Apprentissage d'un langage régulier avec L^*

1 - Représentation des automates

1.1 -

1. (S_1, T_1) est **correcte** et **complète**.
2. (S_2, T_2) est **correcte**, en effet, a et ε ne sont pas T_2-équivalents ($b \in \mathcal{L}$, ab $\notin \mathcal{L}$).Mais, elle **n'est pas complète** car ab (forme ua, u = "a" $\in S_2$, a= "b"$\in \Sigma$), n'est T équivalent avec aucun mot $v \in S_2$:

$$v = \varepsilon, b \in T_2 : \text{abb} \notin \mathcal{L}, b \in \mathcal{L}$$

$$v = a, \varepsilon \in T_2 : \text{ab} \notin \mathcal{L}, a \in \mathcal{L}$$

3. (S_3, T_3) n'est pas correcte car "b" et "ε" sont T_3-équivalents, en effet:
   - pour $w = b \in T_3$, $\varepsilon.b \in \mathcal{L}, b.b \in \mathcal{L}$
   - pour $w = \varepsilon \in T_3$, $\varepsilon \in \mathcal{L}, b \in \mathcal{L}$

   Cependant elle n'est pas complète il n'existe aucun mot de S qui soit T_3-équivalent avec ab. (Même preuve que précedemment à laquelle on ajoute le cas $v = b, \varepsilon \in T_3$, ab $\notin \mathcal{L}, b \in \mathcal{L}$).

1.2 -

1.3 -

1. $A(S_1, T_1)$ est non représenté puisque vide (aucun état).
2. cf photo

1.4 -

On peut construire $A(S, T)$, à l'aide d'appels à `oracle` en deux étapes:
- D'abord pour déterminer les états finaux.
- Ensuite pour construire les transitions à l'aide de la regle: $u \xrightarrow{a} v$ si ua et v sont T-equivalents. En effet, on peut utiliser `oracle` pour déterminer cette équivalence (cf implémentation de make_t_equivalence).

Pour connaitre les états finaux on fait $|S|$ appels à `oracle`.

Soit f une fonction qui à un couple de mots donne vrai s'ils sont T-équivalents. Pour chaque couple ordonné (u,v) de sommets, il est nécessaire de faire $|\Sigma|$ appels f.

Or cette fonction f fait $2 * |T|$ appels à `oracle` (selon l'implémentation proposée). Ainsi, la construction nécéssite $2 * |S|^2 * |\Sigma| * |T|$ appels à `oracle` pour construire les transitions.

Ainsi pour construire $A(S, T)$ il est nécessaire de faire : $2 * |S|^2 * |\Sigma| * |T| + |S|$ **appels à oracle.**

Définissons l'ensemble des questions posée à l'oracle Q sous la forme d'un ensemble de mots.

$$Q = Q_S \cup Q_T$$

où $Q_S = S$ correspond à l'ensemble des sommets dont on vérifie s'ils sont terminaux et Q_T correspond à l'ensmble des questions posée pour construire les transitions.

$$Q_T = \{w \mid w \in (S \cup S.\Sigma).T\}$$

d'où

$$|Q| = |S| + |(S \cup S.\Sigma).T| - |S \cap (S \cup S.\Sigma).T|$$

or $S \cap (S \cup S.\Sigma).T = S$ car $\varepsilon \in T$ (si T non vide).

$$|Q| = |S| + |(S \cup S.\Sigma).T| - |S| = |(S \cup S.\Sigma).T|$$

Si T est vide alors $|Q| = |S|$ car $Q_T = \emptyset$.

On pose donc $|S|$ ou $|(S \cup S.\Sigma).T|$ questions différentes à `oracle` en fonction respectivement de si T est vide ou non.

1.5 -