

Изследване на достъпа до разширено изучаване на математика в 5 - 7 клас и липсата на възможности пред талантливите ученици от големите градове в България

Тодор Тодоров *

PhD, Mathematics, Tulane University

1 Увод

Настоящият анализ е извършен върху публично достъпните протоколи от 2023/2024 година на четирите балообразуващи математически състезания, използвани за прием в математическа гимназия в 5 клас в България:

- Областен кръг на олимпиадата по математика
- Пролетно математическо състезание (ПМС)
- Математическо състезание „Математика за всеки“
- Математическо състезание „Европейско кенгуру“

Той е мотивиран от случайното ми запознаване с резултатите на учениците от 4 клас на въпросните състезания покрай кандидатстването на сина ми и впоследствие от осъзнаването, че България губи половината от математическия си потенциал още на ниво пети клас, и това е поредното некомпетентно управление на потенциално най-прогресивния ресурс на държавата.

След първичен анализ, в началото на юни 2024 година, подадох сигнали до редица институции, включително Министерство на образованието и науката, относно ограничения достъп спрямо талантливи деца от четирите големи града до разширено изучаване на математика в прогимназиалния курс. Смея да твърдя, че това са наистина завидно добре подготвени деца и затова формулирах искането си математическият талант да не бъде погубван, а да се намери решение в рамките на тази учебна година като се отворят допълнителни математически паралелки в най-добрите общообразователни училища на съответните градове, за да могат учениците, за които не достига държавният прием също да могат да изучават допълнителни 4 часа математика на седмица. Реакциите на институциите, ако е имало такива, могат да се определят като високомерна демонстрация на процедурни хватки, и очаквано нулева заинтересованост и резултат. Институциите в България не желаят да потърсят решение за най-талантливите деца на България, а опитите да се работи с тях е по-скоро загуба на време, отколкото продуктивна дейност.

Това действа като допълнителен мотиватор да завърша цялостния анализ на прогимназиалната приемна кампания и затова в настоящата статия са засегнати и идентифицирани проблемите на настоящия прием, започвайки от локалните проблеми на състезанията и техните резултати, преминавайки към областните проблеми,

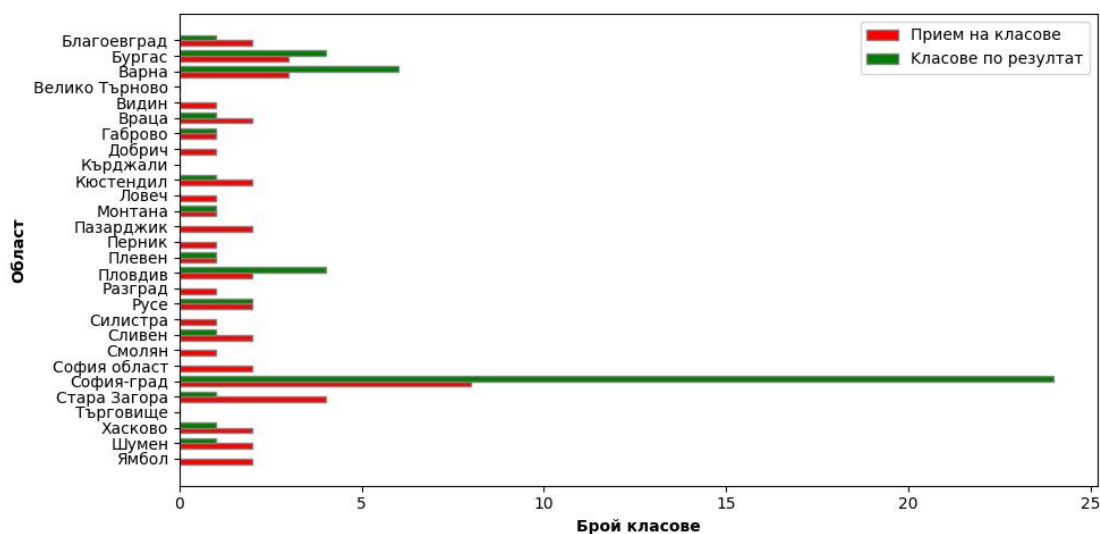
*nouuata@gmail.com

произтичащи от некоректното балообразуване, базирано на тези състезания и се стигне до дискриминацията на национално ниво, произтичаща от Наредба № 10 на МОН, чл.50(3) според който: „Броят на местата в математическите гимназии не може да бъде повече от 2% от броя на учениците, завършващи четвърти клас в областта, за съответната учебна година.“.

За съжаление, разпределението на математически ум в големите градове в България, прехвърля зорко отредените от институциите 2%, като най-изострено е положението в София, където притокът на математически талант е тройно повече от планирания прием.

В настоящата статия е съставен глобален „математически“ индекс на резултатите на всяко от 11166 деца, явили се на някое от четирите математически състезания през 2023/2024 година и е съставена класация на всички явили се. Изводите са, че при национален план-прием от 1300 деца в цялата страна, най-добрите 1012 деца са в София, Варна, Пловдив и Бургас и те се борят за 416 места. Простата аритметика показва, че близо половината от популацията на най-добрите 1300 деца на България не получават право да продължат да развиват таланта си в държавния прием. Нещо повече, най-добрият ученик по математика в България за 2023/2024 година също няма да има късмета да изучава профилирано математика, тъй като е от област Велико Търново, а там квотата на Наредба №10 на МОН, чл.50(3) е отредила, че не може да има отворена математическа паралелка. Това е толкова парадоксално, колкото и звучи - кризата в образованието в България е следствие на некомпетентността и незаинтересоваността на институциите на първо място.

В последствие е съставен глобален индекс на всички потенциални класове от 26 деца на национално ниво. В червено са дадени 50-те класа приети в държавния план-прием от 1300 деца по области, а в зелено са дадени най-силните 50 класа според глобалния индекс. Иначе казано, 16 силни класа от София са изпратени в царството на Анупис от институциите и съвсем държавно стратегически държавния прием е ориентиран там, където резултатите са по-оскъдни.



Фигура 1: Дистрибуция на най-добрите класове. За детайли: [линк](#)

2 Данни

Данните от протоколите на четирите математически състезания са почистените от редица проблеми и структурирани по области в единтипен формат.

Липсват протоколи от следните области вероятно заради липса на желаещи ученици или някакъв технически проблем:

- Областен кръг на олимпиадата по математика: Кърджали, Кюстендил
- Пролетно математическо състезание: Търговище
- Математика за всеки: Кърджали, Търговище, Стара Загора

Структурираните данни са сляти по име, училище, град и област, където е възможно и формират глобална таблица с резултати от състезанията, където всеки запис е ученик. Една част от имената на учениците са обфускирани съгласно желанието на ученика. В такива случаи е невъзможно да определим съвкупността от резултатите на ученика и анализът съдържа подобни неточности.

Всички данни и графики могат да бъдат изтеглени и ползвани свободно от:
<https://github.com/nouuata/math4analysis>.

3 Особенности на състезанията през 2023/2024 година

На кратко нахвърляме няколко детайла относно състезанията през 2023/2024 година, за да подпомогнем анализа и разбирането на резултатите от данните в следващите части.

На Общински кръг на олимпиадата по математика 2023/2024 е дадена грешна задача, поради което всички деца получават допълнително 7 точки, което изкуствено увеличава обема на участниците в следващия кръг. На Областен кръг на олимпиадата по математика са дадени елементарни задачи.

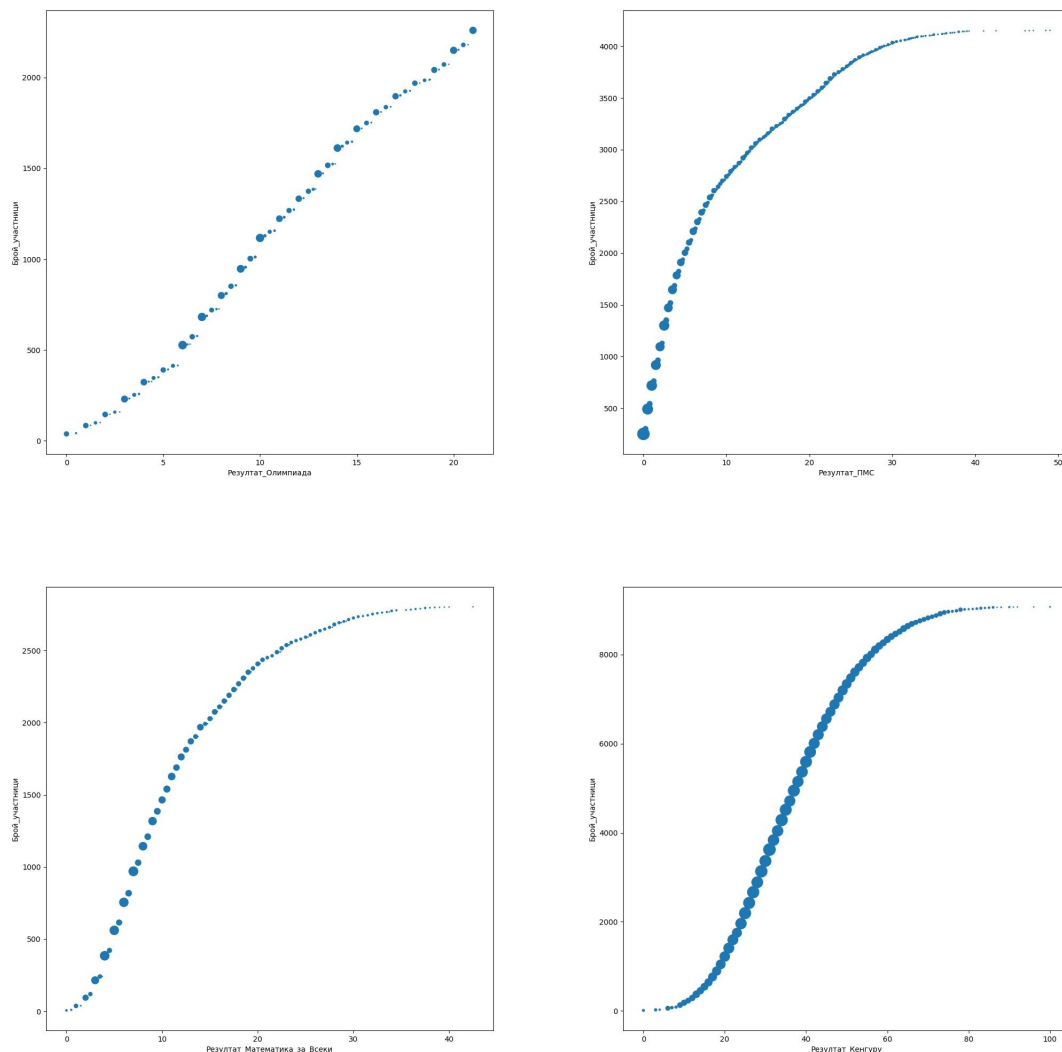
На ПМС е дадена екзотична задача (задача 6), изискваща доказателство, чиято първа подточка е грешна. Без изричното упоменаване, че числата са „естествени“, задачата има решение във всяко множество, което е затворено относно събирането, и не може да бъде доказана. След мой сигнал, МОН се оправда, че учениците от 4-ти клас не познават други числа освен естествените и по тази причина МОН приема, че учениците разбират задачата еднозначно. Това твърдение едва ли е вярно за всички явили се ученици предвид задълбочените знания на някои от тях, а задачата е нерешима съгласно учебния материал за пети клас. От друга страна, МОН декларира, че всички дадени задачи на математически състезания трябва да отговарят на учебната програма по математика от 4 клас. През призмата на математиката обаче е цинично да се обявява грешно твърдение за „коректно“ още повече с мотива, че аудиторията е некомпетентна да го разбере.

На Математика за Всеки 2023/2024 година е дадена задача (задача 19) от учебната програма по математика за 5 клас и дефакто твърденията на МОН влизат в противоречие със себе си. Категорично обаче проблем със задача 19 няма. Тя е решена от 18% от учениците и групата еднозначно демонстрира, че се справя със задачи от пети клас.

Европейско Кенгуру е смятано за по-лесно състезание, поради което липсва от балообразуването на част от гимназиите.

4 Кумулативни разпределения на резултатите от състезанията

Кумулативното разпределение на всяко от четирите състезания е представено в следващата графика.



Фигура 2: Кумулативна функция на Олимпиада(горе ляво), ПМС(горе дясно), Математика за Всеки(долу ляво) и Европейско Кенгуру(долу дясно). За детайли: [линк](#)

Кръгче с по-голям радиус в графиките репрезентира повече участници в съответната група, а по-стръмният наклон представя по-голяма трудност. Можем да заключим, че Областен кръг на олимпиадата по математика освен, че е най-лесното състезание през 2023/2024 година, няма характерната дистрибуция на състезание изобщо. Европейско кенгуру е второто по трудност състезание, а характерното при него е, че наклонът на графиката започва малко по-късно от останалите две - т.е. средните раздадени точки са повече спрямо другите, вероятно веднъж заради по-лесни задачи, но и поради факта че 92% от задачите са с избор на верен отговор.

Дебелината на кривата между 20 и 50 точки подсказва, че болшинството от деца успяват да получат резултати в този диапазон, и логично част от гимназиите избягват състезанието при балообразуване. Подобен „късмет“ с точките в доста по-малка степен предоставя и Математика за Всеки, където 30% от точките на състезанието се печелят с избор на верен отговор. Дебелината на кривата на ПМС до около първите 10 точки подсказва, че това е най-трудното състезание за 2023/2024 година. Като цяло приликите между графиките на ПМС и Математика за Всеки са значими с точност до малко повечето средно раздадени точки при второто състезание, следствие на задачи с предоставени отговори. Този факт ще потвърдим в следващата част.

5 Съвместни разпределения на резултатите от състезанията

Резултатите от състезанията скалираме спрямо максималния резултат на състезанието:

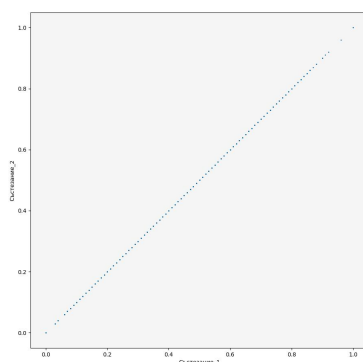
$$y = x/m$$

където x е резултатът на ученика на съответното състезание, а m е максимумът от точки:

$$m = \begin{cases} 21 & \text{за Областен кръг на олимпиадата по математика} \\ 50 & \text{за Пролетно математическо състезание (ПМС)} \\ 45 & \text{за Математическо състезание „Математика за всеки“} \\ 100 & \text{за Математическо състезание „Европейско кенгуру“} \end{cases}$$

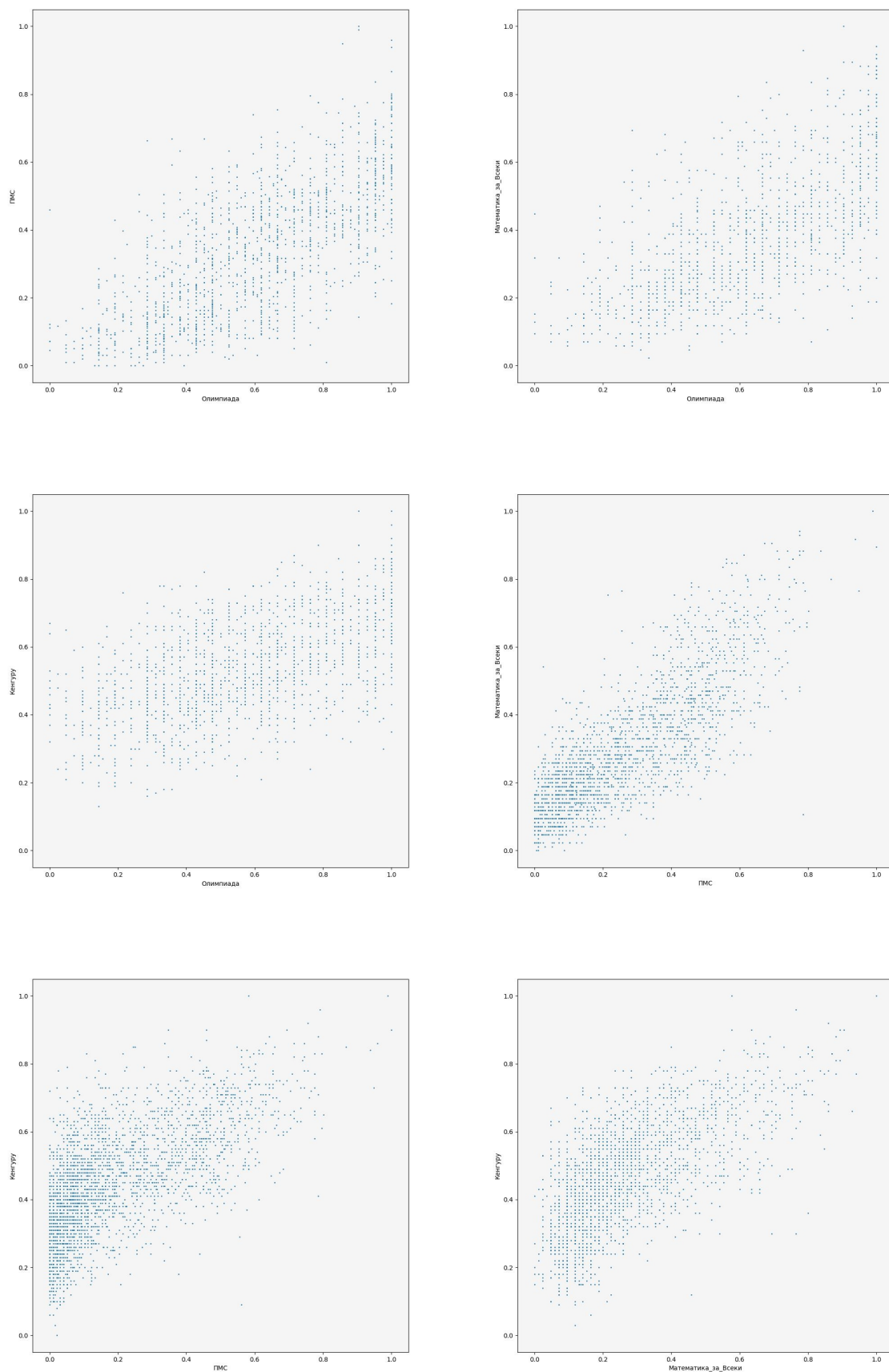
Получените резултати y са в границите $[0, 1]$.

Две състезания са перфектен класификатор на математически талант ако съвместното им разпределение е диагонално.



Фигура 3: Перфектно съвместно разпределение.

Разбира се, в реалния живот това е невъзможно, но две състезания са добър класификатор на умения, ако съвместното им разпределение е близко до диагонала с точност до някакво отклонение, произхождащо от волатилността в представянето на състезателите. На следващата графика са дадени съвместните разпределения между всички двойки състезания.



Фигура 4: Съвместни разпределения на четирите състезания. За детайли: [линк](#)

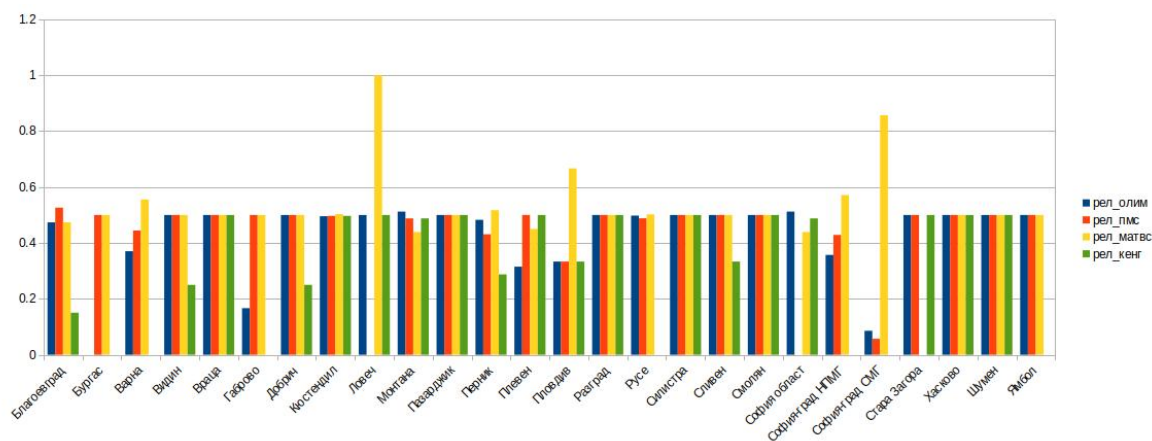
Съвместното разпределение на Математика за Всеки и ПМС потвърждава, че те са сравнително сходни състезания. Действително, корелацията от 82% между наблюдаваните резултати е най-висока от всички двойки състезания. Важно е да отбележим, че когато резултатът на ПМС е 0, имаме вариращо представяне на Математика за Всеки от 0 до 0.2. Това вероятно се дължи на късмета на състезателите, произтичащ от 15-те задачи с избор на верен отговор при Математика за Всеки.

Съвместното разпределение на Областен кръг на олимпиадата по математика 2023/2024 с всяко от другите състезания показва, че в резултатите на това състезание липсва прецизност на идентификация на талант. Олимпиадата добре идентифицира слабите резултати - т.е. слаб резултат на Олимпиадата по математика не може да постигне висок резултат на някое от другите състезания, но висок резултат на Олимпиадата не гарантира висок резултат на друго. Напротив, съществуват цяло множество от максимални резултати на Олимпиадата, които са идентифицирани в диапазона 20-100% на другите състезания. Обратното е също вярно - състезатели, които са получили под 20% от точките на някое от състезанията, получават между 0 и 100% от точките на Олимпиадата. Поради тази причина считаме Олимпиадата за лош детектор на задълбочени математически знания.

Съвместното разпределение на Европейско Кенгуру и ПМС показва корелация при високите стойности и значителна дисперсия при ниските резултати на ПМС. Същото е валидно и за Европейско Кенгуру и Математика за Всеки. Това е очакван ефект от факта, който вече отбелязахме, а именно че състезанието дава лесно известен брой точки.

6 Балообразуване

Балообразуването при държавния план-прием в математическите гимназии в пети клас е регионално и училищата сами определят балообразуващите коефициенти на състезанията в техния прием. В повечето гимназии в България се вземат резултатите от най-добрите две състезания съобразени с тежестта на предварително публикувани коефициенти. Изключение са област Ловеч, където се взема най-доброто едно състезание, и СМГ в област София-град, където се взема сумата на точките на най-добрите три състезания. Релативното тегло в балообразуването по области е дадено в следващата таблица, а липсата на някое от състезанията в дадена област означава, че неговото тегло е 0.



Фигура 5: Отношения между коефициентите при балообразуване. За детайли: [линк](#)

Прави впечатление, че релативното тегло на Математика за Всеки в област Ловеч е 100%, т.е. дете, което има максимален резултат на Математика за Всеки, има максимален бал от състезания. Близка до тази е ситуацията и в СМГ, където релативното тегло на Математика за Всеки е 86%. Стратегически погледнато, изборът на най-добри ученици зависи от броя наблюдения, който правим при подбора. Колкото повече наблюдения правим, толкова по-прецизни можем да бъдем в избора си. Балообразуване, базирано основно на едно наблюдение съдържа шум и допълнително ограничава подбора на най-силните ученици от гимназиите.

Балообразуването с еднаква тежест на четирите изпита, има ефекта да фаворизира състезанията, които по-лесно раздават точки. За четирите състезания имаме следните скалирани средни стойности:

Областен кръг на олимпиадата	0.518
Пролетно математическо състезание	0.186
Математика за Всеки	0.277
Европейско Кенгуру	0.371

При еднакви тежести на състезанията в дадена гимназия, статистически приемът се извършва на база резултатите от Олимпиадата и Европейско Кенгуру. Олимпиадата 2023/2024 сама по себе си е донякъде случайна величина, т.е. както по-рано отбелязахме получените точки не са добър класификатор на талант, и в тази връзка подборът на ученици в тези гимназии е по-близък до случаен.

На другия полюс е ППМГ Бургас, където балът е формиран на сбора от скалираните резултати на ПМС и Математика за Всеки. Това е най-прецизното балообразуване за разпознаване на математически талант от всички гимназии в страната.

В предната част установихме редица факти относно балообразуващите състезания от календара на МОН за 2023/2024 година, а именно че:

- Областен кръг на олимпиадата по математика е състезанието с най-ниска способност да разпознава математически умения, има лоши характеристики и следователно би следвало да е с почти нулево тегло.

- Европейско кенгуру има по-висока средна стойност от следващите две състезания и би следвало да е с по-нисък коефициент спрямо Математика за Всеки и ПМС.

- Математика за Всеки е второто по трудност състезание основно поради факта, че има задачи с избор на верен отговор, което води до малко по-висока средна

стойност.

- Пролетно математическо състезание е най-трудното състезание за 2023/2024 година. Една причина за това вероятно е дадената екзотична задача, която намалява средните точки от 0.239 на 0.186.

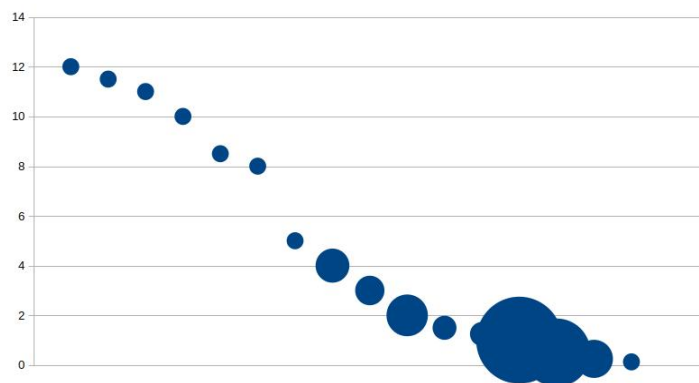
В тази връзка, **определянето на балообразуващ коефициент на математическите състезания преди излизането на резултатите от състезанията е игра на комар от гимназиите за това кое състезание ще бъде най-добър предиктор на талант. В конкретния случай на 2023/2024 година, Олимпиадата по математика няма особена стойност в подбора на добри ученици, но почти всички гимназии са заложили в балообразуването си висока тежест на нея. Нещо повече, при предварително фиксирани балообразуващи коефициенти, тези които определят задачите и трудността на състезанията, имат възможност да манипулират резултатите, а статистически събитията около двата кръга на олимпиадата по математика едва ли имат случаен характер.**

Подобна е ситуацията със заложените точки на задачите в състезанията. Съществуват задачи, които отсъждат еднакъв брой точки за правилен отговор - например задача 16 и задача 20 от Математика за Всеки 2023/2024. Задача 16 е решена от 46% от участниците в София, докато задача 20 - от едва 8%. По сегашната методология едно дете, което е решило задача 16, но не и зад. 20, ще бъде класирано еднакво както дете, което е решило задача 20, но не и зад. 16. Такива деца има в настоящото класиране, а това не е съвсем коректно спрямо тези, които са част от по-редки статистически събития. Математическото очакване в тези примери е, че получените точки на дадена задача трябва да имат зависимост с процента на успешно решилите я ученици.

От друга страна, при ПМС задача 6 (грешната екзотична задача) наблюдаваме и друг проблем на оценяването. Съгласно данните от протокола от София-град, където е предоставена разбивка на точките по задачи, при 1475 явили се, имаме следната дистрибуция на броя на учениците спрямо техния резултат, както и общия брой спечелени точки от всички ученици на съответната задача:

Резултат:	0 точки	Половината и повече	Пълен брой	Общо спечелени точки
Задача 1	218	821	326	3685
Задача 2	299	810	374	3841
Задача 3	332	443	105	3509
Задача 4	610	412	83	3188
Задача 5	796	150	32	3150
Задача 6	1411	6	1	143

Учениците еднозначно идентифицират проблем със задачата чрез решенията и резултатите си, и това би следвало да се вземе предвид. Дори да приемем, че задачата е разбрана еднозначно от учениците, за което единствено можем да спекулираме, групата отсъжда, че нужното техническо време за нейното решаване е значително повече от предоставеното време на състезанието. В тази връзка, категорично изводите не са, че задачата е помогнала да идентифицираме шестимата изключителни таланти, а че просто не е подходяща за този тип състезание, и още по-малко за приемна кампания. И за да го докажем, ще представим дистрибуцията на 143 спечелени точки на задача 6, където кръгът с по-голям радиус изразява по-голяма група деца.



Фигура 6: Спечелени точки на задача 6 в ПМС в София. За детайли: [линк](#)

Интересното в тази дистрибуция е, че едно от тези шест деца, получило почти пълен брой точки на екзотичната задача е класирано на челните места в ПМС, и заедно в резултата му на Олимпиадата това се оказва достатъчно да бъде прието в гимназия. След тази силна заявка на екзотичната задача 6, същото дете се е класирало на незавидното 2366 място на Математика за Всеки от 2787 явили се, и на 3160 място на Европейско Кенгуру. Иначе казано изглежда, че тази екзотична задача отсява просто „екзотични“ състезатели.

Резултатите на участниците R в математическите състезания може условно да моделираме като разликата между математическите умения S и концентрацията на кандидата C :

$$R = S - C$$

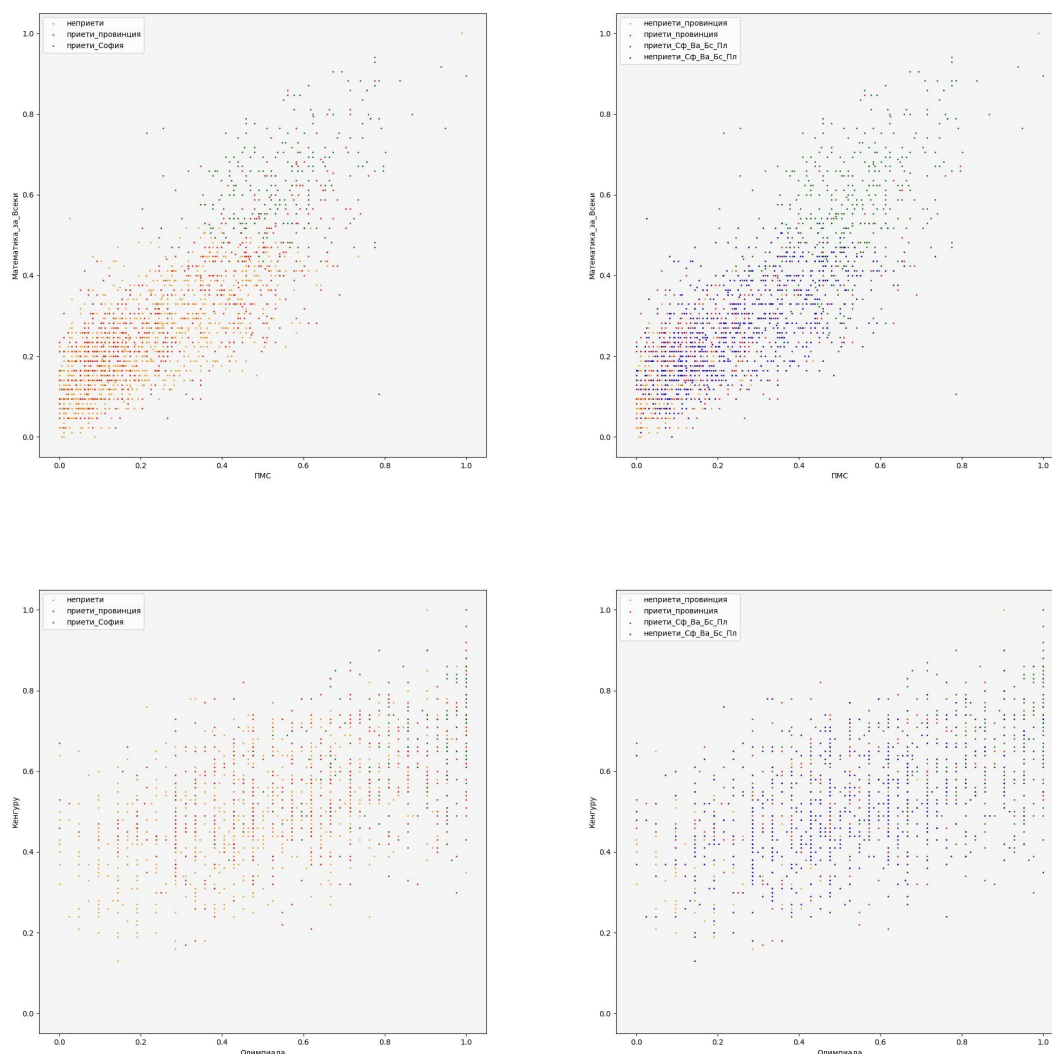
Ефектът на състезание с ниска трудност (каквото е и матурата след 7-ми клас) е, че не предоставя възможност на кандидатите да изявят знанията си в пълна дълбочина. Това означава, че знанията на много участници са оценени с високи резултати и състезанието започва да мери основно компонентата на концентрацията на кандидатите. Така например, категорично най-добрият ученик в 4-ти клас в България за 2023/2024 година е постигнал първи резултат на Математика за Всеки и Европейско Кенгуру, и втори резултат на ПМС (с минимална разлика), но е класиран на 220 място на Олимпиадата по математика, и това ясно идентифицира проблема. Нещо повече, при едно подобно оценяване, каквито са и матурите след 7-ми клас, ние изобщо не бихме могли да разберем за таланта на този ученик, а той самият е възможно и да не успее да се класира в профилирана гимназия.

Ефектът на екзотичната задача от своя страна, не е толкова до раздадените точки на малък брой ученици, колкото до ограничаването на голям брой състезатели да натрупат преднина или успеят да компенсират разликите с други. Изобщо, **случайните събития около математическите състезания през 2023/2024 година демонстрирани от оценяващите институции и недостигът на места за обучение в големите градове предоставят идеална среда за манипулации и загатват за сериозни проблеми в системата.**

7 Прием

С точност до резултатите на учениците по НВО и успеха от дипломите, които не са публично достъпни, можем да определим състезателната компонента от бала на

кандидата и дали е бил приет в гимназията в областта, в която живее. В следващите две графики акцентираме на критериите за прием спрямо уседналостта на децата, визирайки данните от четирите състезания. В лявата колона в зелено са дадени приетите деца в София, в червено - приетите в провинцията, а в жълто - всички неприети. Наблюдаваме както група от приети от провинцията с подобни знания като приетите в София, така и група от приети от провинцията с подобни характеристики като неприетите жълти. В дясната колона е същата информация, но този път сегментирана спрямо приетите и неприетите в четирите големи града на България. Стават ясни два факта - приетите от провинцията подобни на приетите в София са всъщност приетите от Пловдив, Варна и Бургас, а неприетите подобни на приетите от провинцията са неприетите от четирите големи града. Това говори за съществени разлики в приема в София, Пловдив, Варна и Бургас, и останалите областни градове.

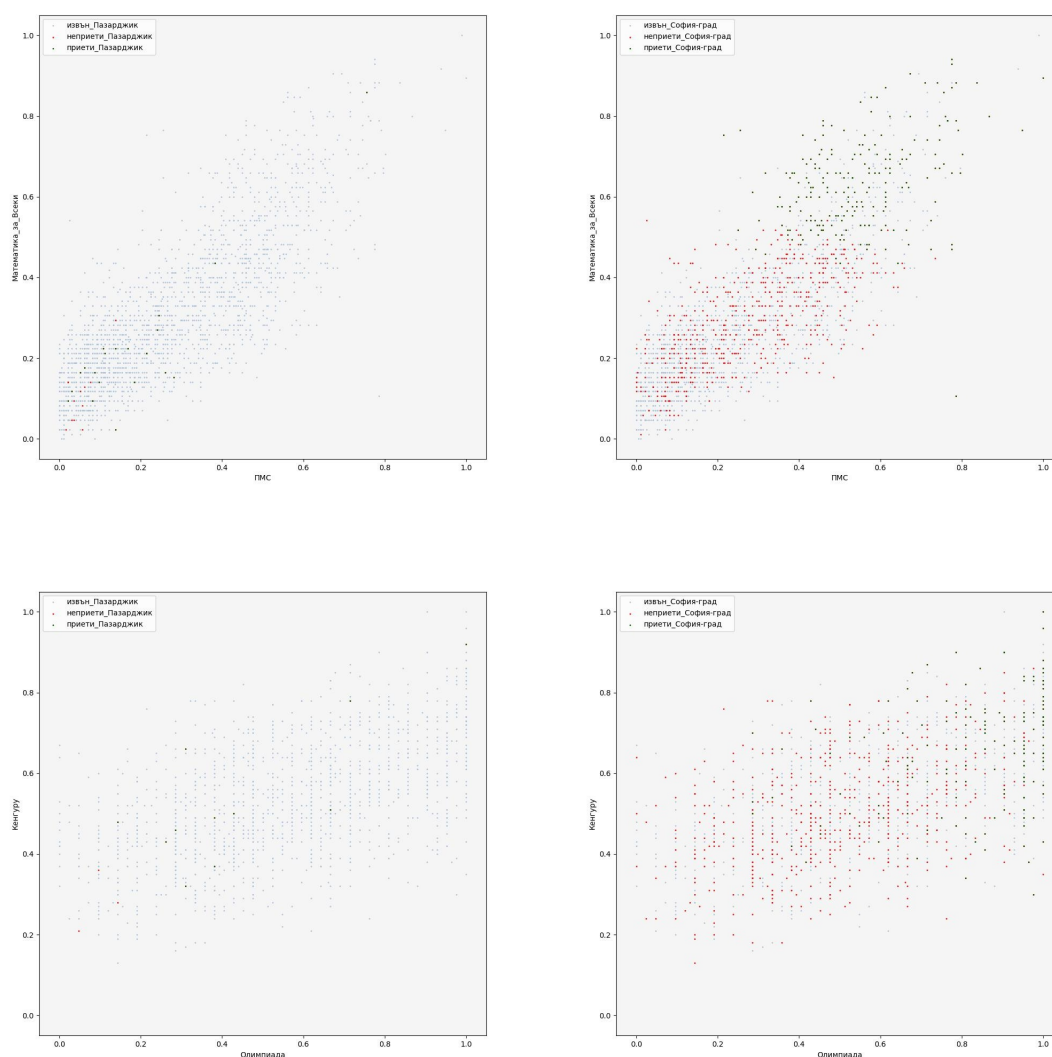


Фигура 7: Критерии за прием в София, Варна, Бургас и Пловдив спрямо страната. За детайли: [линк](#). (Всички детайлни графики са налични [тук](#).)

От видимото е ясно, че слабо подготвени деца от провинцията получават достъп

до разширено изучаване на математика в прогимназиалния курс, докато талантиливи деца от четирите големи града не получават такъв. Това се дължи на малкото места в гимназиите в четирите области спрямо обема на таланта в тях, което предизвиква хиперинфлация на резултатите на тази група спрямо останалата част страната и фактите са, че **държавният прием в математически гимназии в пети клас отхвърля силни и много добре подготвени ученици с ясно изявен талант за сметка на по-слаби в други области на страната.**

Разликата в различните критерии за прием, е видна и от следващите графики, където са сравнени резултатите за прием на област Пазарджик и София, при които ако проектираме критериите за София спрямо учениците от Пазарджик, бихме имали един приет.



Фигура 8: Сравнение на критериите за прием в Пазарджик (ляво) и София (дясно). За детайли: [линк](#). (Всички детайлни графики са налични [тук](#).)

Изводите са, че **достъпността до държавен план-прием по математика в прогимназиалния курс е значително по-нисък и ограничен в четирите най-големи града спрямо останалата част на страната. В частност, в София**

нивото на достъп е изключително ниско.

8 Глобален индекс на математически умения

Целта на настоящата глава е да съставим възможно най-честен математически индекс на явилите се кандидати, който да ни помогне да съставим глобално класиране на всичките 11166 ученици.

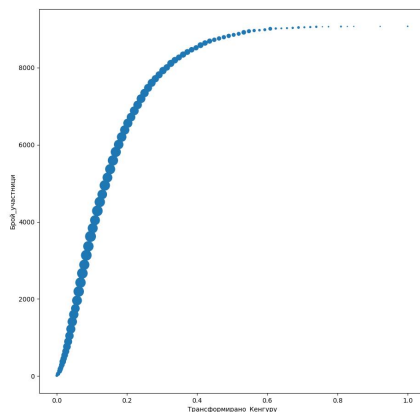
Съгласно предходните наблюдения, резултатите на Олимпиадата ще бъдат изключени като добър източник на информация и оттук нататък ще цитираме тези резултати само за пълнота на анализа.

Въпреки различните средни стойности на резултатите на състезанията, ще се въздържим да нормализираме резултатите на ПМС и Математика за Всеки, за да не внасяме шум във взаимните дистрибуции, и затова ще ги запазим в началния им вид.

Както видяхме, резултатите на Европейско Кенгуру предоставят на състезателите преимущество пред други състезания и това мотивира да приложим възможно най-простата трансформация на резултатите на Европейско Кенгуру от вида

$$z = y^k,$$

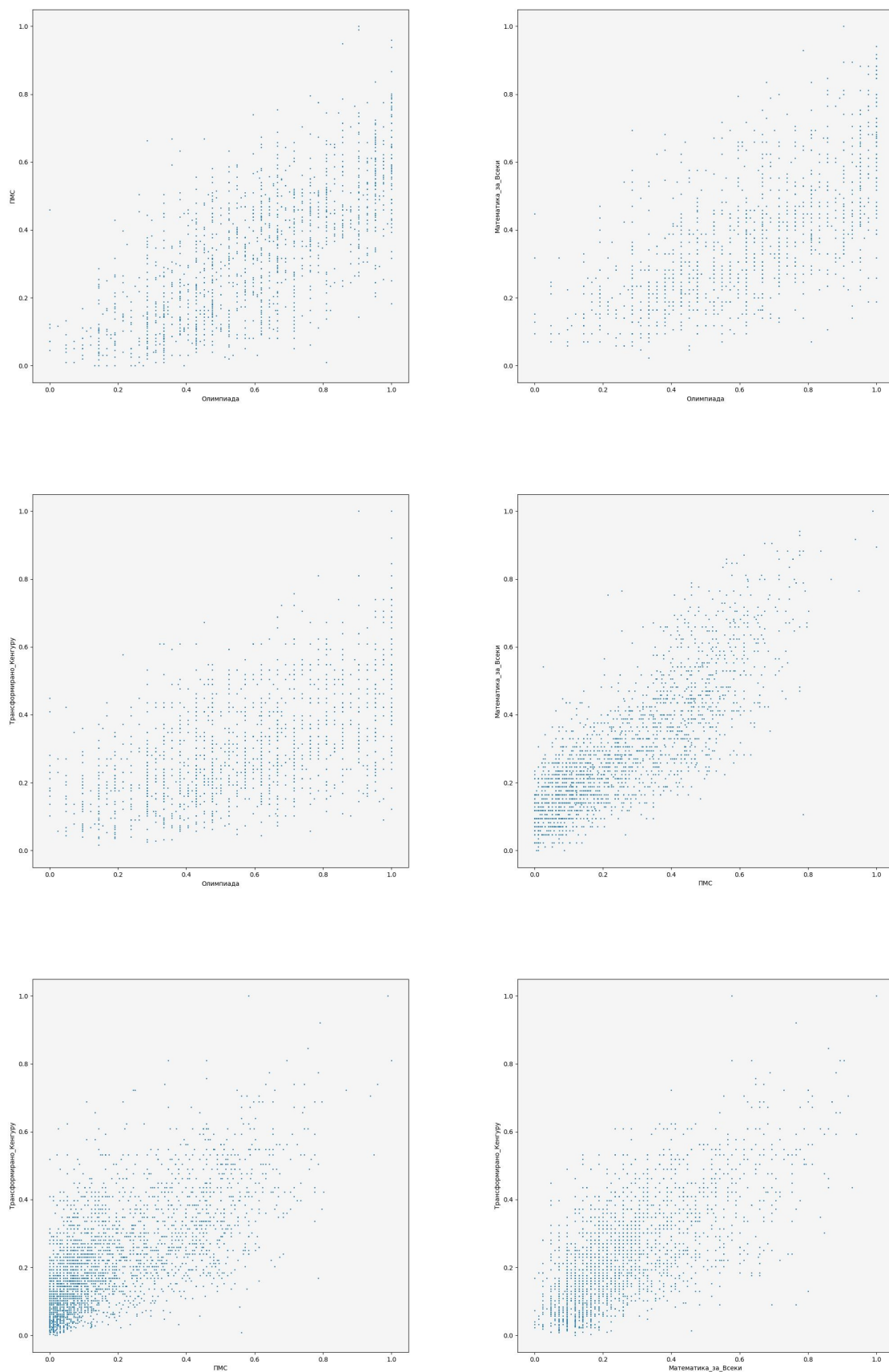
където y е скалираният резултат на състезанието, а $k = 2$. Ефектът от тази трансформация в интервала $[0, 1]$ е квадратично забавяне на резултата, което увеличава ефекта си в ниските стойности, т.е. нормализираме свръх точкуването при ниските резултати и по-слабо модифицираме стойностите при високите резултати. Новата кумулативна функция на Трансформираното Кенгуру е представено в графиката:



Фигура 9: Кумулативна функция на Трансформираното Кенгуру. За детайли: [линк](#)

Средната стойност на раздадените скалирани точки вече е 0.161, като ако искаме да репликираме средното на ПМС, то би следвало да изберем $k = 1.817$. Въпреки всичко ще се придържаме към по-простия вариант $k = 2$ с ясна цел да избягваме овъرفитинга.

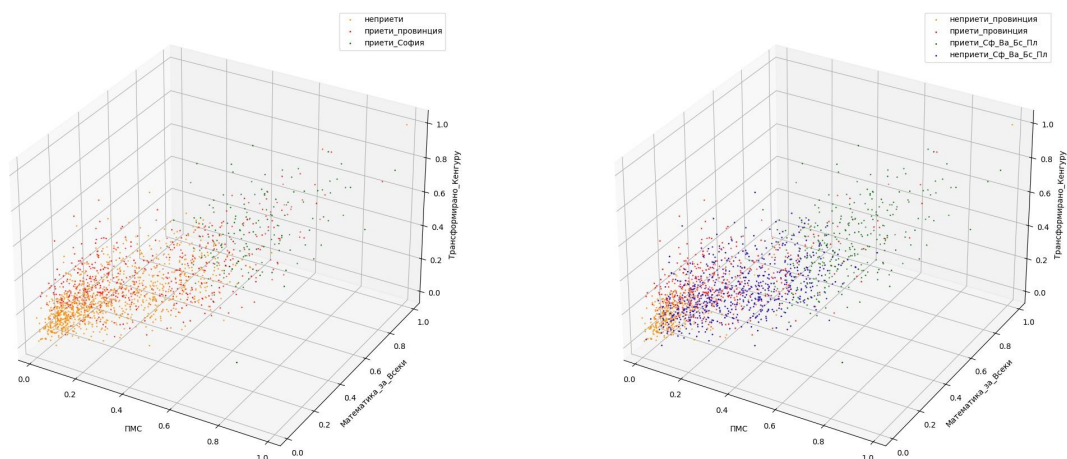
Новите кумулативни графики на състезанията са:



Фигура 10: Съвместни разпределения на Олимпиада, ПМС, Математика за Всеки и Трансформираното Кенгуру. За детайли: [линк](#)

Видимо е подобие в кумулативните разпределения между Олимпиадата и останалите три състезания, както е налице по-линейна зависимост между резултатите на Трансформираното Кенгуру и Математика за Всеки, и ПМС.

С настоящата графика представяме съвместното разпределение между трите най-добри детектора за талант, с които разполагаме, акцентирайки отново на неравнопоставеността в приема между кандидатите от четирите големи града и останалата част от страната.



Фигура 11: Съвместно разпределение на ПМС, Математика за Всеки и Трансформираното Кенгуру. За детайли: [линк](#). (Всички детайлни графики са налични [тук](#).)

Специално внимание обръщаме на качествата на най-добрия ученик по математика в България за 2023/2024 година - детето, за което държавния прием в 5-и клас остава мираж - това е точката в горния десен ъгъл на графиките.

Съгласно всички настоящи дискусии, можем да дефинираме глобален индекс за кандидатите като:

$$GS = P + M + TK,$$

където P и M са резултатите на ученика на ПМС и Математика за Всеки, а TK е трансформираният резултат от Европейско Кенгуру. Такъв индекс обаче би бил пристрастен заради различните преференции в балообразуването към състезанията по области. Действително, съществуват области, в които само две състезания са балообразуващи и невявяването на третото би фаворизирало тези ученици, които имат по-слаби резултати, но са се явили и на трите.

Хубавият начин да се адресира подобен проблем е използването на по-напреднали методи като алгоритъм за статистическо класиране базиран на комбинаторна кохомологична теория на Ходж, който да позволи да запълним пропуските в данните и подпомогне да създадем глобален рейтинг. Това обаче би ограничило аудиторията и би противоречало на целите на статията. Затова ще използваме значително по-прост, но достъпен метод - ще изберем двата най-силни резултата, а останалите ще вземем с ниски тегла, за да направят разлика между учениците, когато първите два не могат.

Нека R означава подредената четворка резултати $\{TO, P, M, TK\}$, където P и M са скалираните резултати на ученика на ПМС и Математика за Всеки, TK е трансформираният резултат от Европейско Кенгуру, а TO е скалираният резултат от Олимпиадата O , умножен с някаква малка константа, например

$$TO = 0.01 * O$$

Нека S е подредената по големина в намаляващ ред четворка R , чийто елементи ще означаваме с s_i , т.е. $s_i \geq s_j$ за $i < j$. Дефинираме глобален индекс GI като

$$GI = \sum_i w_i * s_i,$$

където w_i са елементите на тегловия вектор $w = [1, 1, 0.01, 0.01]$. Както вече споменахме GI е просто сумата на двата най-високи резултати от R събрана със сумата на по-слабите резултати, умножени с малък коефициент 0.01. Стойностите на GI са в интервала $[0, 2.0101]$, и за да работим по-лесно с него го трансформираме до интервала $[0, 1]$, затова нека SGI е просто

$$SGI = \frac{GI}{2.0101}.$$

За съжаление, когато искаме да пресмятаме събития свързани с вероятности на групи от независими събития (каквито са класовете), това също не е удобна форма, затова предпочитаме да работим с някакъв адитивен еквивалент. Дефинираме адитивния глобален индекс AGI чрез

$$AGI = \exp(SGI - 1),$$

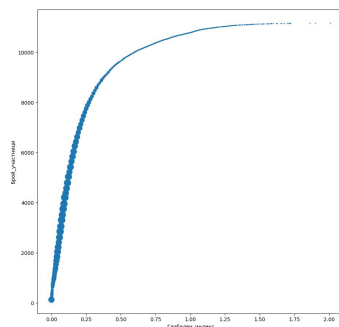
където с \exp означаваме експоненциалната функция. Ясно е, че ако за две стойности имаме $GI_i > GI_j$ то имаме и $AGI_i > AGI_j$, т.е. AGI запазва наредбата въведена от GI .

Дефинираме AGI индекс на училищен клас като експонента от средната стойност на $SGI - 1$ на учениците

$$AGI = \exp\left(\frac{\sum_{i=1}^N (SGI_i - 1)}{N}\right),$$

където $N = 26$.

Кумулативната функция на глобалния индекс GI е дадена на следващата графика.

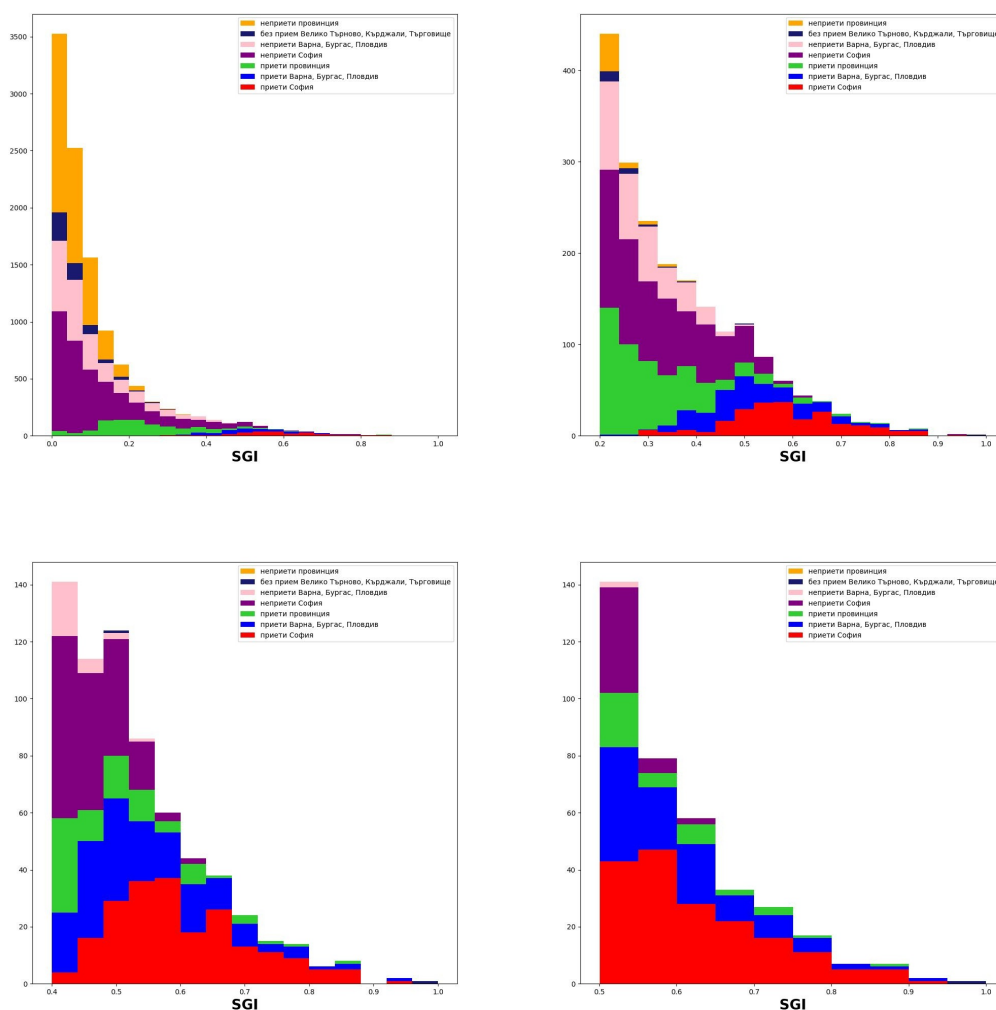


Фигура 12: Кумулативна функция на глобалния индекс GI . За детайли: [линк](#)

9 Резултати свързани с глобалния индекс

В тази глава няма да коментираме дали някой неприет ученик има по-добри математически умения от друг, който е приет. В крайна сметка критериите за прием се определят от гимназиите, а борбата за оскъдните места в София по-скоро не е просто въпрос на знания, а на по-умело справяне със стреса и често голяма доза късмет. От друга страна, глобалният индекс не претендира да притежава някакви специални идентификационни качества на математически умения. Той е просто начин да подредим хиляди ученици в класация по сравнително смислен начин, вземайки предвид особеностите и ограниченията, наложени от различните критерии за прием по области и оценяването при самите състезания.

Използваме глобалния индекс за анализ на критериите за прием в четирите най-големи града в България и останалите областни градове, които за кратко оттук нататък ще наричаме провинция. В настоящите графики представяме една и съща информация като постепенно променяме интервала на визуализация, за да могат да изпъкнат повече детайли на неравноправие.



Фигура 13: Приемни критерии по уседналост спрямо SGI индекса. За детайли: [линк](#). (Всички детайлни графики са налични [тук](#).)

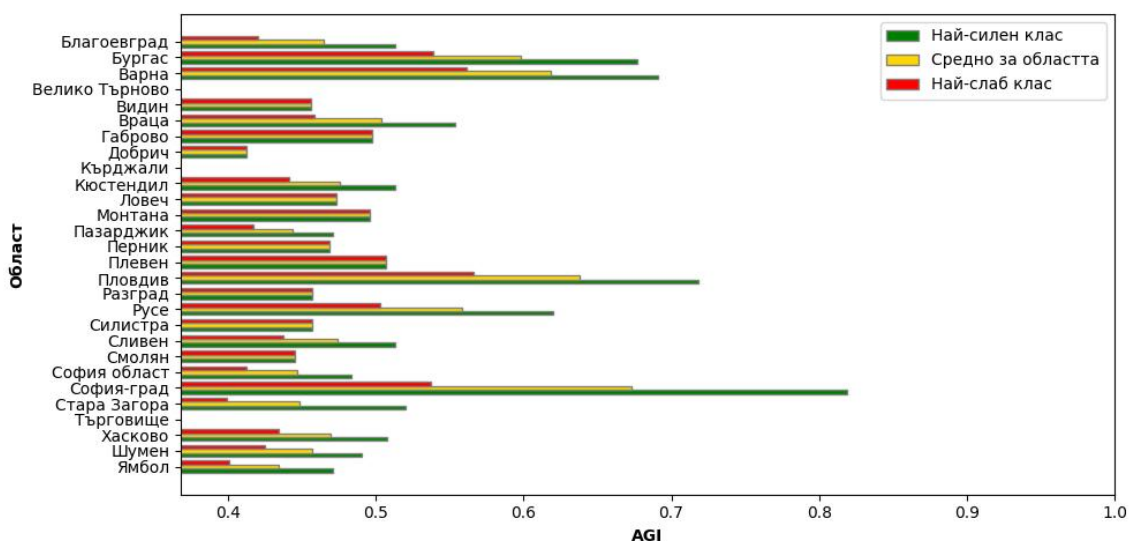
Видимо от картинките, учениците с най-висок *SGI* индекс от провинцията имат сходен индекс както първите неприети ученици в София. Същото, общо взето, се наблюдава и за първите неприети ученици от останалите 3 големи града. Видимо е, че последните приети ученици в големите градове имат значително по-висок *SGI* индекс спрямо средно силните ученици от провинцията. Всичко това вече открихме под една или друга форма и просто се потвърждава и чрез *SGI* индекса.

По-интересна е следната статистика:

- Първите 52 неприети ученика от София са с по-висок *SGI* индекс от над 95% от приетите в провинцията и има само 40 деца от провинцията, които са постигнали по-висок резултат от тях. Това са два класа, които са наказани заради местоживее-нето си, да продължат да работят над таланта си самостоятелно.
- Първите 100 неприети ученика от четирите големи града са с по-висок *SGI* индекс спрямо повече от 830 (94%) от приетите в провинцията.
- Първите 200 неприети ученика са с по-висок *SGI* индекс спрямо повече от 800 (90%) от приетите в провинцията.
- Първите 400 неприети ученика са с по-висок *SGI* индекс спрямо повече от 700 (80%) от приетите в провинцията.
- Първите 800 неприети ученика са с по-висок *SGI* индекс спрямо повече от 500 (58%) от приетите в провинцията.

Тази статистика ясно показва политиката на образователните институции спрямо децата с математически умения от големите градове на България и демонстрира как тези институции адаптират тенденцията на самостоятелното математическо образование и развитие посредством частни уроци, в която по-бедните социални групи по естествен път биват ограничени да бъдат конкурентноспособни.

Използваме свойствата на индекса *AGI*, за да въведем количествена мярка за силата на класовете (26 ученика) по области в държавния прием през 2023/2024 година. Резултатите са представени на следващата графика и са визуално съобразени със стойностите $[0.368, 1]$, които *AGI* може да приема.



Фигура 14: Класификация на класовете спрямо *AGI* индекса. За детайли: [линк](#)

В тази графика приемаме, че класовете могат да се съставят с най-силните налични ученици. Така например, най-силният клас в София би имал *AGI* индекс 0.819, а най-слабият - 0.537. На първо място по сила на селекцията е София, следвана от Пловдив, Варна, Бургас, а Русе се нарежда на пето място. Най-слабият клас в план приема на България е от Стара Загора с *AGI* индекс 0.399, следван от Ямбол - с 0.401.

По подобен начин приемаме, че можем да съставим класове с останалите извън приема ученици и да съпоставим силата на тези класове спрямо класовете от приема в страната. Най-добрият клас на Кърджали има индекс 0.446, а на Търговище - 0.405. Най-добрият ученик и неговият клас от Велико Търново биха имали индекс 0.476 и затова ще използваме границата от 0.475, за да отсеем най-добрите класове, които биха съществували при един по-адекватен прием. Данните показват разпределението на класовете извън приема, отговарящи на тези условия по области и представят допълнителният прием от класове към настоящия, които би следвало да има в тези области.

Таблица 1: Допълнителни математически паралелки по области

Бургас	1
Варна	4
Велико Търново	1
Пловдив	2
София	18

10 Заключение

Анализът на приема в математическа гимназия в 5-и клас идентифицира трудностите на подрастващото поколение в големите градове в България. Той показва няколко паралелни свята в държавата:

- София, където приемът е изключително нисък и е възможен само за около 30% от добрите кандидати.
- Пловдив и Варна, където приемът е възможен само за около 50% от добрите кандидати.
- Бургас, където не достигат места за около 30% от добрите кандидати.
- Велико Търново, Кърджали и Търговище - областите, където ако желаеш да изучаваш разширено математика след 4-и клас няма такава възможност. За съжаление, най-добрият математически талант на България за 2023/2024 година има местожителство в една от тези области, където няма профилирано образование и вероятно без релокация нивото му ще спадне.
- Всички останали областни градове, където приемът в математическа гимназия е сравнително по-достъпен.

В тази връзка, исканията към институциите отправени през юни 2024 година остават непроменени, а именно да бъдат отворени допълнителни математически паралелки в най-добрите общообразователни училища на съответните области в рамките на учебната 2024/2025 година и съгласно бройките от Таблица 1, да бъде премахнато ограничението формулирано в Наредба № 10 на МОН, чл.50(3), защото е дискриминативно, и да се

разшири приема в профилирани математически паралелки, за да отговаря на нуждите на добре подготвените деца от българското общество.

Причината да отделя значително време на тази кауза при иначе високата си заетост, не са резултатите на сина ми (той имаше късмета да бъде приет в математическа гимназия), а вярата ми, че тези деца са най-ценният ресурс на държавата и политиката, която се води спрямо тях е не просто некоректна, а по-скоро неадекватна. Вярвам, че усвояване на този талант би довело до повишаване на нивото в образованието, вероятно ще мотивира и увлече много други деца да развиват таланта си, и в същото време само след 8 години ще предостави по-голям обем от по-силни кандидати на висшите училища. След това ще създаде среда за инвестиции, ще бъде трамплин за иновации, генератор на икономически растеж и така нататък. Изразявам искреното си учудване от държавната политика спрямо една невръстна група, която има значителен потенциал да се превърне във високо квалифицирани кадри.

Изказвам благодарности към значителната подкрепа и мотивация, осигурена от българските институции в лицето на Министерство на Образованието и Науката, Комисия за защита от дискриминация, администрациите на Президента и Министерски Съвет, както и общините София, Варна, Бургас, Пловдив, и други. Без тяхната дежурна незаинтересованост и дебелокожие едва ли бих отделил време за подобна дейност.

Поради тази причина всяка подкрепа към каузата на тези деца би била изключително полезна. Бъдете активни! Малко са хората, които биха прочели до тук. Примерът на вашата емпатия и непримиримост вероятно биха били значим урок и мотиватор за децата около вас.