

Capítulo 2

Base teórica

En éste capítulo se representan las nociones de teoría de juegos y análisis de sensibilidad, que aplicaremos posteriormente en el caso práctico

Para la documentación en teoría de juego se han utilizado

2.1. Teoría de juegos

En teoría de juegos cada jugador intenta conseguir el mejor resultado posible (maximizar su utilidad), pero teniendo en cuenta que el resultado del juego no depende sólo de sus acciones, sino también de las acciones de los otros jugadores. Para maximizar la utilidad supondremos que los jugadores son racionales, buscando un equilibrio en el que a los jugadores no les convenga cambiar su decisión .

El campo de estudio de la teoría de juegos es muy general. No es preciso que haya entretenimiento, pero sí interacción.

2.1.1. Teoría de la utilidad

empezaremos explicando las relaciones preferenciales(extenderse)

$\preceq \succeq$

las relaciones que vamos a describir se tratan de relaciones binarias entre diferentes alternativas

Definición 2.1 Relación preferencial: Sean x e y dos estados de un cierto espacio de estados, representaremos que x es al menos tan preferible como y si $x \succeq y$.

Definición 2.2 Relación preferencial estricta: Sean x e y dos estados de un cierto espacio de estados, diremos que x es preferible a y , representándolo como $x \succ y$ si y solo si $x \succeq y$ pero no se da $x \preceq y$.

Definición 2.3 Relación indiferente: Sean x e y dos estados de un cierto espacio de estados, diremos que x es indiferente a y , representándolo como $x \sim y$ si y solo si se da $x \succeq y$ y $x \preceq y$.

Definición 2.4 Preferencia racional: Una relación de preferencia es racional si se cumplen las siguientes dos propiedades, dado el espacio de estados X : (I) Completitud: Para todo $x, y \in X$ tenemos que $x \preceq y$ o $x \succeq y$ (o no excluyente) (II) Transitividad: Para todo $x, y, z \in X$ tenemos que si $x \preceq y$ y $y \preceq z$ entonces $x \preceq z$

explicación de la función de utilidad

Definición 2.5 Función de utilidad: Una función $u : X \rightarrow \mathbb{R}$ es una función de utilidad que representa una relación si, para todo $x, y \in X$,

(Nótese que de)

Proposición 2.6 Una relación preferencial puede ser representada mediante una función de utilidad solo si es racional.

$$x \preceq y \iff x \leq y .$$

¿utilidades exponenciales?

2.1.1. Teoría de la decisión

La teoría de la decisión analiza la forma de seleccionar una de las alternativas entre varias posibles de manera racional

definición 2.7 problema de decisión Los elementos esenciales de un problema de decisión son:

(I) Un conjunto, A , de acciones o alternativas entre las cuales el decisor debe elegir la que le parezca mejor.

(II) Un conjunto, Θ , de estados de la naturaleza, que describen las circunstancias que pueden afectar o influir en las decisiones a adoptar.

(III) Una función de utilidad $u : A \times \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ de modo que para $\theta \in \Theta$ y $a \in A$, $u(\theta, a)$ mide las consecuencias de cada acción a cuando el estado de la naturaleza es θ .

De ahora en adelante supondremos que la función de utilidad proveniente de una relación preferencial.

Nótese que en (I) y en (II) los conjuntos pueden ser finitos, numerables, continuos o arbitrariamente complejos

Puede darse el caso de que el conjunto Θ tenga asociado una distribución de probabilidad (puede ser objetiva o subjetiva)

definición 2.8 Lotería simple: Dado un conjunto de estados de la naturaleza $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_N\}$ $N \in \mathbb{N}$ entonces se llama lotería a la lista $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ donde $\lambda_n \geq 0 \forall n \in \{1, \dots, N\}$ y $\sum_{n=1}^N \lambda_n = 1$, donde λ_n se interpreta como la probabilidad de que el suceso θ_n ocurra.

definición 2.9 Función de utilidad esperada Von Neumann-Morgenstern (VN-M): En un problema de decisión se define utilidad esperada de una lotería $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ dada una acción $a \in A$ dada como: $u_a(L) = \sum_{n=1}^N \lambda_n * u(a, n)$

2.1. Teoría de juegos

Hasta ahora hemos analizado los problemas de decisión individuales, podemos interpretar como una progresión razonable del problema es añadir personas, es decir, además de una naturaleza aleatoria que puede alterar la decisión que más nos conviene, añadimos a otras personas que pueden alterarla también.

def 2.10 juego : definimos juego como la representación formal de una situación donde un número de individuos, mayor que uno, interactúan de manera interdependiente.

los elementos básicos de un problema en teoría de juego son: (I) Los jugadores: Serán los que tomarán decisiones que modifiquen el juego (se puede considerar a la naturaleza aleatoria como uno). (II) Las reglas: Definirá lo que puede y no puede hacer cada jugador y en que momento. (III) Los resultados: Definirá cual es el resultado de cada acción de cada jugador. (IV) Los beneficios: Define las preferencias de cada jugador sobre los posibles resultados, normalmente se usarán funciones de utilidad para definirlos.

Hay principalmente dos formas de representar un juego (I) La normal (o estratégica) forma de representación donde la información es descrita mediante una tabla (II) La forma extensiva de representación donde la información está explícitamente descrita usando árboles de juego y conjuntos de información.

definición

JUEGOS EN FORMA EXTENSIVA

def 2.11 juego en forma extensiva o secuencial: Los elementos que caracterizan a un juego en forma extensiva son: (I) Conjunto de jugadores: $J=0,1,\dots,N$