	Akademia Górniczo-Hutnicza Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej **Podstawy Automatyki** **Informatyka Stosowana, rok II**	

Charakterystyki czasowe podstawowych obiektów dynamicznych

Cel ćwiczenia: zapoznanie się z charakterystykami czasowymi (odpowiedziami obiektu na określone wymuszenie w dziedzinie czasu) podstawowych obiektów dynamicznych.

Ćwiczenie ma być wykonane drogą symulacji w środowisku MATLAB. Należy zbadać odpowiedzi obiektów takich jak:

Obiekt	Transmitancja	Obiekt	Transmitancja
inercyjny I rzędu	$G(s)=\frac{k}{Ts+1}$		
inercyjny II rzędu	$G(s)=\frac{k}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1}$	inercyjny II rzędu (oscylacyjny)	$G(s)=\frac{k}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$
całkujący idealny	$G(s)=\frac{k}{T_is}$	całkujący rzeczywisty	$G(s)=\frac{k}{T_is(Ts+1)}$
różniczkujący idealny	$G(s)=T_ds$	różniczkujący rzeczywisty	$G(s)=\frac{T_ds}{Ts+1}$
inercyjny I rzędu z opóźnieniem	$G(s)=\frac{e^{-s\theta}}{Ts+1}$		

na następujące typy wymuszeń (sygnały wejściowe):

- skok jednostkowy (charakterystyki skokowe)
- delta Diraca (charakterystyki impulsowe)

1. Zapis transmitancji w MATLABIE

Transmitancja jest reprezentowana przez dwa wektory, zawierające współczynniki jej licznika i mianownika (w kolejności od najwyższej potęgi „s”). Sposób zapisu powyższych obiektów jest podany w tabeli:

Transmitancja	Zapis licznika transmitancji	Zapis mianownika transmitancji
$G(s)=\frac{k}{Ts+1}$	`licz = [0,k]`	`mian = [T,1]`
$G(s)=\frac{k}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1}$	`licz = [0,0,k]`	`mian = [T1*T2 ,T1+T2 ,1]`
$G(s)=\frac{k}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$	`licz = [0,0,k]`	`mian = [T^2 ,2*ksi*T ,1]`

$G(s)=\dfrac{k}{T_i s(Ts+1)}$	`licz = [0,0,k]`	`mian = [T*Ti , Ti , 0]`
$G(s)=\dfrac{T_d s}{Ts+1}$	`licz = [Td,0]`	`mian = [T,1]`
$G(s)=\dfrac{e^{-s\theta}}{Ts+1}$	patrz punkt 4	patrz punkt 4

Uwaga: należy stosować zapis z użyciem zmiennych symbolicznych (T, k, itp.) po wcześniejszym przypisaniu im konkretnych wartości liczbowych.

2. Wyznaczanie charakterystyk czasowych

Do wyznaczania charakterystyk czasowych należy wykorzystać następujące funkcje:

- **`step(licz, mian);`** charakterystyka skokowa
- **`impulse(licz, mian);`** charakterystyka impulsowa

Jeżeli funkcje te nie zawierają argumentów wyjściowych (tak jak powyżej) to automatycznie generowany jest wykres odpowiedniej charakterystyki. Jeżeli mają one argumenty wyjściowe postaci:

```
[y,x,czas] = step(licz, mian);
```

```
[y,x,czas] = impulse(licz, mian);
```

to wtedy otrzymuje się wektory zawierające składowe odpowiedniej charakterystyki.

3. Rysowanie wykresów

Wykresy są generowane automatycznie (patrz punkt 2) lub można je narysować za pomocą instrukcji *plot*, np.:

```
plot(czas,y)
```

Można też narysować kilka rysunków na jednym wykresie, np.:

```
plot(czas1,y1,czas2,y2)
```

4. Zapis transmitancji z opóźnieniem

W układach automatyki często możemy się spotkać z pojęciem czasu opóźnienia. Przykładem może być zjawisko przepływu cieczy przez rurociąg. Zakładamy, że przepływ jest tłokowy i czas przepływu pojedynczej cząstki cieczy wzdłuż całego rurociągu równy jest θ. W tym przypadku odcinek rurociągu można traktować jako element opóźniający

Jeżeli przyjmiemy, że zachowanie się pewnej zmiennej u wlotu do rurociągu określa funkcja f(t) (reprezentująca np. temperaturę lub skład cieczy) to **po czasie θ** na końcu rurociągu zaobserwujemy identyczny przebieg tej zmiennej.

Transformata Laplace'a funkcji przesuniętej w czasie o θ jednostek czasu wynosi:

$$L[f(t-\theta)] = f\, e^{-s\theta}$$

Wynika stąd, że zależność zmiennej wyjściowej od zmiennej wejściowej dla układu opóźniającego wyraża się transmitancją $\mathbf{e^{-s\theta}}$.

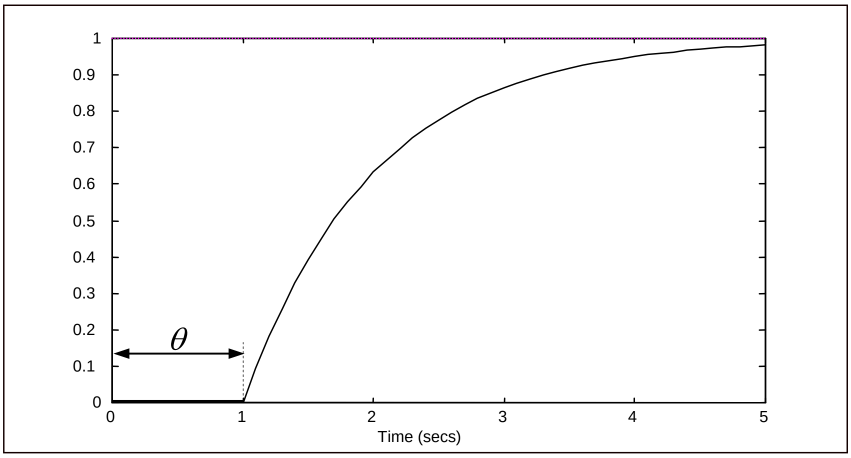
Przykładowo, układ inercyjny 1-go rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1}$$

z opóźnieniem o wartości θ wyraża się transmitancją:

$$G(s) = \frac{Ke^{-s\theta}}{Ts+1}$$

Odpowiedź skokową dla tej transmitancji przedstawia poniższy rysunek (dla $K = 1$, $T = 1$, $\theta = 1$):



Forma eksponencjalna w powyższym wzorze nie zawsze jest dogodna do analizy systemu. W szczególności nie można wtedy w prosty sposób faktoryzować układu za pomocą jedynie biegunów i zer. Jedną z metod sprowadzenia układu z opóźnieniem do postaci wielomianowej jest aproksymacja Pade'go. Polega ona na zastąpieniu członu $e^{-s\theta}$ formą wielomianową, tak jak w poniższej tabeli:

Aproksymacja Pade'go 1-go rzędu:	Aproksymacja Pade'go 2-go rzędu:
$e^{-s\theta} \approx \dfrac{1-\frac{\theta}{2}s}{1+\frac{\theta}{2}s}$	$e^{-s\theta} \approx \dfrac{1-\frac{\theta}{2}s+\frac{\theta^2}{12}s^2}{1+\frac{\theta}{2}s+\frac{\theta^2}{12}s^2}$

Aproksymacja Pade'go jest zaimplementowana w Matlabie w funkcji **pade**. W celu zamodelowania obiektu inercyjnego I rzędu z opóźnieniem w Matlabie należy wykonać poniższe czynności:

a) Wyznaczamy transmitancję członu opóźniającego przy pomocy funkcji PADE:

```
[licz_op, mian_op] = pade(theta, n)
```

gdzie: **theta** – opóźnienie w [s], **n** – rząd aproksymacji (np. n = 5). Po wykonaniu tej instrukcji otrzymujemy licznik i mianownik transmitancji członu opóźniającego zapisany pod zmiennymi **licz_op** i **mian_op**.

b) Zapisujemy transmitancję obiektu inercyjnego bez opóźnienia:

```
licz_iner = [0,k]; mian_iner = [T,1];
```

c) Łączymy obie transmitancje szeregowo za pomocą instrukcji SERIES:

```
[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);
```

Otrzymujemy w ten sposób licznik i mianownik transmitancji obiektu inercyjnego z opóźnieniem.

5. Wpływ zer i biegunów na kształt odpowiedzi skokowej

Ten przykład pokazuje wpływ położenia biegunów układu II rzędu na jego odpowiedź skokową. Poniższy kod generuje trójwymiarowy wykres 12 odpowiedzi skokowych dla układu z biegunami położonymi w $s = -n/4 \pm 3i$ gdzie n zmienia się od 1 do 12.

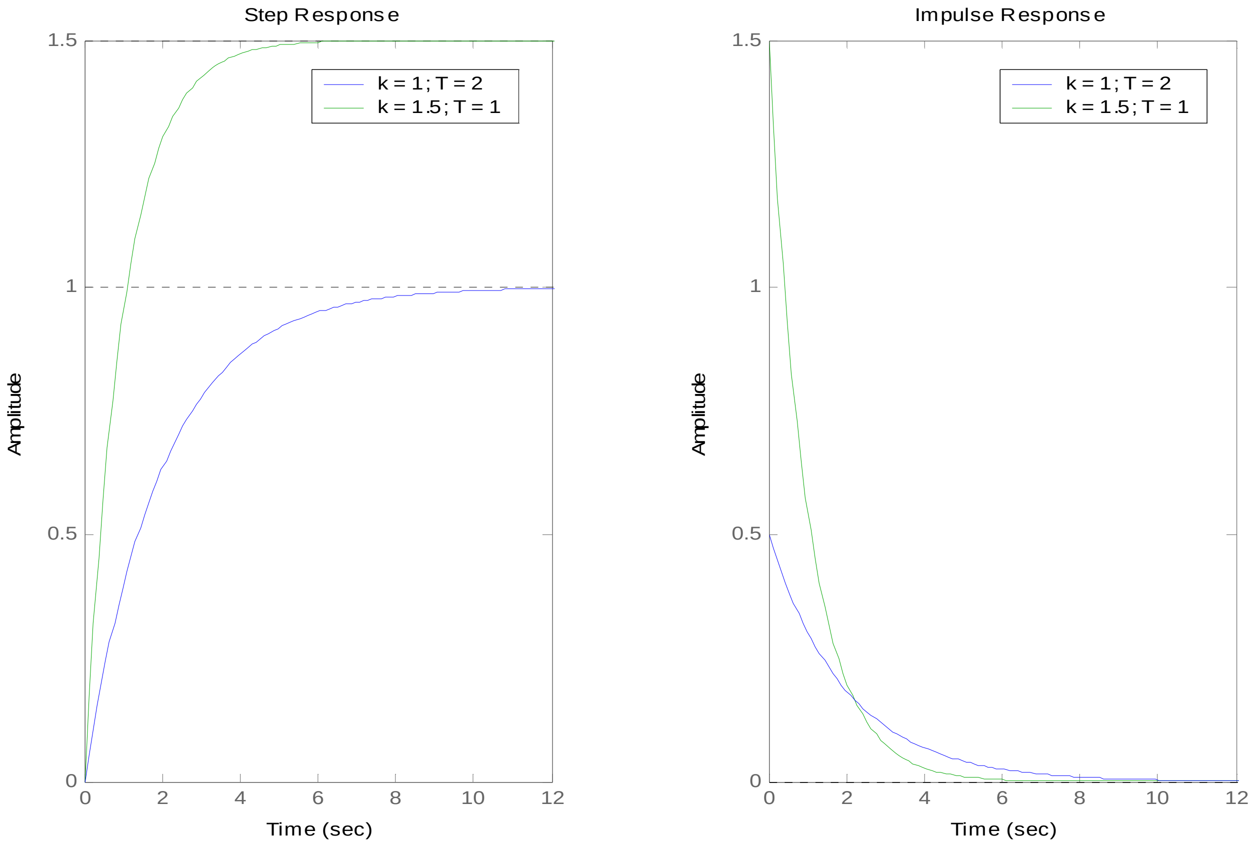
```
t=0:0.05:5;
dl=length(t);
LiczbaWykresow=12;
y=zeros(dl,LiczbaWykresow);
n=1;
while(n<=LiczbaWykresow)
    [licz,mian]=zp2tf([],[-n/4+3*i -n/4-3*i], (n/4)^2+9);
    [y(1:dl,n),x,tt]=step(licz,mian,t);
    n=n+1;
end
mesh(t,1:12,y');
```

Część urojona biegunów jest stałą i wynosi $\pm 3i$, natomiast część rzeczywista zmienia się od -0.25 do -3 z krokiem 0.25. Ostatni argument funkcji *zp2tf* (wzmocnienie) zapewnia normalizację stanu ustalonego do 1 dla wszystkich odpowiedzi (dlaczego?). Jak widać na rysunku, w miarę jak bieguny przesuwają się w lewo, układ staje się coraz mniej oscylacyjny (wzrasta współczynnik tłumienia) i układ staje się wolniejszy (wzrasta czas narastania).

6. Sprawozdanie

W sprawozdaniu należy zamieścić komplety charakterystyk skokowych i impulsowych dla każdego z wymienionych obiektów wraz z kodem źródłowym programu. Na wspólnych wykresach mają się znaleźć charakterystyki dla dwóch różnych zestawów parametrów obiektu (tzn. wzmocnienia i stałych czasowych) – dla tych samych zestawów wyznaczyć charakterystyki skokowe i impulsowe. Dodatkowo dla obiektu oscylacyjnego należy wykonać wykresy dla współczynnika tłumienia ξ większego i mniejszego od 1. Cały program powinien być zrealizowany w jednym m-pliku.

Poniżej przedstawiona jest przykładowa charakterystyka dla obiektu inercyjnego I rzędu.



Step Response
Amplitude
Time (sec)
k = 1; T = 2
k = 1.5; T = 1
Impulse Response
Amplitude
Time (sec)
k = 1; T = 2
k = 1.5; T = 1