

Kvantitativni odnosi i struja u poluprovodnicima



Boosting the telecommunications engineer profile to meet modern society and industry needs

Disclaimer: The European Commission support for the production of this website does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union



Septembar-2019

KVANTITATIVNI ODNOSI U POLUPROVODNICIMA

- ▶ Vjerovatnoća da neki elektron ima energiju W na temperaturi T izražavamo **Fermi-Diracovom funkcijom**

$$f_n(W, T) = \frac{1}{1 + e^{\frac{W - W_F}{kT}}}$$

- ▶ gde je k Bolcmanova konstanta i iznosi $k = 1.3810^{-23}$ [Ws/K], T temperatura i W_F energija Fermijevog nivoa.

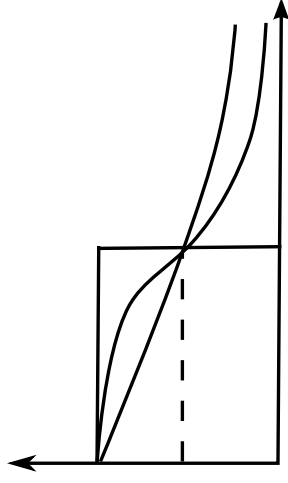
$$f_n(W, T) + f_p(W, T) = 1$$

$$f_p(W, T) = 1 - f_n(W, T) = 1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{W - W_F}{kT}}} = \frac{1}{1 + e^{\frac{W_F - W}{kT}}}$$



FERMI-DIRACOVA FUNKCIJA

- ▶ Grafik funkcije $f_n(W, T)$.
- ▶ Za $T=0$ imamo:
 - ▶ $f_n(W, T) = 1$ za $W < W_F$
 - ▶ $f_n(W, T) = 0$ za $W > W_F$
- ▶ Za $T > 0$ i $W = W_F$ imamo:
 - ▶ $f_n(W, T) = \frac{1}{2}$



KONCENTRACIJA ELEKTRONA

Broje elektrona u slobodnoj zoni iznosi:

$$dn = N(W)f_n(W, T)dW$$

Ukupan broj elektrona n možemo dobiti integriranjem ovog izraza

$$n = \int_{W_s} N(W)f_n(W, T)dW$$

Gustina kvantnih stanja određuje se kao kod metala korištenjem izraza

$$n(W) = \frac{8 \sqrt{2} m_e^3}{h^3} (W - W_s)^{\frac{1}{2}}$$



KONCENTRACIJA ELEKTRONA

Koncentracija elektrona sada iznosi:

$$n = \frac{8 \sqrt{2} m_p^{\frac{3}{2}}}{h^3} \int_{W_s}^{\infty} (W - W_s)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{W - W_s}{kT}} dW$$

Rješavanjem integrala dobija se koncentracija elektrona:

$$n = 2 \left(\frac{2 m_p kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{W_F - W_s}{kT}}$$

primjenom istog pristupa može se odrediti i koncentracija šupljina u valentnoj zoni koja iznosi:

$$p = 2 \left(\frac{2 m_p kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{W_v - W_F}{kT}}$$



n i p su efektivne mase elektrona i šupljina, respektivno.

University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



KONCENTRACIJA ELEKTRONA I ŠUPLJINA

- Koncentracija elektrona i šupljina se mogu zapisati u obliku:

$$n = N_s e^{-\frac{W_F - W_s}{kT}}$$

$$p = N_v e^{-\frac{W_v - W_F}{kT}}$$

gdje je:

$$N_s = 2 \left(\frac{2 m_p kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ gustina kvantnih stanja u slobodnoj zoni, i}$$

$$N_v = 2 \left(\frac{2 m_p kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ gustina kvantnih stanja u valentnoj zoni.}$$



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



- ▶ Kod čistog poluprovodnika je $n_i = p_i$ te se može pisati:

$$N_s e^{\frac{W_{Fi}}{kT}} = N_v e^{\frac{W_{Fi}}{kT}}$$

logaritmiranjem lijeve i desne strane dobija se

$$\ln N_s + \frac{W_{Fi}}{kT} = \ln N_v + \frac{W_{Fi}}{kT}$$

iz izraza možemo odrediti Fermijev nivo u obliku

$$W_{Fi} = \frac{W_v + W_s}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_s}$$

Ovaj izraz se može napisati i u zavisnosti od efektivnih masa elektrona i šupljina.



ODRE IVANJE FERMIFEVOG NIVOA N-TIPA POLUPROVODNIKA

$n > p$ i slobodni elektroni uglavnom potiču od jona donora, tako da možemo približno uzeti da je $n \approx N_d$. Sada možemo pisati:

$$N_d = N_s e^{\frac{W_{Fn} - W_s}{kT}}$$

gdje je $W_{Fn} = W_F$ Fermijev nivo n-tipa poluprovodnika.

sad možemo pisati:

$$\frac{W_{Fn} - W_s}{kT} = \ln \frac{N_d}{N_s}$$

odnosno

$$W_{Fn} = W_s + kT \ln \frac{N_s}{N_d}$$



ODRE IVANJE FERMIJEVOG NIVOA P-TIPA POLUPROVODNIKA

Može se približno uzeti da je $p \approx N_a$

$$N_a = N_v e^{\frac{W_v - W_{Fp}}{kT}}$$

gdje je $W_{Fp} = W_F$ Fermijev nivo u p-tipu poluprovodnika.

Iz prethodne jednačine dobijamo:

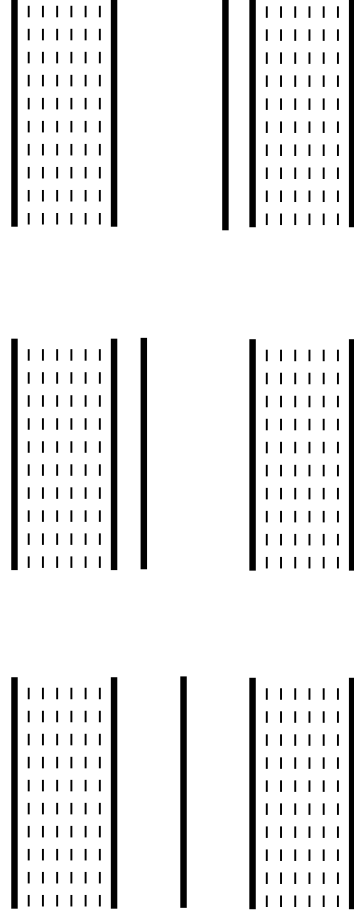
$$W_{Fp} = W_v + kT \ln \frac{N_v}{N_a}$$



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



POLOŽAJ FERMIJEVOG NIVOA KOD POLUPROVODNIKA



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



ZAKON TERMODINAMI KE RAVNOTEŽE

Koncentracija elektrona i šupljina u poluprovodnicima sa primjesama može se izraziti preko nivoa W_F :

$$n_i = N_s e^{\frac{W_{Fi} - W_s}{kT}}$$

$$n = N_s e^{\frac{W_{Fn} - W_s}{kT}}$$

Dijeljenjem prethodna dva izraza dobija se

$$n = n_i e^{\frac{W_F - W_{Fi}}{kT}}$$

Isto važi i za šupljine

$$p = p_i e^{\frac{W_{Fi} - W_F}{kT}}$$

Množenjem dvije zadnje jednačine dobija se:

$$n \quad p = np_i = n_i^2 = p_i^2$$

zakon termodinami ke ravnoteže



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering

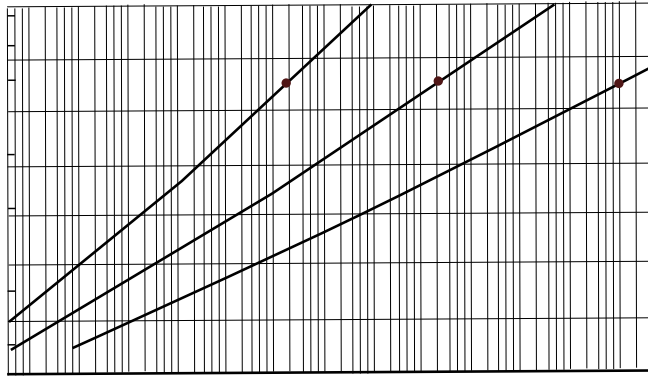


KONCENTRACIJA ELEKTRONA: TEMPERATURNNA ZAVISNOST

$$n_i^2 = p_i^2 = CT^3 e^{\frac{W(T)}{kT}}$$

gdje je $W(T)$ širina zabranjene zone koja zavisi od temperature.

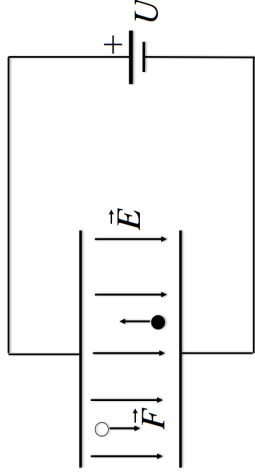
Konstanta C za silicij iznosi $1,5 \cdot 10^3 \text{ K}^3$, a za germanij $3,1 \cdot 10^3 \text{ K}^3$.



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



PROVODNOST POLUPROVODNIKA



Sila koja djeluje na naelektrisanu česticu u električnom polju iznosi:

$$F = qE$$

dajući mu ubrzanje:

$$a = \frac{F}{m_h} = \frac{qE}{m_h}$$

gdje je m_h efektivna masa elektrona u kristalnoj rešetki.



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



PROVODNOST POLUPROVODNIKA

Srednja brzina u pravcu polja biće

$$v_E = \frac{1}{2} a_1 = \frac{q_1}{2m_h} E = n E$$

gdje je

$$n = \frac{q_1}{2m_h} \left[\frac{m^2}{Vs} \right]$$

Konstanta proporcionalnosti između srednje brzine kretanja elektrona i jačine polja i naziva se **pokretljivost elektrona**.

Isto tako za šupljine biće

$$p = \frac{q_1}{2m_p} \left[\frac{m^2}{Vs} \right]$$

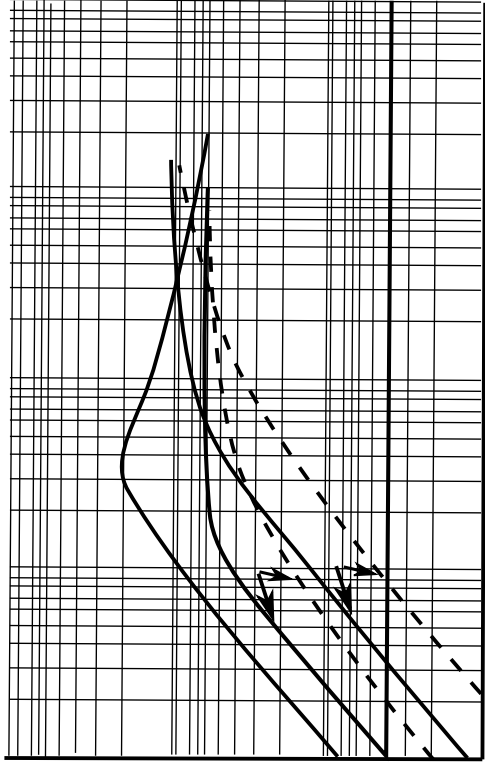
Konstanta proporcionalnosti između srednje brzine kretanja šupljina i jačine polja naziva se

pokretljivost šupljina.



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



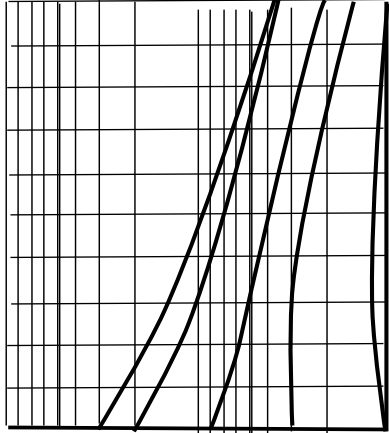


—

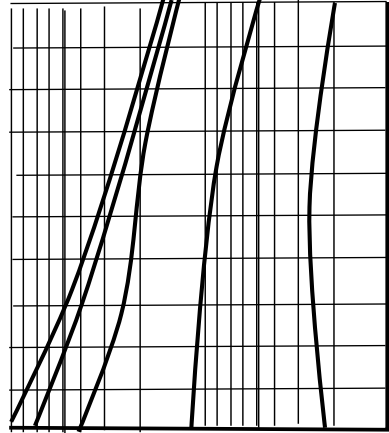


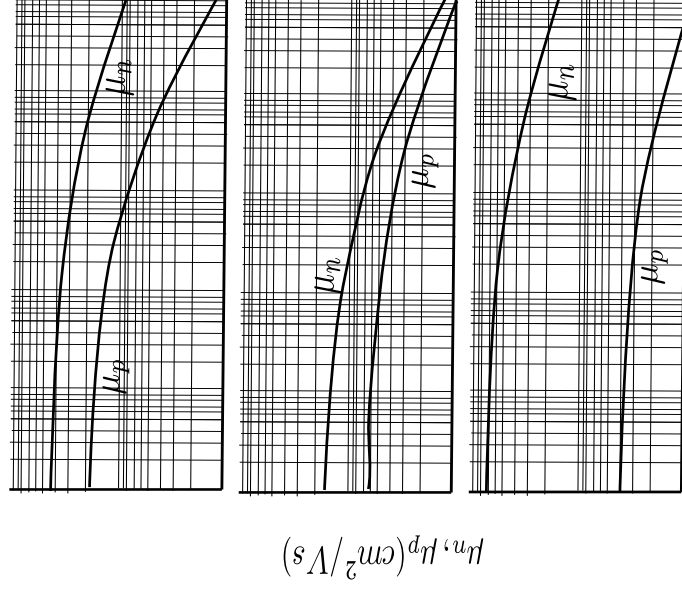
ZAVISNOST POKRETLJIVOSTI OD TEMPERATURE

$$\mu (cm^2/Vs)$$



$$\mu (cm^2/Vs)$$





GUSTINA STRUJE

Gustina struje nastala kretanjem elektrona pod uticajem električnog polja je:

$$J_n = qnV_E = qn \mu_n E = \mu_n E$$

gdje je μ_n provodnost poluprovodnika usljed postojanja pokretnih elektrona.

Gustina struje nastala kretanjem šupljina pod uticajem električnog polja je:

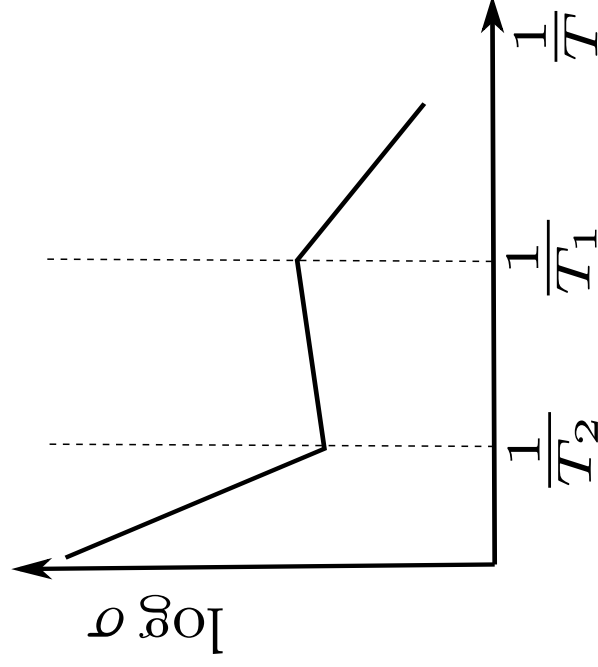
$$J_p = qp \mu_p E = \mu_p E$$

gdje je μ_p provodnost poluprovodnika usljed postojanja pokretnih šupljina.

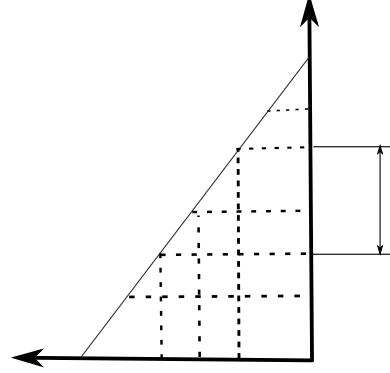
Za poluprovodnik koji ima i elektrone i šupljine je:

$$J = J_n + J_p = (\mu_n + \mu_p)E = q(n \mu_n + p \mu_p)E = \sigma E$$





DIFUZIONA STRUJA



$$j_p = q \frac{p_1 p_2}{6 l}$$

$$\text{tg} = \frac{dp}{dx} = \frac{p_1 p_2}{l}$$

$$j_p = q \frac{l^2}{6 l} \frac{dp}{dx}$$



DIFUZIONA STRUJA

$$D_p = \frac{l^2}{6 \tau}$$

difuziona konstanta šupljina iznosi:

$$J_p = -qD_p \frac{dp}{dx}$$

Na isti način se može pokazati da je struja usljed difuzionog kretanja elektrona:

$$J_n = qD_n \frac{dn}{dx}$$

gdje je D_n difuziona konstanta elektrona.



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



DIFUZIONA STRUJA

U trodimenzionalnom prostoru imamo:

$$J_n = qD_n \operatorname{grad} n(x, y, z)$$
$$\text{ i }$$
$$J_p = -qD_p \operatorname{grad} p(x, y, z) .$$



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



UKUPNA STRUJA U POLUPROVODNIKU

Integralni proces koji se dešava ako postoji električno polje koje djeluje na poluprovodnik i postoji gradijent koncentracije primjesa u poluprovodnom materijalu za rezultat ima gustiju struje:

$$J_n = qn_n E + qD_n \text{ grad}(n)$$

$$J_p = qp_p E - qD_p \text{ grad}(p)$$

U jednodimenzionalnom prostoru imamo:

$$J_n = qn_n E + qD_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p = qp_p E - qD_p \frac{dp}{dx}$$



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



TERMI KI NAPON

Srednja termička brzina kretanja elektrona (šupljina) je:

$$v_T = \frac{1}{1}$$

a kinetička energija čestice na temperaturi T :

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT$$

Uvrštavanjem ovog izraza u prethodni izraz dobija se:

$$\left(\frac{1}{1} \right)^2 = \frac{3}{m}kT$$

Uvrštavanjem u izraz za difuzionu konstantu dobija se:

$$D = \frac{1}{6} \frac{1}{1}^2 = \frac{1}{6} \frac{3}{m}kT = \frac{kT}{q} = U_T$$

Napon $U_T = \frac{kT}{q}$ se naziva termičkim naponom.



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



AJNŠTAJOVA RELACIJA

I pokretljivost i difuziona konstanta zavise od dužine slobodnog puta.

Za elektrone se može pisati:

$$D_n = U_T \lambda_n$$

i za šupljine

$$D_p = U_T \lambda_p$$

Dijeljenjem posljednje dvije relacije dobija se:

$$\frac{D_n}{D_p} = \frac{\lambda_p}{\lambda_n}$$

Ajnštajova relacija koja povezuje difuzione konstante i pokretljivosti naelektrisanih čestica.



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



ZAKLJUČAK

- ▶ Poluprovodnici
- ▶ Tipovi poluprovodnika
- ▶ Kvantitativna analiza poluprovodnika
- ▶ Analiza proticanja struje u poluprovodnicima



University of Tuzla, Faculty of Electrical Engineering



Hvala !

www.project-benefit.eu

