

Sujet IMT-1

I - Algorithme de Boyer-Moore-Horspool

Soit $w = \text{'Bienvenue au concours Mines-Telecom'}$, $k = \text{'concours'}$.

1. Donner la fonction de décalage associée à k .
2. Compter le nombre de comparaisons effectuées lors de la recherche de k dans w .

II - Décidabilité

Définition: *PCP*

- Soit Σ un alphabet tel que $|\Sigma| \geq 2$
- Soit $N \in \mathbb{N}$
- Soit $\alpha_1, \dots, \alpha_N$ et β_1, \dots, β_N de listes de mots (finis) sur Σ .

Existe-t-il une suite $(i_k)_{1 \leq k \leq K} \in \llbracket 1, N \rrbracket^K$ avec $K \in \mathbb{N}^*$ tels que $\alpha_{i_1} \dots \alpha_{i_K} = \beta_{i_1} \dots \beta_{i_K}$?

On admet que PCP est **indécidable**.

1. Que dire des instances suivantes ?
 1. Soit $\Sigma = \{a, b\}$
 - $(\alpha_i) = a, ab, bba$
 - $(\beta_i) = baa, aa, bb$
 2. Soit $\Sigma = \{a, b\}$
 - $(\alpha_i) = a, ab, bba$
 - $(\beta_i) = baa, bb, aa$
 3. Soit $\Sigma = \{a, b, c\}$
 - $(\alpha_i) = a, b, c$
 - $(\beta_i) = bac, ca, bca$
2. Exhiber un algorithme donnant pour tout instance l'existence d'une solution (de taille bornée).

Définition: *INTER-G*

Soit (G, G') un couple de grammaires sans contextes, existe-t-il un mot w engendré par les deux grammaires ?

3. Quel est le type du problème *INTER-G* ?

Soit $N \in \mathbb{N}$. Soit Σ l'alphabet sur lequel sont définies $(u_k)_{0 \leq k \leq N}$ et $(v_k)_{0 \leq k \leq N}$ deux listes de mots. Soit $A = \{a_0, \dots, a_{N-1}\}$ des caractères disjoints de Σ (càd $\Sigma \cap A = \emptyset$). On définit les langages suivant, $\forall n \in \mathbb{N}$:

- $L_U = \{a_{i_0} \dots a_{i_{n-1}} u_{i_{n-1}} \dots u_{i_0}, \forall k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket, i_k \in \llbracket 0, N \rrbracket\}$
- $L_V = \{a_{i_0} \dots a_{i_{n-1}} v_{i_{n-1}} \dots v_{i_0}, \forall k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket, i_k \in \llbracket 0, N \rrbracket\}$

4. Montrer que L_U et L_V sont des langages sans contextes.
5. Montrer que *INTER-G* est indécidable.