Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра информатики

Отчёт

Лабораторная работа №4

По учебной дисциплине *Методы оптимизации и управления*

Вариант 16

Выполнил:

студент группы №853504

Кузьма В.В.

Проверил:

доцент кафедры информатики

Дугинов О.И.

Минск 2021

ЗАДАНИЕ

Реализовать двойственный симплекс-метод.

Примеры работы

```
import numpy as np
c = np.array([1, -6, 1, 0])
A = np.array([[1, -8, 2, 1], [-1, -3, 1, 1]])
b = np.array([-19, -14])
Jb = np.array([3, 4])
iteration = 0
print(solve(c, A, b, Jb))
```

```
[5. 3. 0. 0.]
```

ПОЭТАПНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Лабораторная работа 4 Курма В.В. 853504 Вариант 16

$x_1 - 6x_2 + x_3 \to \max$

$x_1 - 8x_2 + 2x_3 + x_4 = -19$

$-x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = -14$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

$B = \{3, 4\}$

Инициализация

$c' = (1, -6, 1, 0)$

$A = \begin{pmatrix} 1 & -8 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} -19 \\ -14 \end{pmatrix}$

$\cancel{b = (-19\ \ -14)}$

Итерация 1

$A_б = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A_б^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $c_б = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $y' = c'_б \cdot A_б^{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$x = (x_н, x_б)$

$x_б = \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = A_б^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -19 \\ -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -9 \end{pmatrix}$ $x_н = 0$

$x' = (0, 0, -5, -9)$

Выбираем отрицательную компоненту псевдоплана

$x_4 = -9$

$j_2 = 4$

$\Delta y'$ – 2-ая строка $A_б^{-1} = (-1\ \ 2)$

$j \in J_н = \{1, 2\}$ $\mu_j = \Delta y' A_j$

$\mu_1 = (-1\ \ 2) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = -3$

$\mu_2 = (-1\ \ 2) \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \end{pmatrix} = 2$

$\forall j \in J_н;\ \mu_j < 0$ $\sigma_j = \dfrac{c_j - A'_j y}{\mu_j}$

$\theta_1 = \frac{1 - \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}}{-3} = \frac{1}{3}$

$\theta_0 = \min(\theta_1) = \frac{1}{3}$

$j_0 = 1$

$J_\delta = \{j_1 = 3 \; j_2 = 1\}$

$y \leftarrow y + \theta_0 \cdot \Delta y = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\-\frac{1}{3}\end{pmatrix}$

Итерация 2

$A_\delta = \begin{pmatrix}2 & 1\\1 & -1\end{pmatrix} \quad A_\delta^{-1} = \begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}$

$c_\delta = (1\;1)$

$x = (x_\delta, x_н)$

$x_\delta = \begin{pmatrix}x_3\\x_1\end{pmatrix} = A_\delta^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\\\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-19\\-14\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-11\\3\end{pmatrix}$

$x_н = 0$

$x' = (3 \quad 0 \quad -11 \quad 0)$

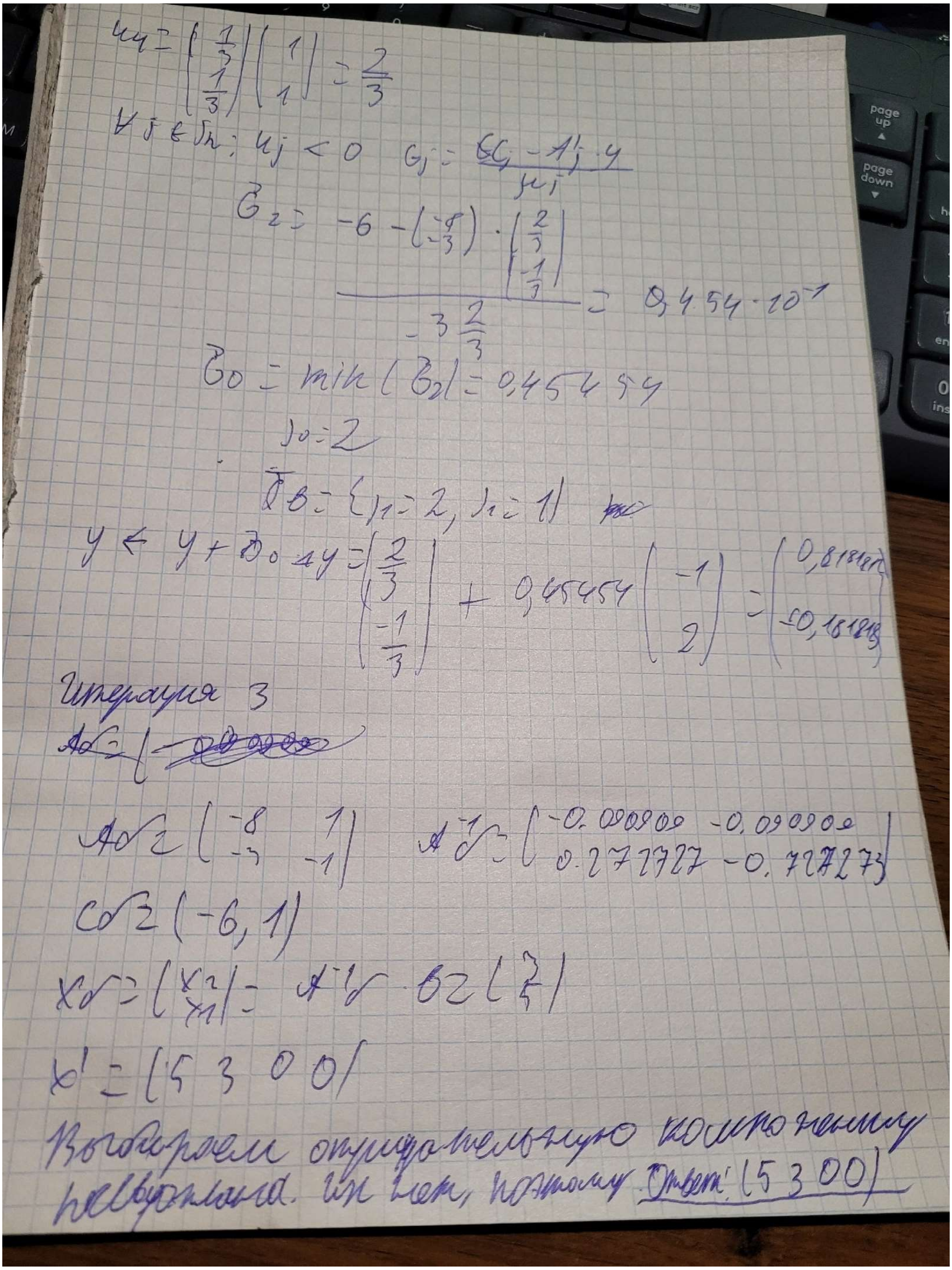
Выбираем отрицательную компоненту псевдоплана

$x_3 = -11 \qquad j_1 = 3$

$\Delta y' =$ 1-ая строка A^{-1}_δ $\Delta y' = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

$x_i \in J_н = \{2, 4\}$ $\mu_i = \Delta y' \cdot A_i =$

$\mu_2 = \begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\frac{2}{3}\end{pmatrix} \; -3\frac{2}{3}$



$u_4 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{2}{3}$

$\forall j \in J_н: u_j < 0 \quad \sigma_j = \frac{c_j - A_j^T y}{\mu_j}$

$\sigma_2 = \frac{-6 - (-8, -3) \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}}{-3\frac{2}{3}} = 0{,}454 \cdot 10^{-1}$

$\sigma_0 = \min(\sigma_2) = 0{,}45454$

$j_0 = 2$

$J_Б = \{j_1 = 2, j_2 = 1\}$

$y \leftarrow y + \sigma_0 \Delta y = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} + 0{,}45454 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}81818 \\ -0{,}18181 \end{pmatrix}$

Итерация 3

$\cancel{A_Б = (}$

$A_Б = \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \quad A_Б^{-1} = \begin{pmatrix} -0.090909 & -0.090909 \\ 0.272727 & -0.727273 \end{pmatrix}$

$c_Б = (-6, 1)$

$x_Б = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} = A_Б^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

$x' = (5\ 3\ 0\ 0)$

Выбираем отрицательную компоненту небазисных. Их нет, поэтому Ответ: (5 3 0 0)

КОД ПРОГРАММЫ

```
import numpy as np
def generate_bazis(A, Jb):
  z = np.eye(len(Jb))
  j = 0
  for i in Jb:
    z[:, j] = A[:, i - 1]
    j += 1
  return z
def solve(c, A, b, Jb):
```

```python
global iteration
while True:
  iteration += 1
  Ab = generate_bazis(A, Jb)
  Ab_inv = np.linalg.inv(Ab)
  cb = np.array([c[i - 1] for i in Jb])
  if iteration == 1:
    y = np.dot(cb, Ab_inv)
  xb = np.dot(Ab_inv, b)
  x = np.array([0 for i in range(len(A[0]))])
  for i in range(len(Jb)):
    x[Jb[i] - 1] = xb[i]
  x = x.astype(float)
  if np.min(x) >= 0:
    return x
  for i in range(len(x)):
    if x[i] < 0:
      k = i + 1
  for i in range(len(Jb)):
    if Jb[i] == k:
      jk = i
      ram = Jb[i]
  deltay = Ab_inv[jk]
  Jn = []
  for i in range(1, len(x) + 1):
    if i not in Jb:
      Jn += [i]
  Jn = np.array(Jn)
  u = np.copy(Jn)
  u = u.astype(float)
  for i in range(len(u)):
    u[i] = np.dot(deltay, A[:, Jn[i] - 1])
  if np.min(u) >= 0:
    return 'Задача несовместна'
  sigma = np.copy(u)
  sigma = sigma.astype(float)
  for i in range(len(sigma)):
    if u[i] >= 0:
      sigma[i] = 999999
    else:
      sigma[i] = (c[Jn[i] - 1] - np.dot(A[:, Jn[i] - 1], y)) / u[i]
  sigma0 = np.min(sigma)
  j0 = Jn[np.argmin(sigma)]
  Jb[jk] = j0
  y += np.dot(sigma0, deltay)
```