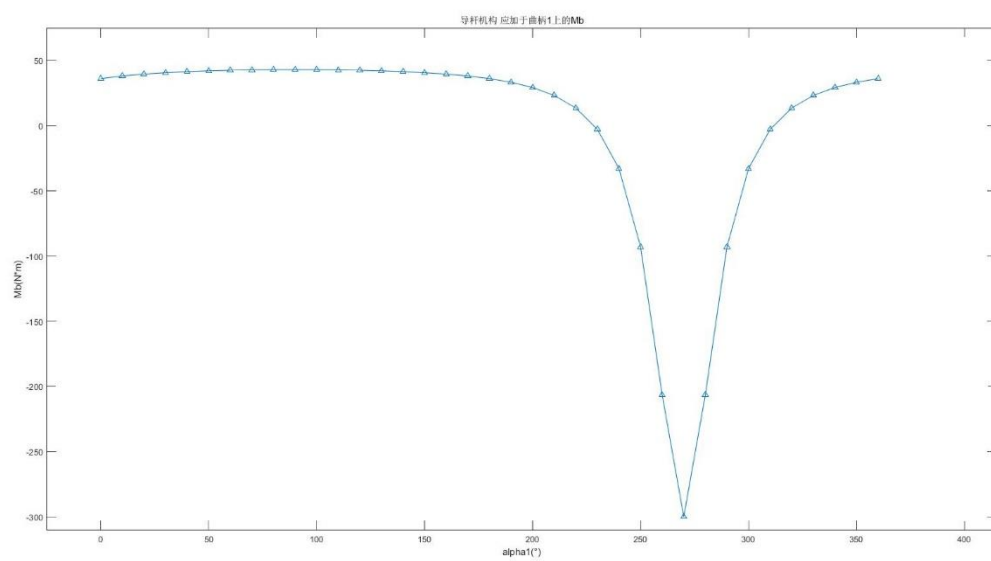
图表 4-导杆机构 移动副的约束反力与杆 a 转过的角度的关系



图表 5-导杆机构 支座 C 水平方向的约束反力与杆 a 转过的角度的关系



图表 6-导杆机构 支座 C 铅垂方向的约束反力与杆 a 转过的角度的关系



图表 7-导杆机构 应加于曲柄 1 上的 Mb 与杆 a 转过的角度的关系

(6)结果分析:

导杆机构在 a 杆转到 $240^{\circ}\sim 300^{\circ}$ 左右处时, 各运动副的约束反力会发生突变, 且会随杆的长度的变化发生指数式突变, 应合理设计杆的尺寸与材料防止材料失效或断裂。