

ECOLE INTERNATIONALE DES SCIENCES  
ET DU TRAITEMENT DE L'INFORMATION

---

## ATELIER - Étude théorique

---

*Auteur :*

**Guillaume NOUAL**



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Analyse d'images</b>	<b>3</b>
2.1	Local Binary Patterns . . . . .	3
2.2	Points Of Interest . . . . .	4
2.3	Blur-Deblur . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Automatique</b>	<b>9</b>
3.1	Routh . . . . .	9
3.2	Jury . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>12</b>

# 1 Introduction

Avec l'omniprésence du numérique dans le monde de la photographie actuel, c'est devenu une obligation de pouvoir effectuer des modifications sur une image en passant par un ordinateur. Cette discipline est le traitement du signal mais recentré sur l'image, elle consiste à étudier l'amélioration et la transformation des images numériques [4].

Lors de la numérisation d'une image la photographie devient un fichier constitué des pixels de l'image codée en binaire, et c'est en modifiant ce fichier que l'on effectue un traitement de l'image. Le but étant de modifier l'image (flouter l'image) ou encore d'extraire une information (reconnaissance faciale).

En effet le traitement de l'image peut être utilisé dans les sciences de l'ingénieur notamment avec la reconnaissance faciale mais permet également de traiter des signaux (comme la luminosité) et est donc utilisé dans l'automatique. L'automatique est la science des systèmes qui comprend, l'analyse, la modélisation ainsi que la réalisation de systèmes complexes. Le but de l'évolution industrielle étant de minimiser l'intervention humaine, les scientifiques cherchent à concevoir des modélisations avant de réaliser un système afin de pouvoir modifier certains paramètres pour optimiser le système ou alors pour vérifier si le système fonctionnera avant de le réaliser. Pour ce dernier, il existe trois critères principaux que l'ingénieur doit vérifier avant de valider la modélisation : la stabilité, le temps de réponse et l'erreur. [1].

Pour la partie du traitement de l'image, nous allons donc coder et analyser trois descripteurs et opérateurs d'images différents dont Local Binary Patterns, Points Of Interest, Blur et enfin Deblur. Et pour la partie sur l'automatique nous allons étudier le critère de stabilité pour un signal continu avec le critère de Routh et pour un signal discret avec le critère de Jury.

## 2 Analyse d'images

### La binarisation

Il s'agit d'une méthode basique et rapide nécessitant une image de départ en niveau de gris avec pour but d'obtenir une image binaire [2]. En effet pour cette méthode nous traiterons l'image pixel par pixel. L'opération consiste à produire deux classes de pixels, en général, ils sont représentés par des pixels noirs et des pixels blancs.

La binarisation peut être codée de plusieurs manières on peut parler de :

- seuillage : on définit une valeur de référence, les pixels au dessus (ou au dessous) de cette valeur de référence seront par exemple noirs les autres blancs.
- l'ordre dithering : utilisation de différents seuils contenus dans une matrice selon un ordre bien particulier, afin de simuler des teintes de gris.

La segmentation quant à elle peut produire plusieurs classes de pixels.

### 2.1 Local Binary Patterns

L'opérateur LBP(Local Binary Pattern) a pour but primaire d'analyser la texture et les motifs d'une image numérique. Le principe étant de comparer le niveau de luminance d'un pixel avec les pixels compris dans son voisinage. Cela permet de mettre en valeur les zones d'intérêts comme les bords ou les coins, la différence avec l'opérateur POI est qu'il fait seulement une représentation locale de la texture .

Pour cela on doit dans un premier temps convertir l'image en niveau de gris si cela n'est pas déjà fait. On a donc :

10	25	8
12	15	17
9	2	15

Ensuite pour chaque pixel, sauf ceux sur le bord de l'image, on prend un voisinage de 3x3.

On prend élément par élément, dans le cas où le pixel a une valeur supérieure ou égale à l'élément central on le remplace par 1 sinon par 0.

0	1	0
0		1
0	0	1

Dans un deuxième temps, si un élément de la matrice précédente est égal à un 1, on associe une puissance de deux adaptée, pour obtenir une matrice différente.

1	2	4
8		16
32	64	128

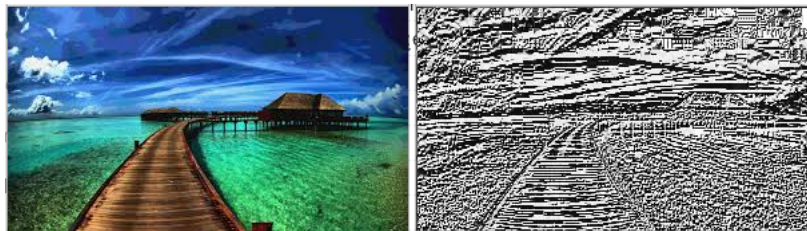
 $*$ 

0	1	0
0		1
0	0	1

 $=$ 

0	2	0
0		16
0	0	128

Enfin on additionne chaque valeur du voisinage c'est à dire dans notre exemple :  $2 + 16 + 128 = 146$  et l'on obtient ainsi la valeur du pixel central.



LBP est utilisé dans de nombreuses applications à cause de sa simplicité et de son adaptation face aux différences de luminosité, parmi ces applications on retrouve :

- reconnaissance facial
- reconnaissance de l'iris
- reconnaissance d'empreinte
- détection d'individu
- reconnaissance des formes
- texture classification

## 2.2 Points Of Interest

### Le détecteur de Harris

En 1988 Stephen et Harris ont effectué quelques modifications sur le détecteur de Moravec, le but étant la réduction des contraintes, ils ont donc réussi à créer un détecteur plus performant.

La technique *Points of interest* consiste en la détection de zones d'intérêt, c'est à dire des zones ayant une variation importante dans plusieurs directions par rapport aux zones environnantes. Elles

sont détectées via la présence de doubles discontinuités dans la fonction d'intensité. Ce qui est la preuve de contours, coins et jonctions.

Le détecteur de Harris consiste à calculer en chaque pixel la grandeur :

$$R(x, y) = \det(M) - k(\text{trace}(M))^2 \quad (1)$$

Pour cela on effectue un balayage sur la totalité de l'image, le principe étant d'étudier les valeurs propres de C, la "matrice de structure", la matrice C capture la structure du voisinage local de chaque pixel. On l'appelle aussi " :

$$C(x, y) = \begin{pmatrix} GX2 & GXY \\ GXY & GY2 \end{pmatrix}$$

Initialement la fonction G n'était pas utilisée au lieu de cela Moravec utilisait la fonction binaire  $w$  avec  $wH$  une fenêtre du voisinage :

$$w(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x, y) \in wH \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Cependant celle-ci renvoyait une réponse bruitée, Harris et Stephens décidèrent donc de remplacer la fonction  $w$  par  $G$ .

Avec :

$$GX2 = \sum \sum Gx_{x+j, y+i}^2$$

$$GY2 = \sum \sum Gy_{x+j, y+i}^2$$

$$GXY = \sum \sum Gx_{x+j, y+i} Gy_{x+j, y+i}$$

Le déterminant de C est :  $\det(C) = GX2 \times GY2 - GXY^2$  que l'on retrouve avec la définition du déterminant

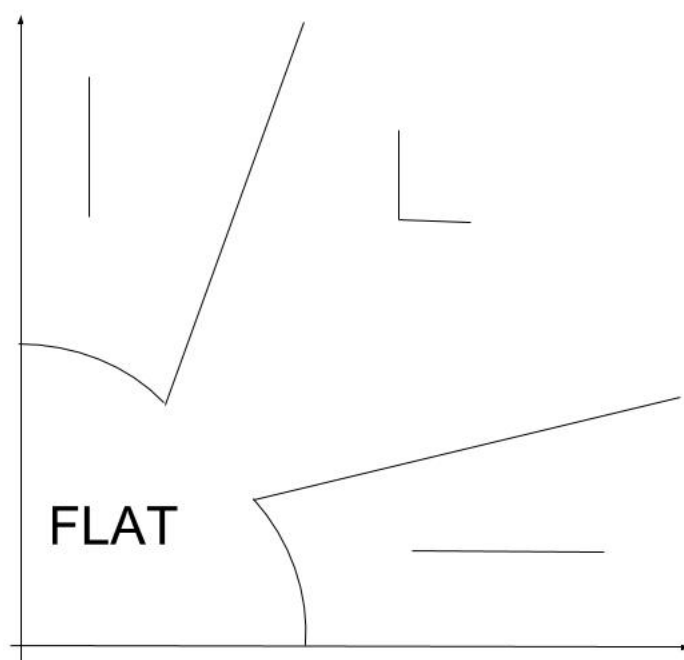
et la trace de C est :  $\text{tr}(C) = GX2 + GY2$

De cela on obtient  $R = \det(C) - k(\text{Tr}^2(C))$  avec  $k$  compris entre 0.05 et 0.15, on notera  $k = 0.04$  comme étant la valeur optimale.

Pour étudier les valeurs propres ( $\alpha_1, \alpha_2$  de C qui sont proportionnelles aux courbures principales de la fonction. On peut distinguer trois cas de figures :

1. Dans le cas où les valeurs propres sont faibles, la fonction est "flat" c'est à dire approximativement constante donc la zone de l'image étudiée est homogène.

2. Dans le cas où l'une est forte et l'autre est faible cela indique un contour dans la zone étudiée.
3. Dans le cas où les deux valeurs sont fortes, on est en présence d'un coin.



A partir de là, on définit le seuil de l'image comme étant la somme de tous les éléments de la matrice et on divise par le nombre total d'élément. Si le seuil est plus petit qu'un élément de la matrice obtenue alors on définit sa valeur à 255 sinon 0. On obtient ainsi une image modifiée grâce au Point Of Interest.



FIGURE 1 – Exemples de POI

A gauche, nous avons une application du Point Of Interest avec un coefficient  $k$  égal à 0.04 et

à droite où  $k$  vaut 0.15. On remarque que selon sa valeur affectée les contours de l'image sont plus ou moins visibles.

## 2.3 Blur-Deblur

Blur est le processus permettant le floutage d'une image. Il permet de simuler une photo prise sans mise au point ou avec un tremblement.

Deblur est un processus permettant de corriger les images déformées le défloutage d'une image, supprimer les distorsions (déformement des visages, ...).



FIGURE 2 – Exemple de Blur, Deblur

Ce traitement utilise le principe du filtrage des images par convolution. Une convolution est un traitement d'une matrice par une autre matrice appelée matrice de convolution. Pour appliquer notre traitement il nous faut avant tout que l'image soit en niveaux de gris.

La convolution consiste à recalculer la valeur d'un pixel donné d'une image source en se basant sur la valeur du pixel et sur la valeur des pixels environnants. Chaque pixel environnant est multiplié par un coefficient, l'ensemble des coefficients utilisés sont regroupés dans un tableau de valeurs. Ce tableau est appelé le masque(ou noyau).

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 35 & 40 & 41 & 45 & 50 \\ \hline 40 & 40 & 42 & 46 & 52 \\ \hline 42 & 46 & 50 & 55 & 55 \\ \hline 48 & 52 & 56 & 58 & 60 \\ \hline 56 & 60 & 65 & 70 & 75 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline 0 & 1 & 0 & \\ \hline 0 & 0 & 0 & \\ \hline 0 & 0 & 0 & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & 42 & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline \end{array}$$

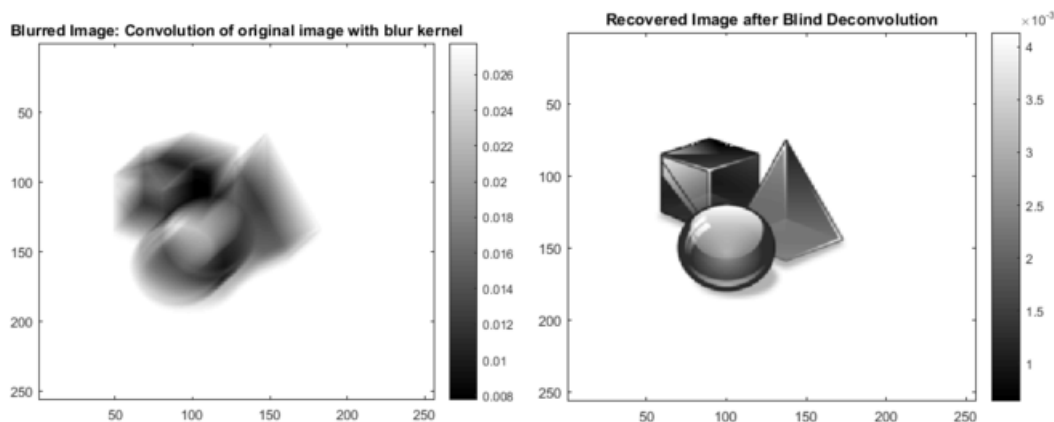
FIGURE 3 – Calcul d'un pixel d'une matrice de convolution avec un noyau 3x3

Pour notre programme le noyau est de taille 5x5 (filtre moyenneur). On va venir pour chaque pixel, calculer la moyenne du pixel avec ses 8 proches voisins. On effectue donc la combinaison linéaire des pixels de l'image en niveau de gris et de ses 8 proches voisins.



Cependant cette relation ne peut s'appliquer sur les bords de l'image à filtrer. On peut donc choisir par exemple de fixer les bordures en noir.

On peut aussi citer le Blind deconvolution un autre traitement permettant de réduire le flou d'une image, on récupère l'objet principal de la photo à partir d'une série de photos.



### Interprétation de l'indicateur mathématique :

Pour l'indicateur mathématique nous avons choisi d'utiliser un voisinage. On va venir comparer chaque pixel avec le pixel original, on va compter les pixels qui sont égaux à plus ou moins dix. Nous obtenons un pourcentage qui vérifie la relation suivante :

$$S(J, I) < S(K, I) < S(I, I) \text{ avec}$$

J : image avec blur

I : image originale

K : image avec deblur

S : le score

Cependant pour vérifier la pertinence de cette méthode il aurait fallu étudier le critère de l'image en ayant subi plusieurs fois le traitement Blur. Une méthode qui aurait été plus intéressante, aurait été d'appliquer le traitement POI sur les deux images à comparer afin d'enlever toutes les zones homogènes et de comparer uniquement les bordures des deux images.

## 3 Automatique

### 3.1 Routh

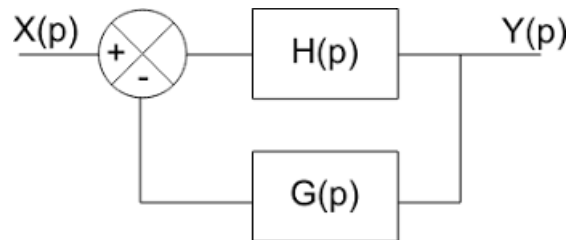
#### Utilisation du critère de Routh

En automatique nous cherchons à réaliser des modèles mathématiques et physiques afin de pouvoir étudier des systèmes réels et pouvoir faire des tests dessus avant la commercialisation du système. Or le but premier des simulations et des modélisations est de vérifier tous les critères des cahiers des charges. Et dans ceci il y a toujours les trois critères principaux en automatique : stabilité, précision et temps de réponse à 5%.

Dans le cadre de ce rapport nous n'avons étudié que le cas de la stabilité qui est le plus important car sans la stabilité le critère de précision n'existe pas.

Une manière de vérifier la stabilité d'un système est d'utiliser le critère de Routh sur le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) du système.

La FTBF du système est trouvée grâce au schéma bloc du système et de la transformée de Laplace représentés dans le cas général comme ci-dessous :



On trouve alors la fonction de transfert :  $H(p) = \frac{H(p)}{1 + H(p)G(p)} = \frac{H(p)}{D(p)}$  avec  $H(p)$  et  $D(p)$  deux polynômes en  $p$ .

De plus, un système linéaire est stable si et seulement si les pôles de sa fonction de transfert sont à parties réelles strictement négatives soit si les racines de  $D(p)$  sont à parties réelles strictement négatives.

Pour vérifier ce critère nous avons utilisé et codé le critère de Routh. Et grâce à cette méthode nous savons qu'un système est asymptotiquement stable si et seulement si tous les coefficients de la première colonne du tableau de Routh sont tous de même signe.

## Construction du tableau de Routh

Soit  $D(p) = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p + a_0$  avec  $a_n > 0$  le dénominateur de la FTBF.

Si n pair							Si n impaire						
$p^n$	$a_n$	$a_{n-2}$	$a_{n-4}$	...	$a_2$	$a_0$	$p^n$	$a_n$	$a_{n-2}$	$a_{n-4}$	...	$a_3$	$a_1$
$p^{n-1}$	$a_{n-1}$	$a_{n-3}$	$a_{n-5}$	...	$a_1$		$p^{n-1}$	$a_{n-1}$	$a_{n-3}$	$a_{n-5}$	...	$a_2$	$a_0$
$p^{n-2}$	$b_{n-2}$	$b_{n-4}$	$b_{n-6}$	...			$p^{n-2}$	$b_{n-2}$	$b_{n-4}$	$b_{n-6}$	...		
$p^{n-3}$	$c_{n-3}$	...	...				$p^{n-3}$	$c_{n-3}$	...	...			
...	...	...					...	...	...				
$p^1$	...	...					$p^1$	...	...				
$p^0$	...						$p^0$	...					

La première ligne contient les coefficients des termes en  $p^{n-2k}$ , dans l'ordre des puissances décroissantes pour  $k \in \llbracket 0, \frac{n}{2} \rrbracket$

La deuxième ligne contient les coefficients des termes en  $p^{n-1-2k}$ , et se termine suivant la parité de n.  $k \in \llbracket 0, \frac{n}{2} \rrbracket$

Les lignes suivantes sont remplies de la manière suivante :

$$b_{n-i} = \frac{-1}{a_{n-1}} \times \begin{vmatrix} a_n & a_{n-i} \\ a_{n-1} & a_{n-i-1} \end{vmatrix}$$

$$c_{n-j} = \frac{-1}{a_{n-1}} \times \begin{vmatrix} a_n & a_{n-j} \\ b_{n-1} & b_{n-j-1} \end{vmatrix}$$

## Interprétation du critère

Après avoir fait le tableau, nous pouvons interpréter le résultat. En effet s'il y a un changement de signe dans la première colonne, alors le système est instable et s'il n'y a pas de changement de signe, alors le système étudié est stable.

### 3.2 Jury

Un système à temps discret se définit comme un opérateur entre deux signaux à temps discret.

Comme pour les systèmes continus, la stabilité d'un système échantillonné se caractérise par sa capacité à revenir de lui-même à sa position d'équilibre après avoir été excitée par une perturbation.

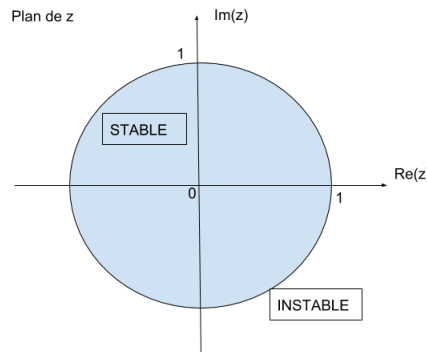
Ces systèmes sont exprimés par la fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{N(z)}{Q(z)} = \frac{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0}{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0}$$

Un système numérique est stable si et seulement si tous ses pôles sont situés à l'intérieur du cercle de rayon unité. Plus les pôles sont proches de l'origine plus le système est stable.

En d'autres termes le système est dit stable dès lors que le module de chacun de ses pôles est inférieur à 1.

Le système est juste stable si ses pôles sont de module 1.



L'étude de la stabilité requiert donc le calcul des racines de l'équation caractéristique du système (racines de \$D(z)\$). En général ce calcul nécessite l'utilisation de moyens de calcul appropriés. Aussi utilise-t-on des critères algébriques qui, sans avoir à résoudre l'équation caractéristique, permettent de savoir si ses racines sont contenues dans le cercle unité du plan complexe \$z\$. Le critère de Jury dresse la stabilité à partir de la connaissance du polynôme caractéristique :

$$Q(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 = 0 \begin{cases} a_n \in \mathbb{R} \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$a_n > |a_0|$$

$$Q(z)|_{z=1} > 0$$

$$Q(z)|_{z=-1} > 0 \text{ si } n \text{ pair } Q(z)|_{z=-1} < 0 \text{ si } n \text{ impair}$$

et  $n \geq 3$  : (n-2) sous conditions : (si  $\geq 3$ , la condition suivante est inexistante)

$$\left\{ \begin{array}{l} |b_{n-1}| > |b_0| \text{ avec : } b_k = \begin{vmatrix} a_n & a_{n-1-k} \\ a_0 & a_{k+1} \end{vmatrix} \quad k = n-1 \text{ et } k=0 \text{ et} \\ |c_{n-2}| > |c_0| \text{ avec : } c_k = \begin{vmatrix} b_{n-1} & b_{n-2-k} \\ b_0 & b_{k+1} \end{vmatrix} \quad k = n-2 \text{ et } k=0 \\ |q_2| > |q_0| \text{ avec : } q_k = \begin{vmatrix} p_3 & p_{2-k} \\ p_0 & p_{k+1} \end{vmatrix} \quad k = 2 \text{ et } k=0 \\ \dots \end{array} \right.$$

## Interprétation du critère

Si toutes ces conditions sont vérifiées alors le système est stable.

[3]

## 4 Conclusion

En conclusion, ce sujet nous a permis de mieux comprendre les fonctions de base du traitement d'image. Cependant le domaine du traitement d'image est bien plus vaste et complexe que ce que l'on a traité pour l'instant, on peut notamment le voir avec l'utilisation du traitement d'images dans les réseaux sociaux.

Le traitement d'image est utilisé dans de nombreux domaines comme la photographie, la sécurité, la télévision ...

## Références

- [1] Automatique. <https://www.universalis.fr/encyclopedie/automatique/>. date : 2018-03-30.
- [2] Binarisation. <https://fr.wikipedia.org/wiki/Binarisation>. date : 2018-03-08.
- [3] Stabilité des systèmes discrets et échantillonnés. [http://lipsakiss.free.fr/anal/ING2/CNP/Comnum\\_6\\_txt.pdf](http://lipsakiss.free.fr/anal/ING2/CNP/Comnum_6_txt.pdf). date : 2018-03-30.
- [4] Traitement d'image. <http://www.linternaute.com/dictionnaire/fr/definition/traitement-d-image/>. date : 2018-03-02.