

算法基础

第八次作业 (DDL: 2024 年 12 月 5 日 23:59)

解答过程中请写出必要的计算和证明过程

Q1. (20 分) 假定图中的边权重全部为整数, 且在范围 $1 \sim |V|$ 内。在此种情况下, Kruskal 算法最快能多快? 如果边权重取值范围在 1 到某个常数 W 之间呢?

Q2. (20 分) 修改 Bellman-Ford 算法, 使其对于所有结点 v 来说, 如果从源节点 s 到结点 v 的一条路径上存在权重为负值的环路, 则将 $v.d$ 的值设置为 $-\infty$ 。

Q3. (30 分) 给定带权重的有向图 $G = (V, E)$, 其权重函数为 $w : E \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, W\}$, 这里 W 为某个非负整数。请修改 Dijkstra 算法来计算从给定源结点 s 到所有结点之间的最短路径。该算法时间应为 $O(WV + E)$ 。

Q4. (30 分) 你站在一个 m 条路的中间汇聚点 (如图所示), 此处有一标识, 告知前方某处有一个海盗宝藏目前无人认领。然而, 该标志没有说明宝物在哪条路上或哪个方向上, 也没有告诉你这里与宝藏之间的距离。你的目标是找到宝藏, 同时尽量减少你所耗费的路程。所以如果你走在正确的道路且正确的方向上永远不转身, 你的成本是最优解 x (因为你走了 x 距离后会找到宝藏)。但是, 如果你走错了方向, 从不转身, 那么你的成本将是无限的 (因为你会一直走下去)。在这一问题中设 x 为整数。设计一个确定性的竞争比为 $O(m)$ 的算法。并证明这一算法的竞争比。

