



信号与系统



Signals and Systems

控制系本科教学平台: <http://www.cse.zju.edu.cn/eclass/>

搜索课程: 信号与系统 (乙)





课程简介



➤ 信号与系统所需的预修课程

➤ 数学分析（微积分）、常微分方程、复变函数、电路原理等

➤ 信号与系统课程的研究内容

（1）信号的特性（包括连续和离散时间信号）

信号的时域特性

信号的频域特性：频谱（幅度谱，相位谱）等

信号的变换域：复频域

（2）系统的特性

系统的特性：线性、时不变、因果、稳定等

刻画系统的参量：冲激响应、系统函数、频率响应等



课程简介



➤ 目的:

- 介绍信号与系统的基本概念、理论
- 学习如何分析信号特性和线性时不变系统

➤ 要求:

- 预习， 听课和复习
- 按时完成所布置的作业（重要！每周上课时交上一次作业）

➤ 评分标准

- 平时成绩（到课、作业、回答问题以及课堂练习）：**20-30%**
- 期末考试：**70-80%**

➤ 答疑： 课间、课程网站答疑论坛、电子邮件、电话均可



参考书目



Same
book

➤ Oppenheim A V, Willsky A S, Nawab, Nawab S H. Signals & System, (Second Edition) 1998年, 清华大学出版社•PRENTICE HALL (英文版)

➤ Oppenheim A V, Willsky A S, Nawab S H. 刘树棠译.

信号与系统(第二版), 西安: 西安交通大学出版社, 1998.

➤ Oppenheim A V, Schafer R W, Buck J R. 刘树棠, 黄建国译.

离散时间信号处理(第二版), 西安: 西安交通大学出版社, 2001.

➤ 于慧敏主编. ——教材

信号与系统 (第二版), 北京: 化学工业出版社, 2008.

➤ 于慧敏, 凌明芳, 史笑兴, 杭国强编. ——配套书

信号与系统学习指导, 北京: 化学工业出版社, 2004.

➤ 其他同类书



课程安排



➤ 本课程性质

电类（弱电类）专业的专业基础课

➤ 本课程教学内容 第一章~第七章

第一章 信号与系统基本概念

第二章 LTI系统的时域分析：连续与离散信号

第三章 连续时间信号与系统的频域分析

第四章 离散时间信号与系统的频域分析

第五章 采样、调制与通信系统

第六章 信号与系统的复频域分析

第七章 Z变换



课程安排



➤ 任课教师

王 慧 hwang@iipc.zju.edu.cn 13064717398

徐祖华 xuzh@iipc.zju.edu.cn 13588072715

陈 曦 xichen@iipc.zju.edu.cn 13858077650

周立芳 lfzhou@iipc.zju.edu.cn 13957191720

赵 均 jzhao@iipc.zju.edu.cn 13003693119

本科教学课程中心: <http://www.cse.zju.edu.cn/eclass/>

搜索课程: 信号与系统 (乙)



本科教学课程网站: <http://www.cse.zju.edu.cn/eclass>



360安全浏览器 5.0 正式版

文件(F) 查看(V) 收藏(B) 工具(T) 帮助(H)

请登录

http://www.cse.zju.edu.cn/eclass/

收藏 谷歌 网址大全 360游戏 2010-07-05 导入 www.booking.co 全球订房网HRS.cn

扩展中心 我喜欢 截图 网银 游戏 登录管家 翻译

首页

浙江大学

控制科学与工程系网络课程平台

Welcome to

点击进入>>

E-Class of Depaartment of Control Science and Engineering, ZJU

Copyright 2012 浙江大学控制科学与工程系 版权所有

浏览器医生 IE打开 下载 100%



本科教学课程网站: http://www.cse.zju.edu.cn/eclass/signal_system/
资源下载



信号与系统(乙)

Signal and System

[首页](#) [理论教学](#) [实践教学](#) [自主学习](#) [资源下载](#) [在线交流](#) [申报信息](#)



当前位置: 首页 > 资源下载

· 课件: 第一章信号与系统的基本概念

[02-28]

[第一页](#) [上一页](#) [下一页](#) [尾页](#) 当前: 1/1 页

用户登录

student (), 欢迎登录。

[退出登录](#)

收集本页

[more](#) >>

February 2013-02

| 日 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | 1 | 2 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |



本科教学课程网站: http://www.cse.zju.edu.cn/eclass/signal_system/





浙江大学控制科学与工程学系

网络课程平台

欢迎访问控制系本科生网络课程平台。

欢迎您: student ()

注销

WELCOME TO E-CLASS OF DEPARTMENT OF CONTROL SCIENCE AND ENGINEERING, ZJU

CSE

核心课程

- 自动控制理论I
- 自动控制理论II
- 过程控制工程
- 自动化专业英语与科技文献阅读
- 微机原理
- 现代传感技术和过程检测系统
- 控制仪表及计算机控制装置

模块课程

- 公共安全监测技术
- 自动化技术专题讲座
- 物流自动化概论
- 信号与系统 (乙)
- 生物传感器技术
- 嵌入式系统设计
- 机器人技术
- 数字信号处理
- 软件技术基础
- 计算最优控制实践
- 智能控制技术
- 数值计算方法
- 工业通信网络
- 物联网技术导论
- 运筹学
- 系统工程导论
- 数学建模与仿真
- 无线传感器网络
- 图像处理技术及其应用
- DSP系统设计
- 面向对象的编程技术
- 随机控制与信息导论
- 控制系统仿真
- 人工智能概论
- 控制科学前沿

图片展示



3



2



1

收集本页



信号与系统 Signals and Systems



第一章 信号与系统的基本概念

Chapter 1 Signals and Systems Basic Concepts





浙江大学



本章主要内容

- (0) 引言(Introduction)
- (1) 信号的基本概念
- (2) 连续时间与离散时间的基本信号
- (3) 复指数信号与正弦信号
- (4) 信号的运算与自变量变换
- (5) 系统的描述及系统的基本性质



基本概念——引言(0)



✓ 消息 (Message)、信息 (Information)、信号 (signal)

消息：运动或状态变化的直接反映、待传输与处理的原始对象之含意，如语音、图像、数据中所含的内容。

信息：具有能消除某些知识（情况）的不肯定性的特点。

信号：是信息的表现形式，是信息的载体。信息是信号的具体内容。信号可表现为某种物理量随时间 t 变化的函数 $f(t)$ ，如声、光、位移、速度、电压、电流等

From Wikipedia: **Information**, in its most restricted technical sense, is an [ordered sequence](#) of [symbols](#) that can be interpreted as a [message](#). Information can be recorded as [signs](#), or transmitted as [signals](#). Information is any kind of [event](#) that affects the [state](#) of a [dynamic system](#). Conceptually, [information is the message](#) (utterance or expression) being conveyed. This [concept](#) has numerous other meanings in different contexts. Moreover, the concept of information is closely related to notions of [constraint](#), [communication](#), [control](#), [data](#), [form](#), [instruction](#), [knowledge](#), [meaning](#), [mental stimulus](#), [pattern](#), [perception](#), [representation](#), and especially [entropy](#).

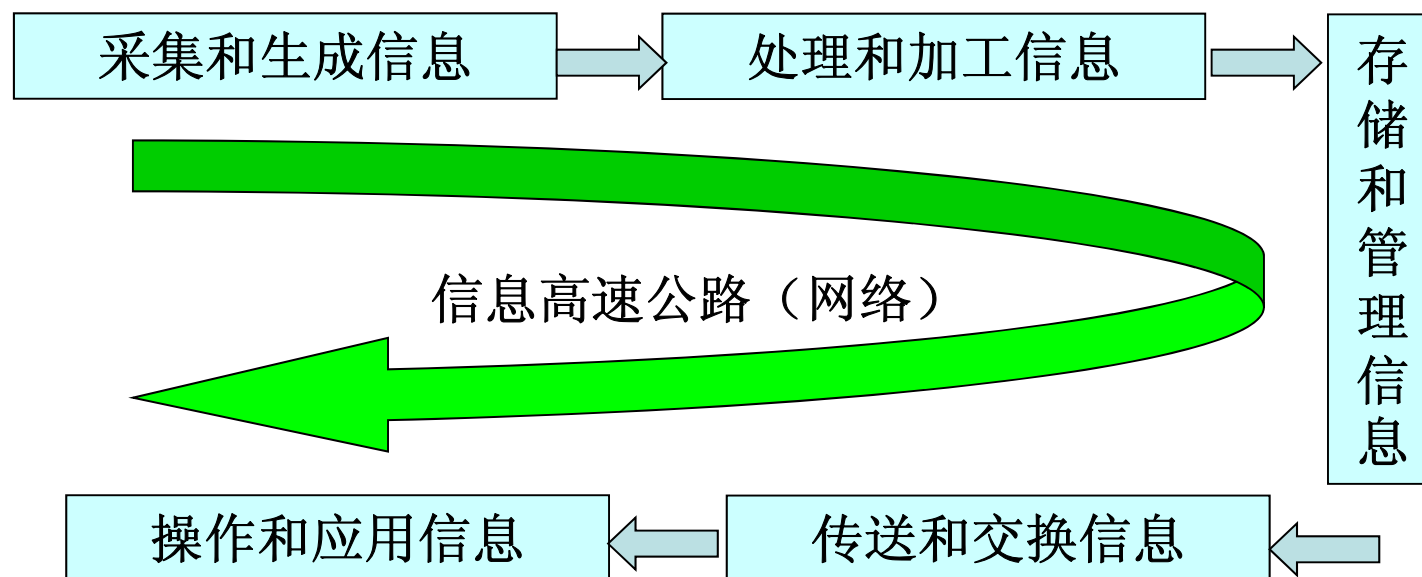
信号传输 (**Transmission**)、信号交换 (**Switching**)、信号处理 (**Processing**)
——涵盖了通信系统的三个方面



基本概念——引言(1)



- ✓ 重要性：三大资源（能源、材料、信息）
- ✓ 信息化——信息的流通、积累、处理和利用。
- ✓ 完整的运作环节(信息的生命周期)：采集、处理、存储、传送、应用

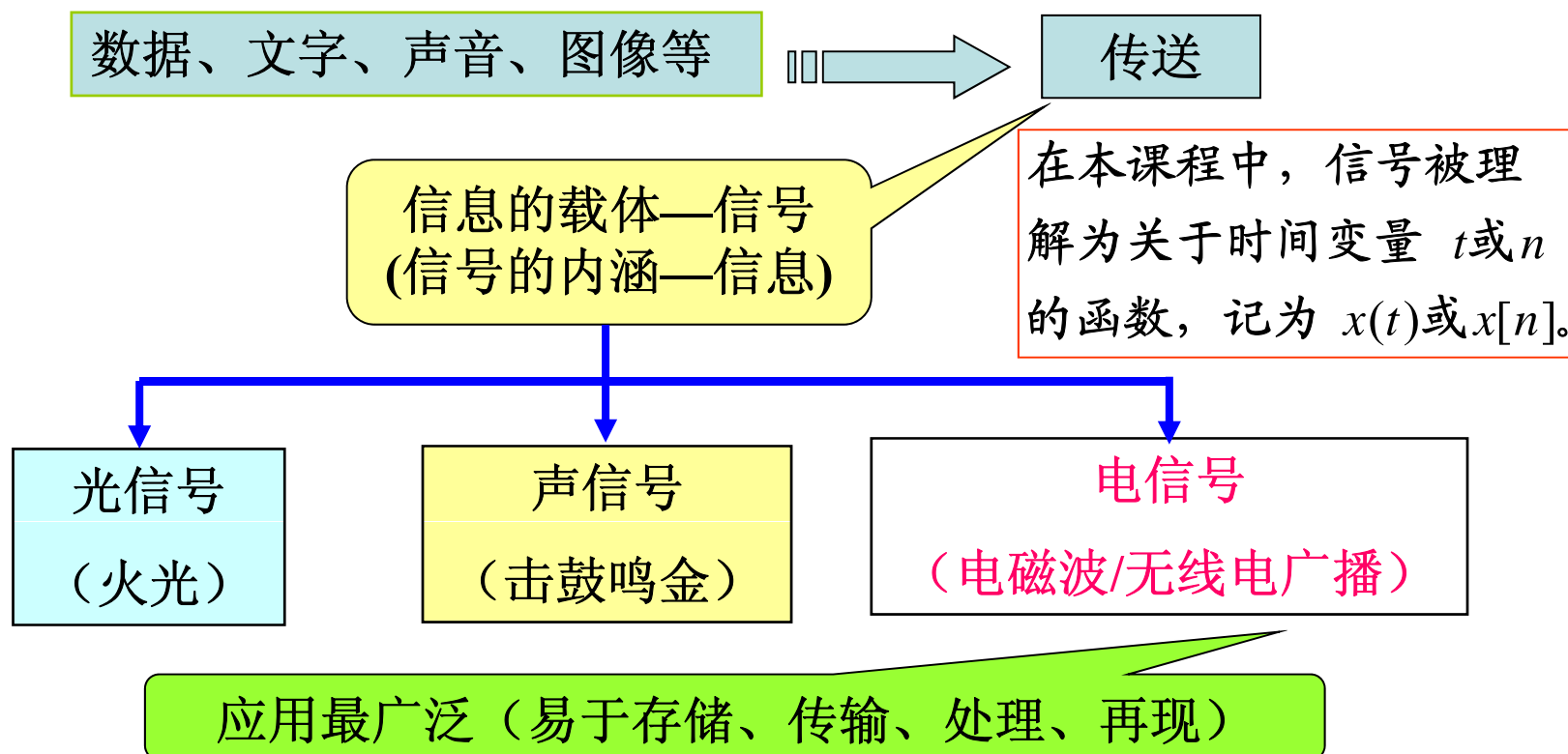




基本概念——引言(2)



✓ 信息的表现形式:





基本概念——引言(3)



✓系统的定义

一组相互间有联系的事物组成的一个整体

对信息的处理即对信号的处理、管理等是通过不同系统实现的

Physical system in the broadest sense are an interconnection of components, devices, or subsystems.

A system can be viewed as a **process** in which **input signals** are transformed by the system or caused the system to **respond** in some way, resulting in other signals as **outputs**.

本课程介绍
确定性信号,
线性时不变
(LTI) 系统

➤信号: 表示($x(t)$ 、 $x[n]$), 运算, 分析

{ 时域
变换域 (频域、复频)

➤系统: 表示 — 模型(输入-输出方程, 状态方程, 框图等), 分析

{ 时域
变换域, 综合



浙江大学



本章主要内容

(0) 引言(Introduction)

(1) 信号的基本概念

(2) 连续时间与离散时间的基本信号

(3) 复指数信号与正弦信号

(4) 信号的运算与自变量变换

(5) 系统的描述及系统的基本性质



基本概念——信号的描述（1）

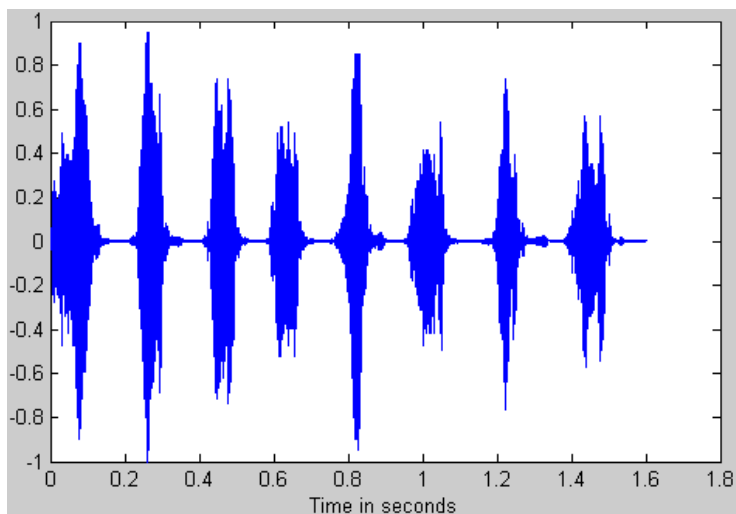


- ✓ 信号是随时间或几个自变量变化的某种物理量，是信息的载体。

语音信号——声压随时间变化的函数

黑白照片——亮度随二维空间变量变化的函数

声音



图像





基本概念——信号的描述（2）



✓ 信号的特性

（1）**时间特性**：信号出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的大小以及随时间变化的快慢

（2）**频率特性**（**不同频率正弦分量之和**）：各频率分量的相对大小、主频分量占有的范围等

不同时间特性导致不同的频率特性

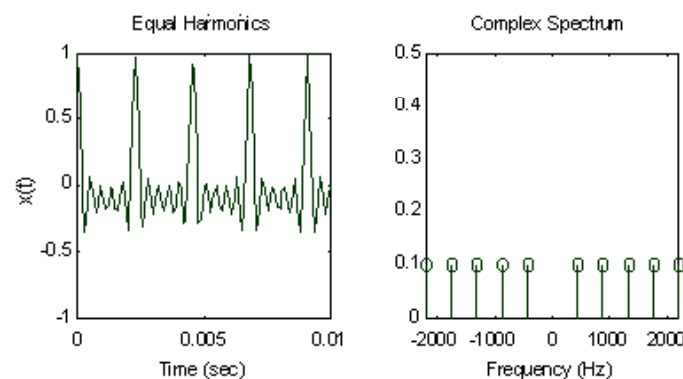
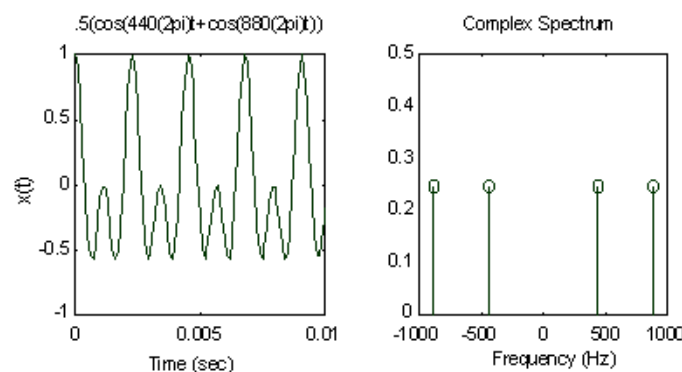
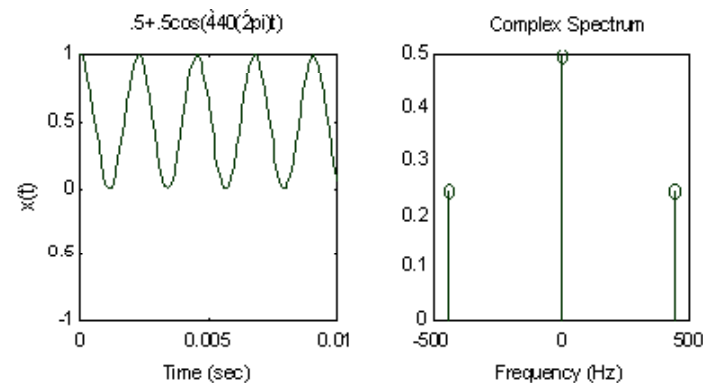
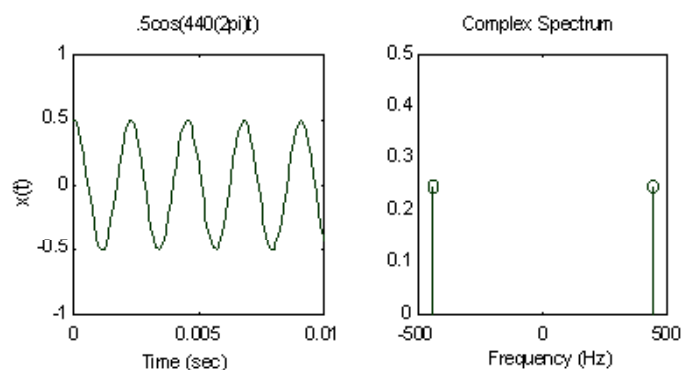
本课程讨论范围

（1）随时间、位置变化的**电信号**；

（2）限于讨论**单变量函数**（通常是时间变量）

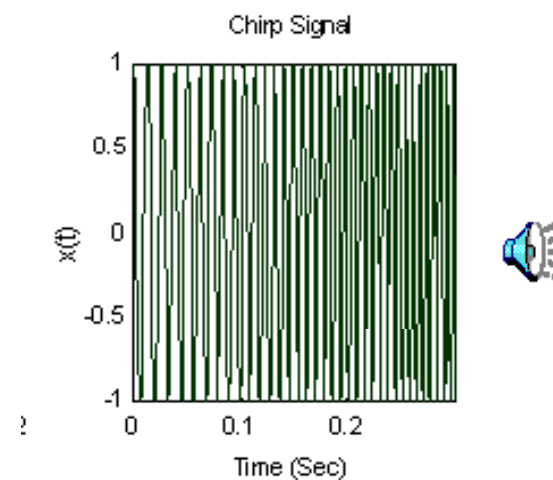
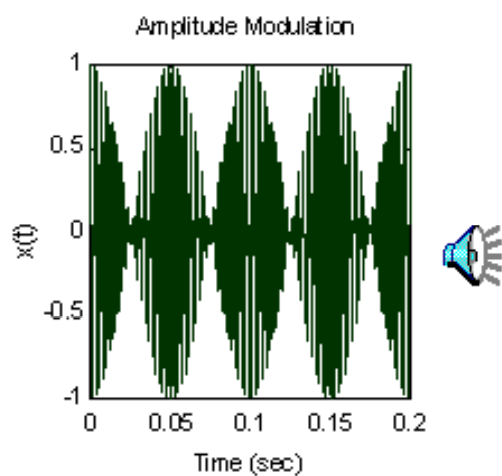
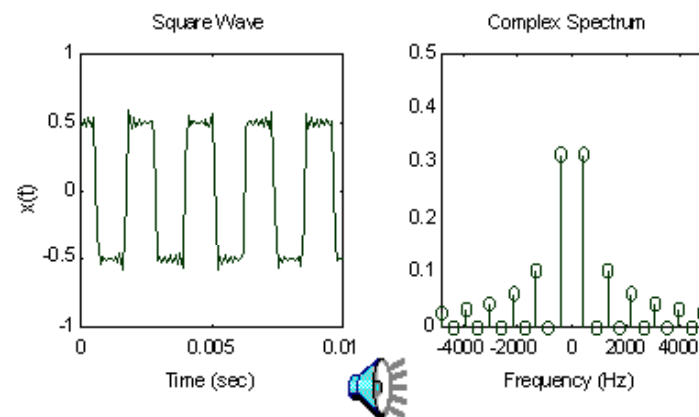
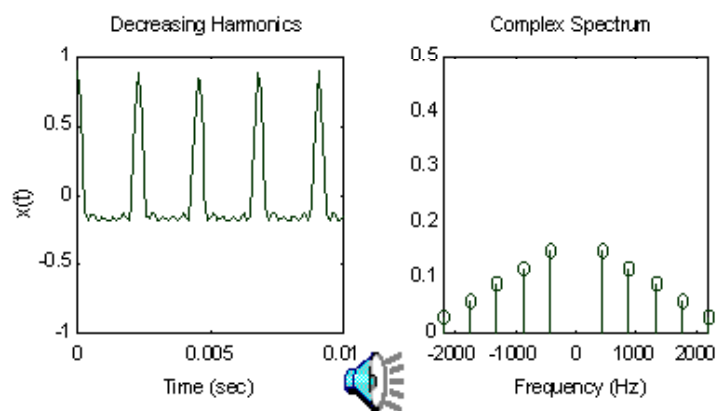


基本概念——信号的描述（3）





基本概念——信号的描述（4）





基本概念——信号的分类



分类:

确定性信号和随机性信号

连续时间信号和离散时间信号

周期信号和非周期信号

奇信号和偶信号

功率信号和能量信号



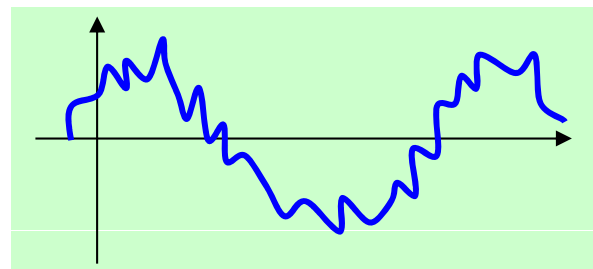
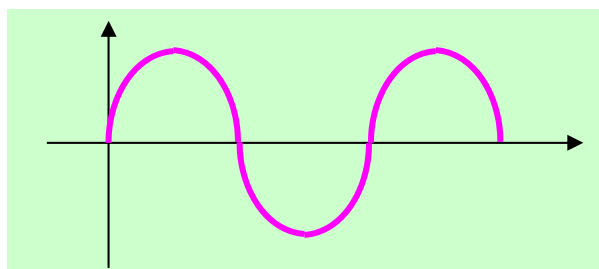
基本概念——信号的分类（1）



✓ 确定性信号与随机性信号

确定性信号——用时间 t 的确定函数表示，即使某时刻 t_0 尚未到达，也可预知该时刻的取值，如：正弦信号。

随机性信号——具有不可预知性，如果某时刻 t_0 尚未到达，则无法预知信号在该时刻的取值，只知道信号在 t_0 的统计特性。如：干扰、噪声信号。



本课程只讨论确定性信号（也是研究随机信号的基础）。

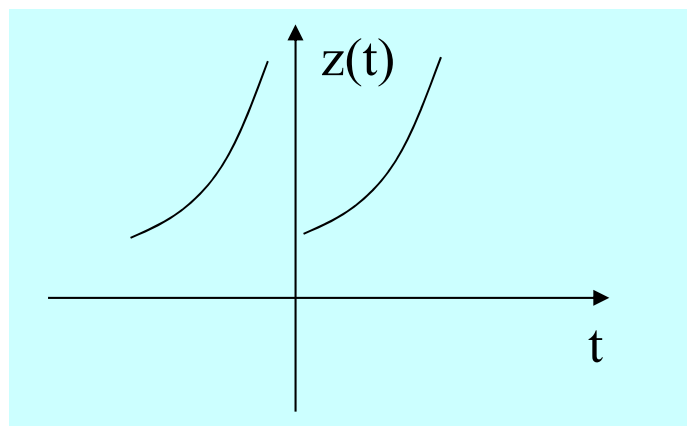
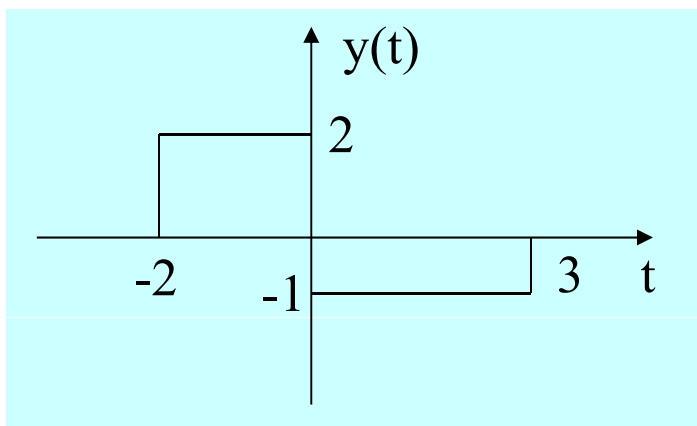


基本概念——信号的分类（2-1）



- ✓ 连续时间(Continuous-time)信号与离散时间(Discrete-time)信号——按自变量的取值是否连续划分

连续时间信号 (t)——模拟信号：时间、幅度均连续——信号的自变量（时间 t ）是连续变化的，可以取所有的实数，通常记为 $x(t)$ （但可能有若干个不连续的点）。

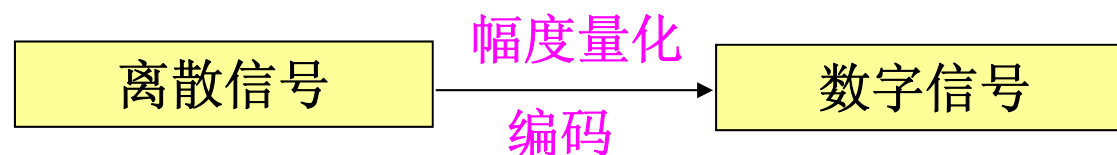
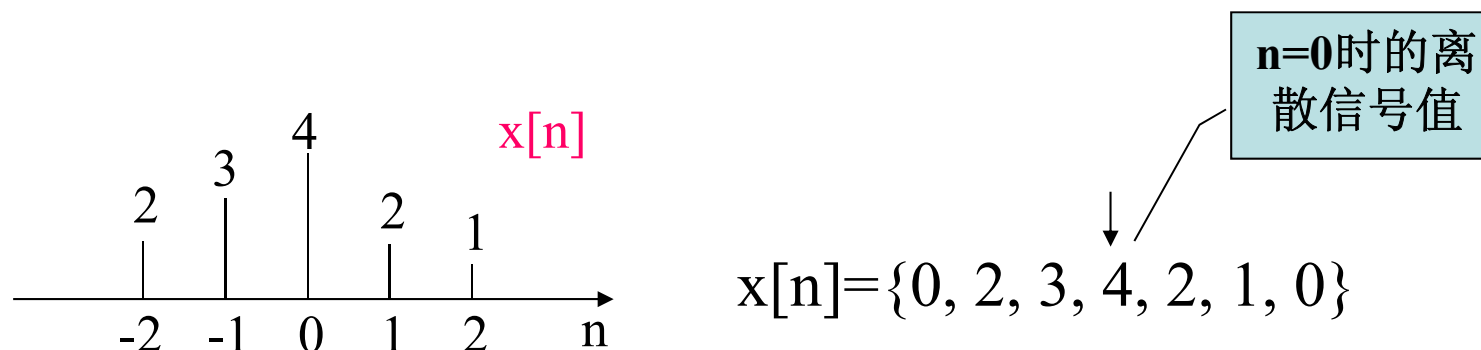




基本概念——信号的分类（2-2）



离散时间信号 $[n]$ ——信号的自变量是离散的，只取整数值，通常也称为时间序列（实际上是按顺序排列的数据），记作 $x[n]$.



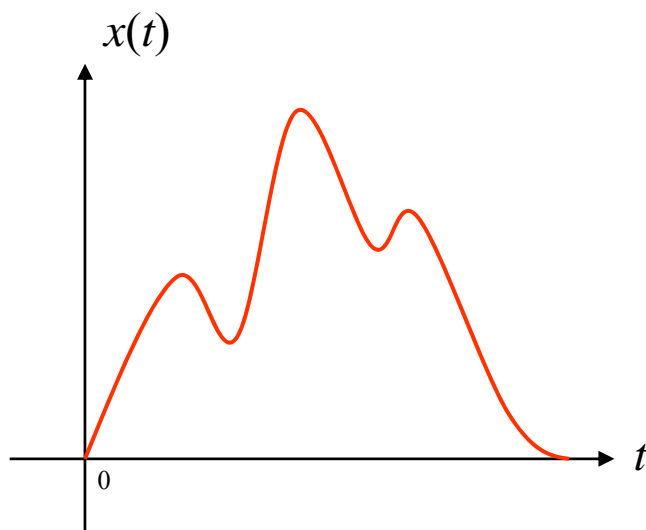
本课程并行讨论连续时间和离散时间这两种信号



基本概念——信号的分类（2-3）



模拟信号 $x(t)$ ：时间、幅度均连续

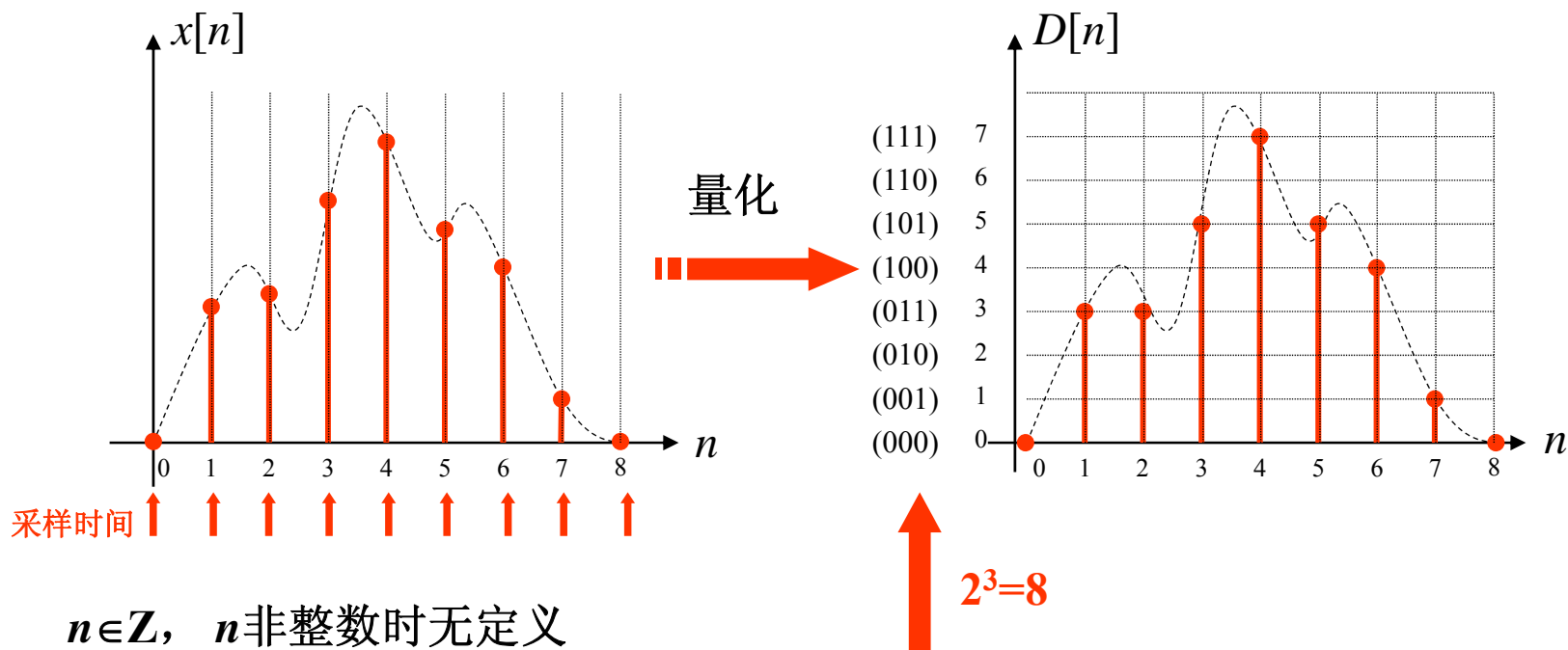


例：温度、气压等



离散信号 $x[n]$: 时间离散,
幅度可为连续

数字信号: 时间离散,
幅度离散



$n \in \mathbb{Z}$, n 非整数时无定义

例: 每年的人口增长情况,
每周的股市行情

二进制编码(0,1)

例: 计算机处理的信息



基本概念——信号的分类（2-3）



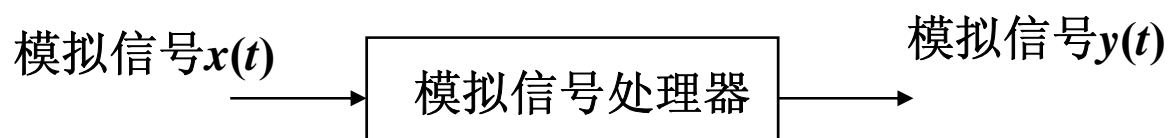
| 时间轴 幅度轴 | 连 续 | 离 散 |
|------------|--------------------------------|------------------------------|
| | 连 续 | 离 散 |
| 连续 | Analog (模拟) | Sampling （抽/采样） |
| 离散 | Quantization （量化） | Digital （数字） |
| 统称 | 连续时间 Continuous-time | 离散时间 Discrete-time |



基本概念——信号的分类（2-4）



模拟信号处理（Analog Signal Processing）



数字信号处理（Digital Signal Processing）



信号处理：提取、放大、存贮、传输等



基本概念——信号的分类（3-1）



✓ 周期(Periodic)信号与非周期信号

连续周期信号:

$$x(t) = x(t + T) = x(t + 2T) = \dots$$

$$x(t) = x(t + mT), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

离散周期信号:

$$x[n] = x[n + N] = x[n + 2N] = \dots$$

$$x[n] = x[n + mN], m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

能使上两式分别成立的最小正值 T 、 N 称为 $x(t)$ 和 $x[n]$ 的基波周期 T_0 和 N_0

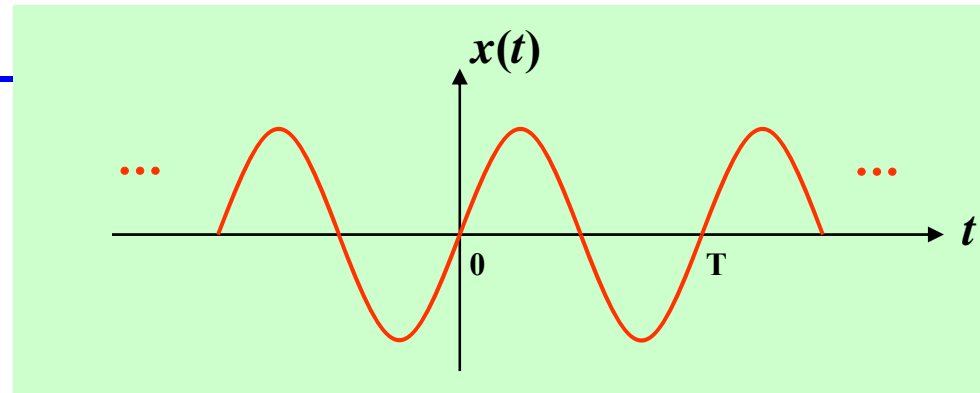
不满足上述关系的称为非周期信号。

周期信号 N_0 或者 $T_0 \rightarrow \infty$ 则为非周期信号。

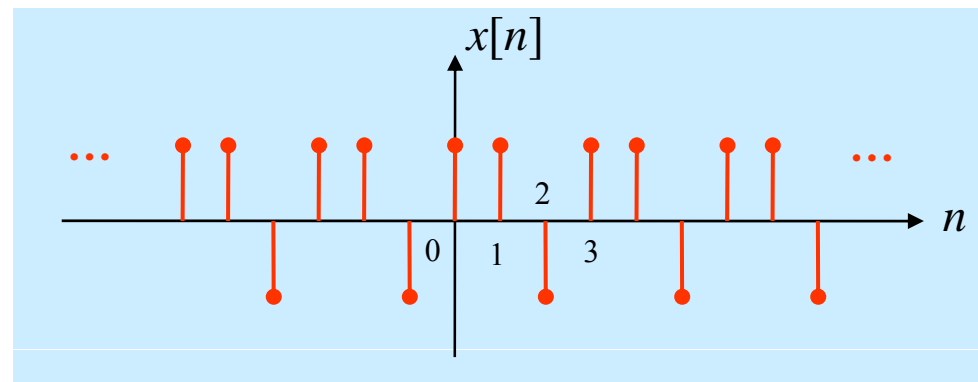


例1-0:

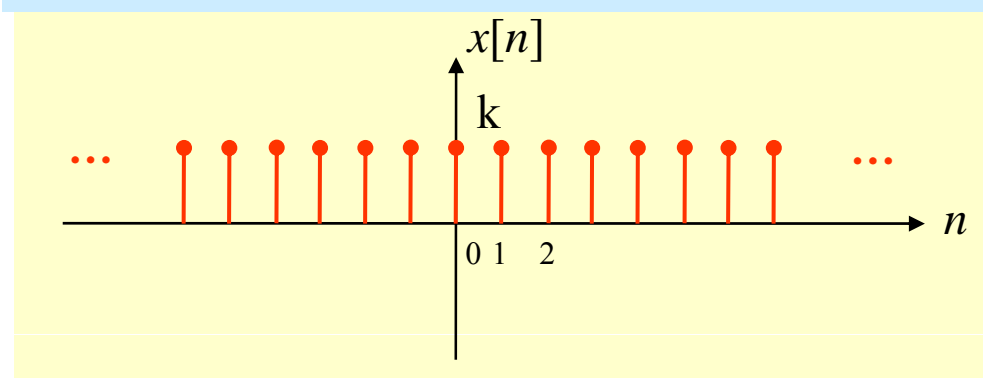
如图所示信号是否周期信号？如是，各自的周期为多少？



$T_0=?$



$N_0=?$



$N_0=?$



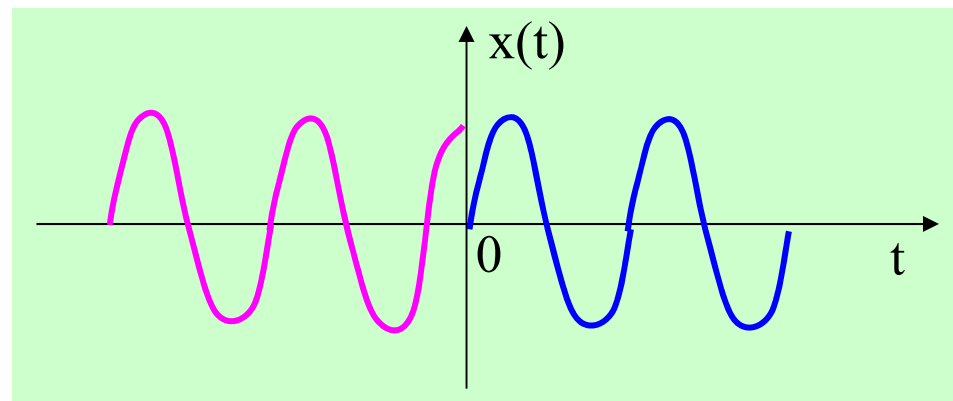
基本概念——信号的分类（3-2）



例1-1：判别

$$x(t) = \begin{cases} \cos(t) & t < 0 \\ \sin(t) & t \geq 0 \end{cases}$$

是否周期信号？



解：

分别考虑 $t > 0$ 和 $t < 0$ 时， $x(t)$ 每相距 2π 重复，即：

$$\sin(2\pi + t) = \sin(t) \quad \cos(2\pi + t) = \cos(t)$$

但当 $t=0$ 时， $x(t)$ 有一个不连续的点，且这个不连续的点不在其他地方出现

所以， $x(t)$ 不是周期信号



基本概念——信号的分类（3-3）



例1-2 判断离散余弦信号 $x[n]=\cos(\omega_0 n)$ 是否为周期信号。

解： 由周期信号的定义，若

$$\cos(\omega_0(n+N)) = \cos(\omega_0 n)$$

则 $x[n]$ 是周期的。

若上式成立，必须满足：

$$\omega_0 N = 2k\pi \quad k \text{ 为整数}$$

或者

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{k}{N} = \text{有理数}$$

只有满足上式（ $\omega_0/2\pi$ 为有理数）， $x[n]=\cos(\omega_0 n)$ 才是周期信号



基本概念——信号的分类（4-1）

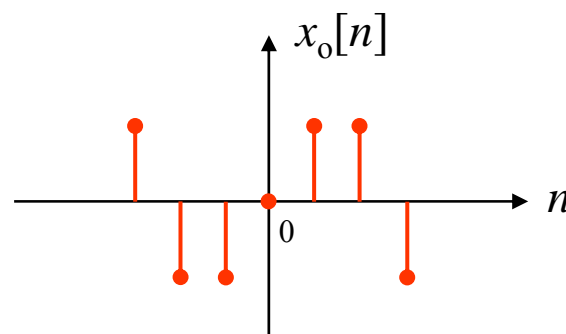
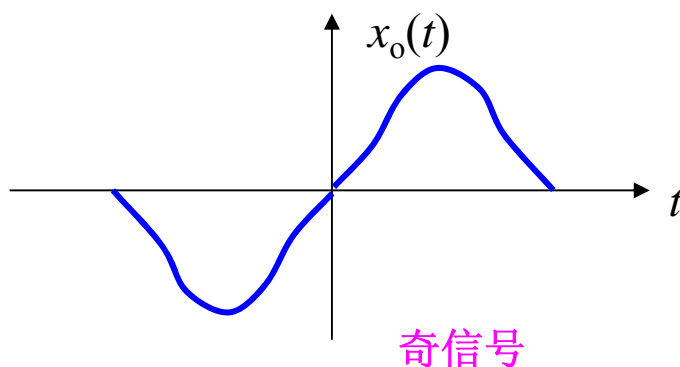


✓ 奇 (Odd) 信号 $x_o(t)$ ——与偶 (Even) 信号 $x_e(t)$

奇信号关于原点对称:

$$x(t) = -x(-t) \quad \text{或}$$

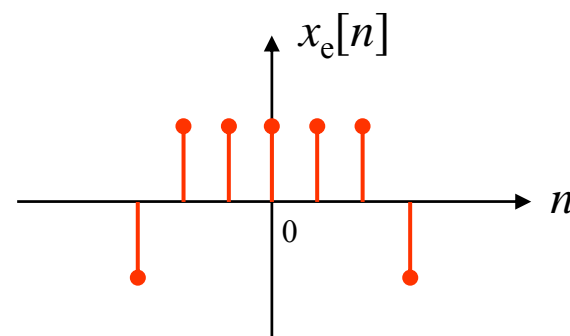
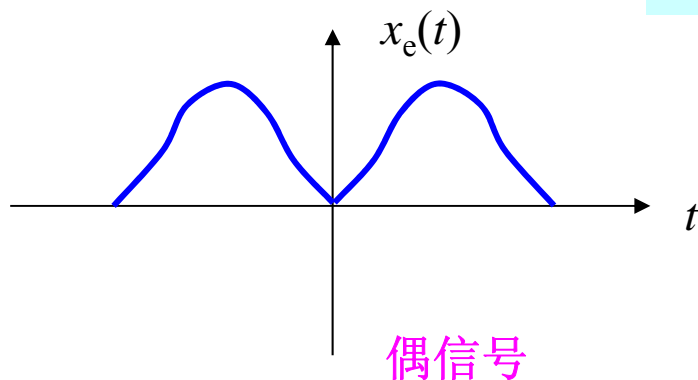
$$x[n] = -x[-n]$$



偶信号关于纵坐标对称:

$$x(t) = x(-t) \quad \text{或}$$

$$x[n] = x[-n]$$





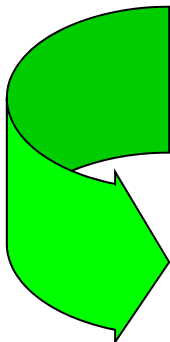
基本概念——信号的分类（4-2）

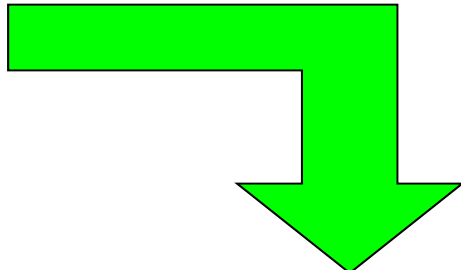


信号的分解：奇偶信号的划分是不完备的，存在非奇非偶信号。
但任何信号都可分解成奇分量与偶分量之和。

$$\because x(t) = \frac{1}{2} [x(t) + x(t) + x(-t) - x(-t)]$$

$$= \frac{1}{2} [x(t) + x(-t)] + \frac{1}{2} [x(t) - x(-t)]$$


$$x_e(t) = Ev\{x(t)\} = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$


$$x_o(t) = Od\{x(t)\} = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

同理

$$x_e[n] = \frac{x[n] + x[-n]}{2}$$

$$x_o[n] = \frac{x[n] - x[-n]}{2}$$



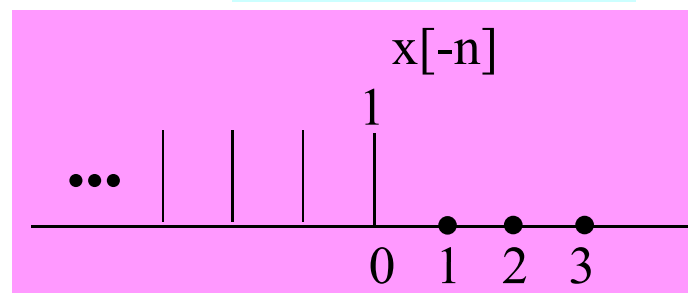
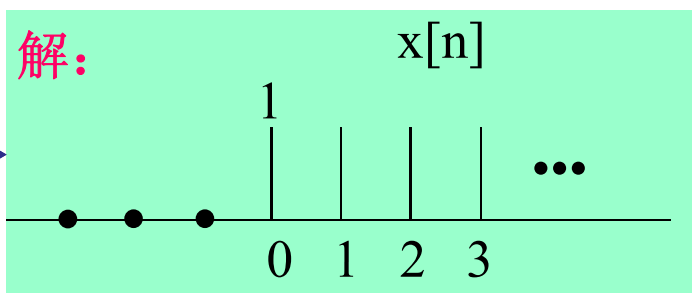
基本概念——信号的分类（4-3）



例1-3 将 $x[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$ 表示为奇偶分量之和。

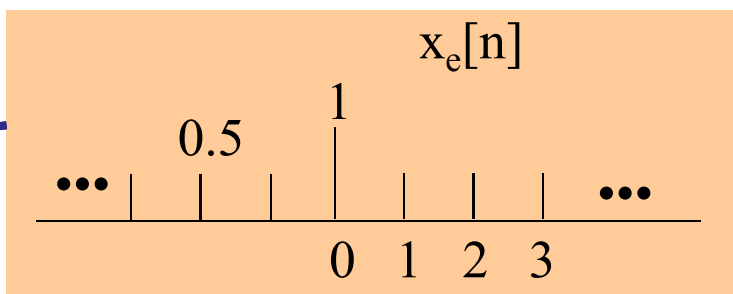
$$x[-n] = \begin{cases} 1 & n \leq 0 \\ 0 & n > 0 \end{cases}$$

解：

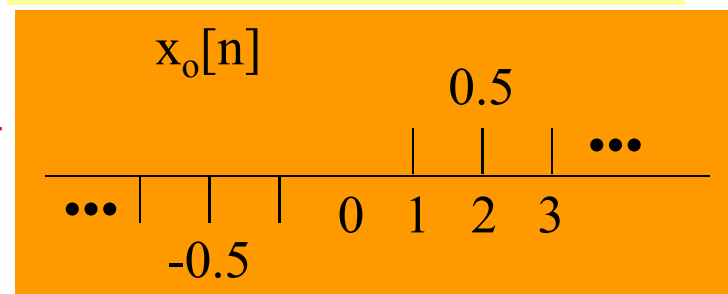


$$x_e[n] = \frac{x[n] + x[-n]}{2} = \begin{cases} 1/2 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$$x_o[n] = \frac{x[n] - x[-n]}{2} = \begin{cases} -1/2 & n < 0 \\ 0 & n = 0 \\ 1/2 & n > 0 \end{cases}$$



+





基本概念——信号的分类（5-1）



✓ 功率(Power)信号与能量(Energy)信号(时间信号的可积性划分)

考虑在 $1\ \Omega$ 电阻上信号 $x(t)$ （电压或电流）消耗的瞬时功率

$$p(t) = v(t)i(t) = i^2(t) \cdot R = v^2(t) / R \stackrel{R=1\Omega}{=} x^2(t) \Rightarrow p(t) = |x(t)|^2$$

在时间间隔 $t_1 \leq t \leq t_2$ 内消耗的**总能量E**和**平均功率P**:

$$E_{t_1 t_2} = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt; \quad P_{t_1 t_2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \frac{E_{t_1 t_2}}{t_2 - t_1}$$

当 $(t_2 - t_1) \rightarrow \infty$ 时,

总能量:

$$E_{\infty} = \lim_{t_2 - t_1 \rightarrow \infty} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt > 0$$

平均功率:

$$P_{\infty} = \lim_{t_2 - t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt > 0$$



基本概念——信号的分类（5-2）



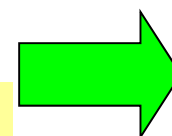
离散信号:

总能量:

$$E_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |x[k]|^2 > 0$$

平均功率:

$$P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |x[k]|^2 > 0$$



能量
功率
非负

能量有限信号:

如果信号满足: $E_{\infty} < \infty$, 而 $P_{\infty} = 0$, 则称为能量有限信号, 简称**能量信号**。

$$P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E_{\infty}}{2N+1} = 0$$

功率有限信号:

如果信号满足: $P_{\infty} < \infty$, 而 $E_{\infty} \rightarrow \infty$, 则称为功率有限信号, 简称**功率信号**。

第三类信号: $P_{\infty} \rightarrow \infty$, $E_{\infty} \rightarrow \infty$

例: $x(t)=t$



基本概念——信号的分类（5-3）



无穷区间

能量（有限）信号

功率（有限）信号

$$x(t): 0 < E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$$

$$E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \infty$$

$$P_{\infty} = \lim_{t_2-t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_2-t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt = 0$$

$$0 < P_{\infty} = \lim_{t_2-t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_2-t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt < \infty$$

$x[n]$:

$$0 < E_{\infty} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 < \infty$$

$$E_{\infty} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \infty$$

$$P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 = 0$$

$$0 < P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 < \infty$$



基本概念——信号的分类（5-4）



例1-4 判断下列信号是否是能量信号、功率信号

$$(1) f_1(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta); \quad (2) f_2(t) = e^{-t}; \quad (3) f[k] = \left(\frac{4}{5}\right)^k, \quad k \geq 0$$

解:

(1) $f_1(t)$ 是周期信号, 基波周期为 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

一个基本周期内的能量:

$$\begin{aligned} E_0 &= \int_0^{T_0} |f_1(t)|^2 dt = \int_0^{T_0} A^2 \sin^2(\omega_0 t + \theta) dt \\ &= A^2 \int_0^{T_0} \frac{1}{2} [1 - \cos(2\omega_0 t + \theta)] dt = \frac{A^2 T_0}{2} \end{aligned}$$

所以

$$E = \lim_{k \rightarrow \infty} kE_0 = \infty$$

平均功率

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f_1(t)|^2 dt = \frac{kE_0}{kT_0} = \frac{A^2}{2} < \infty$$

$f_1(t)$ 是功率信号



基本概念——信号的分类（5-5）

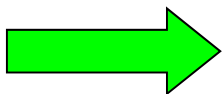


(2) $f_2(t) = e^{-t}$

$f_2(t)$ 的能量:

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f_2(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T e^{-2t} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} (e^{2T} - e^{-2T}) = \infty$$

$f_2(t)$ 的功率: $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f_2(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{4T} (e^{2T} - e^{-2T}) = \infty$



$f_2(t)$ 既不是能量信号，又不是功率信号



基本概念——信号的分类（5-6）



(3) $f[k] = \left(\frac{4}{5}\right)^k \quad k \geq 0$

$f[n]$ 的能量:

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f[k]|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \left|\frac{4}{5}\right|^{2k} = \sum_{k=0}^{\infty} 0.64^k = \frac{1}{1-0.64} = 2.78 < \infty$$

$f[n]$ 的功率:

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |f[k]|^2 = 0$$

$f[n]$ 是能量信号

推论:

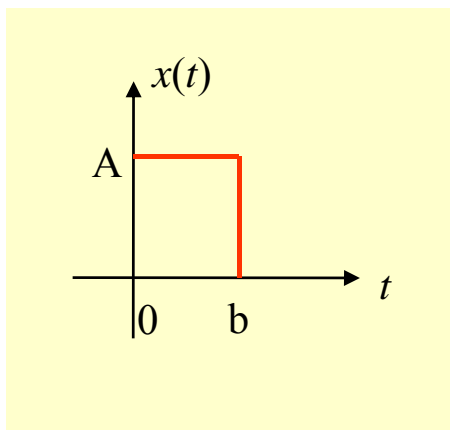
1. 周期信号都是功率信号，非周期信号则不一定
2. 直流信号也是功率信号
3. 属于能量信号的非周期信号称为脉冲信号，有限时间内幅值非零
4. 一个信号不可能既是能量信号，又是功率信号，但少数信号既非能量信号，又非功率信号。



基本概念——信号的分类（5-7）



例题：

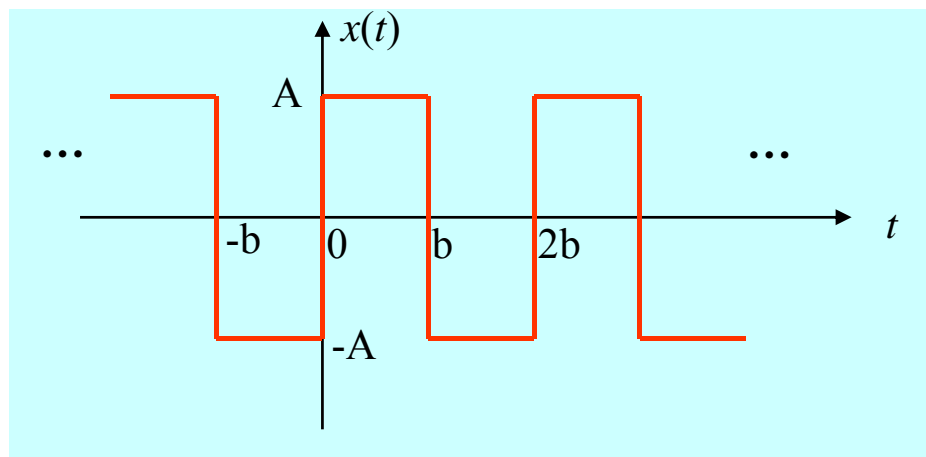


$$E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = A^2 b$$

$$P_{\infty} = \lim_{t_2 - t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt = 0$$

能量信号：有限能量，零功率

*幅度有限的时限信号必为能量信号



功率信号：无限能量，有限功率

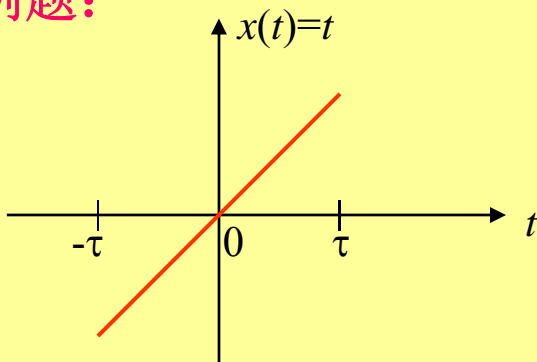
*幅度有限的周期信号必为功率信号



基本概念——信号的分类（5-8）

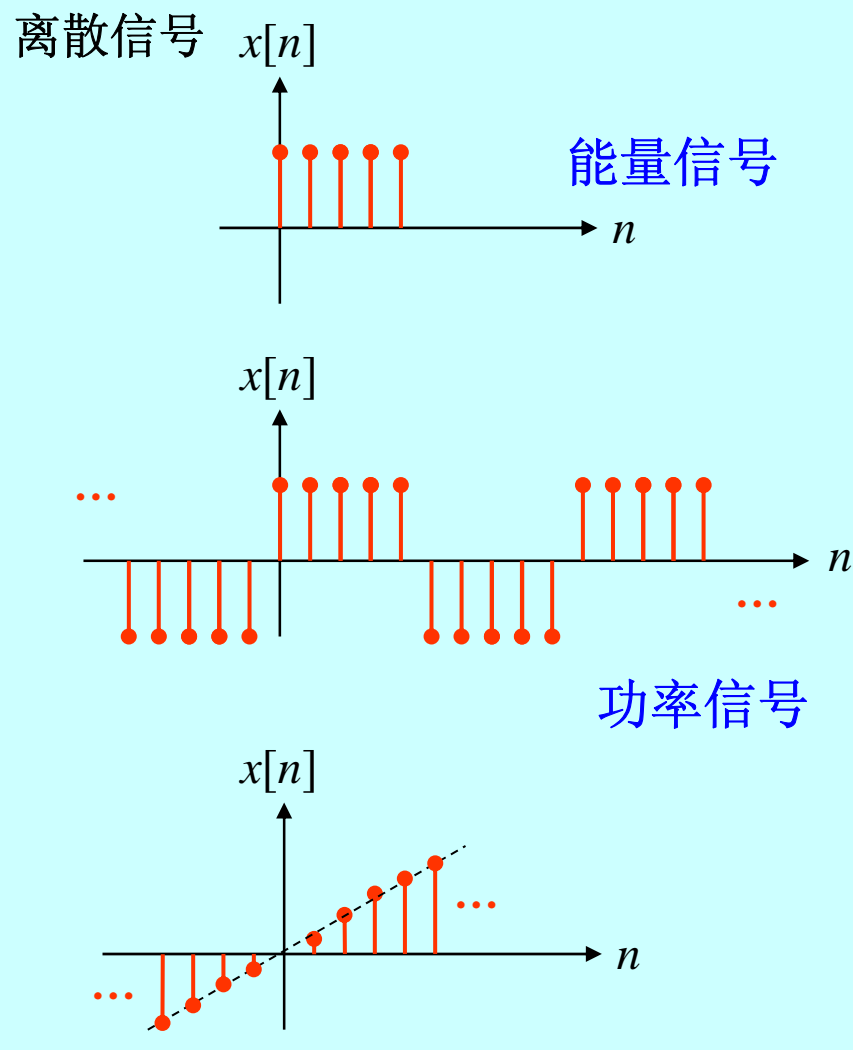


例题：



无限能量，无限功率信号

*按多项式或指数增长的信号
为无限能量，无限功率信号





本章主要内容

- (0) 引言(Introduction)
- (1) 信号的基本概念
- (2) 连续时间与离散时间的基本信号
- (3) 复指数信号与正弦信号
- (4) 信号的运算
- (5) 系统的描述及系统的基本性质



连续时间与离散时间的基本信号



✓ 连续时间基本信号

(1) 单位阶跃信号 $u(t)$; (2) 单位斜坡信号 $r(t)$; (3) 单位冲激 (样值) 信号 $\delta(t)$; (4) 冲激偶信号 $\delta'(t)$; (5) $Sa(t)$ 函数($Sinc(t)$ 函数)

✓ 离散时间基本信号

(1) 单位阶跃序列 $u[n]$; (2) 单位斜坡序列 $r[n]$; (3) 单位冲激序列 $\delta[n]$; (4) 矩形序列 $G_N[n]$; (5) 离散 $Sa(t)$ 函数

典型的信号——由实际物理现象经数学抽象而定义，是一种理想的信号

如：单位阶跃信号和单位冲激信号

奇异函数——函数本身有不连续点或导数与积分有不连续的情况



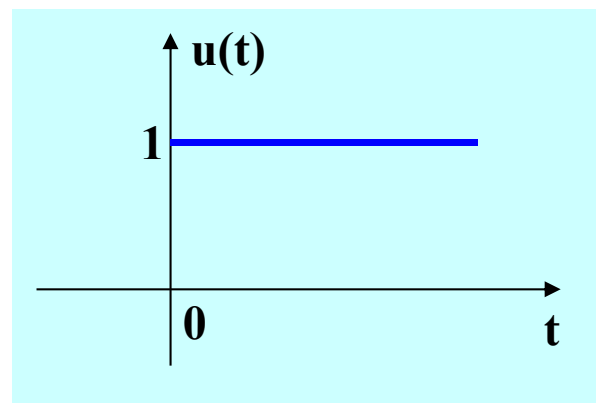
连续时间信号:奇异信号——单位阶跃信号 (1)



单位阶跃信号(unit-step):

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

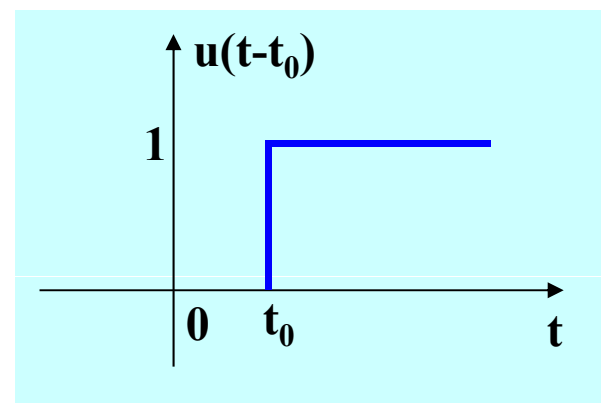
在 $t=0$ 处无定义, 可根据实际的物理意义定义



延迟的单位阶跃信号:

$$u(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases}$$

在 $t=t_0$ 处无定义





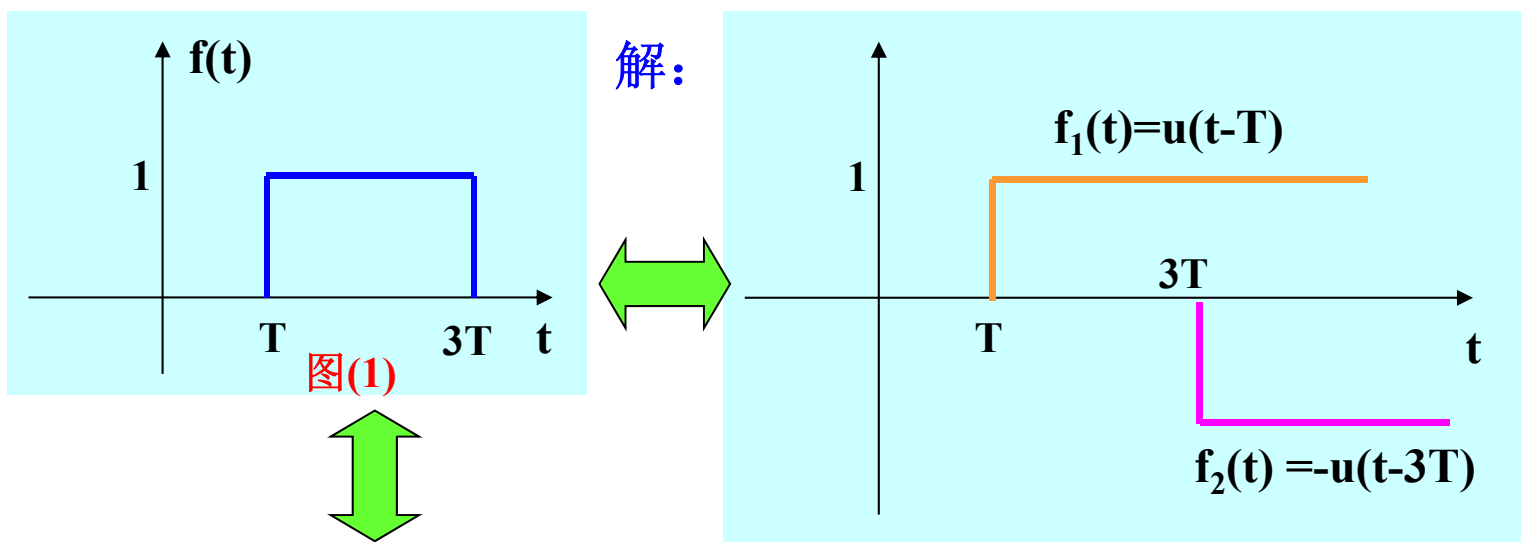
连续时间信号:奇异信号——单位阶跃信号 (2)



单位阶跃信号在分析中的作用:

1) 应用阶跃信号和延迟阶跃信号可以表示任意的矩形波脉冲信号

例1-7 用 $u(t)$ 写出图(1)所示的信号。



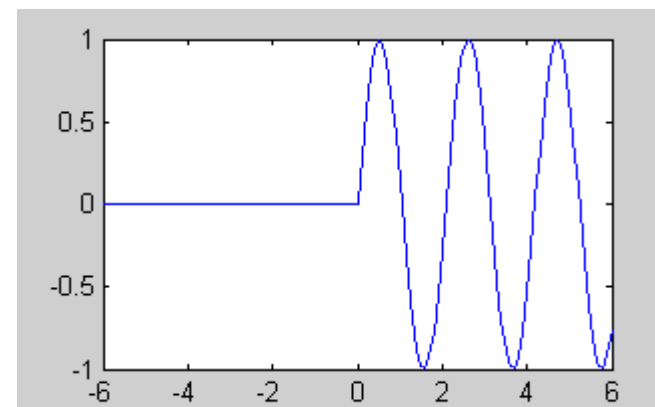
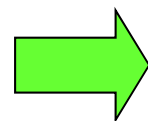
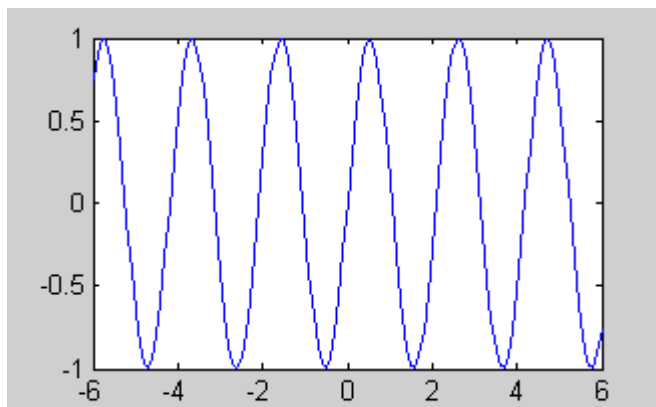
$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = u(t - T) - u(t - 3T)$$



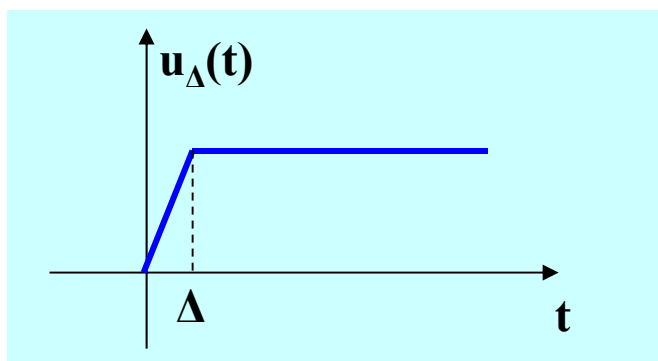
连续时间信号:奇异信号——单位阶跃信号 (3)



2) 任一双边信号与之相乘之后变成单边信号



3) 可以看成是斜平信号的极限



$$u(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} u_{\Delta}(t)$$



连续时间信号:奇异信号——单位阶跃信号（4）



4) 符号函数 $\text{sgn}(t)$ 的表示

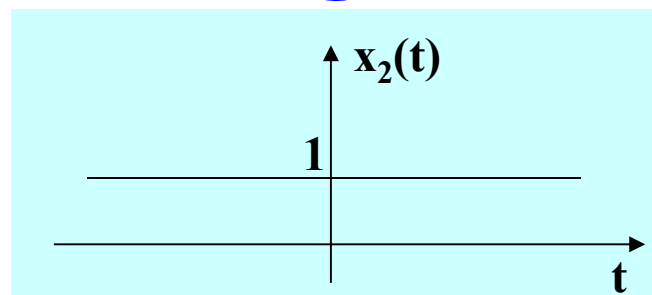
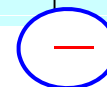
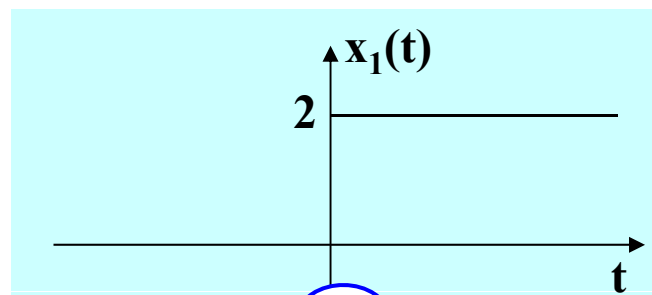
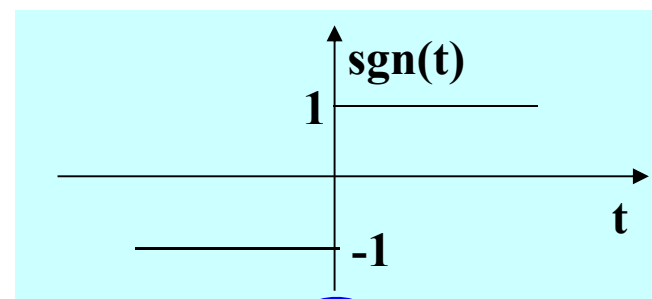
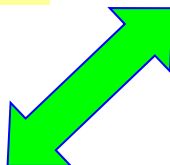
$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$

第一种表示方法

$$\text{sgn}(t) = u(t) - u(-t)$$

第二种表示方法

$$\text{sgn}(t) = x_1(t) - x_2(t) = 2u(t) - 1$$





连续时间信号:奇异信号——单位斜坡信号



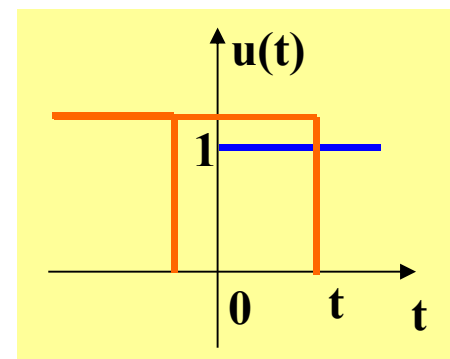
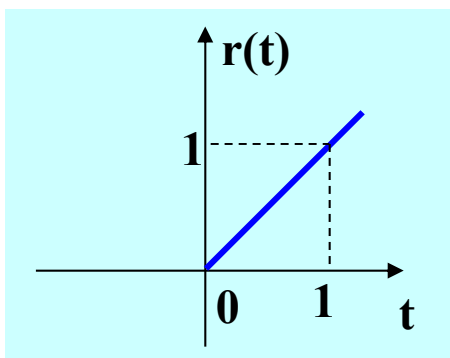
单位斜坡(ramp)信号:

$$r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

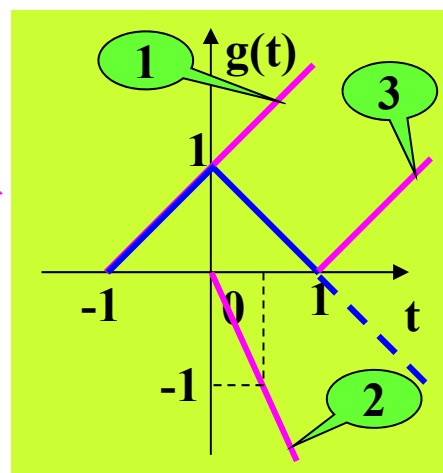
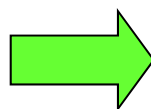
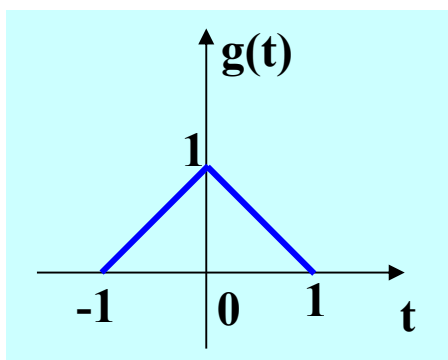
与单位阶跃信号的关系:

$$r(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$$

$$u(t) = \frac{dr(t)}{dt}$$



应用斜坡信号与阶跃信号,
可以表示任意三角脉冲信号



$$\begin{aligned} g(t) &= r(t+1) - 2r(t) + r(t-1) \\ &= (t+1)u(t+1) - 2tu(t) + (t-1)u(t-1) \end{aligned}$$



连续时间信号:奇异信号——单位冲激信号 (1)



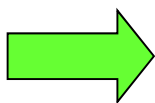
单位冲激信号(Unit impulse, Delta function, Dirac function)的定义:

(定义2: 狄拉克定义)

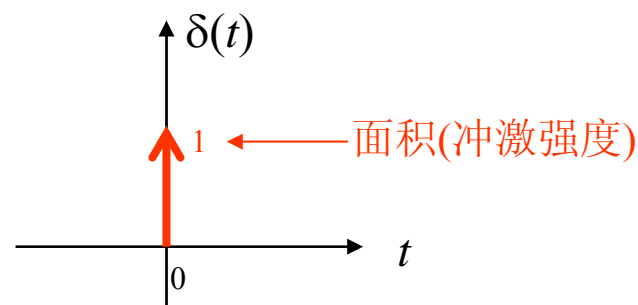
$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

移位冲激信号

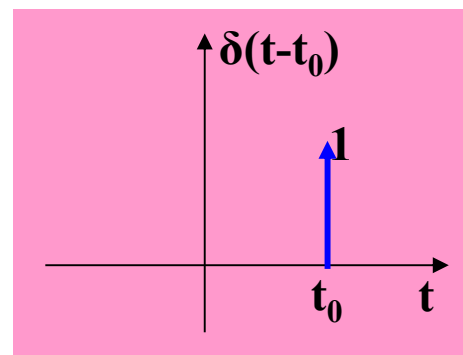
$$\delta(t - t_0)$$



$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1 \\ \delta(t - t_0) = 0, t \neq t_0 \end{cases}$$



$\delta(t)$ —持续时间为0, 面积为1

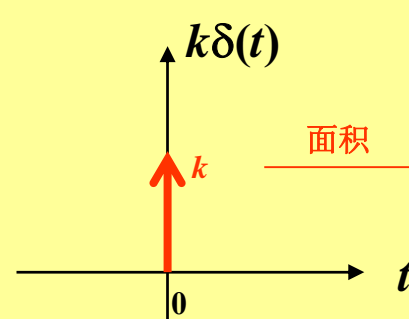
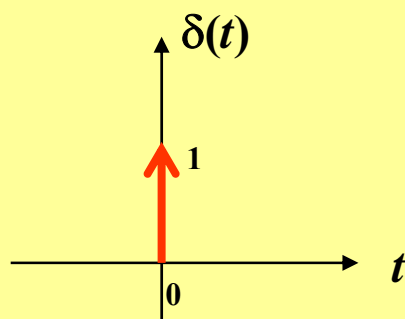
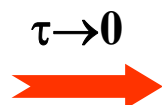
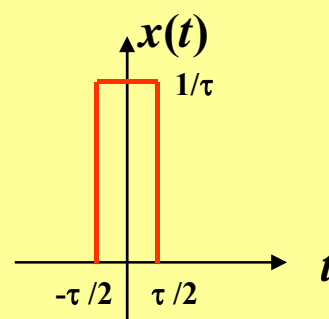
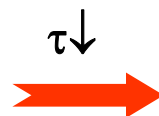
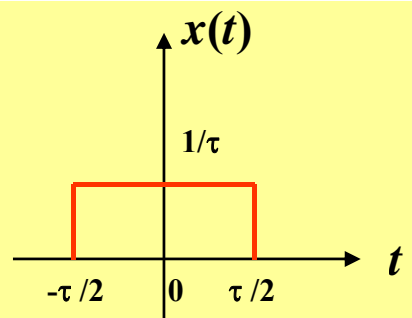




连续时间信号:奇异信号——单位冲激信号 (2)



理解:



面积

$$\int_{-\infty}^{\infty} k\delta(t)dt = k$$



连续时间信号:奇异信号——单位冲激信号 (3)

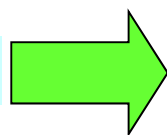


单位冲激信号 $\delta(t)$ 与 $u(t)$ 关系
(定义1: 斜平信号 $u_{\Delta}(t)$ 的导数)

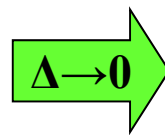
$$\left\{ \begin{array}{l} \delta(t) = \frac{d}{dt} u(t) \quad (\text{广义求导}) \\ u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau \end{array} \right.$$

理解:

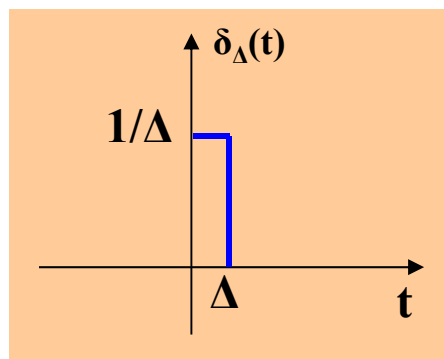
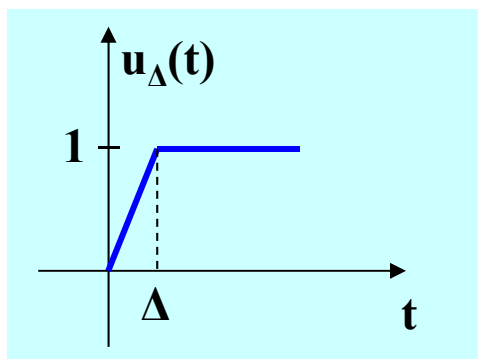
对 $u_{\Delta}(t)$ 求导



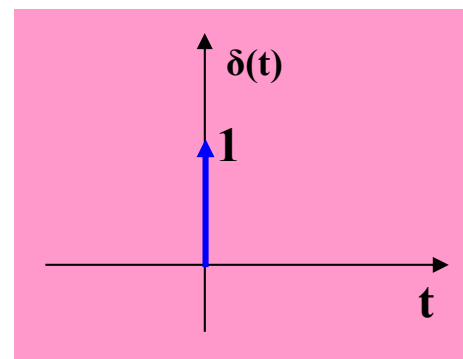
$$\delta_{\Delta}(t) = \frac{du_{\Delta}(t)}{dt}$$



$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \delta_{\Delta}(t) = \frac{du(t)}{dt}$$



矩形脉冲 (面积为1)



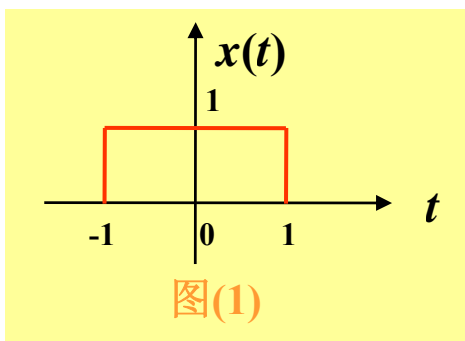
面积集中在 $t=0$
1表示 $\delta(t)$ 的强度, 面积为1



连续时间信号:奇异信号——单位冲激信号 (4)

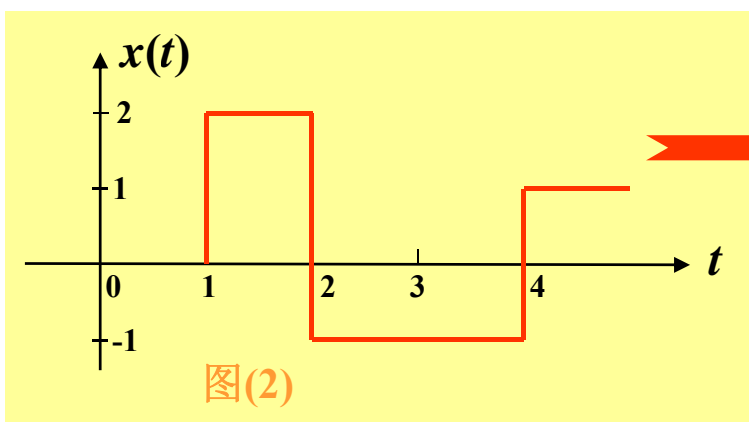
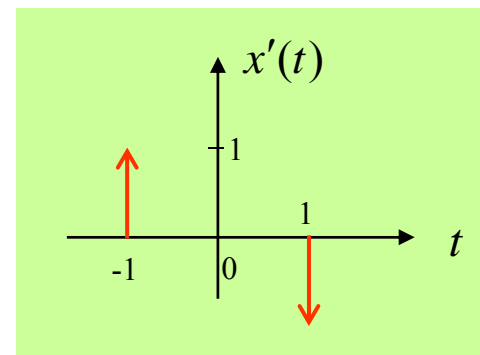


例1-8 已知 $x(t)$ 如图, 求其导数。



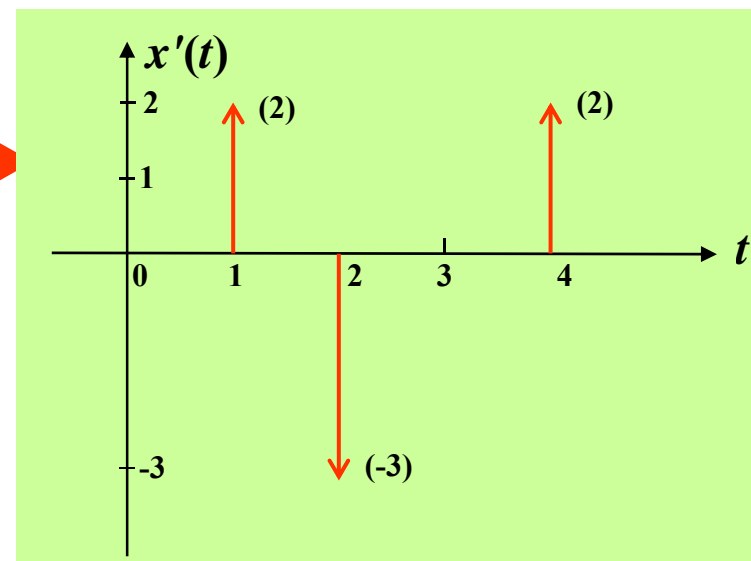
解: $x(t) = u(t+1) - u(t-1)$

$$x'(t) = \delta(t+1) - \delta(t-1)$$



$$x(t) = 2u(t-1) - 3u(t-2) + 2u(t-4)$$

$$x'(t) = 2\delta(t-1) - 3\delta(t-2) + 2\delta(t-4)$$





连续时间信号:奇异信号——单位冲激信号 (5)

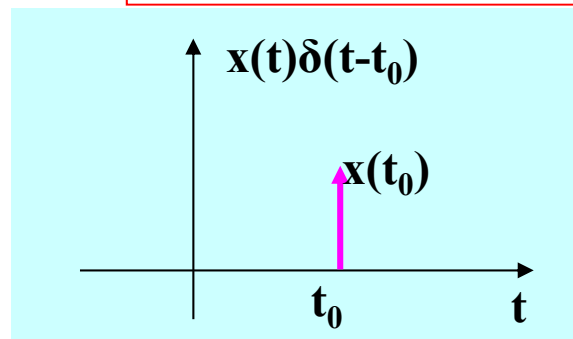
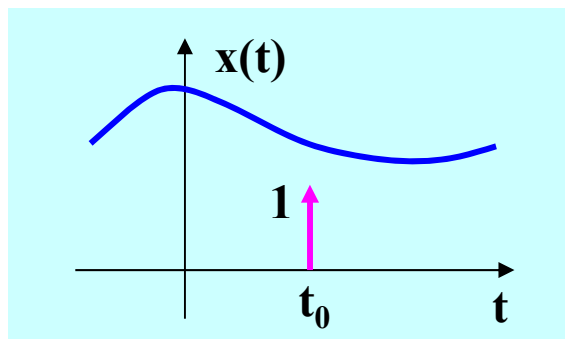


单位冲激信号的性质:

***1 乘积性质:** 若信号 $x(t)$ 在 $t=t_0$ 处连续, 则有

$$x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\text{当 } t_0 = 0, x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t)$$



***2 取样(筛选)性质:** 若信号 $x(t)$ 是一个在 $t=t_0$ 处连续的普通函数, 则

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0)$$

$$\text{当 } t_0 = 0, \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t)dt = x(0)$$

证明:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t_0)\delta(t-t_0)dt = x(t_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0)dt = x(t_0)$$



连续时间信号:奇异信号——单位冲激信号 (7)



例1-9 计算下列各式的值。

解: (1) $\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(t) \delta(t - \frac{\pi}{4}) dt = \sin(\frac{\pi}{4})$ ——取样特性

(2) $\int_{-4}^{+6} e^{-2t} \delta(t+8) dt = 0$ ——取样特性

(3) $(t^3 + 2t^2 + 3)\delta(t-2) = (2^3 + 2 \cdot 2^2 + 3)\delta(t-2) = 19\delta(t-2)$ ——乘积特性

*3 对称性质

$$\delta(t) = \delta(-t)$$

冲激信号是偶函数

*4 冲激信号与阶跃信号的关系

$$\frac{du(t)}{dt} = \delta(t); \quad u_{-1}(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t) \quad \text{一次积分}$$

$$u_{-2}(t) = \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{\tau} \delta(\lambda) d\lambda d\tau = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau = tu(t) \quad \text{二次积分}$$

⋮

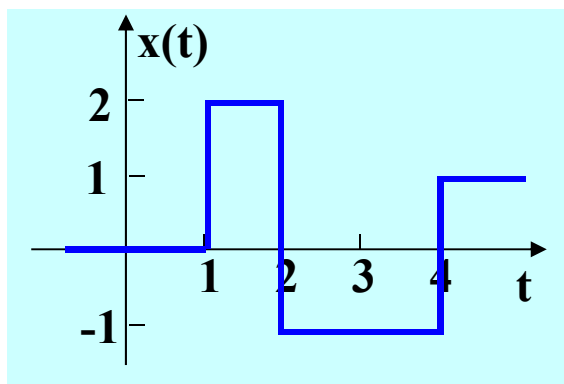
$$u_{-n}(t) = \int_{-\infty}^t \cdots \int_{-\infty}^{\tau} \delta(\lambda) d\lambda d\tau = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(t) \quad \text{n次积分}$$



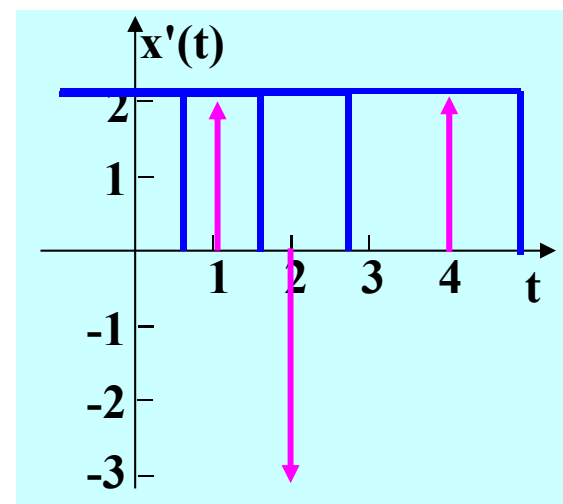
连续时间信号：奇异信号——单位冲激信号（9）



*5 在不连续点的微分引起一个冲激，幅度为阶跃的幅度



微分



$$x'(t) = 2\delta(t-1) - 3\delta(t-2) + 2\delta(t-4)$$

恢复

$$x(t) = \int_{-\infty}^t x'(\tau) d\tau$$

$$t < 1 \quad x(t) = 0$$

$$1 < t < 2 \quad x(t) = 2$$

$$2 < t < 4 \quad x(t) = 2 + (-3) = -1$$

$$4 < t \quad x(t) = 2 + (-3) + 2 = 1$$



连续时间信号：奇异信号——冲激偶信号（1）

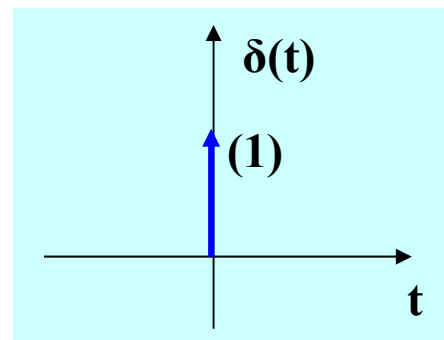
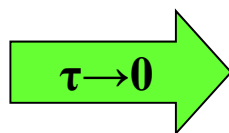
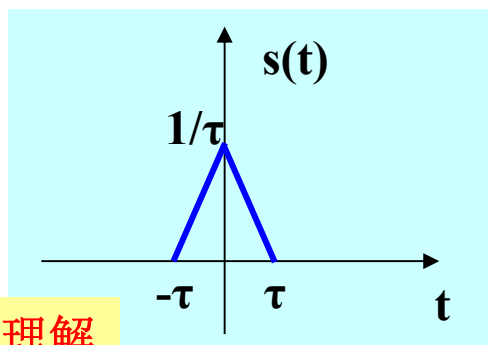


冲激偶信号 $\delta'(t)$

$$\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}$$

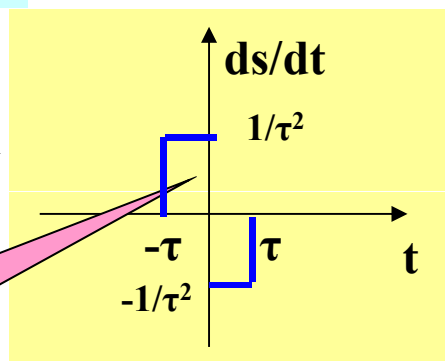
$$\int_{-\infty}^t \delta'(\tau) d\tau = \delta(t)$$

冲激信号 $\delta(t)$ 的微分将呈现正、负极性的一对冲激，称为冲激偶信号；以 $\delta'(t)$ 表示

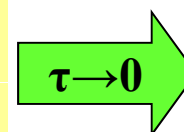


理解

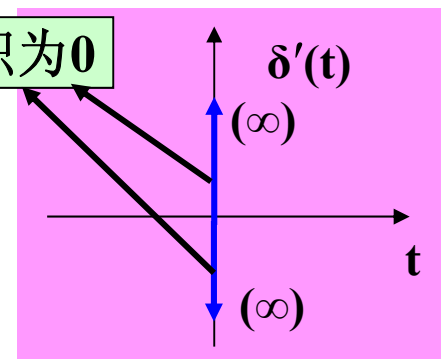
求导



面积为
 $1/\tau$



总面积为0





连续时间信号：奇异信号——冲激偶信号（2）



重要性质：

*1 性质1

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) dt = 0$$

(正负面积抵消)

*2 性质2

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta'(t - t_0) dt = -f'(t_0)$$

$$\text{比较} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$$

证明：采用分部积分的方法

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta'(t - t_0) dt &= f(t) \delta(t - t_0) \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) df(t) \\ &= - \int_{-\infty}^{+\infty} f'(t) \delta(t - t_0) dt \\ &= -f'(t_0) \end{aligned}$$

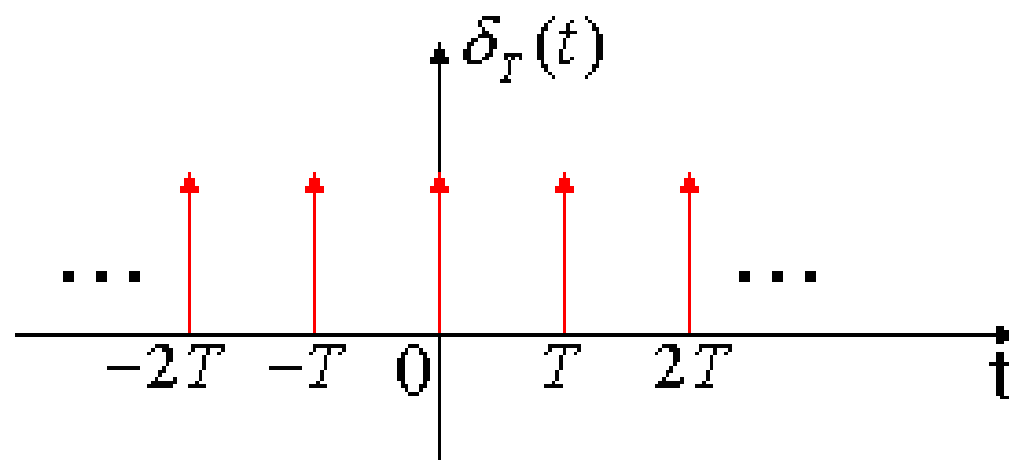
*3 冲激偶信号与冲激信号的关系

$$\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}$$

$$\int_{-\infty}^t \delta'(\tau) d\tau = \delta(t)$$



连续时间信号：奇异信号——单位连续冲激串信号

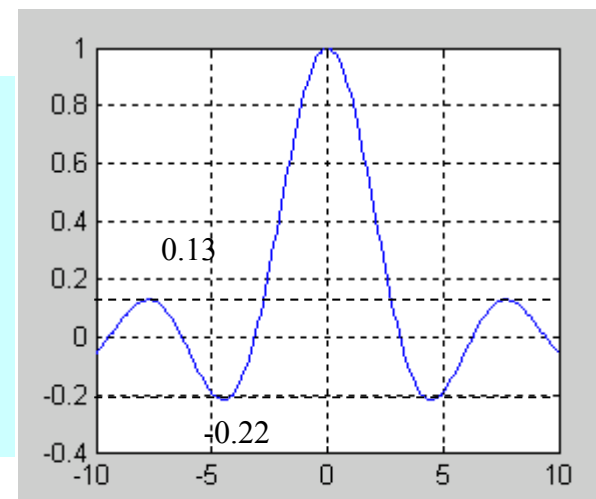
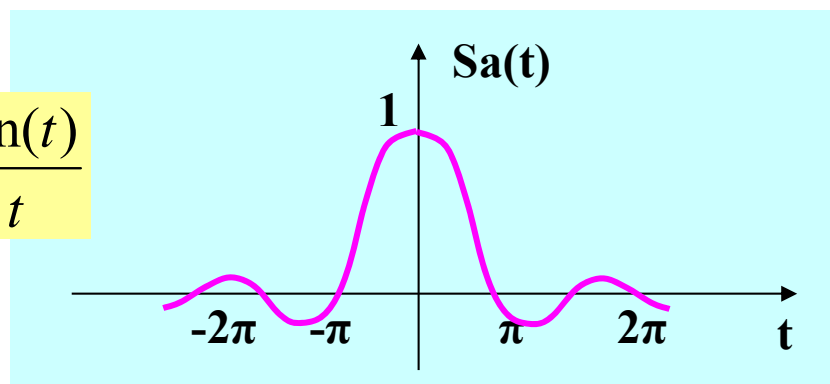


$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

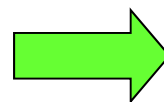


1) 定义Sa(t)函数（抽样函数, Sinc function）

$$Sa(t) = \frac{\sin(t)}{t}$$



$$Sa(-t) = \frac{\sin(-t)}{-t} = \frac{\sin(t)}{t} = Sa(t)$$



Sa(t)是偶函数

2) Sa(t)函数性质

$$\int_0^{+\infty} Sa(t) dt = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Sa(t) dt = \pi$$

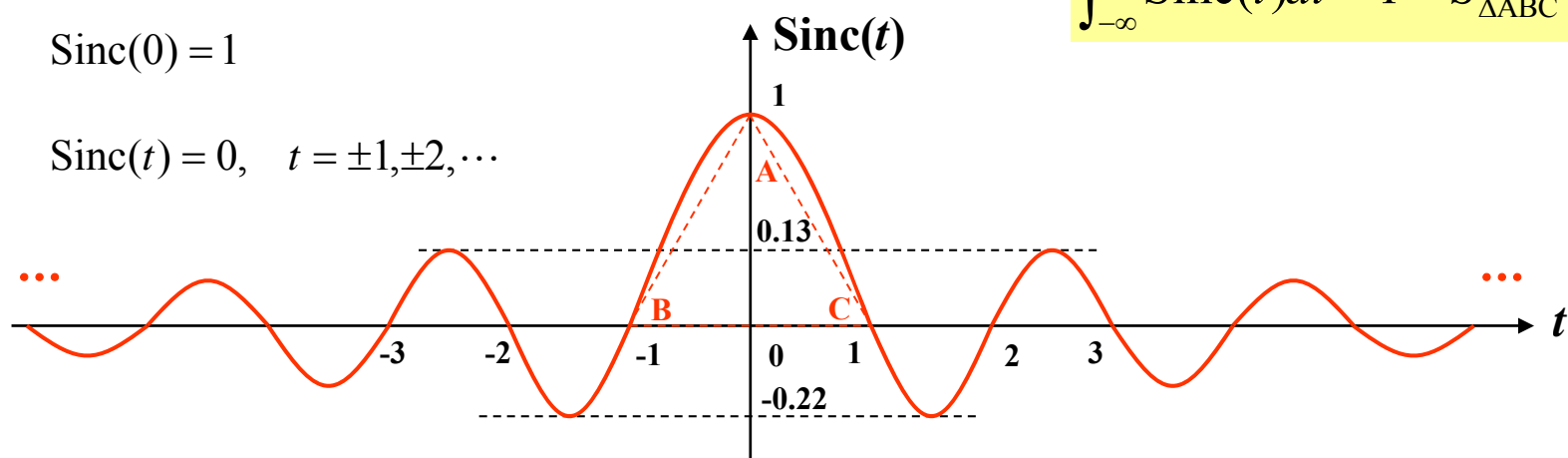
$$Sa(0) = 1 \quad Sa(t) = 0, \quad t = \pm\pi, \pm2\pi, \dots$$



连续时间信号：其他连续时间信号——Sa(t)函数(2)



另外一种表示： $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$



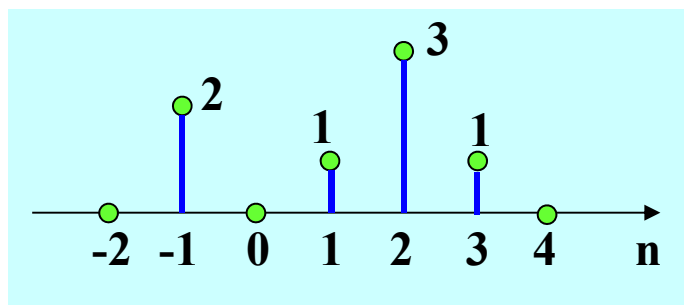
引申：傅里叶变化是方波



离散时间信号——单位阶跃序列 $u[n]$



离散时间信号又称离散序列，可以用函数解析式表示，也可以用图形表示，列表表示。

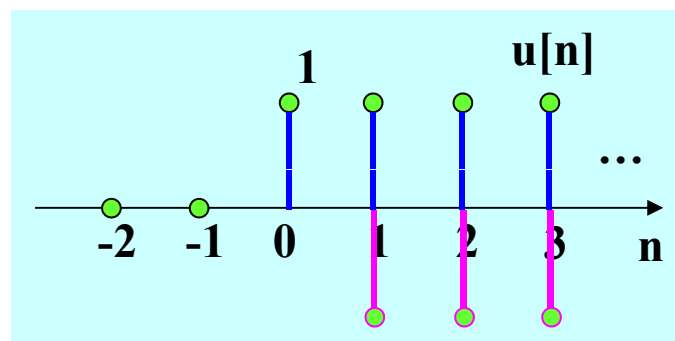


$$x[n] = \{0, 2, 0, 1, 3, 1, 0\}$$

表示 $n=0$ 对应的位置

单位阶跃序列 $u[n]$

$$u[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 1 & n \geq 0 \end{cases}$$



$-u[n-1]$

比较：离散时间单位阶跃序列 $x[n]$ 在 $n=0$ 时， $u[0]=1$
连续时间单位阶跃信号 $x(t)$ 在 $t=0$ 处无定义

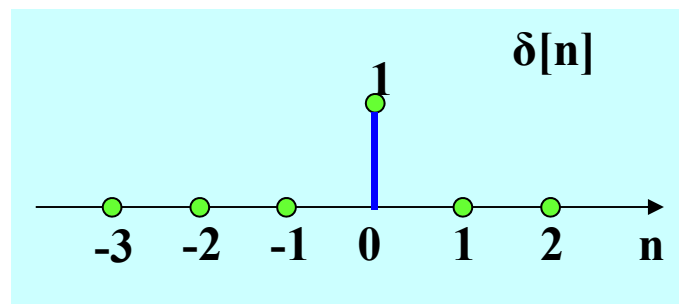


离散时间信号——单位冲激序列 $\delta[n]$ (1)



单位冲激序列(样值信号) $\delta[n]$

$$\delta[n] = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$



注意: $\delta[n]$ 在 $n=0$ 时有确切的数值, 而 $\delta(t)$ 在 $t=0$ 时无确切的值

单位阶跃序列 $u[n]$ 与单位脉冲序列 $\delta[n]$ 的关系

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

单位阶跃序列的一次差分

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$$

单位样本序列的求和

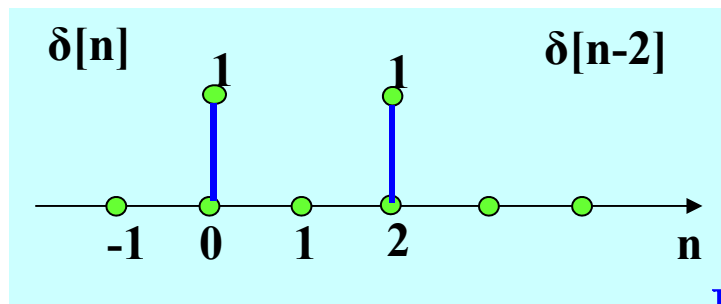


离散时间信号——单位冲激序列 $\delta[n]$ (2)



性质:

*1 移位的单位脉冲



*2 乘积特性

$$x[n]\delta[n-n_0] = x[n_0]\delta[n-n_0]$$

取样性质-自己证明

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\delta[n-n_0] = x[n_0]$$

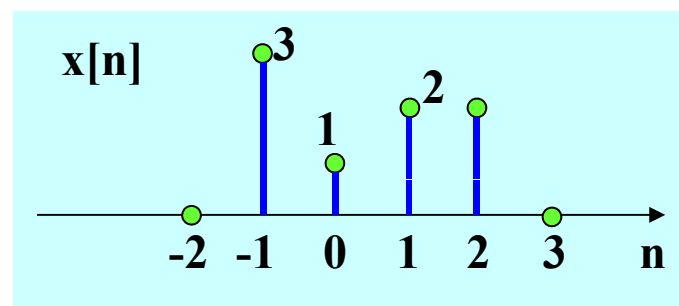
*3 偶函数

$$\delta[n] = \delta[-n]$$

*4 任意序列可以利用单位脉冲序列及移位单位脉冲序列的线性加权和表示

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]$$

$$x[n] = 3\delta[n+1] + \delta[n] + 2\delta[n-1] + 2\delta[n-2]$$



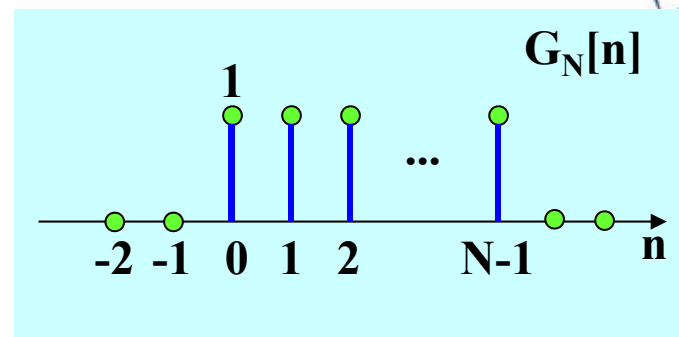


离散时间信号—矩形序列 $G_N[n]$ 与单位斜坡序列 $r[n]$



矩形序列 $G_N[n]$

$$G_N[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & n < 0, n \geq N \end{cases}$$



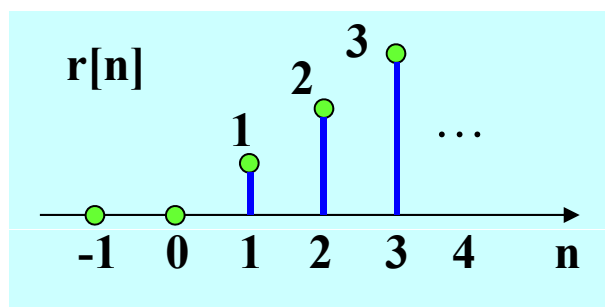
矩形序列 $G_N[n]$ 可以用阶跃序列和脉冲序列分别表示

$$G_N[n] = u[n] - u[n - N]$$

令 $k = n - m$

$$= \sum_{k=-\infty}^n \delta[k] - \sum_{k=-\infty}^{n-N} \delta[k] = \sum_{k=n-N+1}^n \delta[k] = \sum_{m=N-1}^0 \delta[n-m] = \sum_{m=0}^{N-1} \delta[n-m]$$

斜坡序列 $r[n]$



$$r[n] = nu[n] = \sum_{k=0}^{\infty} k \delta[n-k]$$



离散时间信号：其他离散时间信号——Sinc函数

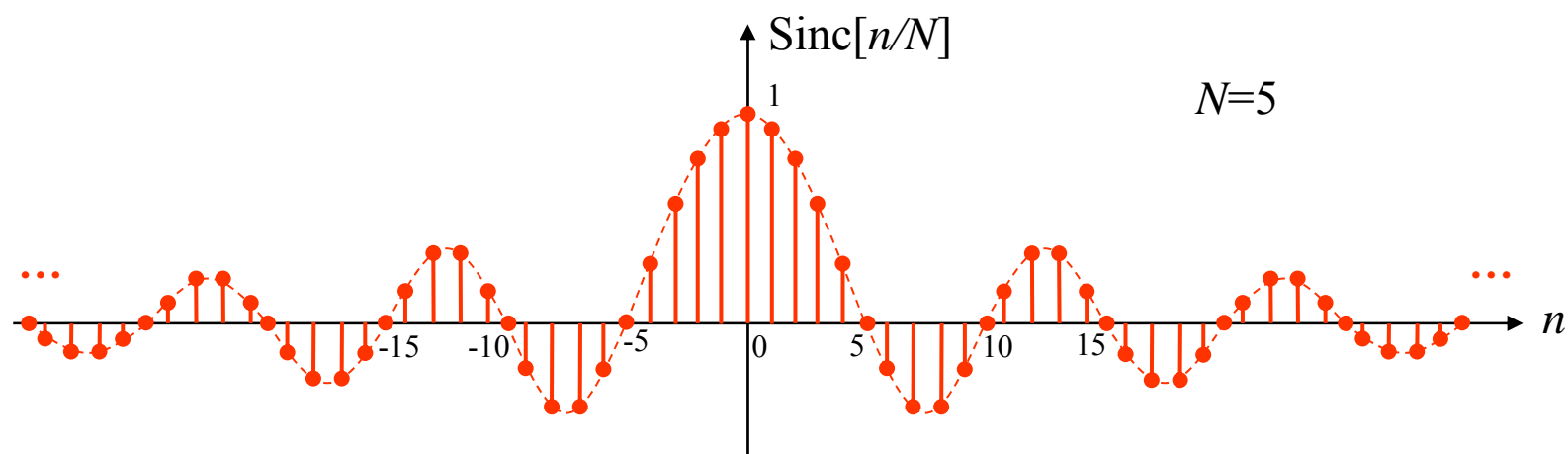


离散Sinc函数

$$\text{Sinc}\left[\frac{n}{N}\right] = \frac{\sin[n\pi/N]}{n\pi/N}, \quad n, N \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Sinc}[0] = 1$$

$$\text{Sinc}\left[\frac{n}{N}\right] = 0, \quad n = kN, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots$$





✓ 连续时间基本信号

(1) 单位阶跃信号 $u(t)$; (2) 单位斜坡信号 $r(t)$; (3) 单位冲激(样值)信号 $\delta(t)$; (4) 冲激偶信号 $\delta'(t)$; (5) $Sa(t)$ 函数($Sinc(t)$ 函数)

✓ 离散时间基本信号

(1) 单位阶跃序列 $u[n]$; (2) 单位斜坡序列 $r[n]$; (3) 单位冲激序列 $\delta[n]$; (4) 矩形序列 $G_N[n]$; (5) 离散 $Sa(n)$ 函数



浙江大学



校园里的红梅