

Ministère de l'enseignement supérieur et la recherche scientifique

Université IBN-Khaldoun

Faculté des mathématiques et de l'informatique

Département de l'informatique

Licence ISIL

Système d'aide à la décision

Introduction aux méthodes multicritères (Les méthodes de sur-classement)

Chargé de module :

Mr. Dr. Mohamed_Amine DAOUD

E-mail: amine_dam@yahoo.fr

2024-2025

Quand on a peur dans la vie, c'est parce qu'on ne sait pas
quelle décision prendre.

La vie est un jeu de hasard et chaque décision que vous prendrez
orientera votre destinée.

Le bonheur est une décision que nous prenons d'être heureux quoi qu'il
arrive.

Les Méthodes de type ELECTRE:

Différences entre les méthodes de sur-classement vont provenir notamment de la façon de formaliser et d'exploiter la définition du sur-classement :

- Electre
- Promethee
- melchior
- etc.

Méthodes de sur-classement procèdent en deux étapes :

- Construction de la relation de sur-classement
- Exploitation de la relation de sur-classement en fonction de la problématique choisie.

Les Méthodes de type ELECTRE:

Une école de pensée **francophone**, ayant à l'origine des travaux de **B. Roy**, a développé une approche dont les méthodes sont basées sur les comparaisons d'actions 2 à 2 en vue d'établir une relation de **sur-classement**.

Une relation de **sur-classement** « S » définie comme suite, en dit qu'une actions « a » surclasse une autre action « b » (**a S b**) ssi,

- Il y a suffisamment d'arguments (**majorité au sens large**) pour admettre qu'une action **a** est au moins aussi bonne qu'une action **b**, c'est le concept de *concordance*.
- La seconde condition imposée est qu'il n'y a pas de raison importante de prétendre le contraire. C'est le concept de *non concordance (discordance)*.

Les Méthodes de type ELECTRE:

- Cette méthode est l'ancêtre de la famille, signifie: **Eliminations Et Choix Traduisant la Réalité.**
- Son but est de sélectionner un sous ensemble d'actions parmi lesquelles se trouve le compromis recherché.
- On considère un ensemble **A de m actions**, le but est d'identifier un **sous ensemble d'actions** offrant un meilleur compromis parmi A.
 - On définit pour chaque critère une fonction d'évaluation g_j (où $j=1$ à n , **n est le nombre de critères**).

Les Méthodes de type ELECTRE:

L'indice de concordance pour deux actions a et b est noté par $C(a,b)$, compris entre 0 et 1, il mesure la pertinence de l'assertion « a surclasse b » pour la majorité concordante des critères, comme suit :

avec : j : les critères. W_j : les poids associés aux critères.
 $g_j(b)$: les valeur d'évaluations de l'action « x » et le critère « j ».

$$C(a, b) = \frac{\sum_{j: g_j(a) \geq g_j(b)} K_j}{K} \quad \text{avec } K = \sum_{i=1}^n k_i$$

ELECTRE I (B. Roy, 1968):

L'indice de discordance pour deux actions a et b est noté par $D(a,b)$, compris entre 0 et 1, il mesure la pertinence de l'assertion « a surclasse b » pour la minorité des critères, comme suit :

s est la différence maximale entre 2 actions ~~pour le même critère~~.

$$D(a, b) = \begin{cases} 0 & \text{si } \forall j: g_j(a) \geq g_j(b) \\ \frac{\max [g_j(b) - g_j(a)]}{s} & \text{sinon} \end{cases}$$

ELECTRE I (B. Roy, 1968):

- La relation de sur-classement pour **Electre I** est construite par la comparaison des indices de concordance et de discordance à **des seuils limites de concordance SC et de seuil de discordance SD**.
- Ainsi, a surclasse b, ssi : $C(a,b) \geq SC$ et $D(a,b) \leq SD$
- Chaque action est représentée par un sommet ; si l'action ai surclasse l'action ak , une flèche partant du sommet ai et aboutissant au sommet ak relie les deux sommets. Si aucune relation de sur-classement n'existe entre les deux actions, alors aucune flèche n'est dessinée entre les deux sommets.
- **Le sous ensemble N est assimilé au noyau du graphe.**

Le **noyau du graphe** est composé d'un ensemble de sommets tel que :

- Tous les sommets du graphe qui n'appartiennent pas au noyau sont surclassés par, au moins, un sommet du noyau.
- Les sommets du noyau ne sont surclassés par aucun sommet de celui-ci.

Exemple illustratif

- L'exemple traite du choix d'un projet, parmi **6 projets concurrents** pour la réalisation d'une raffinerie. Chaque projet est évalué sur la base de 5 critères environnementaux
 - **Cr1 : Nuisance sonore**
 - Cr2 : Séparation du territoire**
 - Cr3 : Pollution de l'air**
 - Cr4 : Impact sur l'aménagement du territoire**
 - Cr5 : Impact sur les activités récréatives.**

L'importance de chaque critère dans la prise de décision est traduite par un poids k_j tel que

| Critères | Cr1 | Cr2 | Cr3 | Cr4 | Cr5 |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Poids (K_j) | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 |

Exemple illustratif

- Chaque projet est évalué en fonction des critères retenus à l'aide d'une échelle qualitative et des scores. Plus le score est élevé, plus les impacts du projet sur l'environnement sont moindres.
- Le tableau de performance est donné dans le tableau suivant :

| Critères | Cr1 | Cr2 | Cr3 | Cr4 | Cr5 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| P1 | 10 | 20 | 5 | 10 | 16 |
| P2 | 0 | 5 | 5 | 16 | 10 |
| P3 | 0 | 10 | 0 | 16 | 7 |
| P4 | 20 | 5 | 10 | 10 | 13 |
| P5 | 20 | 10 | 15 | 10 | 13 |
| P6 | 20 | 10 | 20 | 13 | 13 |

Exemple illustratif

La problématique à résoudre est de choisir le sous-ensemble de projets avec le moins d'impacts sur l'environnement. On propose d'utiliser ELECTRE I. Nous présentons un exemple de calcul de l'indice de concordance :

La matrice des indices de concordance est donnée par :

| Critères | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| P1 | - | 0.9 | 0.9 | 0.4 | 0.4 | 0.3 |
| P2 | 0.4 | - | 0.8 | 0.3 | 0.1 | 0.1 |
| P3 | 0.1 | 0.6 | - | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| P4 | 0.7 | 0.9 | 0.7 | - | 0.5 | 0.4 |
| P5 | 0.7 | 0.9 | 0.9 | 1.0 | - | 0.6 |
| P6 | 0.7 | 0.9 | 0.9 | 1.0 | 1.0 | - |

$$C(P_1, P_2) = \frac{3+2+3+0+1}{10} = 0.9$$

$$C(P_2, P_1) = \frac{0+0+3+0+1}{10} = 0.4$$

$$C(P_1, P_3) = \frac{3+2+3+0+1}{10} = 0.9$$

$$C(P_3, P_1) = \frac{0+0+0+1+0}{10} = 0.1$$

Exemple illustratif

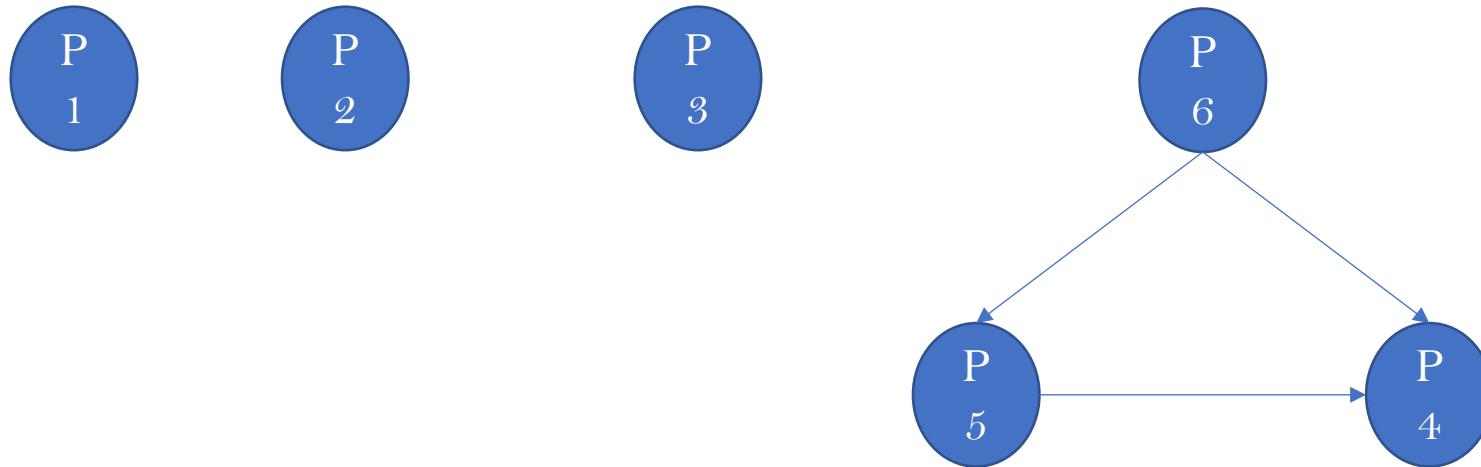
La matrice de discordance est obtenue comme suit :

| Critères | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 |
|----------|------|------|------|-----|------|------|
| P1 | - | 0.3 | 0.3 | 0.5 | 0.5 | 0.75 |
| P2 | 0.75 | - | 0.25 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| P3 | 0.5 | 0.25 | - | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| P4 | 0.75 | 0.3 | 0.3 | - | 0.25 | 0.5 |
| P5 | 0.5 | 0.3 | 0.3 | 0.0 | - | 0.25 |
| P6 | 0.5 | 0.15 | 0.15 | 0.0 | 0.0 | - |

Exemple illustratif

L'intérêt de la méthode Electre I est d'isoler un sous ensemble de solutions, dans notre cas identifier les projets avec le moins d'impacts sur l'environnement.

En considérant $c = 1$ et $d = 0$, P_1 , P_2 , P_3 et P_6 sont incomparables, par contre $P_6 \succ P_4$, $P_6 \succ P_5$ et $P_5 \succ P_4$. On obtient le graphe de sur-classement suivant.



Merci pour votre écoute

N'hésitez pas à creuser !