

Worksheet Latihan Minggu 2: Persamaan Diferensial

Mata Kuliah: Persamaan Diferensial untuk Teknik Elektro
Topik: Pemodelan, Analisis Kualitatif, dan Persamaan Terpisah

August 25, 2025

Petunjuk: Kerjakan soal-soal di bawah ini sesuai dengan tingkatannya. Soal-soal ini dirancang untuk menguji pemahaman Anda secara bertahap, dari mengingat konsep dasar hingga mampu menciptakan model baru.

C1: Mengingat (Remembering)

Tingkat ini menguji kemampuan Anda untuk mengingat fakta dan konsep dasar.

1. Apa definisi dari Persamaan Diferensial Biasa (PDB) yang **terpisah** (separable)?
2. Nyatakan **Hukum Tegangan Kirchhoff (KVL)** yang digunakan untuk memodelkan rangkaian listrik dalam satu kalimat.

C2: Memahami (Understanding)

Tingkat ini menguji kemampuan Anda untuk menjelaskan ide atau konsep.

1. Jelaskan dengan kata-kata Anda sendiri, apa yang direpresentasikan oleh sebuah **medan arah** (*direction field*) untuk sebuah PDB orde pertama. Mengapa metode ini berguna untuk analisis kualitatif?
2. Apa yang dimaksud dengan **solusi kesetimbangan** (*equilibrium solution*) dari sebuah PDB? Bagaimana Anda dapat mengidentifikasinya pada sebuah medan arah?

C3: Menerapkan (Applying)

Tingkat ini menguji kemampuan Anda untuk menggunakan informasi dalam situasi baru.

1. **Pemodelan Rangkaian RL:** Perhatikan sebuah rangkaian RL seri yang terdiri dari sumber tegangan konstan V_s , resistor R , dan induktor L . Gunakan KVL untuk menurunkan PDB yang mengatur arus $i(t)$. (Tegangan pada induktor adalah $V_L = L \frac{di}{dt}$).

2. **Solusi Umum:** Temukan solusi umum dari PDB berikut menggunakan metode pemisahan variabel:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^x}{2y}$$

3. **Masalah Nilai Awal:** Temukan solusi khusus untuk PDB berikut:

$$\frac{dy}{dt} + ty^2 = 0, \quad \text{dengan kondisi awal } y(1) = 1$$

C4: Menganalisis (Analyzing)

Tingkat ini menguji kemampuan Anda untuk menarik hubungan antar ide dan menganalisis komponen.

1. Diberikan PDB model logistik untuk pertumbuhan populasi:

$$\frac{dP}{dt} = 0.5P(4 - P)$$

Tanpa menyelesaikan persamaan di atas, lakukan analisis berikut:

- Temukan semua solusi kesetimbangan.
- Tentukan apakah setiap solusi kesetimbangan tersebut **stabil** atau **tidak stabil**. (Petunjuk: Uji tanda dari $\frac{dP}{dt}$ di sekitar setiap titik kesetimbangan).
- Prediksikan perilaku jangka panjang dari populasi $P(t)$ jika kondisi awalnya adalah $P(0) = 1$ dan jika $P(0) = 5$.

C5: Mengevaluasi (Evaluating)

Tingkat ini menguji kemampuan Anda untuk memberikan penilaian dan kritik.

1. Seorang mahasiswa mencoba menyelesaikan PDB linear $\frac{dy}{dt} + y = 2t$ menggunakan metode pemisahan variabel. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dt} = 2t - y \quad (\text{Langkah 1})$$

$$dy = (2t - y)dt \quad (\text{Langkah 2})$$

$$\int dy = \int (2t - y)dt \quad (\text{Langkah 3})$$

$$y = t^2 - yt + C \quad (\text{Langkah 4})$$

Evaluasilah pekerjaan mahasiswa tersebut. Identifikasi di langkah mana kesalahan fundamental terjadi dan jelaskan **mengapa** metode pemisahan variabel tidak dapat diterapkan pada PDB ini.

C6: Mencipta (Creating)

Tingkat ini menguji kemampuan Anda untuk menghasilkan karya atau ide baru.

1. **Buat sebuah Model:** Hukum Pendinginan Newton menyatakan bahwa laju perubahan suhu suatu benda sebanding dengan perbedaan antara suhu benda itu sendiri dan suhu lingkungan di sekitarnya. Misalkan $T(t)$ adalah suhu secangkir kopi pada waktu t , dan suhu ruangan konstan adalah T_s .
 - Terjemahkan pernyataan di atas menjadi sebuah persamaan diferensial biasa (PDB) orde pertama. (Petunjuk: Gunakan konstanta proporsionalitas, misal k).
 - PDB yang baru saja Anda buat, apakah termasuk jenis persamaan terpisah? Jelaskan mengapa.