

KG PREGUNTAS TEÓRICAS

- Poliedro baten gainazalean $x = V - E + F$ formula dugu, non $x=2-2g$ Euler-en karakteristika den. Zer dira V, E eta F? Definitu informalki g, gainazal itxiaren generoa. Poliedro ganbilean zenbat da x?

V erpin kopurua da.

E ertz kopurua da.

F aurpegi kopurua da.

Informalki g, objektua zenbat zulok zeharkatzen duten adierazten du genero zenbakiak.

Poliedro ganbila denean $x=2$ da.

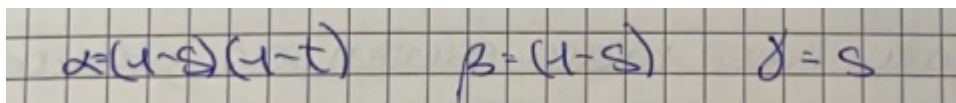
- a) Azaldu koordenatu barizentrikoen oinarritzko ezaugarriak (frogatu gabe). A, B, C, P puntuen koordenatu kartesiarrak ezagunak badira, nola kalkulatzen dira ABC triangeluan P-ren koordenatu barizentrikoak?

Koordenatu barizentrikoen oinarritzko ezaugarriak:

1. t eta s parametroen balioak hartuz R-ko $[0,1]$ tartean, triangeluko barruko puntu guztiak honela izango dira:

$$P = (1-s)(1-t)A + (1-s)tB + sC$$

Ondorioz koordenatu barizentrikoak:


$$\alpha = (1-s)(1-t) \quad \beta = (1-s)t \quad \gamma = s$$

2. Triangelu barruko puntu bakoitzaren hirukotea (α, β, γ) bakarra da. Batura $\alpha + \beta + \gamma = 1$ izango da beti. $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$ izanik.
3. Koordenatu barizentrikoetako bat zero bada orduan puntua triangeluaren ertz batean egongo da.

b) Azaldu zer den ehundura mapaketa. Hartu u, v koordenatuak mapan, eta puntu bat egokitu triangeluko erpin bakoitzari. Nola egokitzen zaio P puntuari, koordenatu barizentrikoak kalkulatu ondoren, mapako puntu bat?

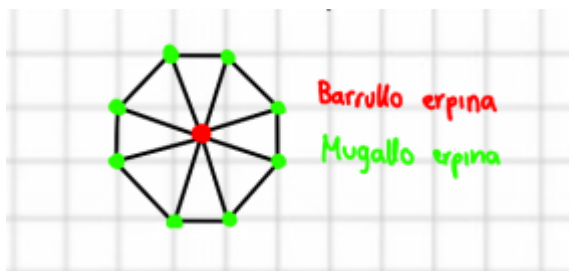
Interpolazio barizentrikoaren aplikazio bat da ehundura mapaketa: objektu baten eredu grafkoa izanik triangelu sare bat eta ehundura mapa bat emanik, triangelu bakoitzari ehundura mapan triangelu bat esleitzen zaio. Ondoren jatorrizko triangeluaren aurpegiko puntu bakoitzari ehundura mapan dagokion puntua kalkulatu behar da. Azkenik, puntu horren kolorea esleitzen zaio jatorrizko triangeluko puntuari.

UV ardatzak ehundura mapako ardatzak dira, erpinen u,v koordenatuak normalizatuta daude, triangelu sarearen P puntuaren koordenatuak dira. Interpolazio

barizentrikoa lortzeko: $\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} u_B \\ v_B \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} u_C \\ v_C \end{bmatrix}$

- Definitu triangelu sare anizkoitza. Marraztu sare anizkoitz mugaduna, seinalatuz mugako erpinak eta barrukoak. Triangeluak orientatuz, noiz du sare anizkoitzak orientazio koherentea? Triangelu orientatuan nola hartzen da normala? Triangelu sareak orientazio koherentea badu zer adierazten dute bektore normalek?

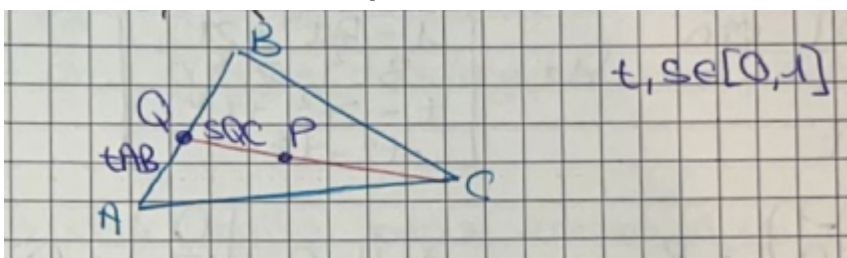
Triangelu sare anizkoitza da, definizioz, baldin erpin bakoitzarekin batzen diren triangeluen ordenazio zirkularra existitzen bada ondoz ondo doazen triangeluek ertz komuna dutela eta ordenazioan ertz komuna errepikatu gabe.



Esango dugu orientazio koherentea onartzen duela baldin eta posible den triangelu bakoitza orientatzea baldintza honekin: batzen diren edozein bi triangeluen ertz komunak aurkako orientazioa du batean eta bestean.

Bektore normala dugu eskuin eskuaren arauaren arabera (bideketa bektorialarekin). Sareak orientazio koherentea badu bektore normalek sarearen kanpoaldea eta barrualdea adieraziko dute.

- a) Kalkulatu ABC triangeluko P puntuaren α, β, γ koordenatu barizentrikoak t, s parametroetatik abiatuz.



$$Q = A + tAB = A + t(B-A) = (1-t)A + tB$$

$$P = Q + sQC = Q + s(C-Q) = (1-s)Q + sC$$

$$P = (1-s)1 + sC = (1-s)((1-t)A + tB) + sC = (1-s)(1-t)A + (1-s)tB + sC = \alpha A + \beta B + \gamma C$$

$$\alpha = (1-s)(1-t) \quad \beta = (1-s)t \quad \gamma = s$$

b) Adierazi nola egiten den interpolazio barizentrikoa, triangeluko erpinetan funtzioaren balioak f_a , f_b , f_c ezagunak badira, eta triangelu barruko P puntuan funtzioaren balioa interpolatu nahi bada.

Funtzioaren interpolazio balioa f_a , f_b , f_c balioen konbinazio ganbila da. α, β, γ P puntuaren koordenatu barizentrikoa izanik:

$$f(P) = \alpha f_a + \beta f_b + \gamma f_c$$

- **Zer da Bézier adabakia? Zenbat kontrol puntu behar dira, nola ordenatzen dira espazioan?**

Sareta deitzen diogu grafo bati non erpinak i, j indize bikotearekin izendatzen diren, indizeek balioak hartuz Z^2 -ko azpimultzo batean, eta non (i, j) erpin bakoitzaren auzokoak diren: $(i \pm 1, j) \wedge (i, j \pm 1)$

Espazio geometrikoan, sareta egitura duen puntu multzinoa, laukiz osatutako sare poligonal da. 4 kontrol puntu behar dira.

- **Azaldu Bézier adabakiaren formula (non $0 \leq u, v \leq 1$):**

$$S(u, v) = \sum_{i,j=0}^3 P_{ij} b_i(u) b_j(v)$$

Gainazal zatia edo adabakia bi parametroren funtzio bezala definitzen da, u eta v , hauen balioak $[0,1]$ tartean hartuz. Formulako $b_i(u)$ eta $b_j(v)$ funtzioek Bézier-en oinarriko funtzioak dira, $b_0(t)$, $b_1(t)$, $b_2(t)$, $b_3(t)$ polinomio kubikoak: batuketako gai bakoitzean i, j indizeen arabera bi funtzio aukeratzen dira, u eta v parametroekin idatziz hurrenez hurren.

- **Transformazio lineal bat isometrikoa bada, biraketa bezala bere matrize ortogonal da. Zer da matrize ortogonal? Zein da bere alderantzizkoa? Biraketaren kasuan, zein da matrizearen antobalioa (erreal) eta autobektorea?**

Matrize ortogonal M matrize erreal bat da. Matrize bat ortogonal da baldin eta horren zutabeak errenkadak ortonormalak badira.

$$M^{-1} = M^T \quad (MM^T = I)$$

Bere alderantzizkoa:

Biraketa matrizeak 1 autobalioa du, $Rw=w$, non w autobektorea biraketaren ardatzerdiaren gainean dagoen.

- **Eredu grafikoaren renderizazioa kamera idealaren artifizioarekin egiten da. Nola definitzen dira kamerari elkartutako u, v, w bektoreak? Munduko ardatzen oinarri kanonikoa u, v, w bektoreetan transformatzeko zein da biraketa matrizea?**

u, v, w bektore unitario ortogonalak hartuko ditugu.

1. Begiratze norabideen w bektore unitarioa dugu, aurkako noranzkoan.
2. Goranzko norabideen v bektorea dago, unitarioa eta perpendikularra w bektorearekin.

3. v , bektore unitarioa eta perpendikularra u eta w -rekin, eskuin eskuaren araua,
 $u = v \times w$

Biraketa matrizea:

$$R = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & 0 \\ u_y & v_y & w_y & 0 \\ u_z & v_z & w_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Zein dira koordenatu barizentrikoen ezaugarriak? Zer da konbinazio konbexua?

La primera pregunta está más arriba.

Konbinazio konbexu bat da puntu linealen konbinazio bat non denek positiboak izan behar diren eta batura 1 izan behar den.

- Azaldu Slerp interpolazioa zertarako erabiltzen den.

Bi koaternoien arteko bide motzena hartzen da 3-esferaren gainean, kalkulatu abiadura konstantearekin $\gamma(t)$ kurba parametrikoa \mathbb{R}^4 espazioan t parametroaren balioak pixkanaka inkrementatzen bagoaz, koaterno batetik bestera modu jarraitu eta leunean pasako gara, hau da, biraketa egoera batetik bestera. Hau erabiltzen da biraketa animazioa egiteko.

- Zer da depth buffer edo z-buffer? Zer informazio jasotzen du?

Bi dimentsioko array bat da, atzipen atomikoa behar duen sinkronizazio puntua. Bertan gordetzen dena: pixel posizio bakoitzerako, konputazioaren azken pausua arte aurkitu den puntu hurbilenerako distantzia, eta eguneratzen da hurbilago dagoen puntu bat aurkitzen den bakoitzean.

- Izan izan bedi ABC triangelua, planoan XY ardatz kartesiarrek finkatuz idatzi $P = \alpha A + \beta B + \gamma C$ erlazioa puntuen koordenatu kartesiarren bidez. Koordenatu barizentrikoak ezezagunak badira, zein izango da hirugarren ekuazioa hauek lortzeko? Sistema $Mw = b$ bezala idazten bada, zein dira M eta b ? Ekuazio sistema ebatziz, nola dakigu P puntua triangeluaren barruan dagoen?

Koordenatu kartesiarrek ezezagunak badira, hau izango da hirugarren ekuazioa: $\alpha + \beta + \gamma = 1$, non $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$.

triangelua

$$Mw = b \quad \begin{bmatrix} A_x & B_x & C_x \\ A_y & B_y & C_y \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

P puntua triangeluaren barruan badago $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$, bestela triangelutik kanpo egongo da.