Sujet IMT-1

1. trivial
2. trivial
3. parfait: 3-clique (triangle), imp. minimal : 5-cycle
4. (Pas la seule preuve, des preuves par l'absurde peuvent passer)

   On note $G' = G[v \setminus A]$

   On a que:

   $\forall k \in [\![2, \chi]\!]$:

   Si il existe une partition en $\chi - k$ anticliques de $V \setminus A$. Alors on a une partition en $\chi - k + 1$ anticliques de V. (en ajoutant A). Donc $\forall k \in [\![2, \chi]\!]$, on a:

   $$\chi' > \chi - k$$

   Donc :

   $$\chi' > \chi - 2$$

   Donc

   $$\chi' \geq \chi - 1$$

   D'où:

   $$\chi - 1 \leq \chi' \leq \chi \qquad (1)$$

   $$\omega' \leq \omega \qquad (2)$$

   G' étant parfait: $\chi' = \omega'$ et G étant imparfait: $\chi > \omega$

   Par (1), on a

   $$\omega - 1 < \chi - 1 \leq \chi' = \omega' \leq \chi$$

   d'où :

   $$\omega - 1 < \omega'$$

   Ainsi :

   $$\omega \leq \omega'$$

   Par (2), on a :

   $$\omega = \omega'$$

5. $\forall v \in A_0$, on peut découper $G' = G[V \setminus \{v\}]$ en $\omega = \omega' = \chi'$ anticliques. (car G' parfait). Ce qui forme nos $\alpha + 1$ anticliques.

   Chaque sommet v de A_0 seront présent dans A_0 et dans $\alpha - 1$ autre cliques (une parmis celles formée par $G \setminus v'$ et ce pour les $\alpha - 1$ valeurs de v' différentes de v).

   Les sommets qui ne sont pas dans A_0 seront présent dans une clique parmis celles formées par $G \setminus v'$ et ce pour les α valeurs de $v' \in A_0$.

6. C_i = clique maximale de $V \setminus A_i$. trivialement $C_i \cap A_i = \emptyset$

   C_i etant une clique il ne peut pas y avoir un j tq $|A_j \cap C_i| > 2$ Or les ω élements de C_i sont tous présents dans α anticliques différentes donc $\forall j \neq i, |A_j \cap C_i| = 1$.

7. indice : regarder la gueule de la matrice

8. et questions suivantes: si le candidat est arrivé là, il saura continuer.