

## Лабораторная работа №1

### Численное решение задачи Коши для ОДУ

**Постановка тестовой и основной задачи.** Целью данной лабораторной работы является освоение одношаговых методов численного интегрирования задачи Коши для ОДУ с элементами оценки погрешности на шаге и управления шагом. Тестовая задача имеет вид:

$$\frac{du}{dx} = (-1)^{\text{№варианта}} \frac{(\text{№варианта})}{2} u \quad (1)$$

$$u(0) = u_0.$$

Основная задача №1 имеет вид:

$$\frac{du}{dx} = f(x)u^2 + u - u^3 \sin 10x \quad (2)$$

$$u(0) = u_0.$$

Основная задача №2 имеет вид:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + g(x, u, u') = 0 \quad (3)$$

$$u(0) = u_0, u'(0) = u'_0.$$

Функции  $f(x)$ ,  $g(x, u, u')$  определяются вариантом задания, см. табл. 3.

Решите тестовую и основные задачи, используя метод Рунге-Кутты 4-го порядка

- без контроля локальной погрешности (с постоянным шагом)
- с контролем локальной погрешности (параметр  $\varepsilon$  должен задаваться с клавиатуры).

Используйте счетчик итераций с контролем максимально допустимого числа итераций  $N_{max}$ , а также контроль выхода на правую границу  $b$ .

Для тестовой задачи постройте *графики точного и приближенного решений*. Для основной задачи №1 – *график приближенного решения*, для основной задачи №2 – *графики приближенного решения* (в различных осях координат), а также *фазовый портрет*.

Результаты расчетов одношаговым методом нужно вывести в следующие таблицы:

Таблица 1

Расчет тестовой задачи методом Рунге-Кутты

| $i$ | $x_i$ | $v_i$ | $v2_i$ | $v_i - v2_i$ | ОЛП | $h_i$ | C1 | C2 | $u_i$ | $ u_i - v_i $ |
|-----|-------|-------|--------|--------------|-----|-------|----|----|-------|---------------|
| 1   |       |       |        |              |     |       |    |    |       |               |
| ... |       |       |        |              |     |       |    |    |       |               |
| $n$ |       |       |        |              |     |       |    |    |       |               |

Таблица 2

Расчет основной задачи методом Рунге-Кутты

| №   | $x_i$ | $v_i$ | $v2_i$ | $v_i - v2_i$ | ОЛП | $h_i$ | C1 | C2 |
|-----|-------|-------|--------|--------------|-----|-------|----|----|
| 1   |       |       |        |              |     |       |    |    |
| ... |       |       |        |              |     |       |    |    |
| $n$ |       |       |        |              |     |       |    |    |

Здесь  $i$  – номер шага,  $(x_i, v_i)$  – точка приближенной траектории, вычисленная методом Рунге-Кутты с «текущим» шагом,  $(x_i, v2_i)$  – точка приближенной траектории, вычисленная методом Рунге-Кутты с половинным шагом, ОЛП – оценка локальной погрешности на шаге,  $h_i = x_i - x_{i-1}$  – текущий шаг, C1 – счетчик деления шага, C2 – счетчик удвоений шага,  $(x_i, u_i)$  – точка точной траектории.

В выходных данных программы должны быть указаны:

$n = \text{«} \_\_\_\_\_\text{»}$ ,  $b - x_n = \text{«} \_\_\_\_\_\text{»}$ ,

$\max | \text{ОЛП} |$

общее число удвоений шага, общее число деления шага,

$\max h_i = \text{«} \_\_\_\_\_\text{»}$  при  $x = \text{«} \_\_\_\_\_\text{»}$ ;

$\min h_i = \text{«} \_\_\_\_\_\text{»}$  при  $x = \text{«} \_\_\_\_\_\text{»}$ .

Для тестовой задачи:  $\max |u_i - v_i| = \text{«} \_\_\_\_\_\text{»}$  при  $x = \text{«} \_\_\_\_\_\text{»}$ .

**В отчет нужно включить** поставки задач, описание метода, сведения о погрешности метода, результаты численных экспериментов: таблицы, графики и комментарии к ним.

## Варианты заданий

| $\mathcal{N}^{\circ}$ | $f(x)$                      | $g(x, u, u')$          |
|-----------------------|-----------------------------|------------------------|
| 1                     | $\frac{1}{1+x^4}$           | $a \sin(u)$            |
| 2                     | $\frac{x}{1+x^2}$           | $au' + b \sin(u)$      |
| 3                     | $\frac{1}{\sqrt[3]{1+x^2}}$ | $a(u')^2 + bu$         |
| 4                     | $\frac{x^3+1}{x^5+1}$       | $au' u'  + bu' + cu$   |
| 5                     | $\frac{\ln(x+1)}{x^2+1}$    | $a(u')^2 + b \sin(u)$  |
| 6                     | $\frac{1}{2x+x^2}$          | $a\sqrt{(u')^2+1}$     |
| 7                     | $\frac{1}{1+3x+x^2}$        | $a\sqrt{(u')^2+1} + b$ |