TIPE: Gestions des flux de spectateurs autour du stade de France par la théorie des graphes.

Définition d'itinéraires sécurisés pour évacuer le Stade de France.

Noé VINCENT

Comment utiliser la théorie des graphes pour définir les itinéraires piétons aux alentours du stade de France ?

- maintenir la sécurité des spectateurs.
- le plus efficacement.

Plan

1. Analyse de la situation

Situation Géographique

Le stade de France: 81 500 spectateurs
3 stations de transport en commun aux alentours:

- Saint-Denis Porte de Paris (M13)
- La Plaine - Stade de France (RER B)
- Stade de France - Saint-Denis (RER D)

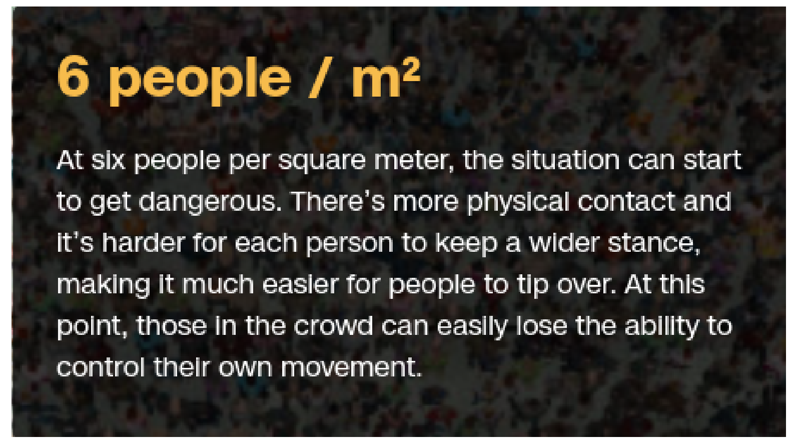
Carte des alentours du Stade de France - @OSM

Foules et risques

À partir de 6 personnes/m²,

-> Potentiel danger

On place la limite à 5 personnes/m²



Issu de: These are the warning signs that a crowd is dangerously dense - @CNN

2. Modélisation: Graphe de Capacité

Graphes de capacités

Soit $G_c = (V, E, C)$ un graphe non orienté pondéré par:

$C : E \to \mathbb{N}$ la capacité de chaque arête.

Le graphe des capacités.

Modélisations de la capacité

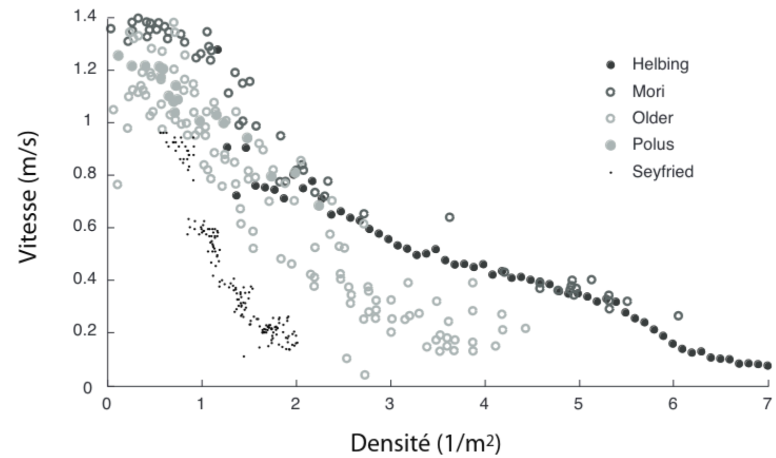
Modélisation de piétons dans le pire des cas : $\delta = 5 pers. / m^2$

Capacité d'une rue: débit maximal en pers./s

$$c = \delta * w * v$$

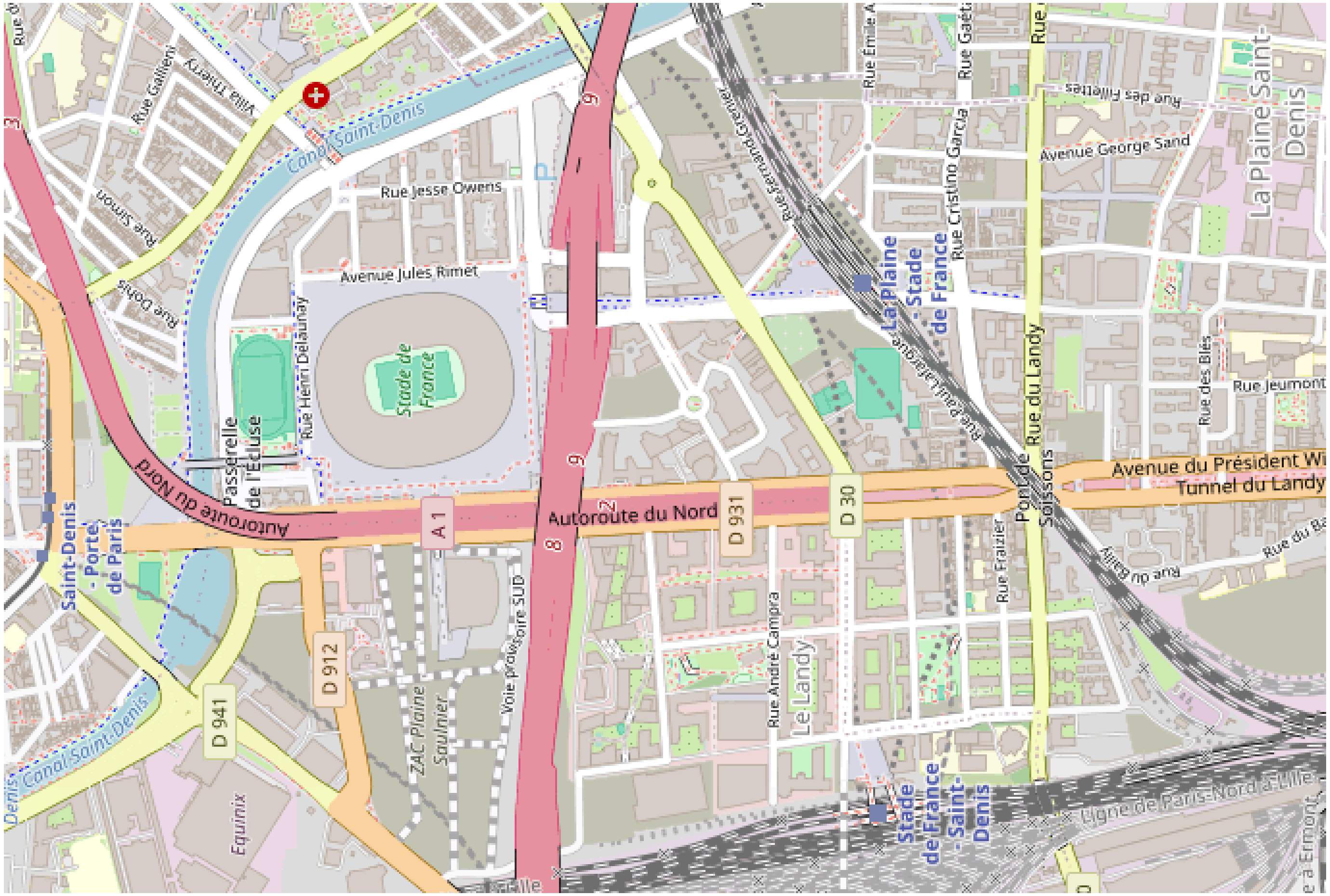
- w la largeur de la rue (approximée)
- v la vitesse de la foule
- δ la densité de la foule

$$v = 0,4 m/s$$



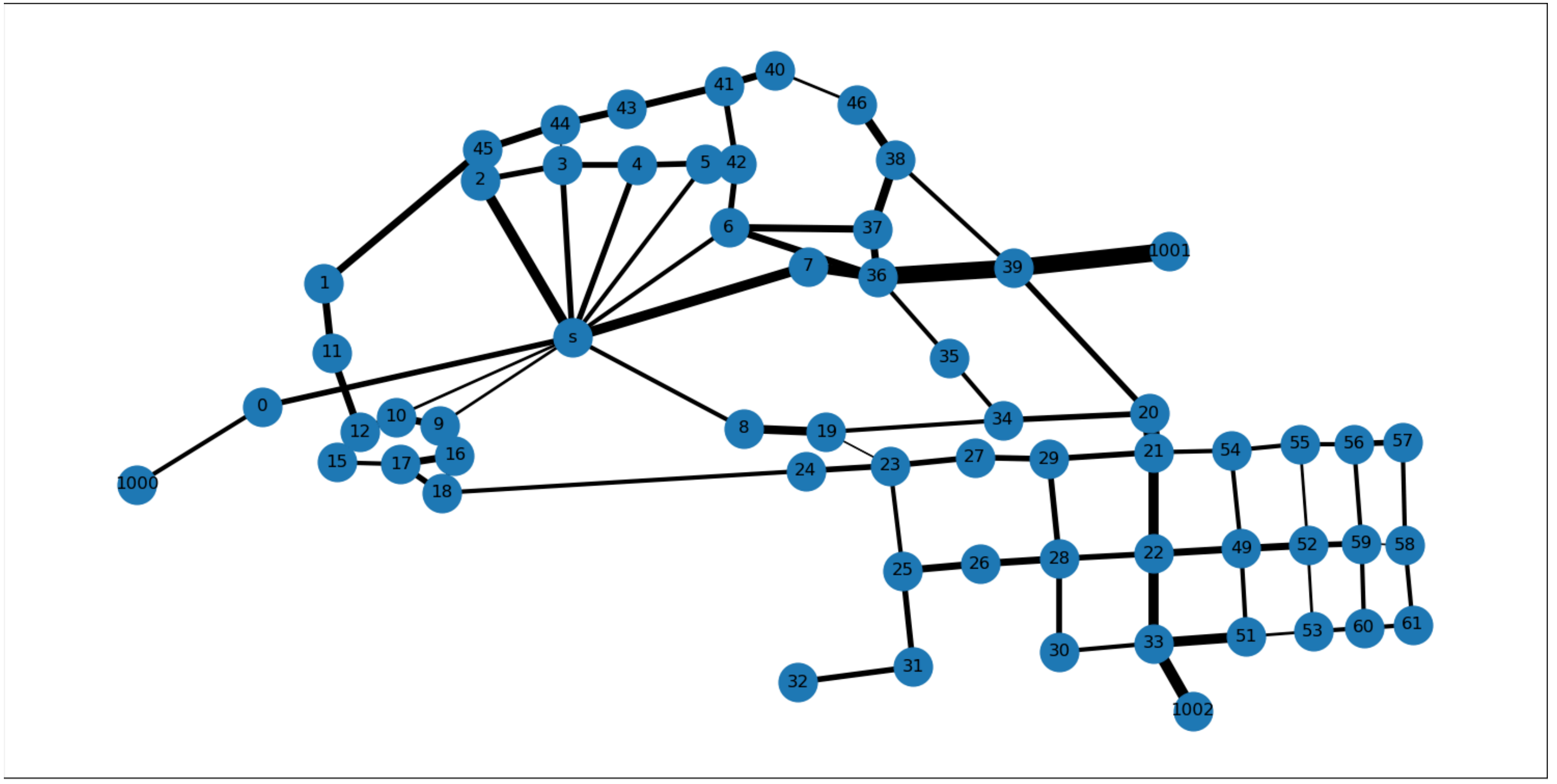
Étude expérimentale et modélisation des déplacements collectifs de piétons @Mehdi Moussaid

Graphe de capacité



Carte de la zone @OSM

Graphe de capacité



Graphe représentant la zone

3. Une méthode naïve

$\longrightarrow$ les chemins de plus grande capacité entre le stade et les stations

Capacité d'un chemin

$p \subset E$
$C(p) = min\,\{C(e), e \in p\}$

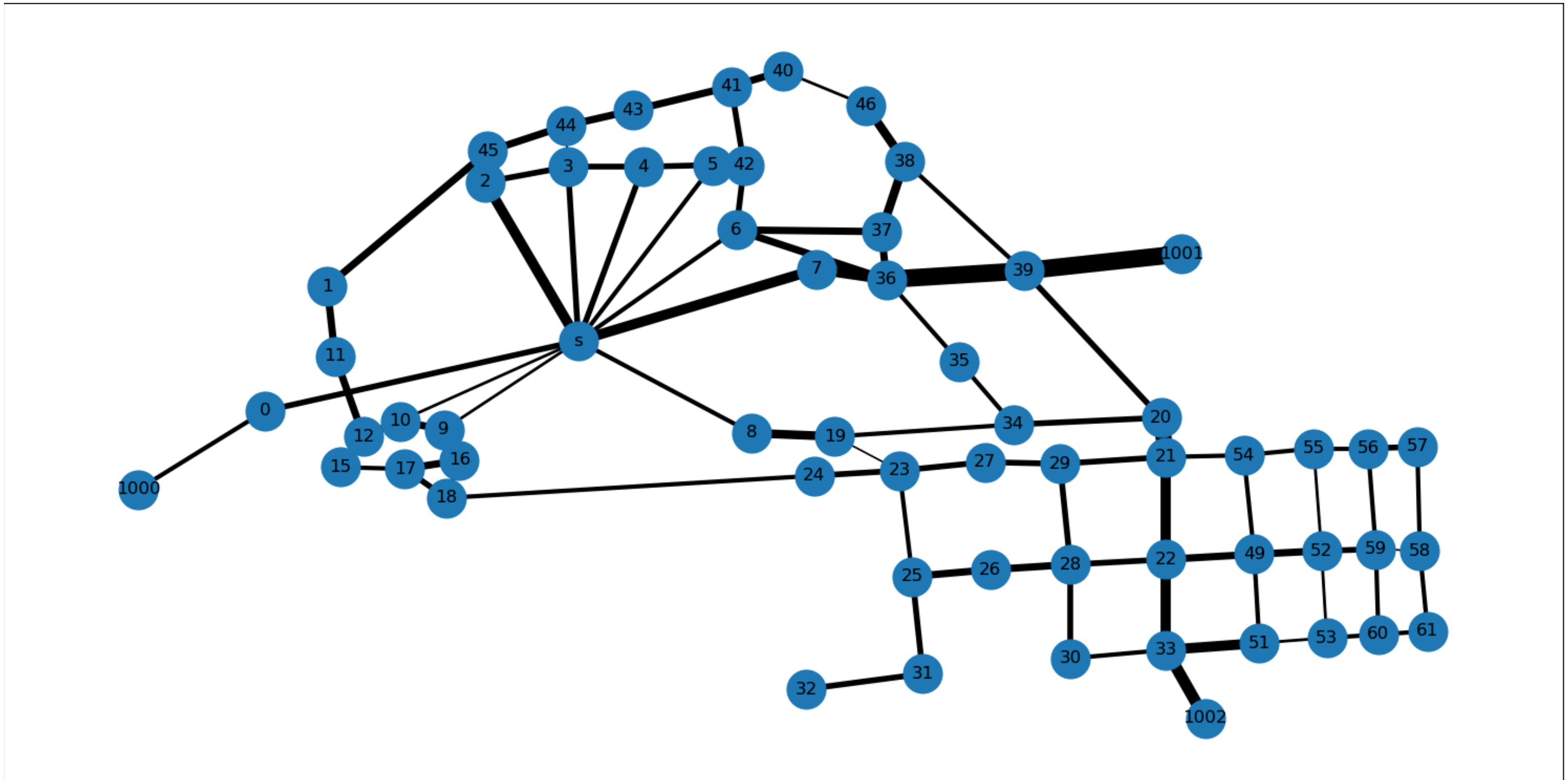
L'algorithme de dijkstra

Chemin de poids minimal dans un graphe.

Algorithme Widest Path

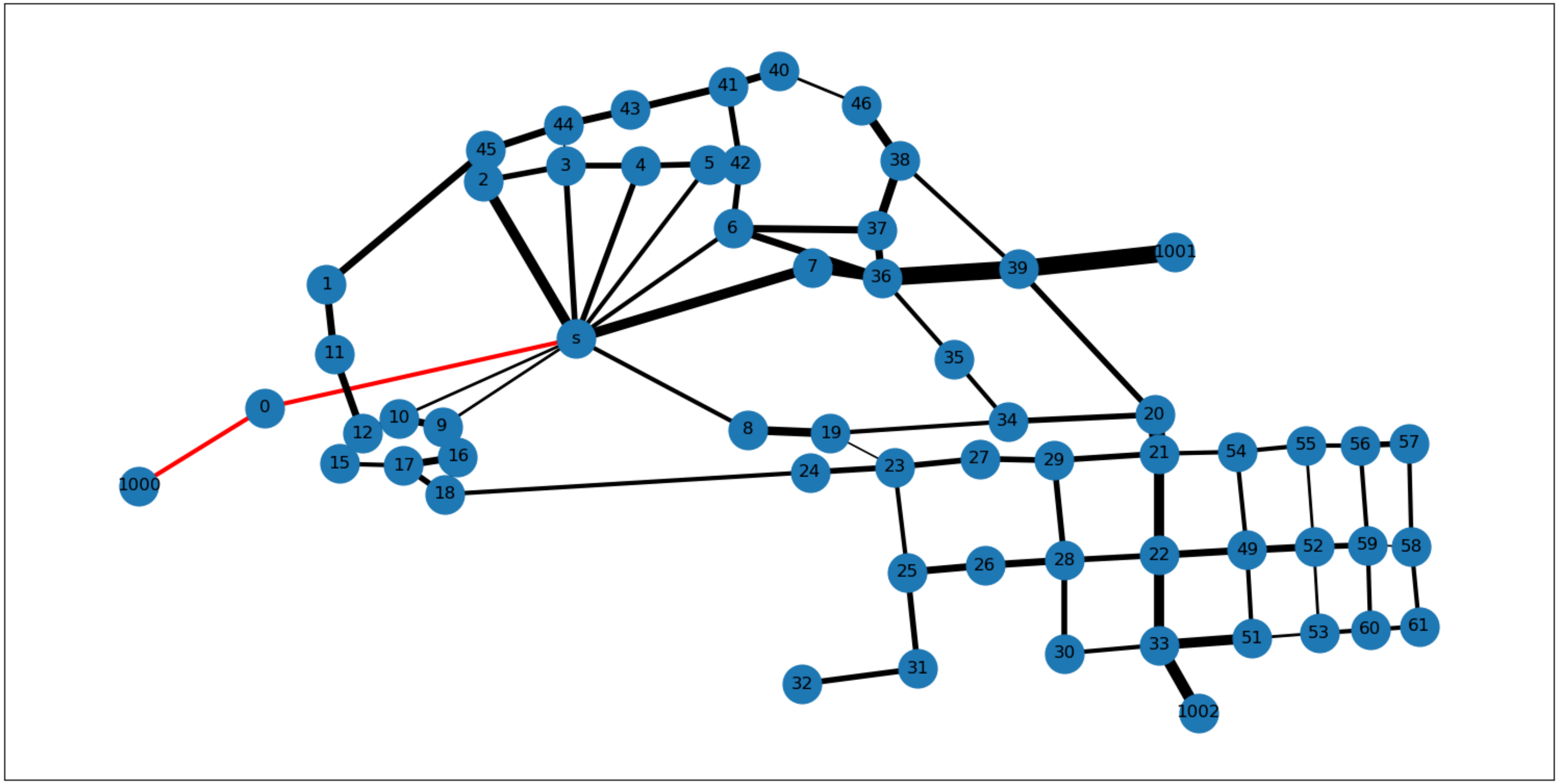
Algorithme de dijkstra modifié $\rightarrow$ chemin de capacité maximale

Proposition de solution



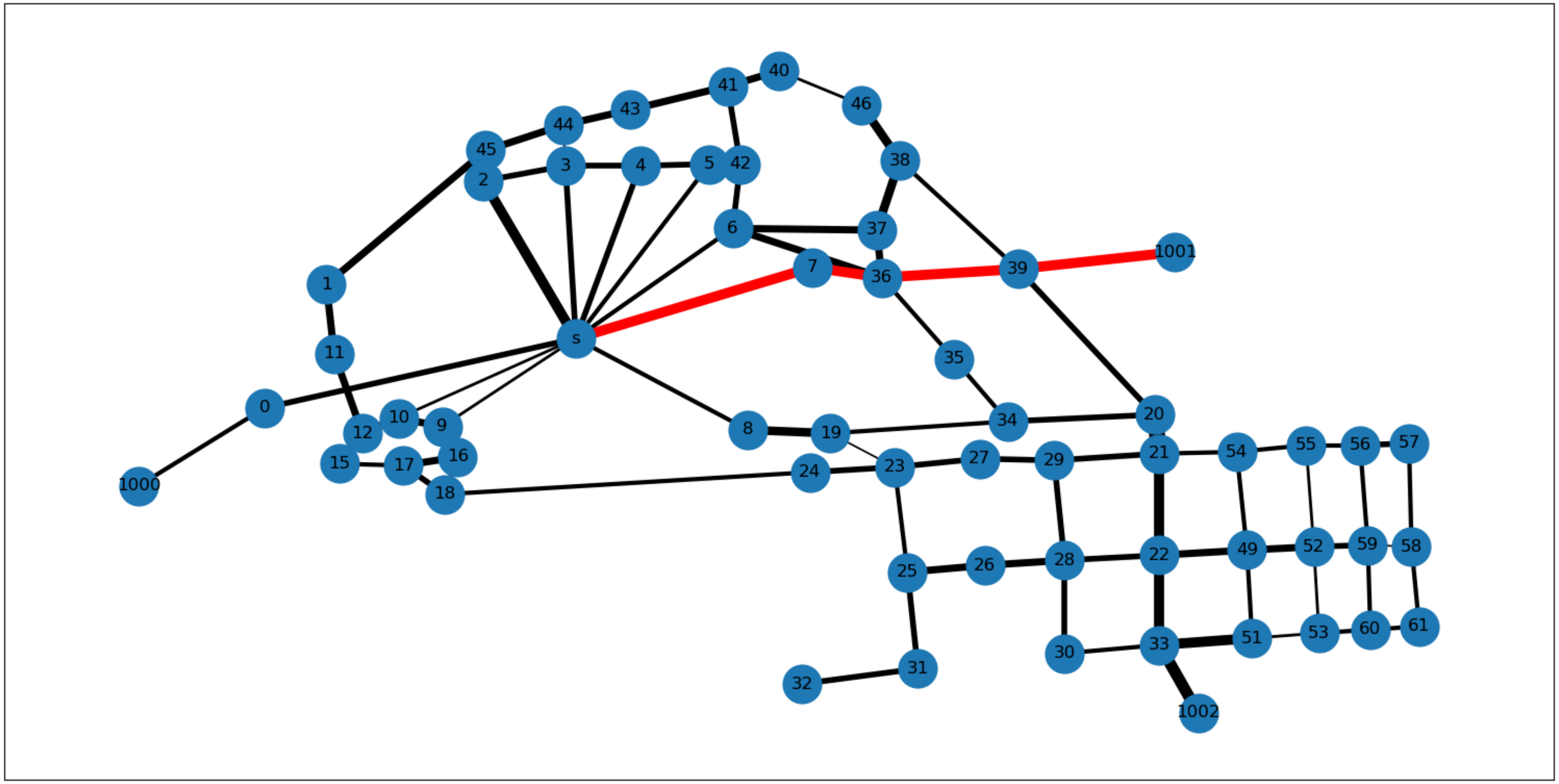
Proposition de solution

Chemin le plus large entre le stade et le métro, largeur : 3



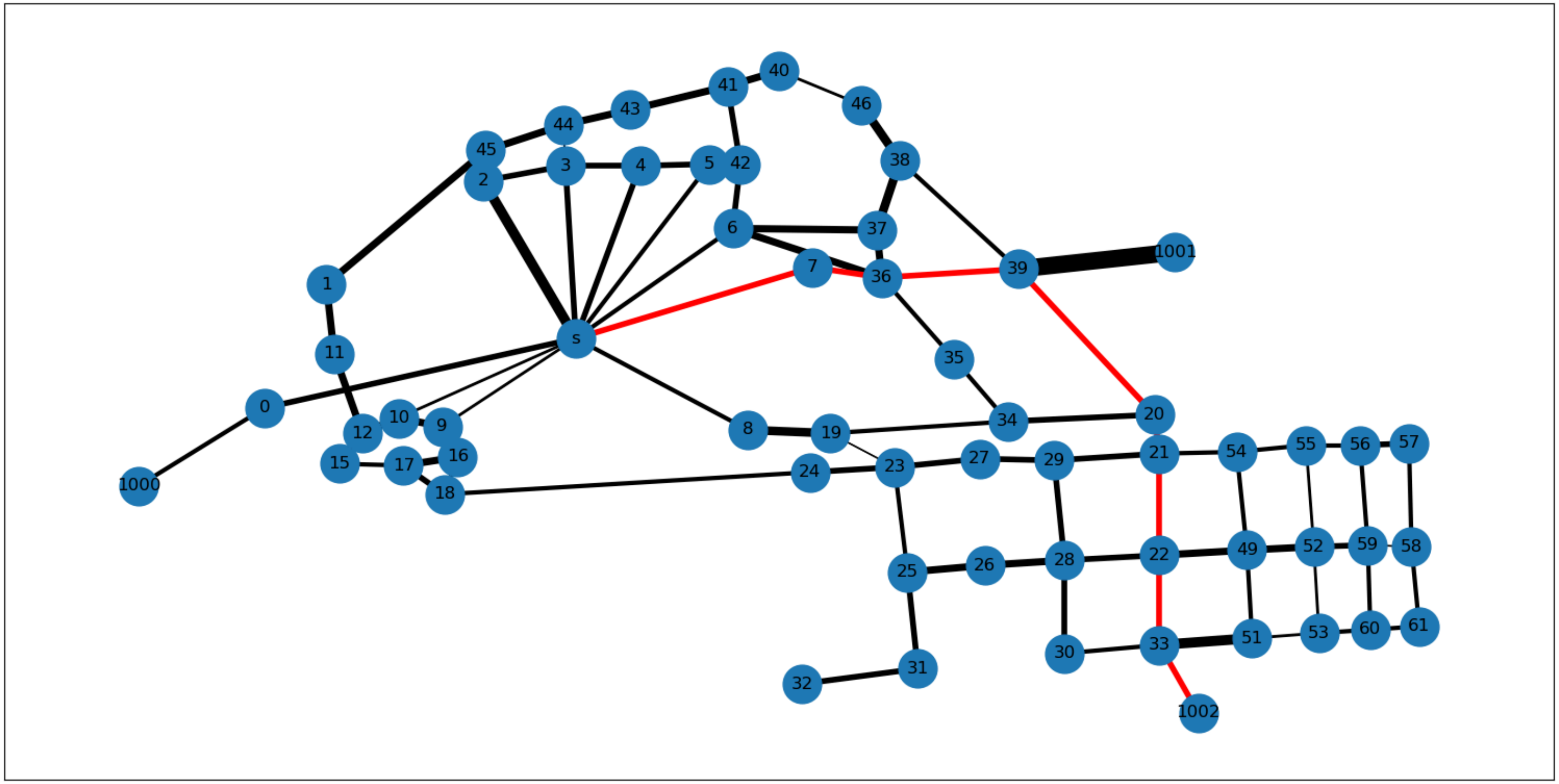
Proposition de solution

Chemin le plus large entre le stade et le RER B, largeur 7



Proposition de solution

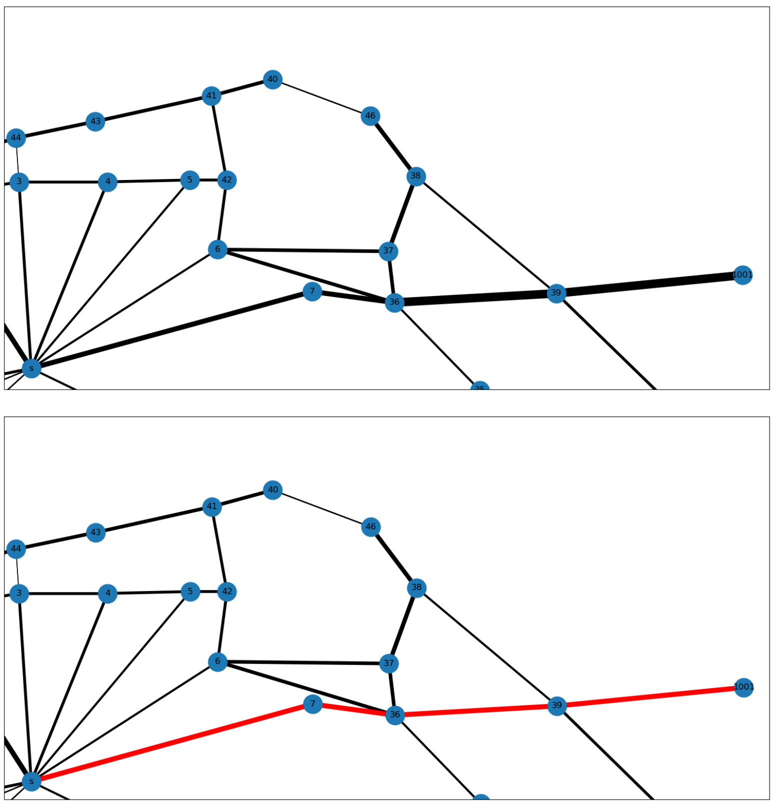
Chemin le plus large entre le stade et le RER D, largeur 4



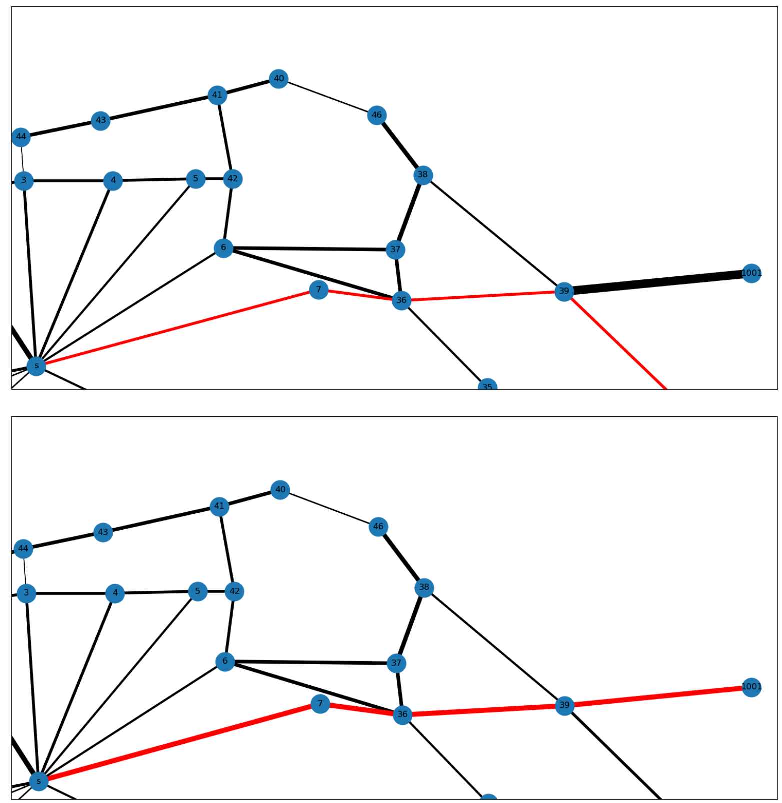
Analyse de la solution

Zoom sur le sud-est du graph

Goulots d'etranglement



Cannibalisme



Analyse de la solution

Largeur théorique : $3 + 4 + 7 = 14$

Débit théorique : $28 pers/s$

Largeur réelle: 10

Débit réel : $20 pers/s$

Temps d'évacuation : 1h08

4. Une methode optimale : Le flot maximal

Algorithme d'Edmond-Karp

Graphes de Flots

Soit $\varphi = (V, E, \phi, s, t)$ un graphe orienté pondéré par $\phi : E \to \mathbb{N}$ le flot passant dans chaque arètes.
Le graphe de flot.
s : la source
t : le puit

Flot entrants et sortants dans un noeud

On définit:
$\phi^- : u \in V \to \sum_{v|(u,v)\in E} \phi(u, v)$
$\phi^+ : u \in V \to \sum_{v|(v,u)\in E} \phi(v, u)$

Propriétés des Flots

Sources et puits

$$\phi^{+}(s) = 0$$
$$\phi^{-}(t)) = 0$$

Valeur du flot

$$V_{\phi} = \phi^{-}(s)$$

Conservation du flot

$$\forall u \in V \setminus \{s, t\}, \phi^{+}(u) = \phi^{-}(u)$$

Graphe des augmentations

Soit $G_A = (V, E, C_r)$ un graphe orienté pondéré par:

$C_r : E \to \mathbb{N}$ la capacité restante de chaque arête.

Le graphe des augmentation.

Chemin augmentant

$P = (p, d\phi) \in \mathbb{P}(E) * \mathbb{N}$

p : ensemble d'arcs débutant à s et finissant en t

$d\phi$: variation du flot

Algorithme d'Edmond-Karp

$$EK : G_c \rightarrow \varphi_{max}$$

Objectif

Maximiser V_ϕ

Fonctionnement

Trouver des chemins augmentants dans G_a afin d'augmenter le flux.

```
Soit E-K(G_c = (V,E,C),pr):
  Phi <- Vide
  G_a <- (V+{t},
          E + {{puit ,t} pr},
          C_r(u,v) = C_r(v,u)  = C(u,v)
          )
  (P_a, dphi) = Chemin_augmentant(G_a)
  Tant P_a != Vide :
    Mettre à jour G_a avec P_a, dphi
    Mettre à jour Phi avec P_a, dphi
  Renvoyer Phi
```

Pseudo-Code de l'algorithme d'Edmond Karp

- G_c le graphe des capacités
- pr les puits réels

Algorithme d'Edmond-Karp

Recherche du Chemin augmentant

Parcours en largeur : plus court chemin en nombre d'arc

Arc avant

Arc de G_r dans le sens initial, le sens du flot

Arc arrière

Arc de G_r de sens inverse au flot, de capacité égale au flot.

Mise à jour de φ

$\forall e = (u, v) \in p$

si e est un arc avant:

$\phi(u, v) \leftarrow \phi(u, v) + d\phi$

si e=(v,u) est un arc arrière :

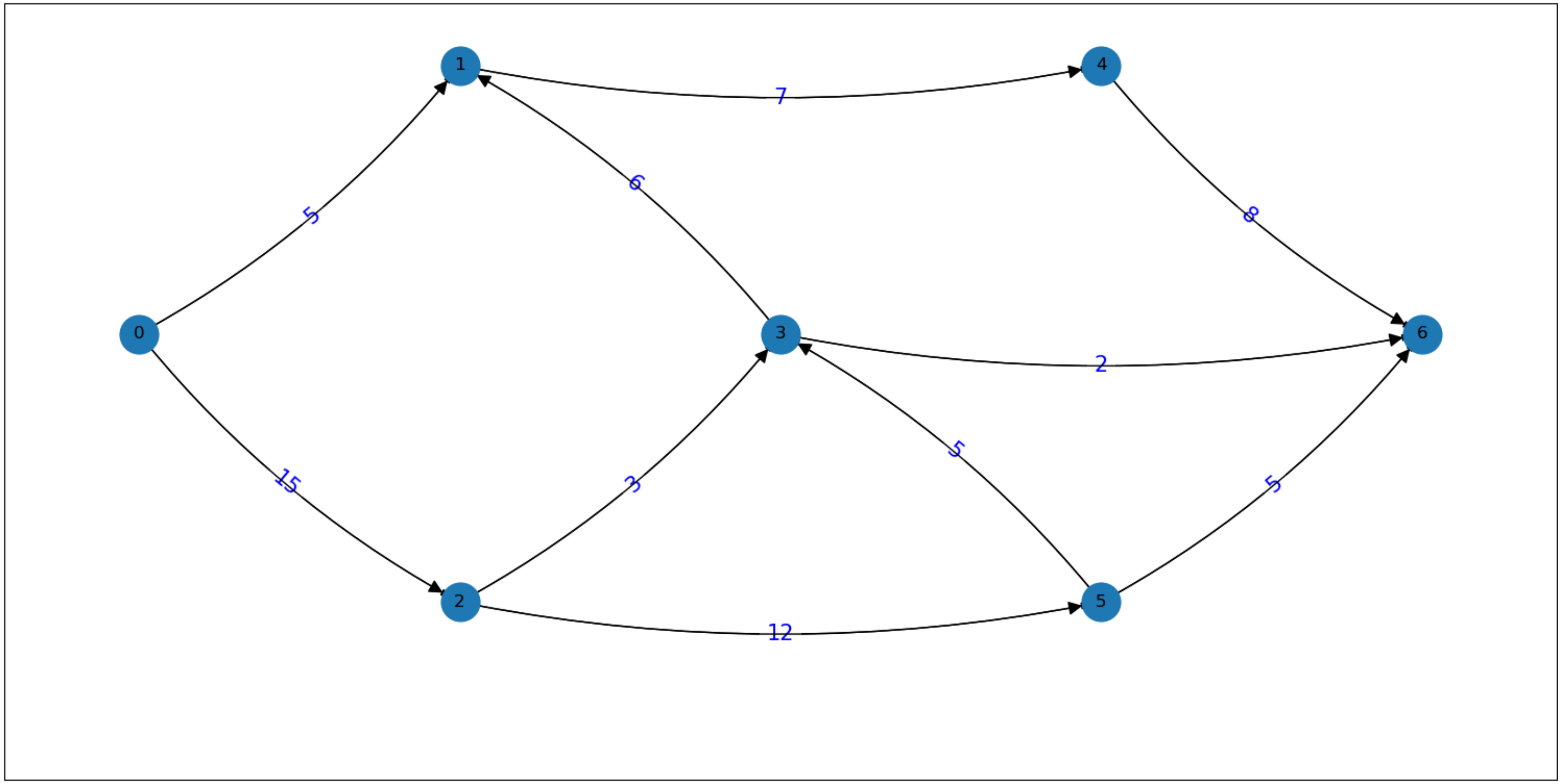
$\phi(u, v) \leftarrow \phi(u, v) - d\phi$

Mise à jour de G_r

$\forall e = (u, v) \in p, C_r(u, v) \leftarrow C_r(u, v) - d\phi$
$\forall e = (u, v) \in p, C_r(v, u) \leftarrow C_r(v, u) + d\phi$

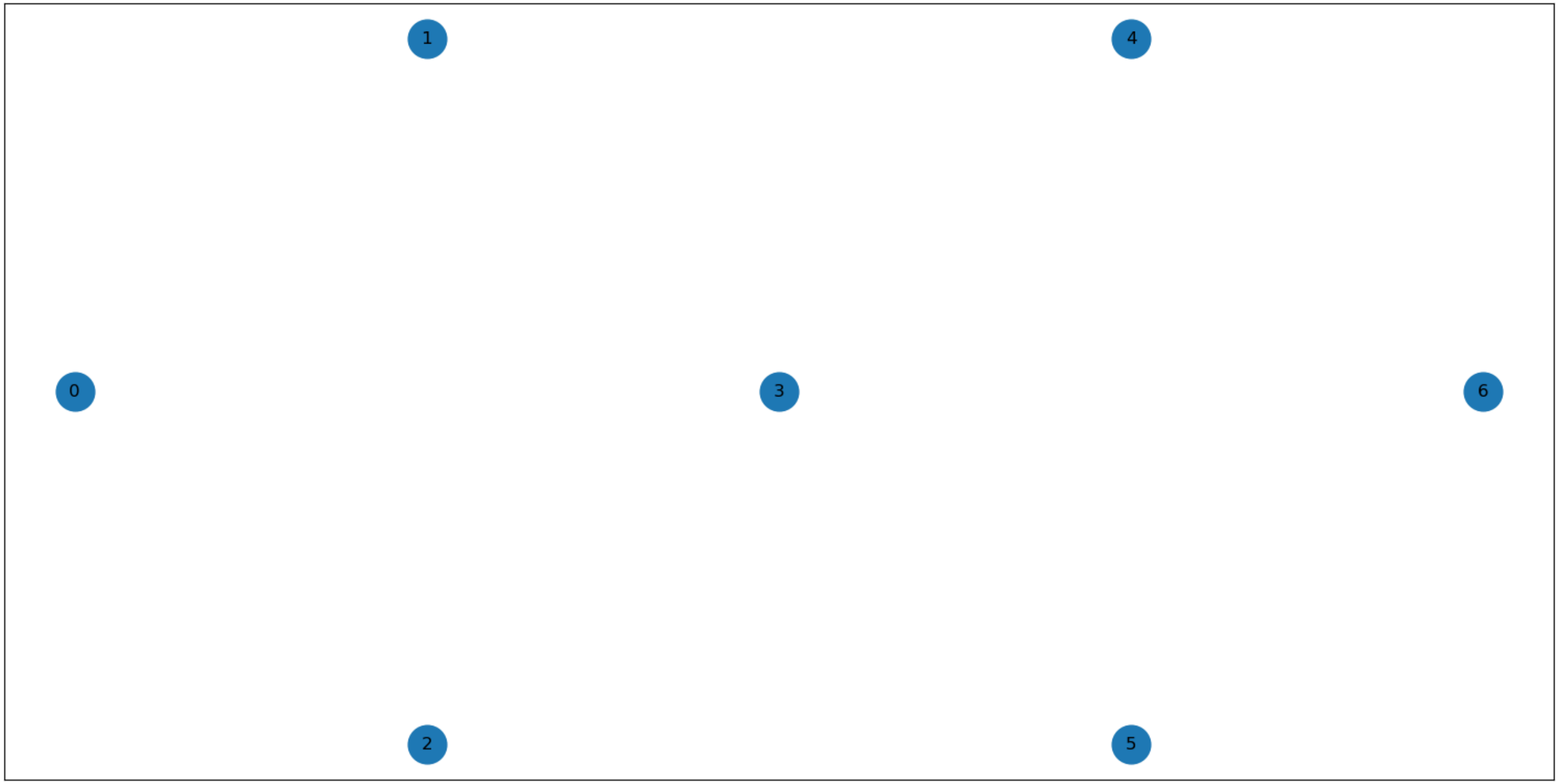
Exemple

Graphe de Capacité, graphe d'augmentation



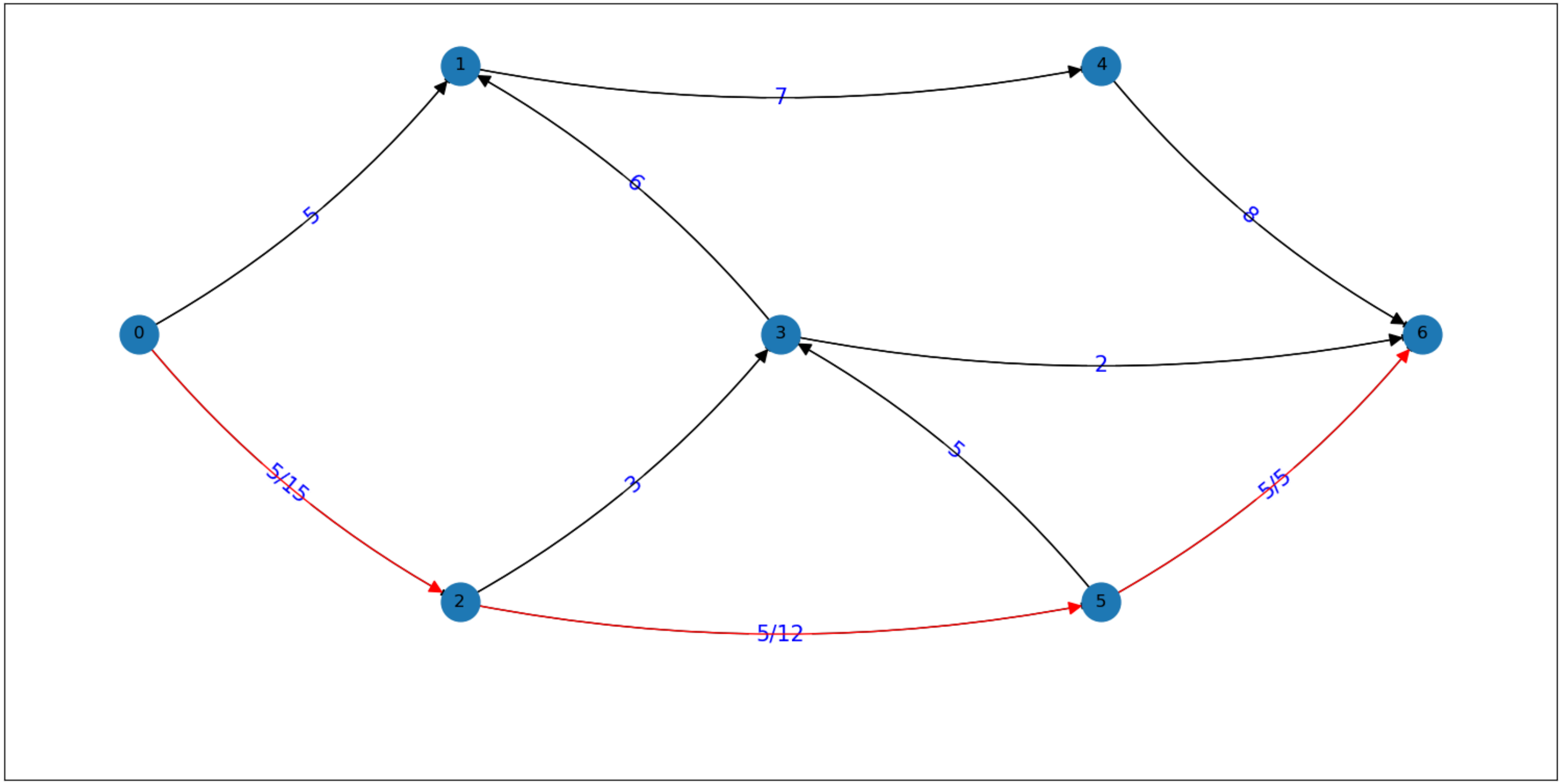
Exemple

Graphe de flot



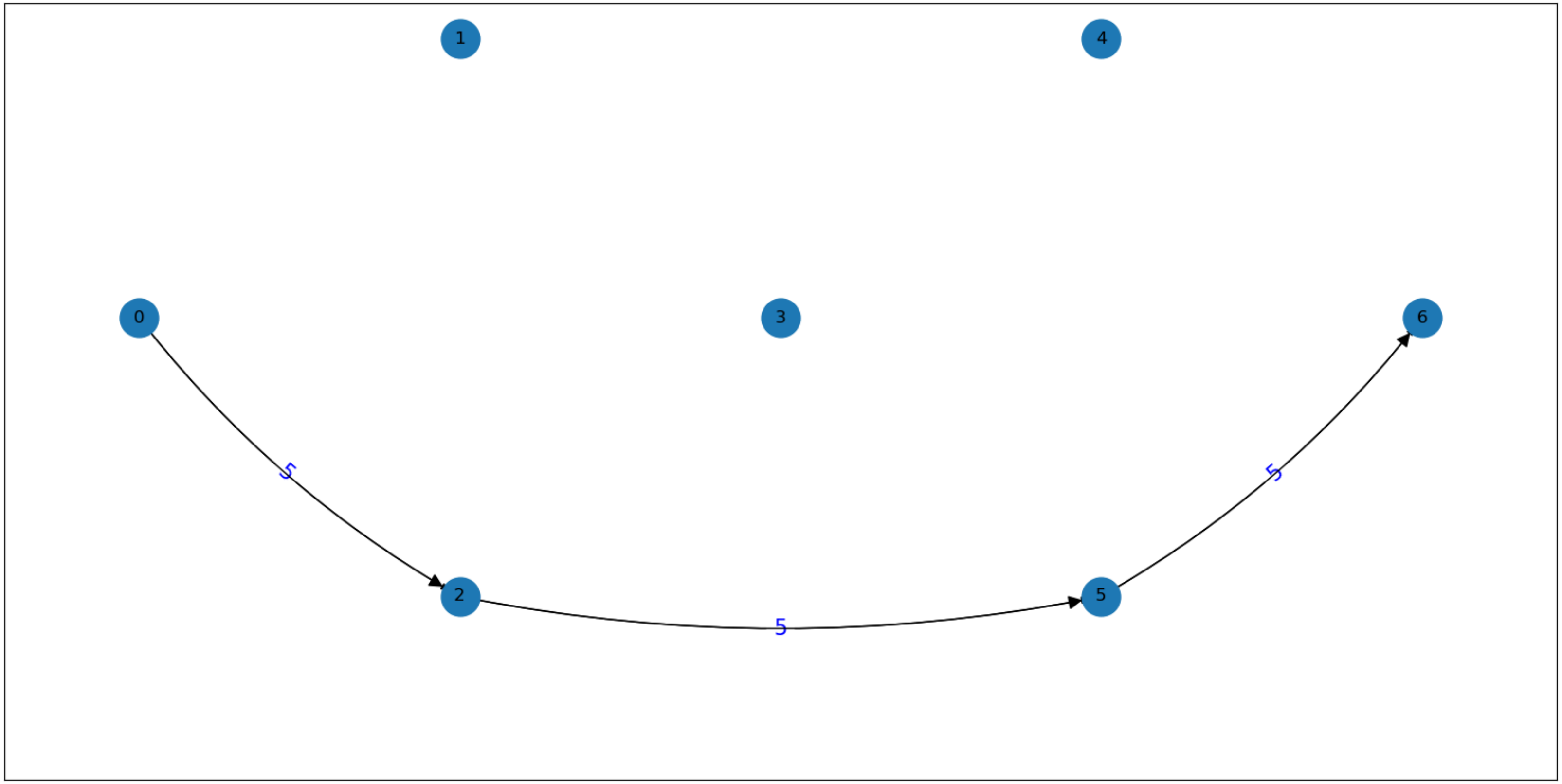
Exemple

Graphe d'augmentation, chemin augmentant



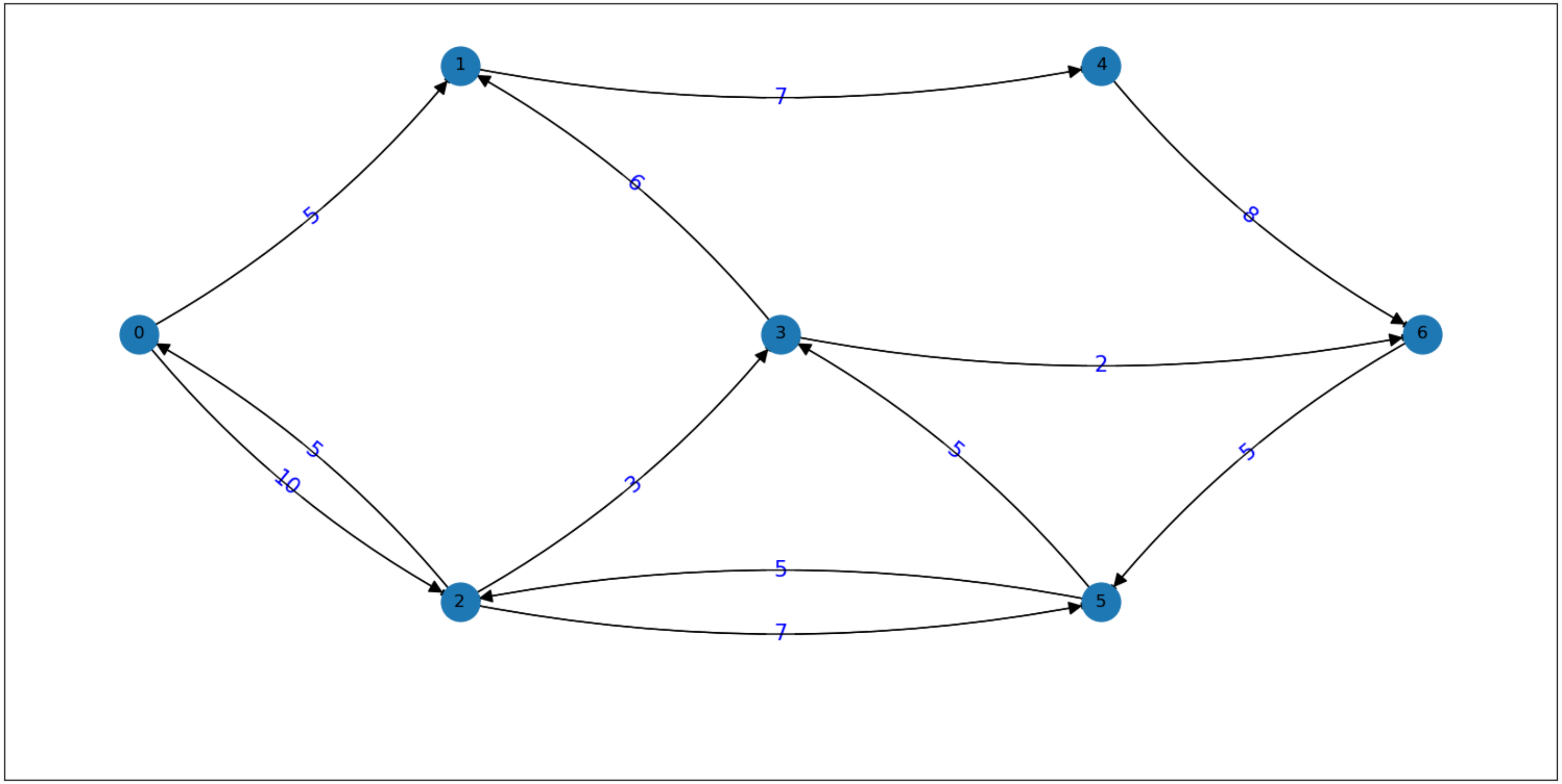
Exemple

Graphe de flot



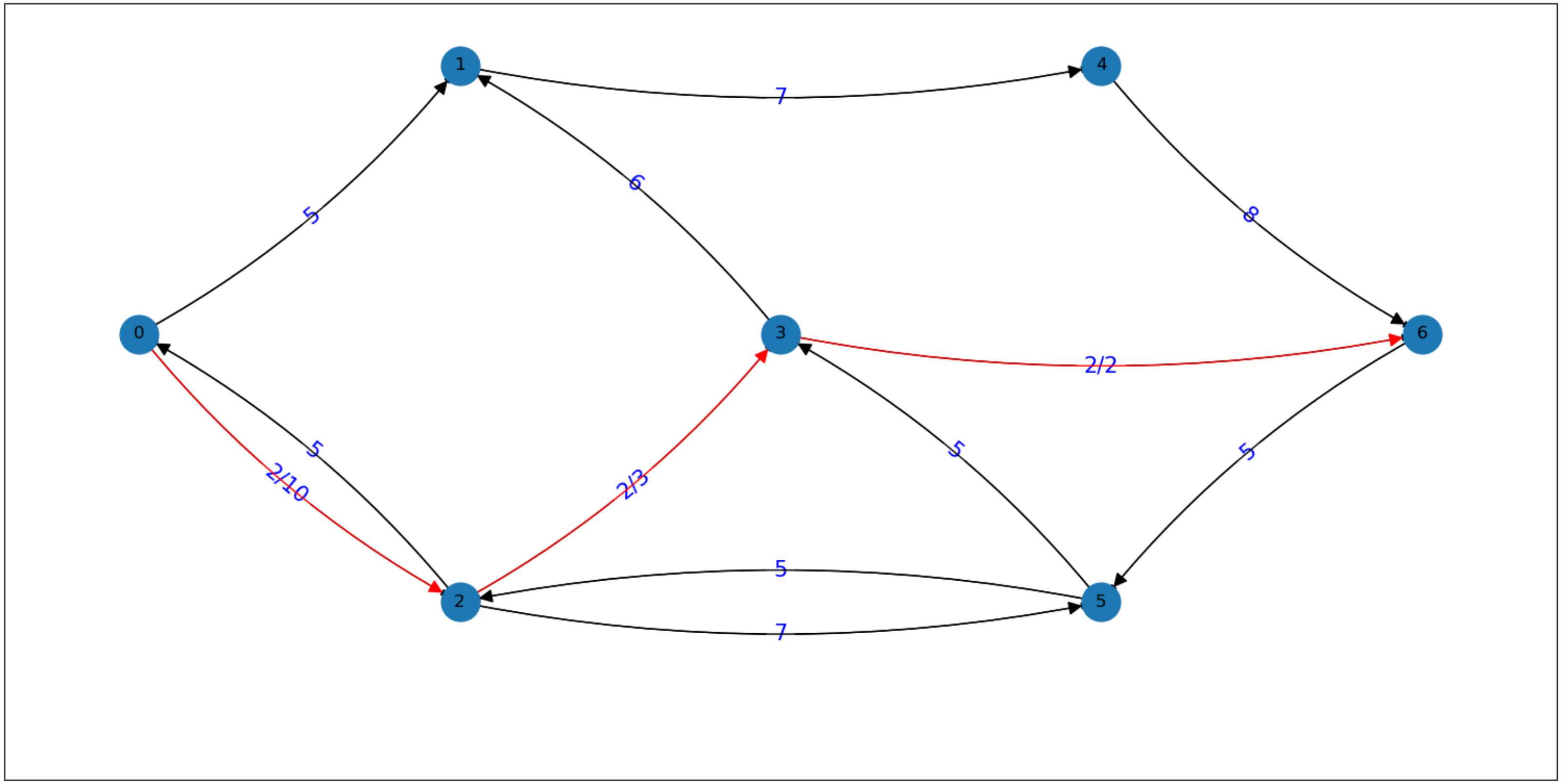
Exemple

Graphe d'augmentation



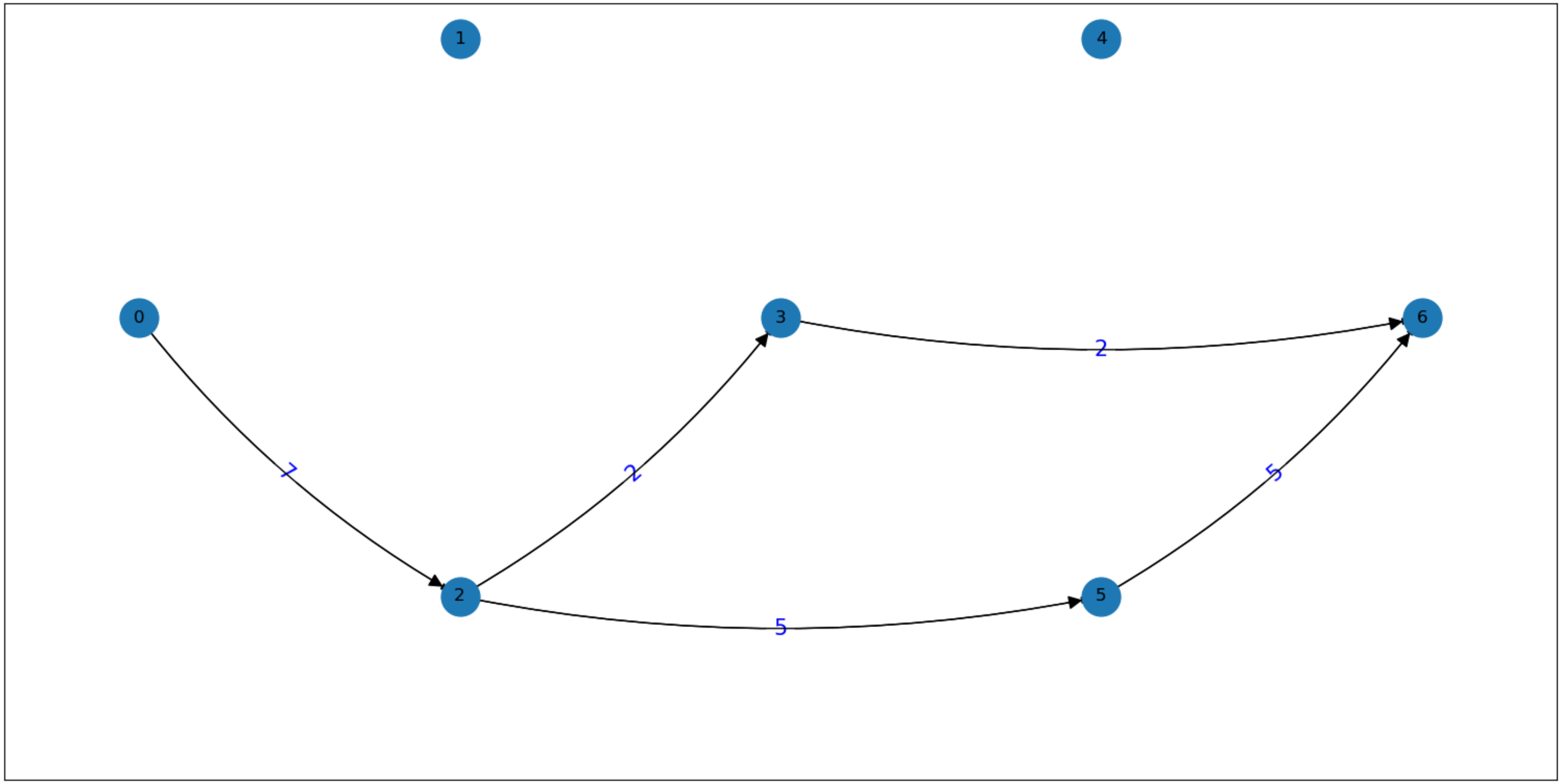
Exemple

Graphe d'augmentation, chemin augmentant



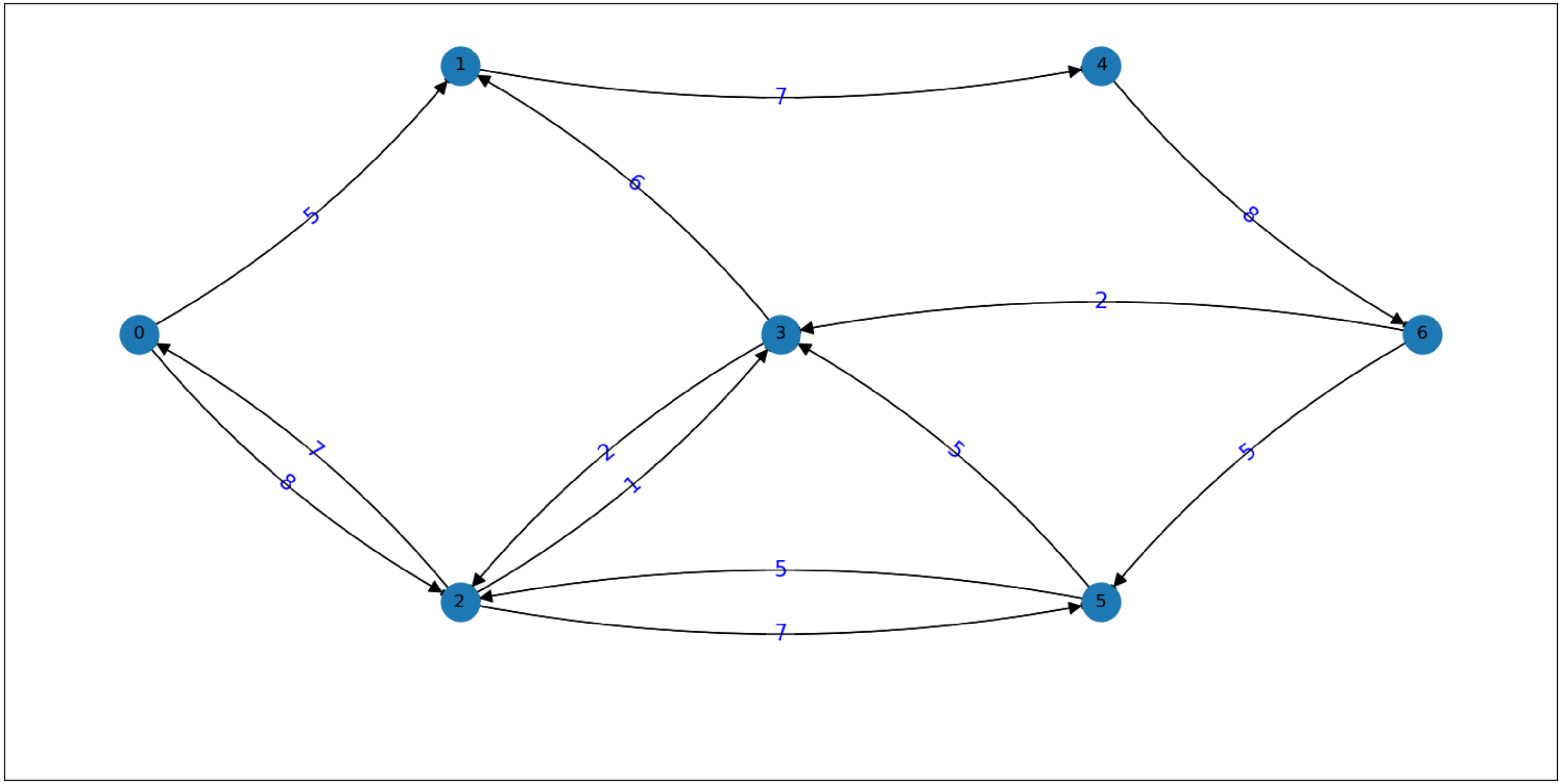
Exemple

Graphe de flot



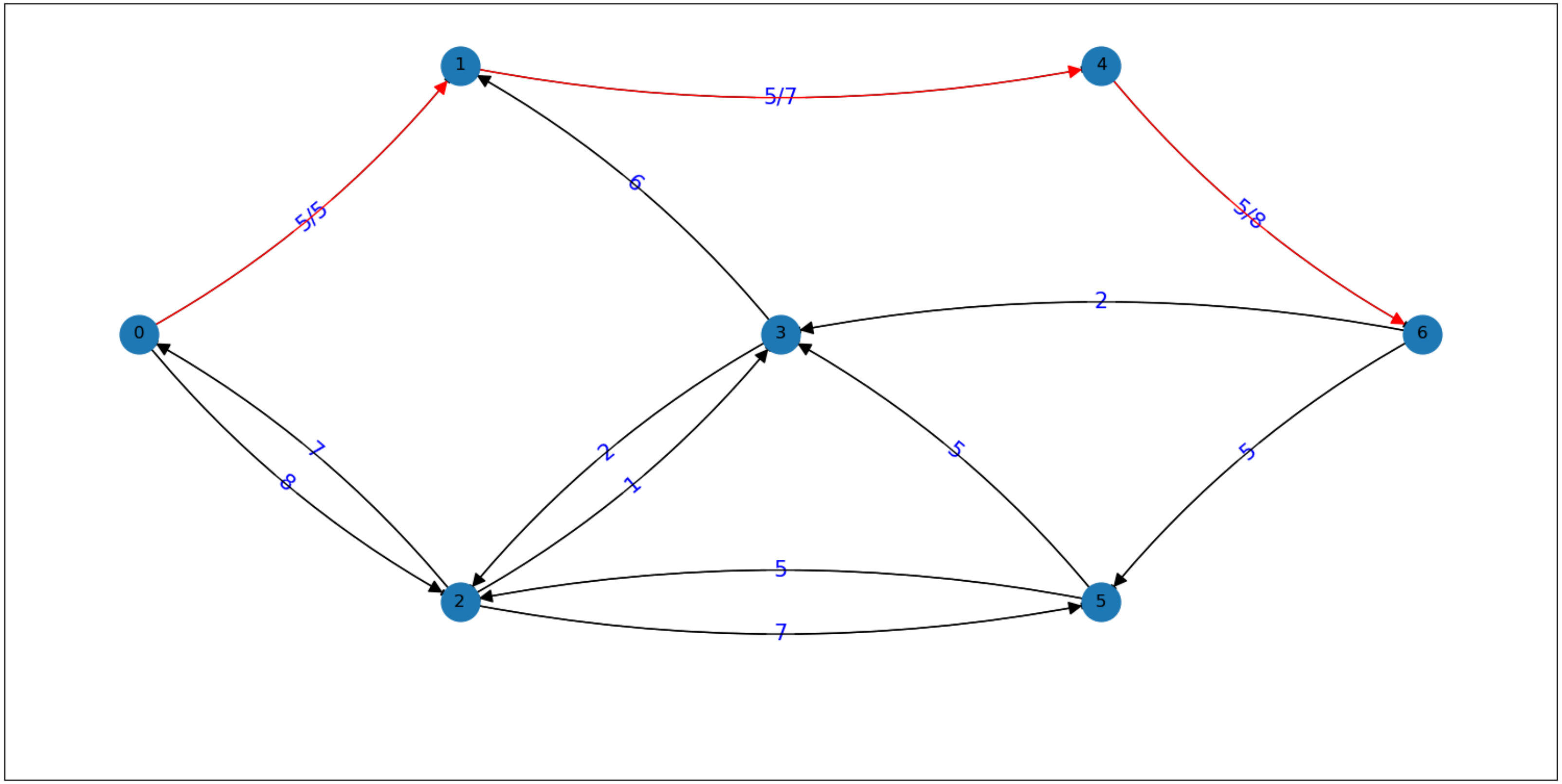
Exemple

Graphe d'augmentation



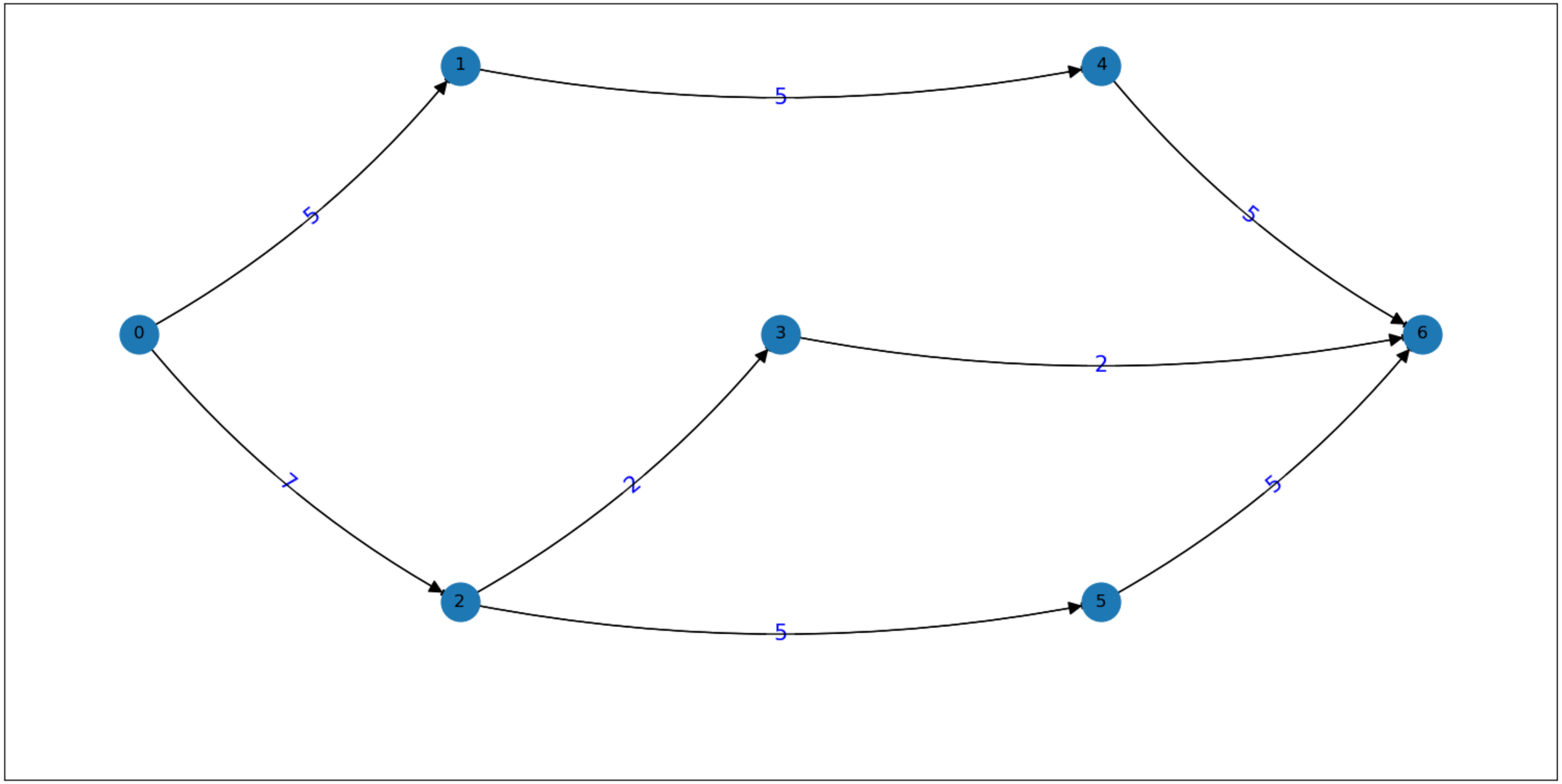
Exemple

Graphe d'augmentation, chemin augmentant



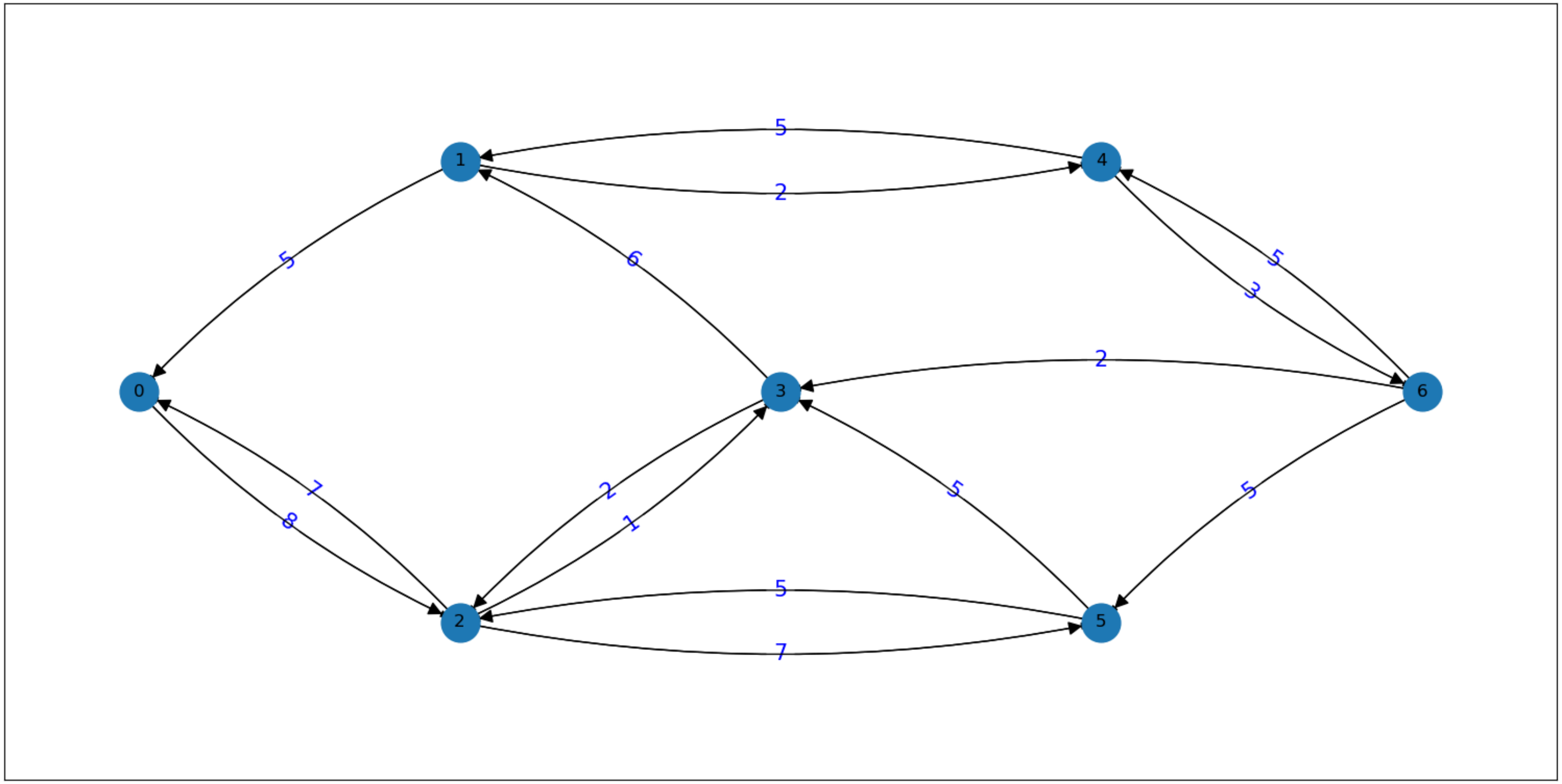
Exemple

Graphe de flot



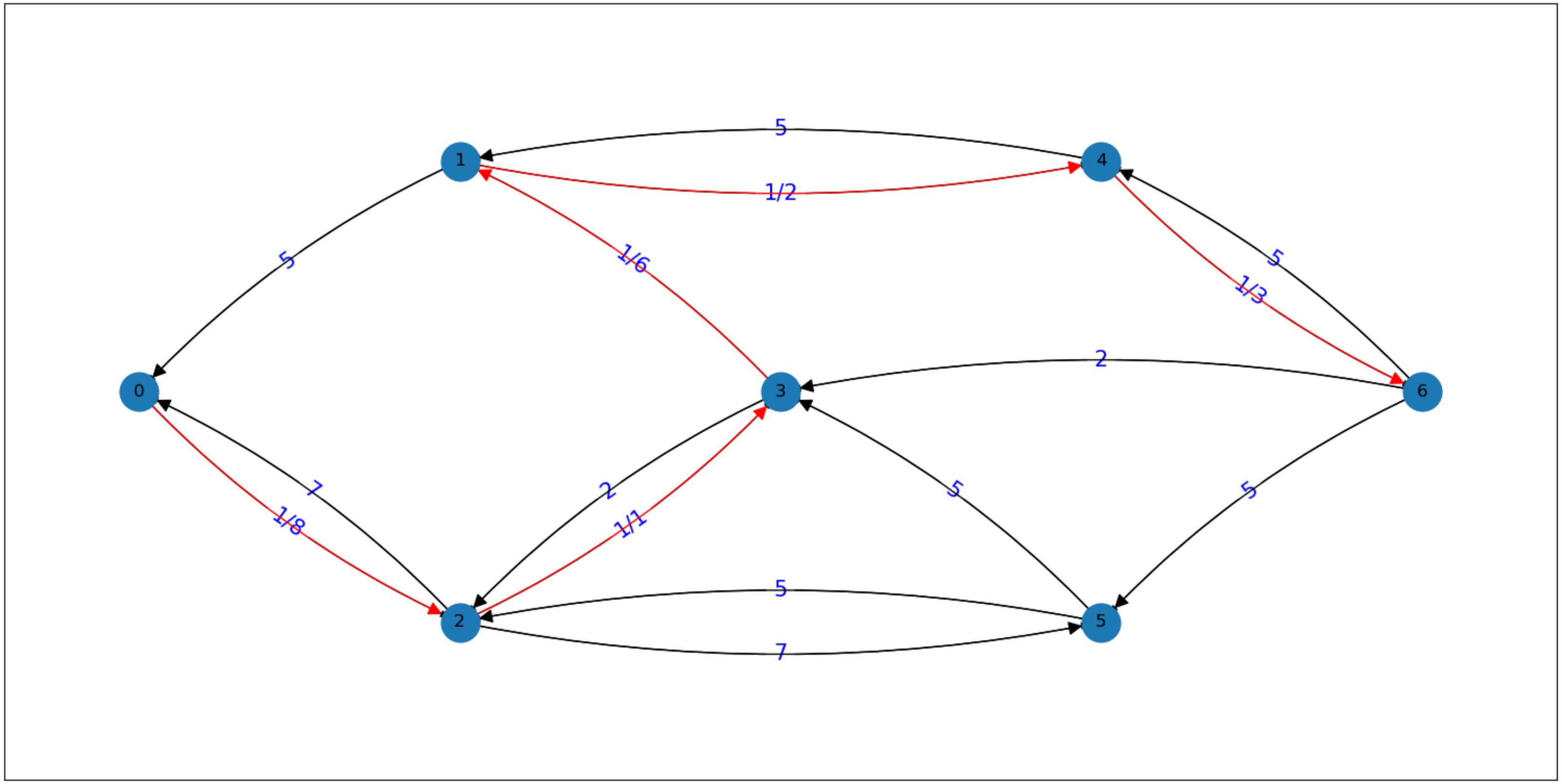
Exemple

Graphe d'augmentation



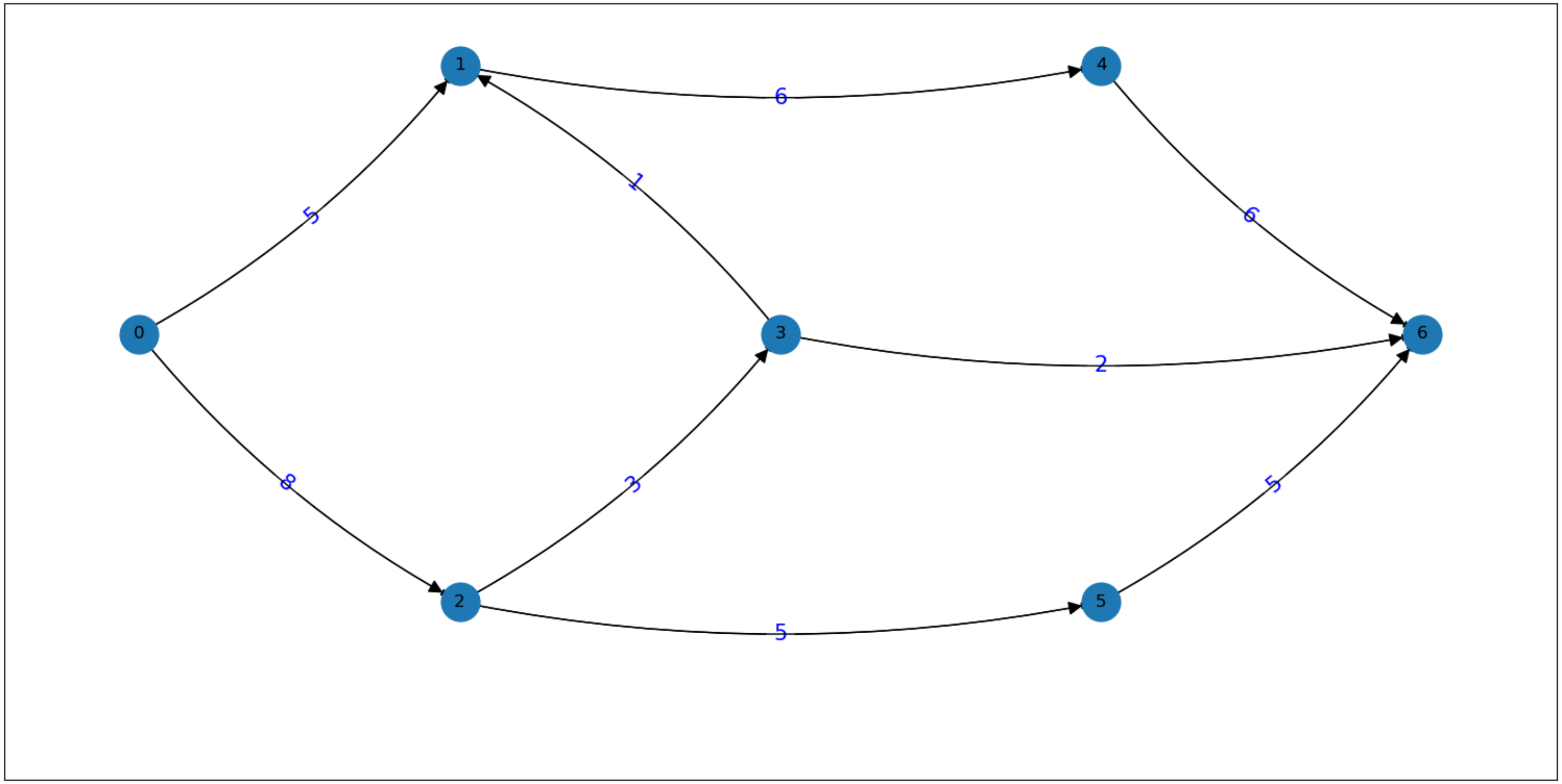
Exemple

Graphe d'augmentation, chemin augmentant



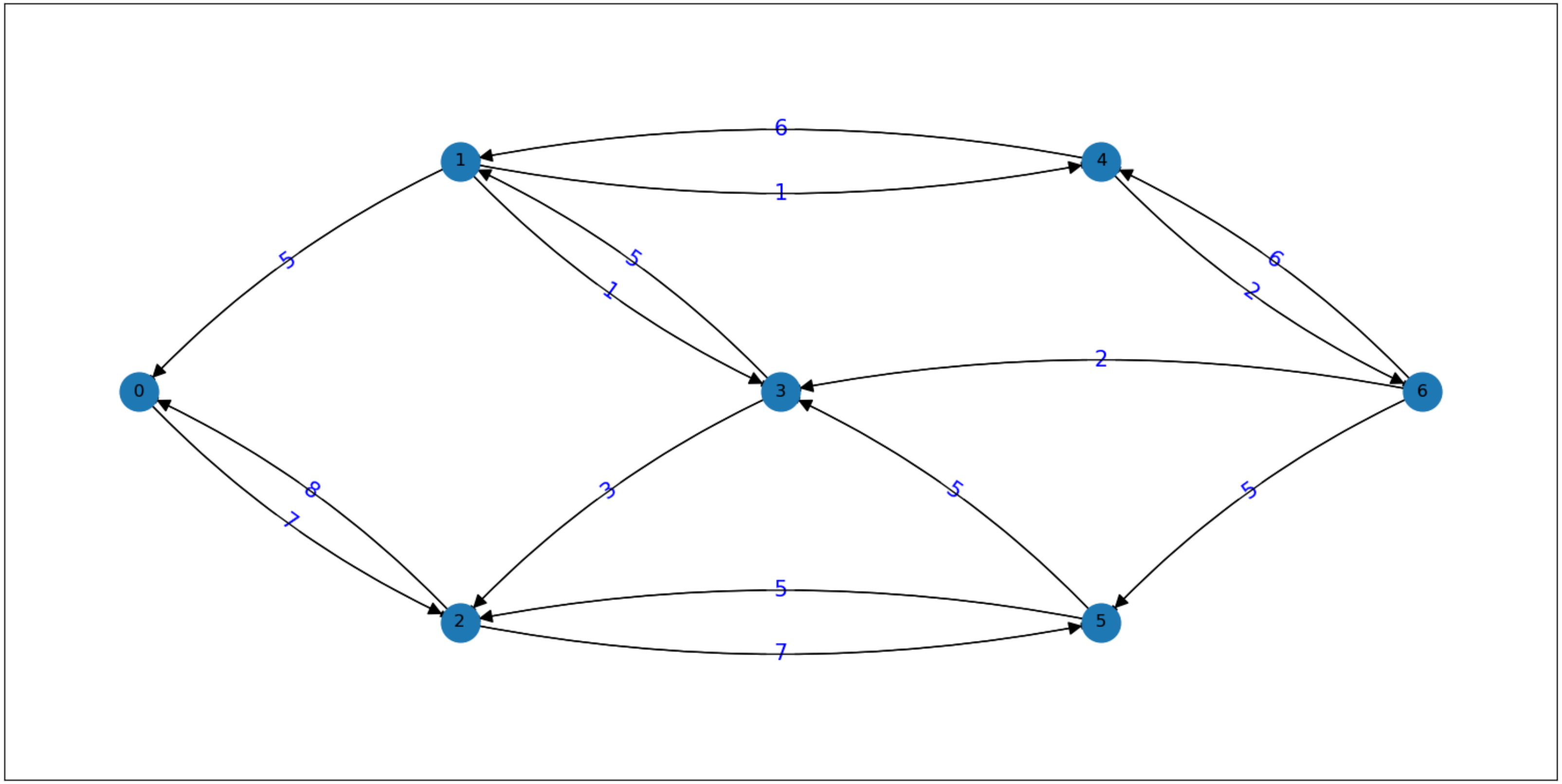
Exemple

Graphe de flot



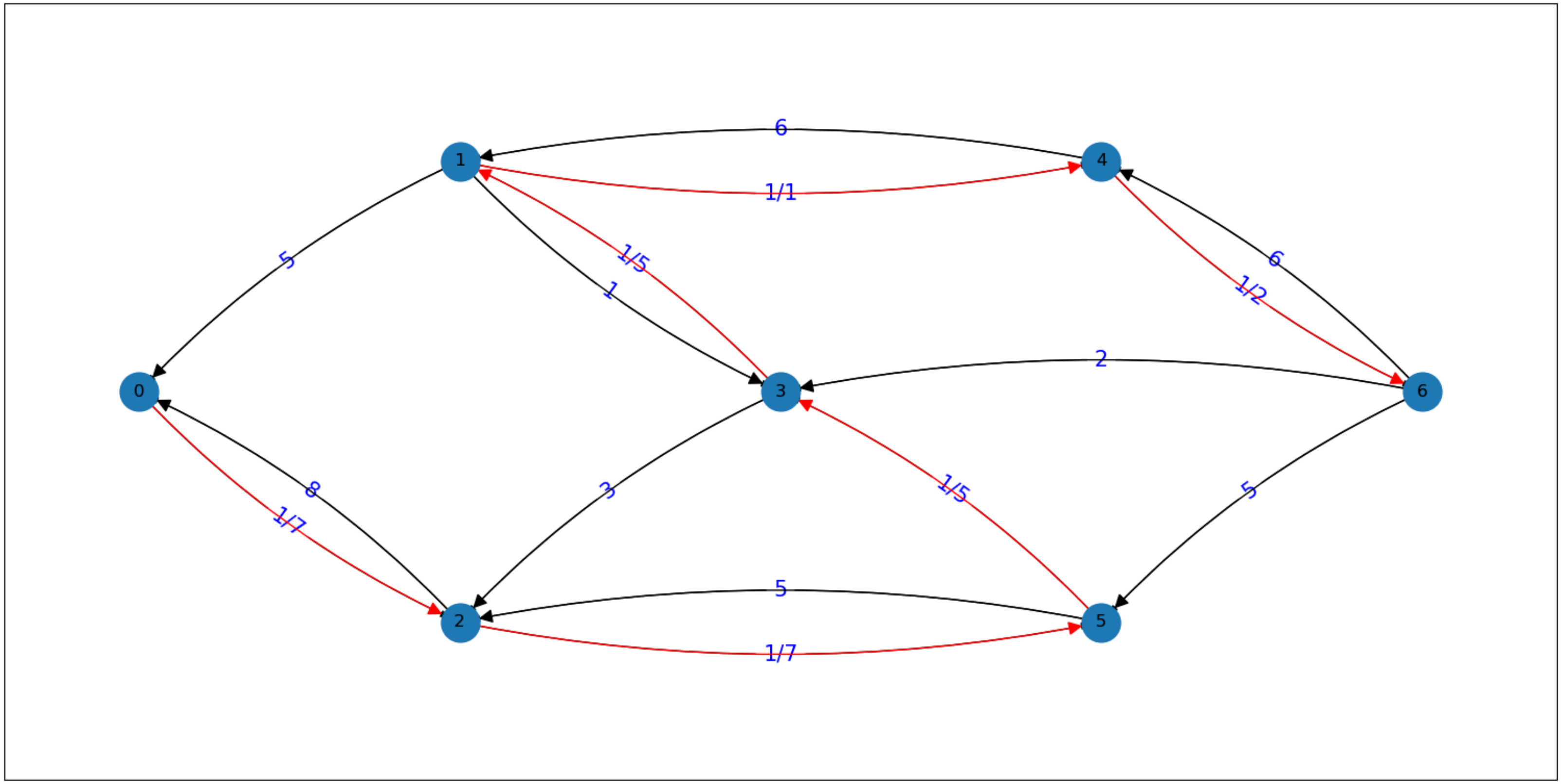
Exemple

Graphe d'augmentation



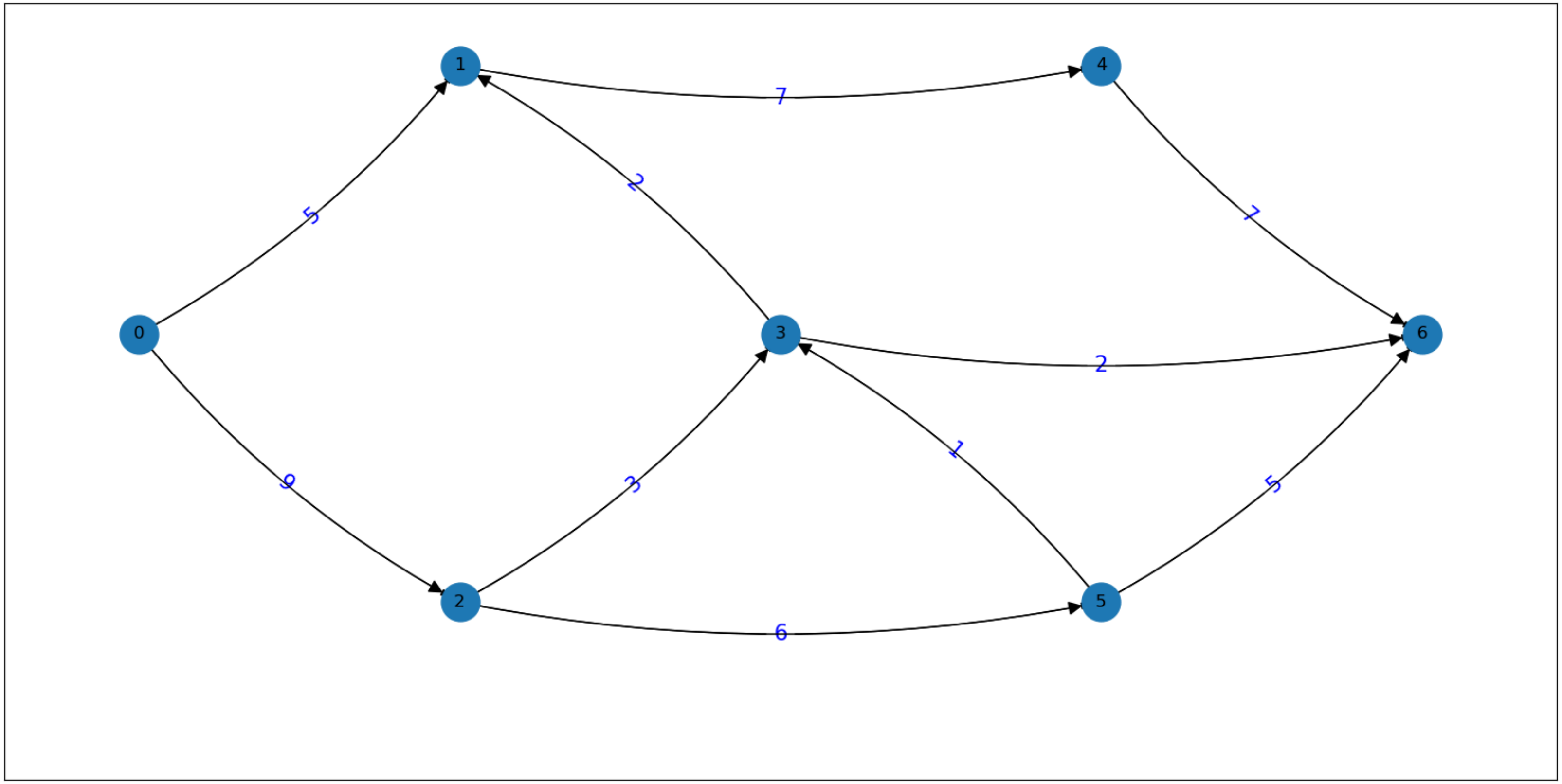
Exemple

Graphe d'augmentation, chemin augmentant



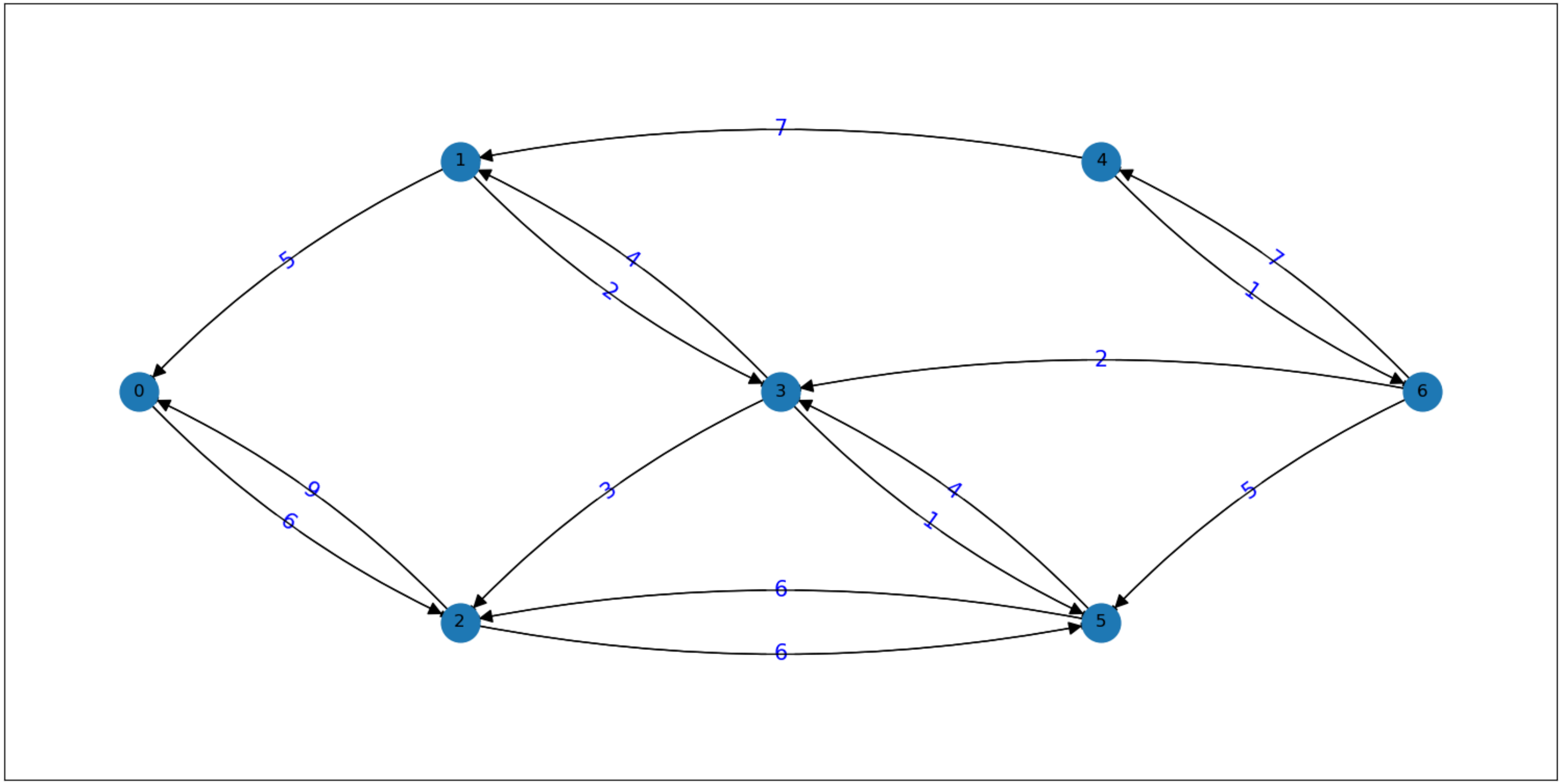
Exemple

Graphe de flot



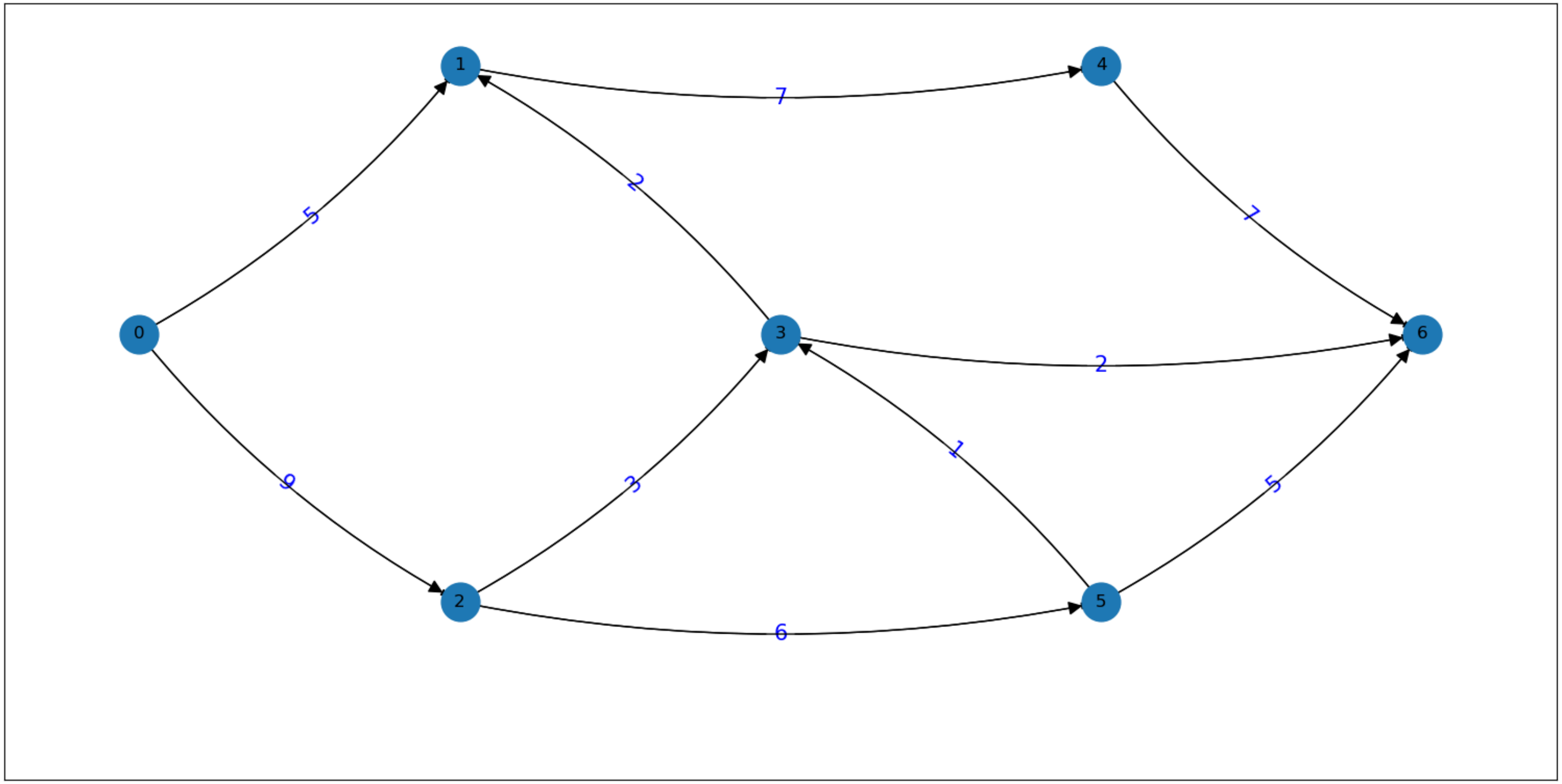
Exemple

Graphe d'augmentation final



Exemple

Graphe de flot final

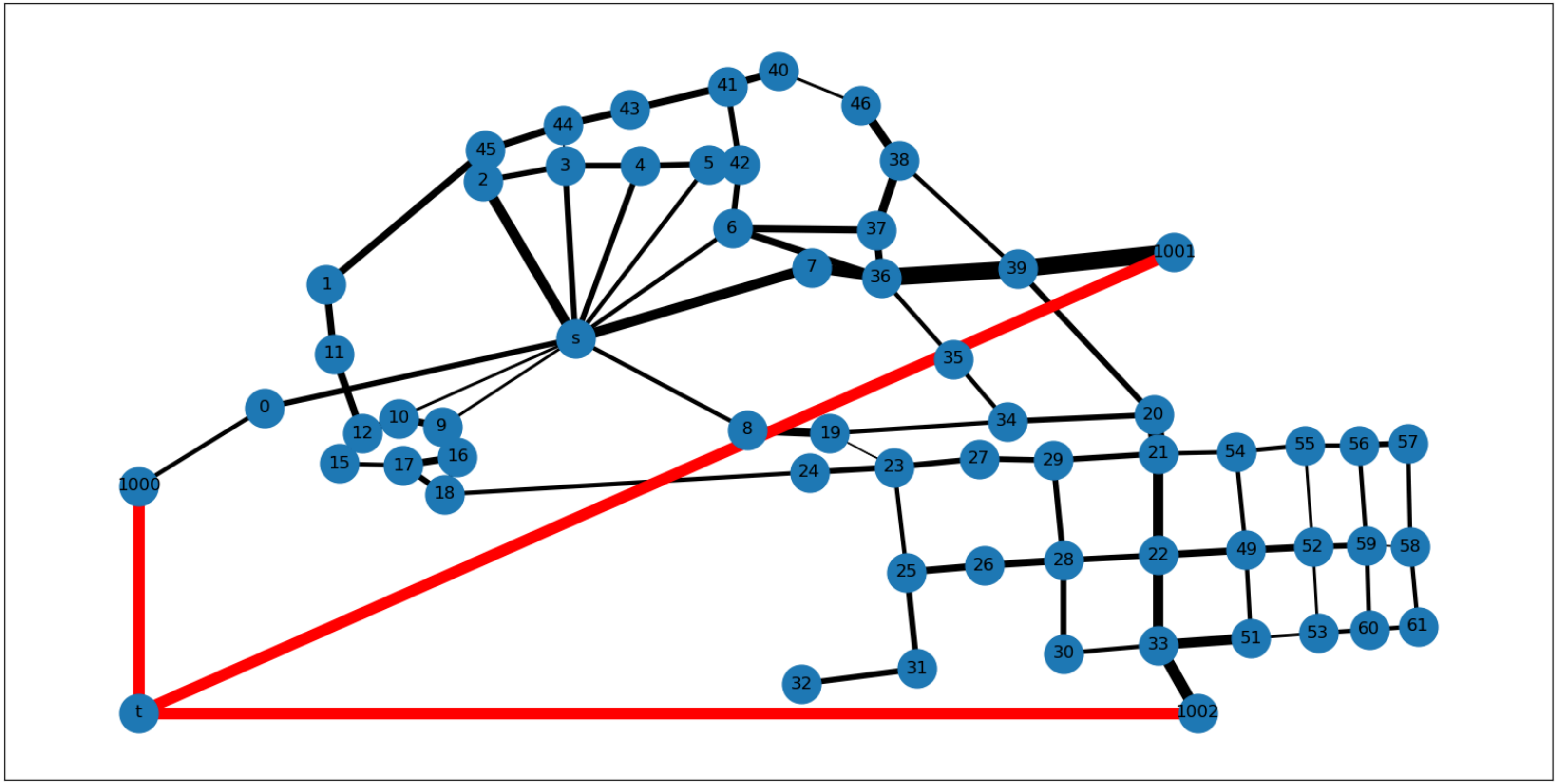


Dans le cas du stade de France

Capacité proportionnelle à la largeur de la rue.
Le puit: un noeud fictif relié par des arêtes de capacité maximale aux stations de transport en commun.
La source : Le stade de France
Objectif:

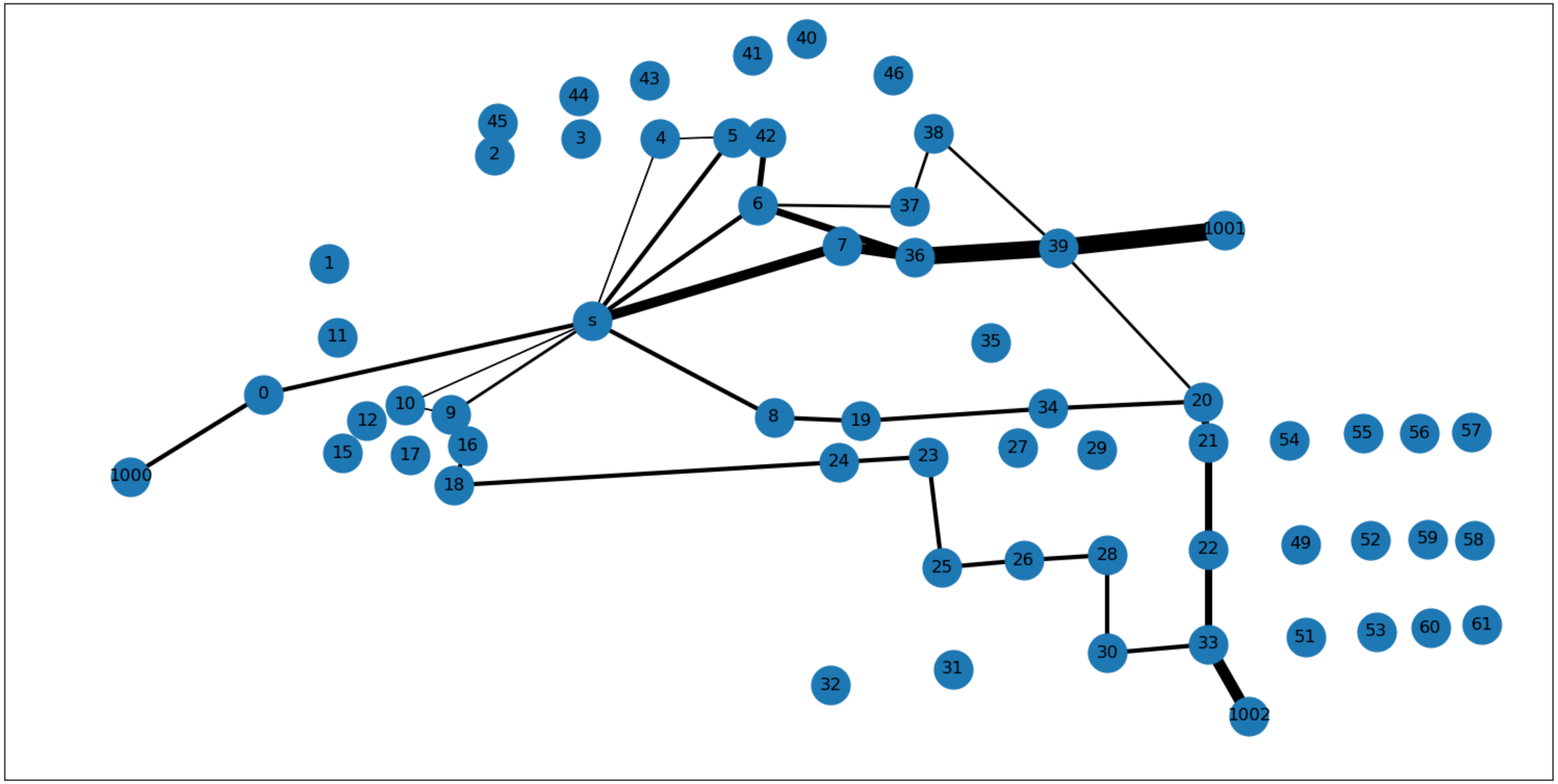
- Le flot (un débit de personne) maximal, pour évacuer le plus éfficacement la foule.

Graphe de capacité



Résultats expérimentaux

Largeur : 23, débit : 46 pers/s, temps :30min (W-P: 10, 20 p/s)



5. Analyse des Résultats

Comparaison W-P v. E-K

- Chevauchement
- Efficacité
- Performance:
  E-K 2 fois plus rapide pour le même niveau de sécurité

Critique du résultat