Optimización Tarea 5

Francisco Javier Peralta Ramírez

25 de marzo de 2018

1. Implementar el método de región de confianza ”Doglegz apliquelo a la función de Rosembrock.

   Con el método de Dogleg la función Rosembrock converge extremandamente rápido, en tan sólo 60 iteraciones logra obtener valores de $f(x) = 7.76163E-17$

Paso Hessiano

k	$\|\|\nabla f(x_k)\|\|$	$f(x_k)$
1	0.15478	24.2
2	0.00081548	4.73188
3	0.000986846	4.73188
4	6.99271e-05	4.01844
58	7.20339e-06	4.43994e-06
59	1.02172e-06	8.54455e-10
60	1.49948e-07	7.76163e-17

2. Resolver el problema de ajustar una mezcla de gaussianas a un histograma 3D. La función está dada por:

$$\min_{\alpha^j,\mu^j} g(\alpha^j,\mu^j) = \sum_{c\in\Omega}[h^j(c) - \sum_{i=1}^{n}\alpha_i^j exp\left(-\frac{||c-\mu_i^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)]^2$$

   Requerimos encontrar el gradiente con respecto a alpha y mu.

$$\frac{\delta}{\delta\alpha_k^j} = -2\sum_{c\in\Omega}[h^j(c) - \sum_{i=1}^{n}\alpha_i^j exp\left(-\frac{||c-\mu_i^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)]exp\left(-\frac{||c-\mu_k^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\frac{\delta}{\delta\mu_k^j} = \sum_{c\in\Omega}[h^j(c) - \sum_{i=1}^{n}\alpha_i^j exp\left(-\frac{||c-\mu_i^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)]\alpha_k^j exp\left(-\frac{||c-\mu_k^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)\frac{(c-\mu_k^j)}{\sigma^2}$$

   Y los hessianos

$$\frac{\delta}{\delta\alpha_k^j\delta\alpha_l^j} = 2\sum_{c\in\Omega} exp\left(-\frac{||c-\mu_l^j||_2^2}{2\sigma^2}\right) exp\left(-\frac{||c-\mu_k^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\frac{\delta}{\delta\mu_k^j\delta\mu_l^j} = -\sum_{c\in\Omega}\alpha_l^j exp\left(-\frac{||c-\mu_l^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)\frac{(c-\mu_l^j)}{\sigma^2}\alpha_k^j exp\left(-\frac{||c-\mu_k^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)\frac{(c-\mu_k^j)}{\sigma^2}$$

   Para resolver el problema, optimizamos con dogleg primero sobre las α, luego sobre las μ y esto lo contamos como una iteración. Continuamos resolviendo hasta lograr convergencia.

   Al obtener los alphas, y los mus, usamos la siguiente función para categorizar:

$$f(c,\alpha,\mu) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i^j exp\left(-\frac{||c-\mu_i^j||_2^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$F(c,\alpha^1,\mu^1) = \frac{f(c,\alpha^1,\mu^1)+\epsilon}{f(c,\alpha^1,\mu^1)+f(c,\alpha^2,\mu^2)+2\epsilon}$$

$$F(c,\alpha^2,\mu^2) = \frac{f(c,\alpha^2,\mu^2)+\epsilon}{f(c,\alpha^1,\mu^1)+f(c,\alpha^2,\mu^2)+2\epsilon}$$

Asignamos la categoría 2 cuando $F(c, \alpha^2, \mu^2) > F(c, \alpha^1, \mu^1)$ y 1 en el caso contrario.

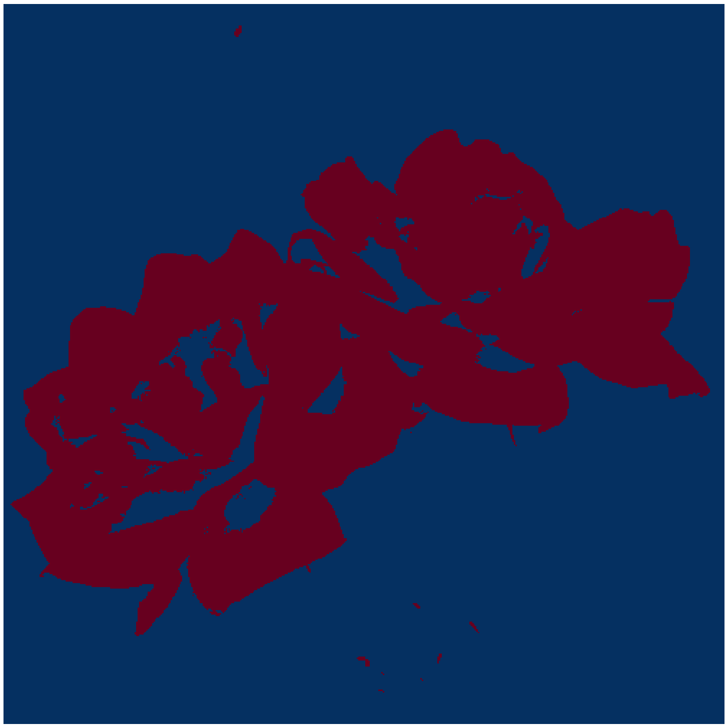

Figura 1: 5 Gaussianas