

# 几何网格简化研究与进展

潘志庚<sup>1</sup>, 庞明勇<sup>2</sup>

(1. 浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027; 2. 南京大学计算机科学与技术系, 江苏 南京 210093)

**摘要:** 在计算机图形学中, 三维几何模型通常用多边形网格进行描述. 由于网格数据的处理时间和存储代价与多边形的数量成正比, 过于复杂和细节化的网格会给图形数据的存储、传输、计算和实时绘制等带来负担. 文中综述了国内外几何网格简化及相关技术领域研究与进展, 对相关技术及其特点进行了介绍和分析, 给出了网格简化方法的分类, 并就该领域未来的研究方向进行了展望.

**关键词:** 网格简化; 细节层次; 累进网格; 多分辨率网格

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-7775(2005)01-0067-05

## Survey for decimation of geometric meshes

PAN Zhi-geng<sup>1</sup>, PANG Ming-yong<sup>2</sup>

(1. State Key Lab of CAD & CG, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China; 2. Department of Science & Technology, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China)

**Abstract:** In computer graphics, 3D objects are often represented by polygonal meshes. Since rendering or storage cost of object is proportional to the number of polygons in mesh, too complex and detailed model will cause computer system overloaded in storage, transmission, computing and real-time rendering of graphical meshes. Therefore, model decimation techniques are required in computer graphics fields. In this paper, the techniques and latest achievements, at home and abroad, about mesh decimation are detailed and analyzed. The future development in the domain is also discussed.

**Key words:** mesh decimation; levels of detail; processive mesh; multi-resolution mesh

几何造型领域中, 通常用多边形网格来描述三维形体. 为了保证形体的真实感和层次感, 往往需要高度复杂、高度细节化的三维网格模型. 随着三维数据获取设备的普及, 复杂网格数据的生成也变得越来越容易. 具有几百万乃至上亿个三角形的复杂模型, 在图形应用系统中并不鲜见. 然而, 计算机存储、计算和处理网格模型的代价往往与模型中三角形的数量成正比, 庞大的网格数据对计算机的容量和处理能力等提出较高要求, 给模型的存储、传输、计算、绘制等带来困难.

研究发现, 不同的应用目的对网格模型细节精度的要求是不同的, 并不是所有的应用都需要高度

细节化的网格模型. 因此, 如何有效地对网格模型进行简化的研究便应运而生. 经过三十多年的研究和发展, 产生了一系列算法思想和技术理论, 其内容包括网格简化、层次细节模型 (LOD, Levels of Detail) 及累进网格 (Processive Mesh) 等, 这些技术为网格模型的实时绘制、累进传输和有选择地局部细化处理等提供了解决方案.

## 1 网格简化技术及其历史与现状

网格简化的目的是: 对于输入网格模型  $M_0$ , 产生与其对应的、基本保持  $M_0$  形状的、较粗糙的简化逼近模型  $M_1$ , 输出的逼近模型  $M_1$  应该满足某些预

收稿日期: 2004-09-06

基金项目: 教育部优秀青年教师教学科研奖励计划基金资助项目

作者简介: 潘志庚(1965-), 男, 江苏淮安人, 研究员, 博士生导师(zgpan@cad.zju.edu.cn), 主要从事虚拟现实、多媒体计算和分布式图形处理的研究.

先给定的条件.若 $M_0$ 是三角网格,那么这些条件可以是预设的网格元素(如三角形网格顶点)的数目,或是新旧模型间的几何误差阈限等.

由于任意多边形网格都可以转化为三角网格,故对三角网格的简化方法具有一般意义.为了对网格模型进行简化,Schröder等<sup>[1]</sup>率先提出了基于顶点移去的网格简化方法(见图1a),它首先利用网格各顶点的局部几何和拓扑信息对网格顶点进行分类,再根据不同顶点的评判标准决定该顶点是否予以删除.如果删除该顶点,则采用递归环分割方法对删除顶点后所留下的孔洞重新进行三角剖分. Hamann<sup>[2]</sup>给出了一种基于三角形移去的模型简化方法(见图1b),该方法首先对模型中的所有顶点计算曲率,再由顶点的曲率决定所有三角形的权值,权值最小的三角形被移去,最后对移去三角形后留下的区域重新进行三角剖分,并且对所有新引入的三角形计算权值.迭代以上过程,直到简化的模型符合要求. Hoppe等<sup>[3]</sup>则采用能量函数最优化方法来化简模型,通过引入距离能量、表示能量和弹簧能量,使简化模型是原模型的优化逼近.试验表明,该方法效果非常理想,但算法效率低下. Turk等<sup>[4]</sup>提出了基于网格重构的多边形模型简化方法,该方法把一组新顶点分布到原模型上,再以原网格三角形顶点的曲率与三角形面积作为因子决定新顶点的位置. Kalvin等<sup>[5]</sup>采用三角面片合并方法,以原模型中的一个多边形面片作为“种子”,按照一组合并条件不断合并“种子”四周的面片,直到再无面片满足合并条件. Forsey等<sup>[6]</sup>将网格简化与曲面拟合技术相结合,来产生 Bézier 曲面表示的规则四边形网格的简化模型. Dehaemer等<sup>[7]</sup>则在 Forsey 工作的基础上,提出规则四边形网格模型的简化模型自动生成方法.

以上方法要求生成的简化模型与原模型保持一致的拓扑几何关系. 但实际研究表明<sup>[8]</sup>,简化模型只要其图形效果与原模型保持一致即可. 据此,文献[8]提出一种用多分辨率近似法自动生成形体的简化方法:首先赋予网格各顶点一个权值,特征变化较大处的顶点权值也较大;然后剖分形体所占的空间,同一剖分单元中的顶点的权值决定该单元中代表顶点的权值;最后依据原模型中各面片顶点的代表点是否相同来合并相关面片. 另外非常重要的一点是,简化过程中简化模型与原模型之间的误差应该是可控的,如 Garland等<sup>[9]</sup>通过二次误差(Quadric error)来度量边折叠(Edge collapse)简化方法(见图1c)中折叠一条边给模型所带来的误差量.

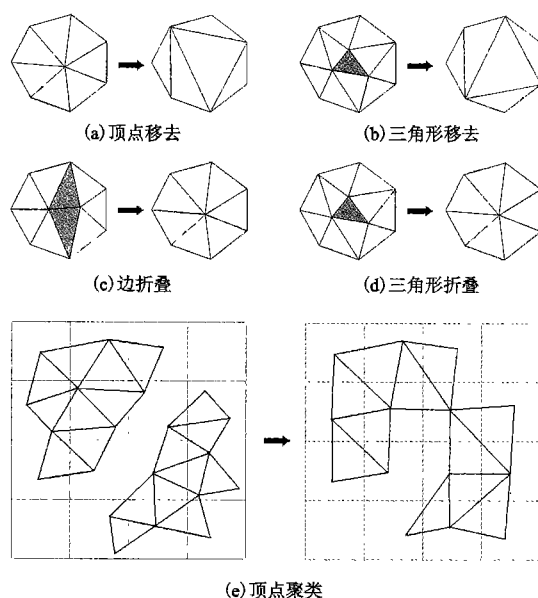


图1 典型网格简化方法  
Fig. 1 Typical modes of mesh decimation

此外, Cohen等<sup>[10]</sup>通过对模型顶点的位置、曲率/法向和颜色进行采样,把模型表示成由上述三种属性组成的三元组,而后根据预定的屏幕像素误差进行简化,简化后的模型能较好地保持原模型的三种属性. Gross、Lounsbery、DeRose 和 Eck<sup>[11-15]</sup>等将小波技术应用于网格简化,其基本思想是:运用小波方法将三角网格分解为低分辨率和细节两部分,两部分分别通过低通(局部平均)和高通滤波方法获得,通过略去细节信号的方法便可实现模型简化的目的(见图2)<sup>[12]</sup>;文献[16]、[17]提出了基于顶点聚类的简化方法,通过顶点聚类合并简化网格模型(见图1e);文献[18]、[19]等提出了基于视点的三角网格模型简化方法,此类算法对网格模型位于视锥内外的区域选择不同的细节层次;文献[20]则采用自适应剖分方法对多边形化网格进行简化.

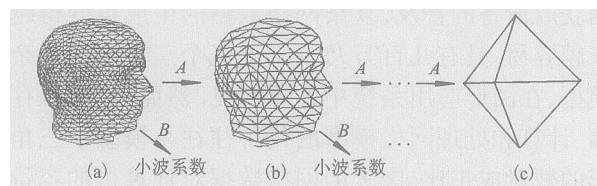


图2 基于小波的网格模型简化  
Fig. 2 Wavelet based decimation of meshes

国内学术界也在网格简化领域开展卓有成效的研究工作. 周昆等<sup>[21]</sup>利用八叉树对网格进行自适应划分,提出一种基于顶点聚类的三角形折叠网格简化算法,该方法通过点到平面的距离进行误差控制;潘志庚等<sup>[22]</sup>提出一种基于三角形移去准则的网格模型简化方法,与同类算法相比,该算法具有较少的

计算量和较高删减率;周晓云等<sup>[23]</sup>将特征角准则引入网格简化过程中,作为简化模型误差度量的测度;李现民等<sup>[24]</sup>将细分思想运用于边折叠后新顶点的计算,提出了基于蝶形细分规则的网格简化方法;其他算法或算法改进还可见于文献[25]、[26].

2 网格简化方法分类

不同学者基于不同思想各自提出了一些各具特色的网格简化算法,根据不同的分类标准可以将这些算法分为不同的类别.如根据网格拓扑结构在简化前后是否改变,可分为拓扑保持和拓扑改变两类;根据网格简化过程是静态执行还是根据视点等因素动态执行,可将算法分为静态和动态简化方法两类等.但这些分类方法都难以覆盖所有简化方法.

根据新网格中顶点的生成方法,可把当今的网格简化方法分为三类:

(1) 新网格的顶点是原网格中顶点的子集.该类方法的简化思想是,首先删除网格中的顶点、边或三角形,再对因此而产生的多边形孔洞进行重新三角剖分(见图 1a、b).这类方法不生成新顶点,具有代表性的算法见文献[1]、[5]、[23]等.

(2) 根据一定规则重新生成新网格的所有顶点,并对新生成的顶点集进行三角剖分,从而生成一个顶点更少、拓扑连接更简单的逼近网格.其中有代表性的算法见文献[3]、[15]、[25]等.

(3) 生成的新网格中既有原网格的顶点,又包含新生成的顶点.这类算法通常采用边或面“折叠”操作,当要删除某个网格面或某条边时,不是直接删除边或面再对留下的孔洞进行剖分,而是用一个新顶点代替被删除的边或面,并使新顶点“继承”原来被删除的边或面的拓扑关系(见图 1c、d),其中最具有代表性的算法见文献[2]、[9]、[21]等.

根据简化过程中删简掉的网格元素,还可将网格简化方法大致分为三类:

(1) 基于顶点移去的网格简化(见图 1a). 该方法按一定的准则重复删除不必要的采样点,以减少网格模型的数据量,其基本准则是尽可能删除那些与其 1-环顶点近似共面的顶点. Schröder 方法<sup>[1]</sup>就是在网格的局部范围内拟合一张平面,删除那些到该平面的距离小于预定误差的网格顶点. Hamann 方法<sup>[2]</sup>则通过删除曲率小于预定精度的顶点来简化网格. 其他属于此类的算法还有文献[23]、[27]、[28]等.

(2) 基于面合并和面折叠的网格简化(见图 1d). 面合并算法在输入网格上搜索共面或近似共面的面片,并将其合并为一个更大的多边形,而后通过三角化得到数量更少的面片,由此得到简化网格. 此类算法的重点是共面测试过程. 超平面方法<sup>[5]</sup>通过边界逼近扩展了该算法,并提供了更加健壮的重三角化方法. 面折叠简化算法则通过选择网格中的三角面片,并代之以一个新引入的网格顶点来简化网格. 此类算法的关键是,如何选取将要折叠的三角形以及如何确定引入新顶点的位置. 文献[2]和[29]都通过计算网格中所有三角形的权值,并按权重进行排序,最终依次折叠三角形来简化模型. 两者的差异是,文献[2]通过等角度(Equi-angularity)和曲率的乘积计算权重;而文献[29]通过面片的面积与曲率的乘积计算权重. 国内的马小虎、周昆、李桂清等人也作了相关研究<sup>[21,24,30,32]</sup>.

(3) 基于边折叠的网格简化(见图 1c). 边折叠算法通过反复执行折叠网格中一条边的元操作来简化网格模型<sup>[9,21,24]</sup>. 与面折叠算法相似,边折叠算法必须解决的两个问题是:如何选取折叠边及如何确定替代折叠边的新顶点. 此类算法中最著名的是 Garland 提出的基于二次误差的边折叠网格简化算法<sup>[9]</sup>. 该算法为网格中的每个顶点计算一个(基本)误差矩阵,通过两端点的误差矩阵可计算出一条边的误差矩阵,再通过一定规则确定的折叠顶点的位置便可得到折叠该边的“代价”. 元操作每次都通过线性优化方法,确定折叠顶点并选取“代价”最小的边进行折叠. 由于该算法在执行效率和简化效果两方面都有出色表现,加之能够控制简化误差和简化的网格边数,故其在模型简化领域被广泛运用. 该算法的不足在于:误差矩阵容易形成误差积累<sup>[9]</sup>;在利用优化方法反求折叠顶点位置的过程中可能会出现奇异性<sup>[24]</sup>. 为克服上述不足,文献[24]、[32]、[33]等分别提出了不同的解决方案.

3 模型简化的误差计算

在网格模型简化过程中,需要一个可靠的整体误差度量来评价算法产生的简化模型与原始模型之间的整体误差. 为此,文献[9]选取逼近模型与原始模型之间的平均平方距离作为误差度量标准. 假设原始模型和简化模型分别为  $M_n$  和  $M_k$ ,则简化模型  $M_k$  的逼近误差定义为

$$E_{sqav}(M_n, M_k) =$$

$$\frac{1}{|X_n| + |X_k|} \left( \sum_{v \in X_n} d^2(v, M_k) + \sum_{v \in X_k} d^2(v, M_n) \right) \quad (1)$$

其中  $X_n$  和  $X_k$  分别为模型  $M_n$  和  $M_k$  中的采样顶点集;  
 $d(v, M) = \min_{p \in M} \|v - p\|$  为点  $v$  到  $M$  中距它最近的面  
 的最小距离( $\|\cdot\|$  是通常的欧氏向量模长算子).  
 而  $M_n$  与  $M_k$  之间的最大距离定义为

$$E_{\max}(M_n, M_k) = \max_{v \in M_n} (\max_{p \in M_k} d(v, p)), \max_{v \in M_k} (\max_{p \in M_n} d(v, p)) \quad (2)$$

度量(1)或(2)仅是为评价目的而引入的,一般  
 与具体网格简化算法无关.

模型误差度量还有其他一些表述方式:如  
 Schröder<sup>[33]</sup>利用点到平面的平均距离作为局部误差  
 测度来控制顶点的删除;Turk<sup>[4]</sup>采用的是曲率度量;  
 周晓云等<sup>[23]</sup>则利用几何模型的特征角度;Cohen  
 等<sup>[34]</sup>通过构造包络网格来控制简化网格的全局误  
 差;Bajaj 等<sup>[35]</sup>提出通过误差传递方法来度量简化  
 模型与原模型的误差;Klein 等<sup>[5]</sup>则提出基于 Haus-  
 dorff 距离来度量简化模型与原模型的误差;等等.

## 4 结论与展望

网格简化技术主要是由于虚拟现实等应用领域  
 对多分辨率网格的要求而产生发展的.近年来,由于  
 网格细分、几何压缩、几何小波等技术的发展,以及  
 计算机硬件对多分辨率网格的支持功能日益增强,  
 也更是因为网格简化技术自身的日益完善,网格简  
 化研究的热点逐步让位于各种新兴的数字几何处理  
 技术的研究.但随着图形技术的发展,网格简化的研  
 究尚有进一步深化的必要.

(1)随着海量数据采集设备的日趋普及,巨量  
 的网格数据已难以一次性调入内存进行处理,快速  
 有效的外存(Out-of-Core)网格简化算法成为受人重  
 视的研究工作.

(2)传统简化过程中的模型误差估计一直是学  
 者们的研究方向,传统的误差度量计算存在的主要  
 问题,一是精度和可靠性,二是计算量,三是传统的  
 误差计算技术只能在模型简化后才能计算误差,而  
 人们更喜欢与某类算法相关的误差预测技术.

(3)还有两种加速网格简化算法执行速度的方  
 法值得研究,一是在传统算法中引入并行机制,利用  
 并行网格简化算法加速简化过程;二是利用硬件加  
 速网格简化或多分辨率实现.

## 参考文献(References)

- [1] SCHRÖDER W J, ZARGE J A, LORENSON W E. Decimation of triangle meshes[J]. *Computer Graphics*, 1992, 26(2): 65-70.
- [2] HAMANN B. A data reduction scheme for triangulated surfaces[J]. *Computer Aided Geometric Design*, 1994, 11(2): 179-214.
- [3] HOPPE H, DEROSE T, DUCHAMP T, et al. Mesh optimization[J]. *Computer Graphics (SIGGRAPH'93 Proceedings)*, Annual Conference Series, 1993, 27: 19-26.
- [4] TURK G. Re-tiling polygonal surfaces [J]. *Computer Graphics*, 1992, 26(2): 55-64.
- [5] KALVIN A D, TAYLOR R H. Surfaces: polygonal mesh simplification with bounded error[J]. *Computer Graphics & Application*, 1996, 16(3): 64-77.
- [6] FORSEY D, BARTELS R. Hierarchical B-Spline refinement[J]. *Computer Graphics*, 1988, 22(4): 205-212.
- [7] DEHAEMER M J, ZYDA M J. Simplification of objects rendered by polygonal approximations [J]. *Computers and Graphics*, 1991, 15(2): 175-184.
- [8] ROSSIGNAC J, BORREL P. Multiresolution 3 D approximation for rendering complex scenes [A]. In: *Geometric Modeling in Computer Graphics* [C]. New York: Springer Verlag, 1993.
- [9] GARLAND M, HECKBERT P S. Surface simplification using quadric error metric [A]. In: *Proceedings of the SIGGRAPH'97* [C]. USA: Los Angeles, 1997.
- [10] COHEN J, OLANO M. Appearance-preserving simplification[J]. *Computer Graphics (SIGGRAPH'98)*, 1998, 31: 189-198.
- [11] GROSS M H, STAADT O G, GATTI R. Efficient triangular surface approximations using wavelets and quadtree structures[J]. *IEEE Trans on Visualization and Computer Graphics*, 1996(2): 130-143.
- [12] LOUNSBERY M. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type[D]. Washington: University of Washington, 1994.
- [13] DEROSE T, LOUNSBERY M, WARREN J. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 1997, 16(1): 34-73.
- [14] ECK M, DEROSE R. Multiresolution analysis of arbitrary meshes[J]. *Computer Graphics (SIGGRAPH'96)*, 30: 173-182.
- [15] ECK M, DEROSE T, DUCHAMP T, et al. Multiresolu-

- tion analysis of arbitrary meshes[A]. In: *Proceedings of the Computer Graphics, Annual Conference Series, SIGGRAPH' 1995*[C]. USA: Los Angeles, 1995.
- [16] 周 昆, 潘志庚, 石教英. 一种新的基于顶点聚类的网格化简算法[J]. 自动化学报, 1999, 25(1): 1-8. ZHOU Kun, PAN Zhi-geng, SHI Jiao-ying. A new mesh simplification algorithm based on vertex clustering[J]. *Acta Automation Sinica*, 1999, 25(1): 1-8. (in Chinese)
- [17] LOW K L, TAN T S. Model simplification using vertex-clustering[A]. In: *Symposium on Interactive 3D Graphics*[C]. USA: Rhode Island, 1997.
- [18] LUEBKE D. Hierarchical structures for dynamic polygonal simplification[A]. In: *Technical Report, TR96-006*[C]. USA: Univ of North Carolin, 1996.
- [19] HOPPE H. View-dependent refinement of progressive meshes[A]. In: *SIGGRAPH 97 Conference Proceedings, Annual Conference Series*[C]. Addison Wesley, 1997.
- [20] DEHAEMER M J, ZYDA M J. Simplification of objects rendered by polygonal approximations[J]. *Computer & Graphics*, 1991, 15(2): 175-184.
- [21] 周 昆, 潘志庚, 石教英. 基于三角形折叠的网格简化算法[J]. 计算机学报, 1998, 21(6): 506-513. ZHOU Kun, PAN Zhi-geng, SHI Jiao-ying. Mesh simplification algorithm based on triangle collapse[J]. *Chinese J Computers*, 1998, 21(6): 506-513. (in Chinese)
- [22] 潘志庚, 马小虎, 石教英. 虚拟环境中多细节层次模型自动生成算法[J]. 软件学报, 1996, 7(9): 526-531. PAN Zhi-geng, MA Xiao-hu, SHI Jiao-ying. The automatic generation algorithm for models at multiple levels of detail in virtual environment[J]. *Journal of Software*, 1996, 7(9): 526-531. (in Chinese)
- [23] 周晓云, 刘慎权. 基于特征角准则的多面体简化方法[J]. 计算机学报(增刊), 1996: 212-223. ZHOU Xiao-yun, LIU Shen-quan. Polyhedral simplification method based on characteristic angle criterion[J]. *Chinese J Computers (suppl)*, 1996: 212-223. (in Chinese)
- [24] 李现民, 李桂清, 张小玲. 基于子分规则的边折叠简化方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(1): 8-13. LI Xian-min, LI Gui-qing, ZHANG Xiao-ling. Edge collapse simplification based on subdivision[J]. *Journal of Computer-aided design & Computer Graphics*, 2002, 14(1): 8-13. (in Chinese)
- [25] 周 昆, 马小虎, 潘志庚, 等. 基于重新划分的三角形网格简化的一种改进算法[J]. 软件学报, 1998, 9(6): 405-408. ZHOU Kun, MA Xiao-hu, PAN Zhi-geng, et al. An improved algorithm of triangle mesh simplification based on retiling[J]. *Journal of Software*, 1998, 9(6): 405-408. (in Chinese)
- [26] 陶志良, 潘志庚, 石教英. 基于能量评估的网格简化算法及其应用[J]. 软件学报, 1997, 8(12): 881-888. TAO Zhi-liang, PAN Zhi-geng, SHI Jiao-ying. Mesh simplification algorithm based on energy evaluation and its application[J]. *Journal of Software*, 1997, 8(12): 881-888. (in Chinese)
- [27] CIGNONI P, MONTANI C, SCOPIGNO R. Metro: Measuring error on simplified surfaces[J]. *EUROGRAPHICS'98*, 1998, 7(2): 167-174.
- [28] GARLAND M. Multiresolution modeling: survey & future opportunities[A]. In: *Proceedings of EUROGRAPHICS, Electronic version*[C]. Austria: Vienna, 1999.
- [29] GIENG T S, HAMANN B, JOY K L, et al. Smooth hierarchical surface triangulations[A]. In: *Proceedings of Visualization'97*[C]. USA: Phoenix, 1997.
- [30] 马小虎, 潘志庚, 石教英. 基于三角形移去准则的多面体模型简化方法[J]. 计算机学报, 1998, 21(6): 492-498. MA Xiao-hu, PAN Zhi-geng, SHI Jiao-ying. Polyhedral model simplification method based on triangle removal criterion[J]. *Chinese J Computers*, 1998, 21(6): 492-498. (in Chinese)
- [31] LI G Q, LI X M, LI H. Mesh simplification based subdivision[A]. In: *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on CAID & CD'99*[C]. Bangkok: International Academic Publishers, 1999.
- [32] GUEZIEC A. Surface simplification inside a tolerance volume[R]. *Watson Research Center Research Report*, RC20440 (90191), 1997.
- [33] COHEN J, MANOCHA D, OLANO M. Simplifying polygonal models using successive mappings[A]. In: *Proc of the IEEE Visualization'97*[C]. USA: Phoenix, 1997.
- [34] COHEN J, VARSHNEY A, MANOCHA D, et al. Simplification envelopes[J]. *Computer Graphics (SIGGRAPH'96)*, 1996, 30: 119-128.
- [35] BAJAJ C L, SCHIKORE D R. Error-bounded reduction of triangle meshes with multivariate data[J]. *SPIE*, 1997, 2656: 34-45.

(责任编辑 汪再非)