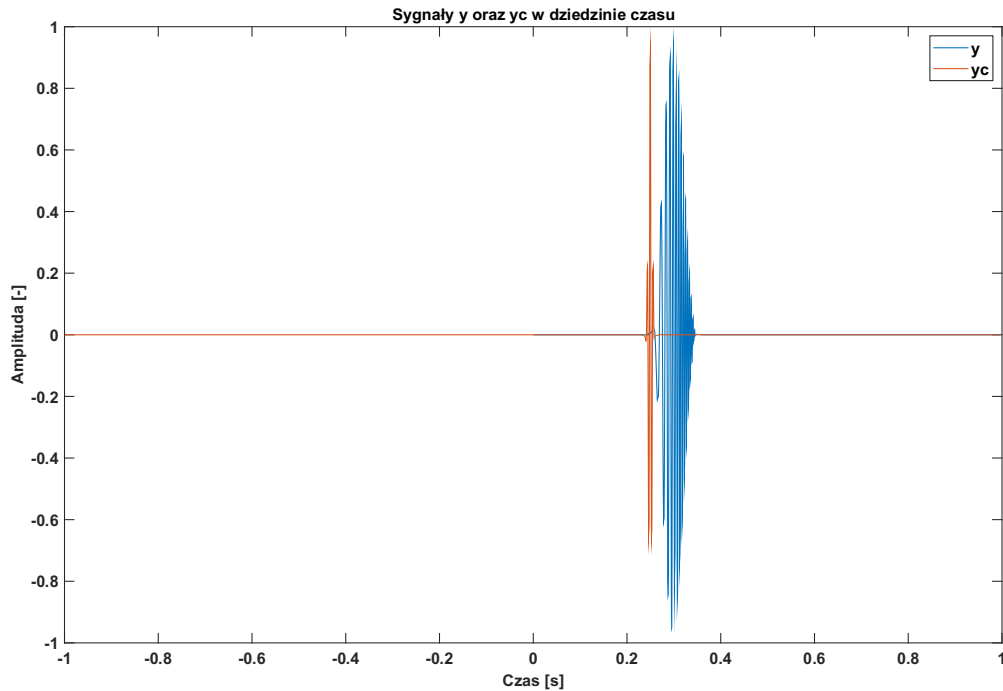


	<p>Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki</p> <p>Katedra Robotyki i Mechatroniki</p>	
<p>Identyfikacja Układów Mechatronicznych</p> <p>Sprawozdanie</p>		
<p>Laboratorium 3: Filtr dopasowany</p>		
<p>Imię i Nazwisko: Jakub Nowak, Maciej Mazurkiewicz</p>		
<p>Nr grupy: 2</p>		

## Zadanie 1 – Korelacja sygnału

### Zadanie 1.1

Do wykonania zadania został utworzony sygnał  $y$  o częstotliwości próbkowania 2000 Hz oraz długości 2000 próbek. Zatem jego czas trwania wynosi 1 s. Został do niego dodany sygnał typu *chirp* zaczynający się od 500. próbki (0,25 s). Następnie sygnał  $y$  został poddany korelacji z sygnałem  $yp$  za pomocą funkcji `xcorr()`. Porównanie sygnału bazowego oraz wyniku korelacji zamieszczono na **Rysunku 1.1**.



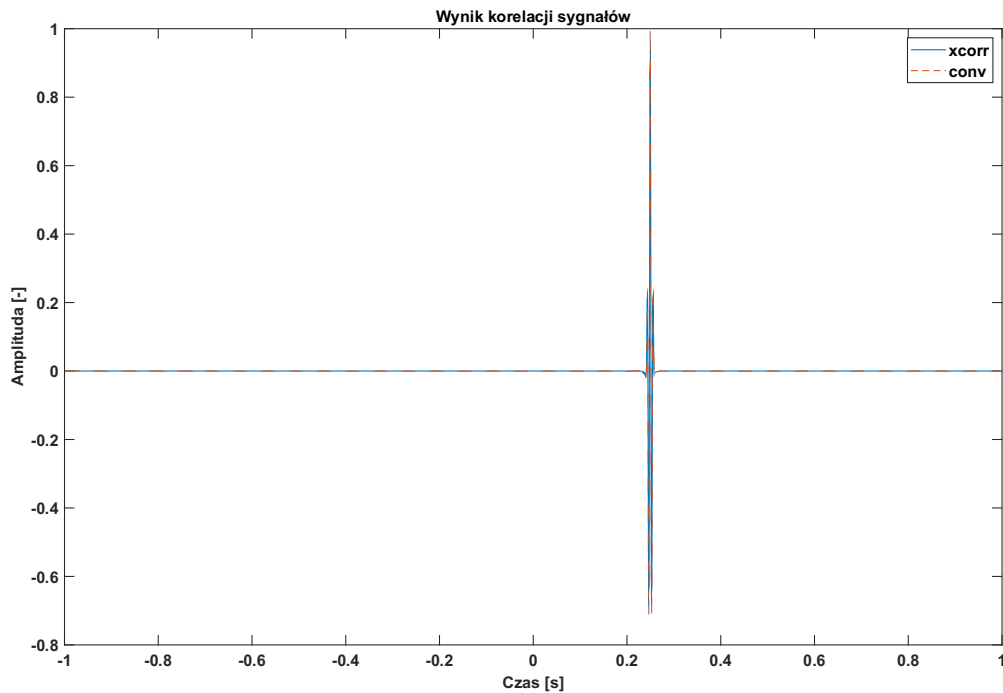
Rysunek 1.1 Porównanie sygnału bazowego y z wynikiem korelacji yc

Widoczne jest, że wynik korelacji **yp** ma najwyższą wartość w 0,25 s, czyli w momencie, w którym zaczyna się dodany sygnał typu *chirp*. Zatem wynik korelacji wskazuje w której chwili sygnału zaczyna się sygnał, który jest szukany – ze względu na uwzględnienie szerokości szukanego sygnału. Znaczący to, że opóźniając szukany o sygnał o daną wartość czasu uzyskano największą wartość korelacji. W momencie najwyższej amplitudy wystąpiło pełne pokrycie.

W następnej części zadania wykonano korelację za pomocą splotu sygnału obróconego w dziedzinie czasu. Porównanie wyników zamieszczono na **Rysunku 1.2**. Wyniki korelacji za pomocą obu sposobów pokrywają się, ponieważ relacja pomiędzy korelacją a splotem wynosi:

$$x(t) \otimes y(t) = x(t) * y(-t)$$

Zatem obie metody mogą być używane naprzemiennie.



Rysunek 1.2 Porównanie wyników korelacji za pomocą funkcji xcorr i splotu

```
clear all
close all

fs = 2000;
N = 2000;
t = 0:1/fs:(N-1)/fs;
s = length(t);

y = zeros(s,1);
f1 = 10;
f2 = 300;

yp = chirp(t(1:200),f1,t(200),f2);
yp = yp.*transpose(hann(length(yp)));

y(500:500+length(yp)-1) = yp;
[yc,lag] = xcorr(y,yp);
yc = yc/max(yc);
tc = lag/fs;

figure(1)
plot(t,y)
hold on
plot(tc,yc)
xlabel('Czas [s]')
ylabel('Amplituda [-]')
title('Sygnały y oraz yc w dziedzinie czasu')
legend('y','yc')

yr = y(end:-1:1);
yp(201:2000) = 0;
ypr = yp(end:-1:1);
ycc = conv(y,ypr);
```

```

ycc = ycc/max(ycc);

figure(2)
plot(tc,yc)
hold on
plot(tc,ycc,'--')
xlabel('Czas [s]')
ylabel('Amplituda [-]')
title('Wynik korelacji sygnałów')
legend('xcorr','conv')

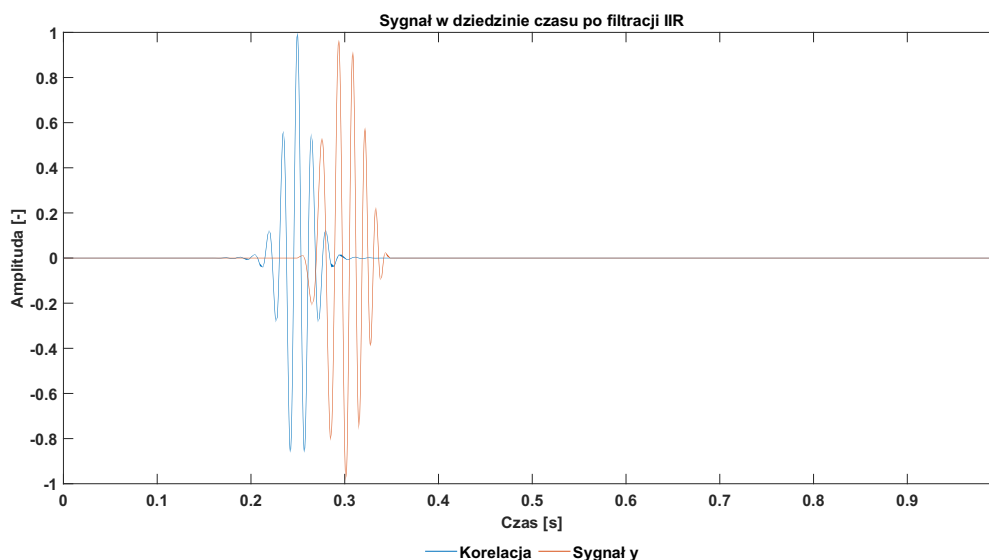
```

## Zadanie 1.2

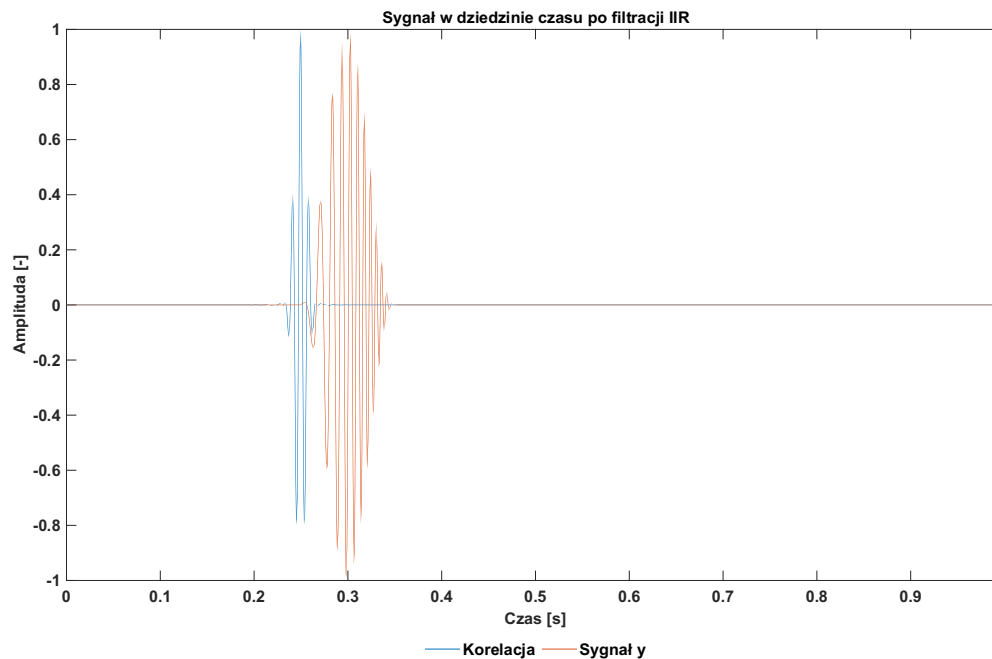
Do wykonania zadania zostały utworzone 4 sygnały **yp** typu chirp:

- Częstotliwość od 30 Hz do 100 Hz,
- Częstotliwość od 30 Hz do 200 Hz,
- Częstotliwość od 30 Hz do 500 Hz,
- Stała częstotliwość 500 Hz.

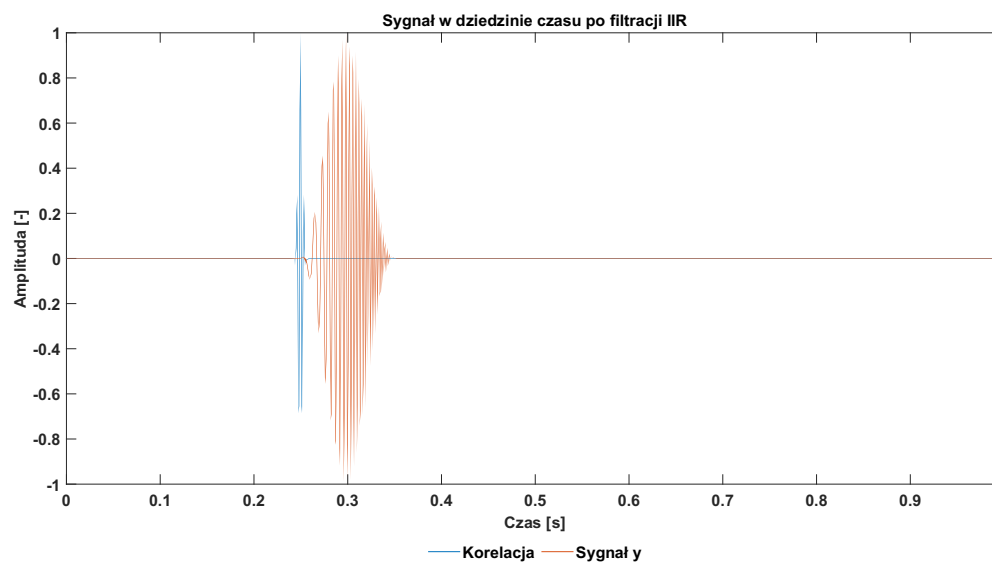
Sygnały te zostały dodane do sygnału **y** tak jak w poprzednim podpunkcie, a następnie poddane korelacji. Wyniki korelacji zostały przedstawione na **Rysunkach 1.3 – 1.6**. Widoczne jest, iż wraz ze wzrostem pasma częstotliwości sygnałów **yp**, szerokość skompresowanego sygnału zmniejsza się. Sygnał o stałej częstotliwości jest symetryczny, tak więc jego dopasowanie zachodzi przez całą jego szerokość – idealne. Czym większa jest różnica częstotliwości porównywanych sygnałów, tym zachodzi gorsze dopasowanie. Oprócz pełnego nałożenia się sygnałów, zachodzą podobieństwa przez pewną część szukanego impulsu. Wynika to z faktu, że wzrost częstotliwości na 200 próbkach jest wolniejszy, a więc podobne częstotliwości w sygnale zajmują większą jego część. Dla szybkiego wzrostu częstotliwości podobieństwo mniejszych i wyższych częstotliwości występuje prawie tylko dla pełnego nałożenia się sygnałów. Oznacza to, że gdy rozpoczynają nakładać się wysokie częstotliwości następuje również pokrycie niskich. Dla wolniejszego wzrostu częstotliwości nakładanie się częstotliwości zaczyna się wcześniej i trwa dłużej.



Rysunek 1.3 Wynik korelacji sygnałów,  $f_1 = 30$  Hz,  $f_2 = 100$  Hz

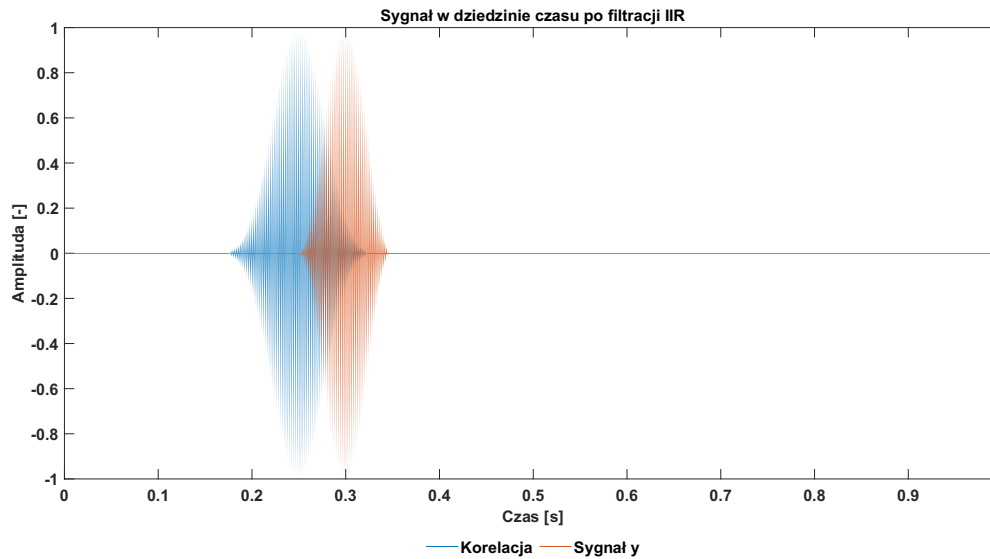


Rysunek 1.4 Wynik korelacji sygnałów,  $f_1 = 30 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 200 \text{ Hz}$



Rysunek 1.5 Wynik korelacji sygnałów,  $f_1 = 30 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 500 \text{ Hz}$

W przypadku sygnału o stałej częstotliwości warto zauważyć, że ze względu na symetryczność szerokość wykresu korelacji jest dwa razy większa od szerokości sygnału chirp, ze względu na nakładanie się połówek sygnału.



Rysunek 1.6 Wynik korelacji sygnałów,  $f_1 = 500$  Hz,  $f_2 = 500$  Hz

```
clear all
close all

fs = 2000;
N = 2000;
t = 0:1/fs:(N-1)/fs;
s = length(t);
y = zeros(s,1);

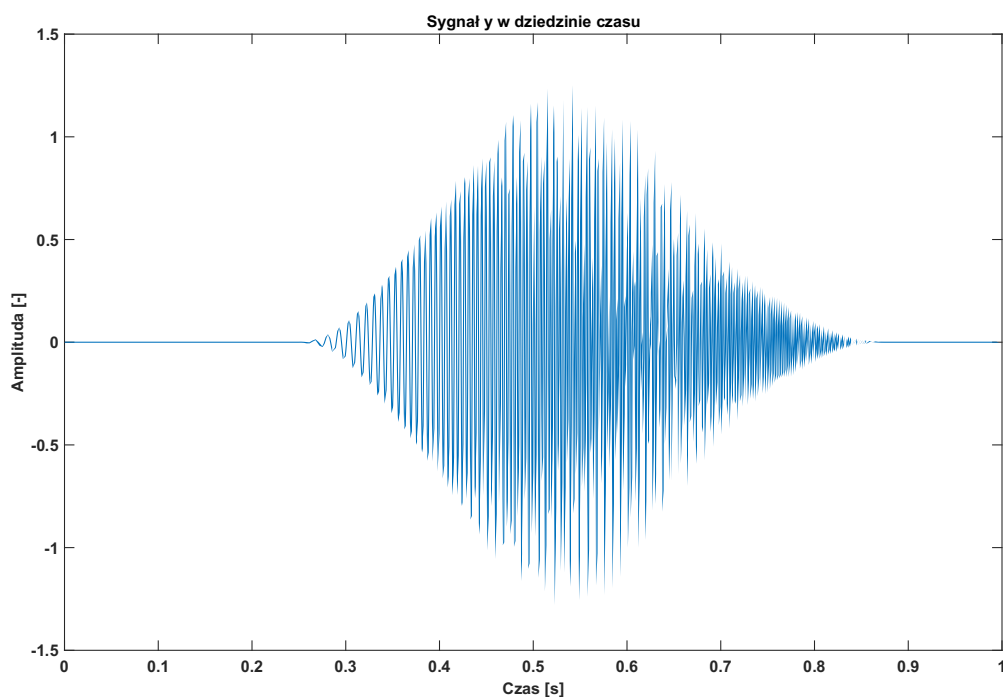
f1 = [30 30 30 500];
f2 = [100 200 500 500];

for i = 1:4
    yp = chirp(t(1:200),f1(i),t(200),f2(i));
    yp = yp.*transpose(hann(length(yp)));
    y(500:500+length(yp)-1) = yp;
    [yc,lag] = xcorr(y,yp);
    yc = yc/max(yc);
    tc = lag/fs;

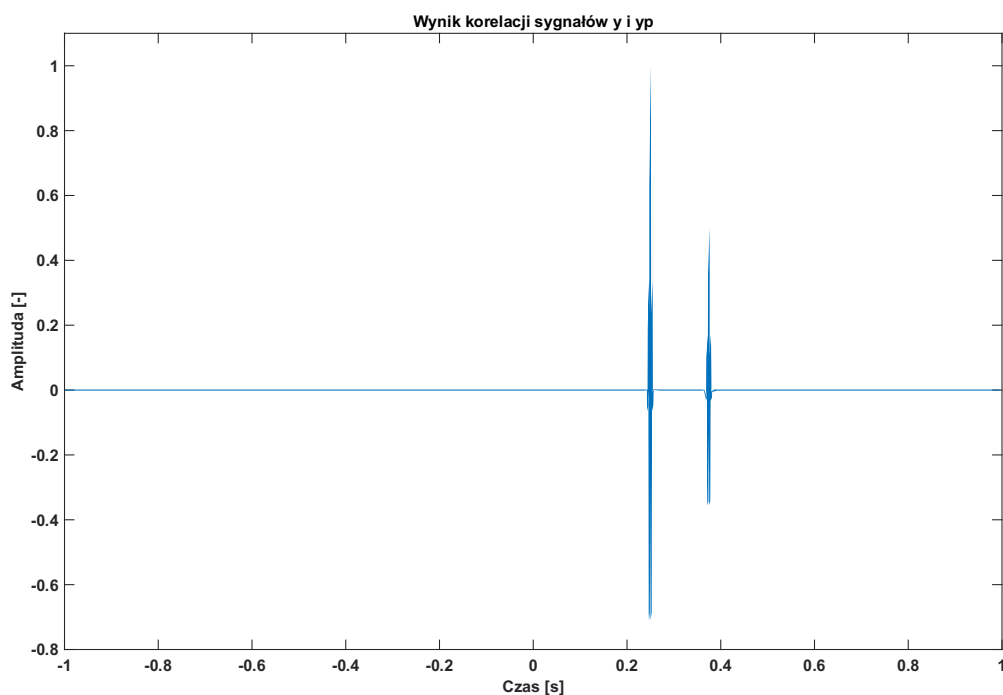
    figure(i)
    plot(tc,yc)
    xlabel('Czas [s]')
    ylabel('Amplituda [-]')
    title(sprintf('Wynik korelacji sygnałów, f1: %0.f, f2: %0.f',f1(i),f2(i)))
end
```

### Zadanie 1.3

Do bazowego sygnału  $y$  o długości 2000 próbek dodano sygnał  $yp$  typu chirp o długości 1000 próbek w dwóch lokalizacjach. Jeden z nich, o amplitudzie 1, zaczyna się przy 500. próbce sygnału bazowego, a zatem w 1/4 jego trwania. Drugi z sygnałów zaczyna się w 750. próbce (0.375 długości sygnału) i posiada amplitudę 0.5. Wynik korelacji sygnału  $y$  oraz  $yp$  zaprezentowano na **Rysunku 1.8**.



Rysunek 1.7 Sygnał  $y$  w dziedzinie czasu



Rysunek 1.8 Wynik korelacji

Na wyniku korelacji sygnałów widoczne są 2 piki. Jeden z nich występuje w 0.2495 sekundy i posiada amplitudę 1, zaś drugi znajduje się w 0.3745 sekundy, a jego amplituda wynosi 0.5 (wartości amplitud zostały znormalizowane). Widoczne jest, iż podane wartości są zgodne z dodanymi sygnałami typu *chirp* (czas wystąpienia impulsów jest przesunięty o 1 próbkę). Zatem korelacja umożliwiła ustalenie początku występowania sygnałów **yp** w sygnale **y**, a także ich amplitud. Taka metoda filtracji pozwoliła zlokalizować wystąpienia w sygnale bazowym szukanego sygnału. Opóźnienie mówi o czasie jaki należy dodać to sygnału szukanego oraz z jaką amplitudą, aby odwzorować sygnał bazowy, a więc korelacja jest bardzo dobrą metodą do szukania w sygnale wystąpień spodziewanych elementów o zmiennej częstotliwości, co nie byłoby możliwe przy zastosowaniu np. transformaty Fouriera.

```
clear all
close all

fs = 2000;
N = 2000;
t = 0:1/fs:(N-1)/fs;
s = length(t);
f1 = 50;
f2 = 500;

y = zeros(s,1);
yp = chirp(t(1:1000),f1,t(1000),f2);
yp = yp.*transpose(hann(length(yp)));

x=1;
for i = 500:500+length(yp)-1
    y(i) = y(i) + yp(x);
    x = x + 1;
end

x=1;
for i = 750:750+length(yp)-1
    y(i) = y(i) + 0.5*yp(x);
    x = x + 1;
end

figure(1)
plot(t,y)
title('Sygnał y w dziedzinie czasu')
xlabel('Czas [s]')
ylabel('Amplituda [-]')

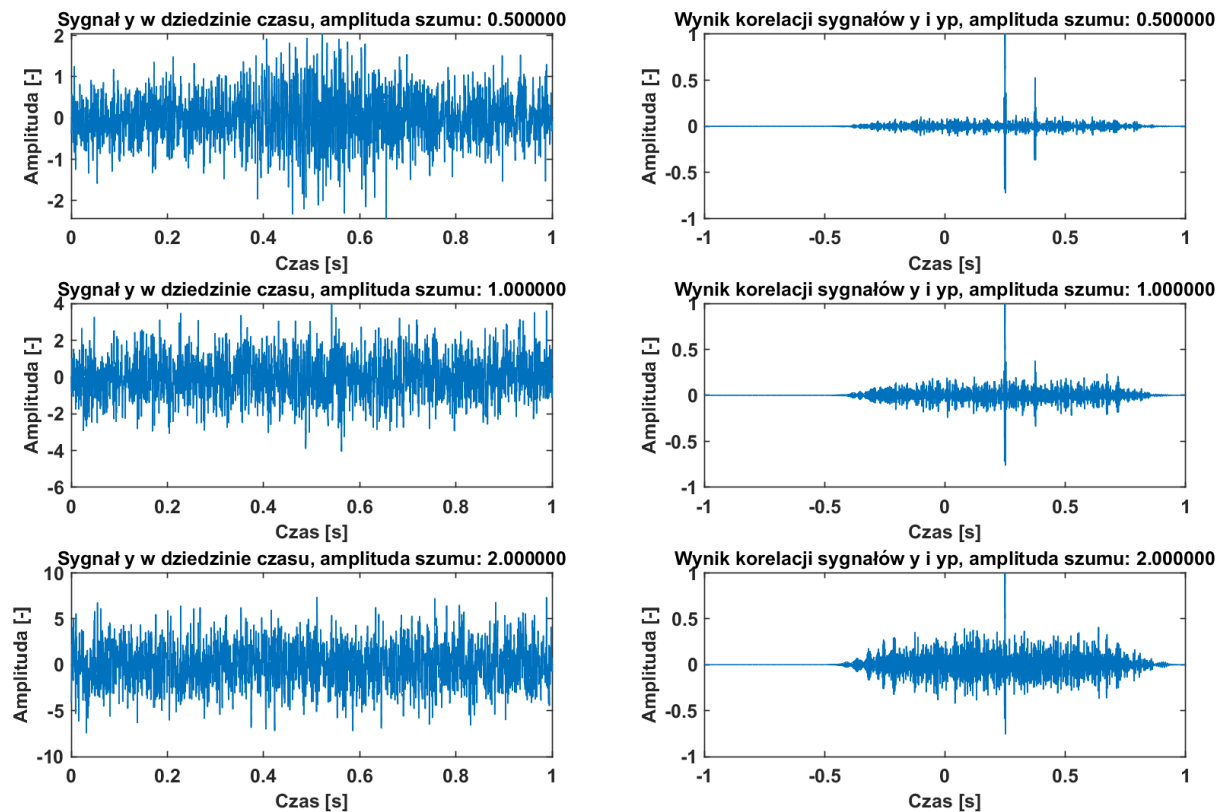
[yc,lag] = xcorr(y,yp);
yc = yc/max(yc);
tc = lag/fs;

figure(2)
plot(tc,yc)
title('Wynik korelacji sygnałów y i yp')
xlabel('Czas [s]')
ylabel('Amplituda [-]')
ylim([-0.8 1.1])
```

#### Zadanie 1.4



Do sygnału z *Zadania 1.3* został dodany szum o odchyleniu standardowym równym: 0,5, 1, 2. Na **Rysunku 1.9** dla danych wartości odchylenia standardowego zostały przedstawione sygnały w dziedzinie czasu oraz wynik korelacji sygnałów  $y$  oraz  $y_p$ .



Rysunek 1.9 Sygnały w dziedzinie czasu oraz wyniki korelacji

Dla odchylenia standardowego 0,5, piki widoczne w poprzednim podpunkcie są nadal widoczne, choć impuls występujący w 0.375 s nieznacznie się przesunął oraz zmienił swoją amplitudę. Wartości tych zmian różnią się w kolejnych próbach ze względu na losowość szumu. Podobna sytuacja jest widoczna dla odchylenia standardowego równego 1. W przypadku odchylenia standardowego wynoszącego 2, pik o amplitudzie 1 jest nadal niezmienny. Natomiast impuls występujący w 0.375 s jest niezauważalny i jego amplituda nie jest większa od szumu. Zatem skuteczność filtracji maleje wraz ze wzrostem amplitudy szumu. W tym wypadku wartość odchylenia standardowego szumu musiała być czterokrotnie większa od amplitudy sygnału chirp, aby jego pik na wykresie korelacji stał się niewidoczny. Widać więc, że ta metoda nie jest odporna na duży szum, jednak w wypadku, gdy szum posiada odchylenie standardowe dwa razy większe od amplitudy szukanego sygnału możliwa była jego lokalizacja w sygnale.

```
clear all
close all

fs = 2000;
N = 2000;
t = 0:1/fs:(N-1)/fs;
s = length(t);
f1 = 50;
f2 = 500;

y = zeros(s,1);
yp = chirp(t(1:1000), f1, t(1000), f2);
```

```

yp = yp.*transpose(hann(length(yp)));

x=1;
for i = 500:500+length(yp)-1
    y(i) = y(i) + yp(x);
    x = x + 1;
end

x=1;
for i = 750:750+length(yp)-1
    y(i) = y(i) + 0.5*yp(x);
    x = x + 1;
end

amp = [0.5 1 2];
m=1;
n=2;
for i=1:3
    szum = amp(i)*randn(length(y),1);
    y = y + szum;
    [yc,lag] = xcorr(y,yp);
    yc = yc/max(yc);
    tc = lag/fs;
    p = amp(i);
    subplot(3,2,m)
    plot(t,y)
    hold on
    title(sprintf('Sygnał y w dziedzinie czasu, amplituda szumu:
%f',amp(i)))
    xlabel('Czas [s]')
    ylabel('Amplituda [-]')
    subplot(3,2,n)
    plot(tc,yc)
    hold on
    title(sprintf('Wynik korelacji sygnałów y i yp, amplituda szumu:
%f',amp(i)))
    xlabel('Czas [s]')
    ylabel('Amplituda [-]')

    m=m+2;
    n=n+2;
end

```

## Zadanie 2 – Filtr dopasowany

W zadaniu należało przeprowadzić analizę nagrania fragmentu muzyki, w celu zlokalizowania syntetycznie dodanych do sygnału impulsów. Rozpoczęto od wczytania muzyki do przestrzeni roboczej i odsłuchania fragmentu za pomocą kodu:

```

%% Wczytanie danych
[data,fs] = audioread("audio.wav");
load("Pulse.mat");
sound(data,fs)

```

Po odsłuchaniu stwierdzono, że impulsy w sygnale nie są słyszalne. Rozpoczęto zatem proces filtracji dopasowanej w celu wykrycia w sygnale chwil czasowych, w których dodano impulsy. Filtracja dopasowana polega na korelacji sygnału analizowanego z sygnałem użytecznym, a więc osobno dla kanału lewego i prawego dokonano korelacji fragmentu muzyki oraz szukanego impulsu. Kod wykorzystany do tego zadania przedstawiono poniżej.

```

%% Wyświetlenie danych

```

```

A=size(data);
l=A(1);
dt = 1/fs;
t_max = l*dt-dt;
t = linspace(0,t_max,l);

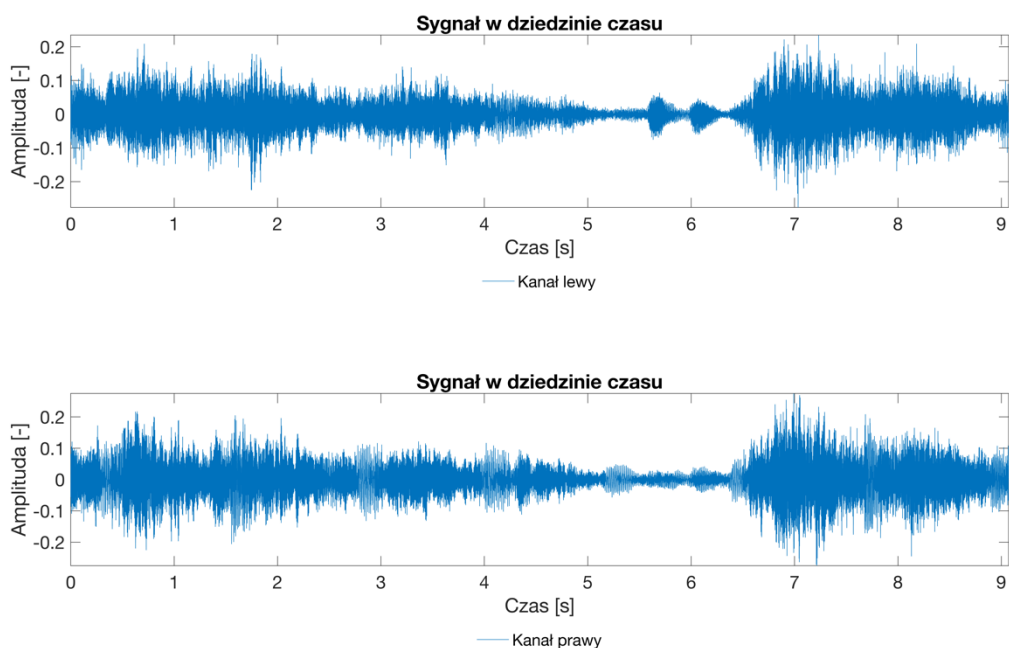
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,data(:,1))
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
legend('Kanał lewy','location','southoutside','orientation',...
'horizontal','box','off')
title('Sygnał w dziedzinie czasu')
subplot(2,1,2)
plot(t,data(:,2))
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
legend('Kanał prawy','location','southoutside','orientation',...
'horizontal','box','off')
title('Sygnał w dziedzinie czasu')

%% Filtracja dopasowana
[yc1,lag] = xcorr(data(:,1),yp);
[yc2,lag] = xcorr(data(:,2),yp);
tc = lag/fs;
figure(2)
subplot(2,1,1)
plot(tc,yc1)
xlabel('Opóźnienie [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
xlim([0,t_max]);
title('Filtracja dopasowana - kanał lewy')

subplot(2,1,2)
plot(tc,yc2)
xlabel('Opóźnienie [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
xlim([0,t_max]);
title('Filtracja dopasowana - kanał lewy')

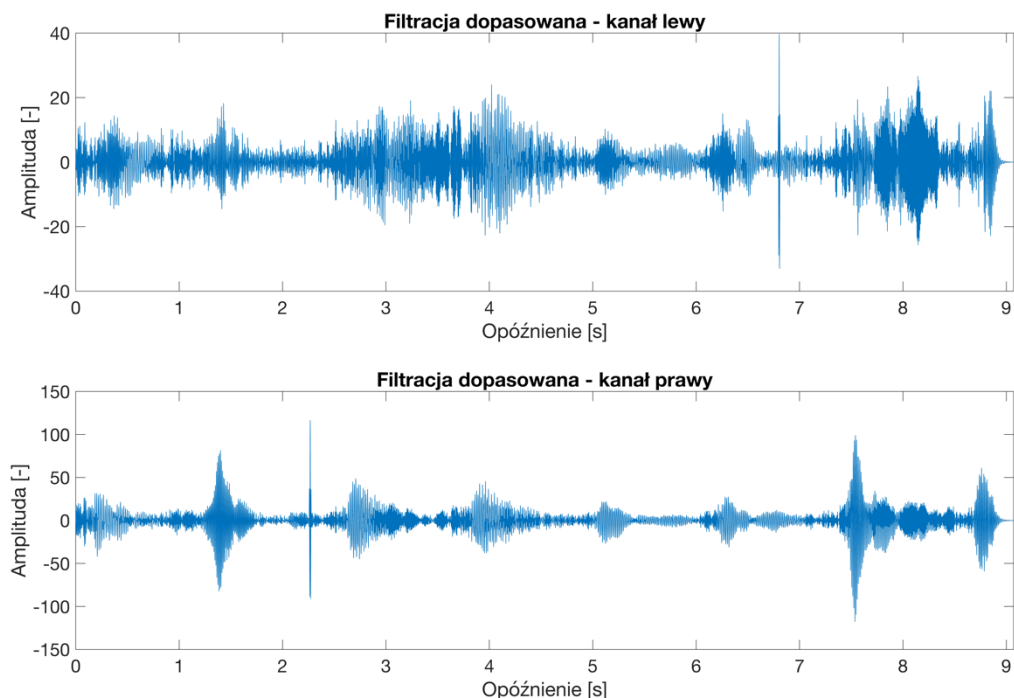
```

W efekcie uzyskano dwa rysunki, które ukazują odpowiednio: **Rysunek 2.1** – nagranie muzyczne w dziedzinie czasu oraz **Rysunek 2.2** – efekt filtracji dopasowanej obu kanałów. Oba przedstawiono poniżej.



Rysunek 2.1 - Nagranie muzyczne w dziedzinie czasu

Spoglądając na sygnał w dziedzinie czasu nie jesteśmy w stanie stwierdzić, w którym miejscu znajdują się impulsy. Jednak dzięki filtracji dopasowanej przedstawionej na **Rysunku 2.2** widać, piki amplitudy korelacji nagrania i szukanego impulsu w miejscach, gdzie one się znajdują.



Rysunek 2.2 - Filtracja dopasowana sygnału pod kątem szukania impulsów

Rozpoczynając analizę od przebiegu uzyskanego dla kanału lewego, warto zaznaczyć, że w efekcie korelacji uzyskany sygnał jest dwukrotnie dłuższy od dłuższego z sygnałów biorącym udział w operacji. Do analizy przyjęto jednak jedynie dodatnie opóźnienie, gdyż dla ujemnego opóźnienia amplituda jest

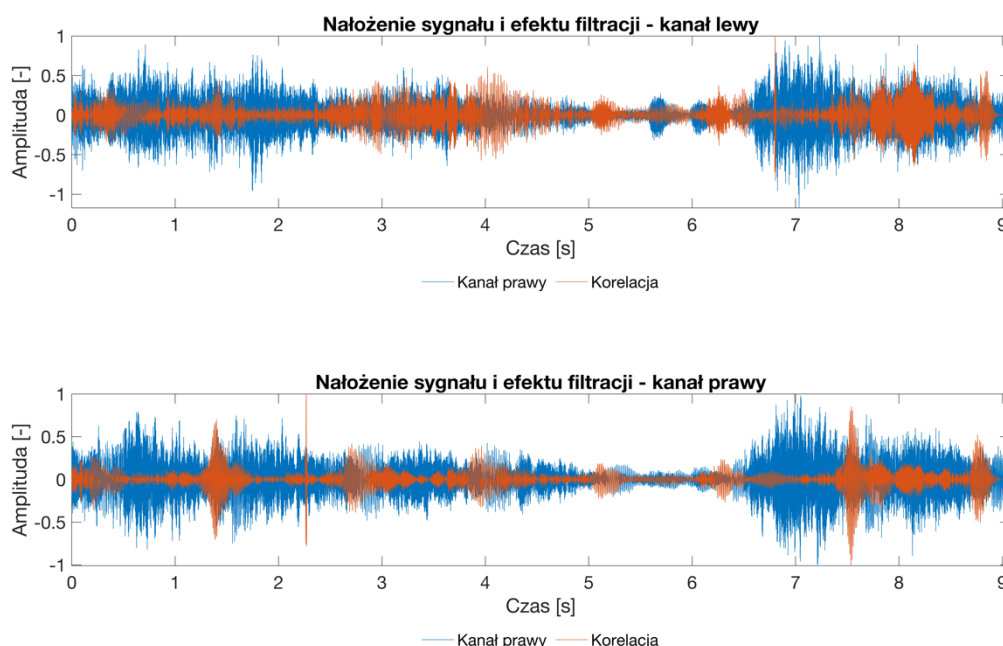
równa 0. Widać, że wartość amplitudy korelacji sygnału dźwiękowego z impulsem osiąga maksymalną wartość w okolicach 7 sekundy. Mała szerokość oraz duża wysokość, świadczy o tym, że w kanale lewym (arbitralnie przyjęto, że dane zapisane w pierwszej kolumnie to lewy kanał) impuls został umieszczony w tej lokalizacji.

Jeśli chodzi, o kanał prawy, tutaj wąski i wysoki impuls występuje w okolicach drugiej sekundy. Zauważono, że jego amplituda jest dwukrotnie wyższa niż tego wykrytego w lewym kanale. W okolicach 7 sekundy również występuje wyższa amplituda, jednak ze względu na długość impulsu oraz zwiększającą się częstotliwość – niesymetryczność, jego wystąpienie korelacja w sygnale powinna być zauważalna jak krótki pik.

Po wsłuchaniu się w nagranie ponownie, używając dużej głośności oraz dobrej jakości słuchawek, spoglądając na wykresy z **Rysunku 2.2** udało się autorom usłyszeć impuls możliwy do odtworzenia za pomocą kodu:

```
sound(yp, fs)
```

Warto zwrócić uwagę, że bez zastosowania filtracji, która pokazała momenty, w których należy się wsłuchać w nagranie, nie możliwe było wykrycie ich obecności ze względu na muzykę o podobnym charakterze, co pokazuje stosunkowo wysoka amplituda korelacji w pozostałym czasie w sygnale. Używane tam instrumenty generują podobny charakter dźwięku o narastającej amplitudzie. Aby zwizualizować na wykresie lokalizację wykresów posłużono się komendą *hold on*, a w efekcie otrzymano efekt widoczny na **Rysunku 2.3**.



Rysunek 2.3 - Zestawienie oryginalnego nagrania i efektu filtracji dopasowanej

### Dziedzina częstotliwości

W drugiej części zadania, wykonano ponownie filtrację dopasowaną, jednak tym razem uprzednio przeprowadzając sygnały impulsu i nagrania w dziedzinę częstotliwości. Wykorzystuję się w tym celu zależność pomiędzy korelacją, a splotem i faktem, że splot odpowiada mnożeniu w dziedzinie częstotliwości:

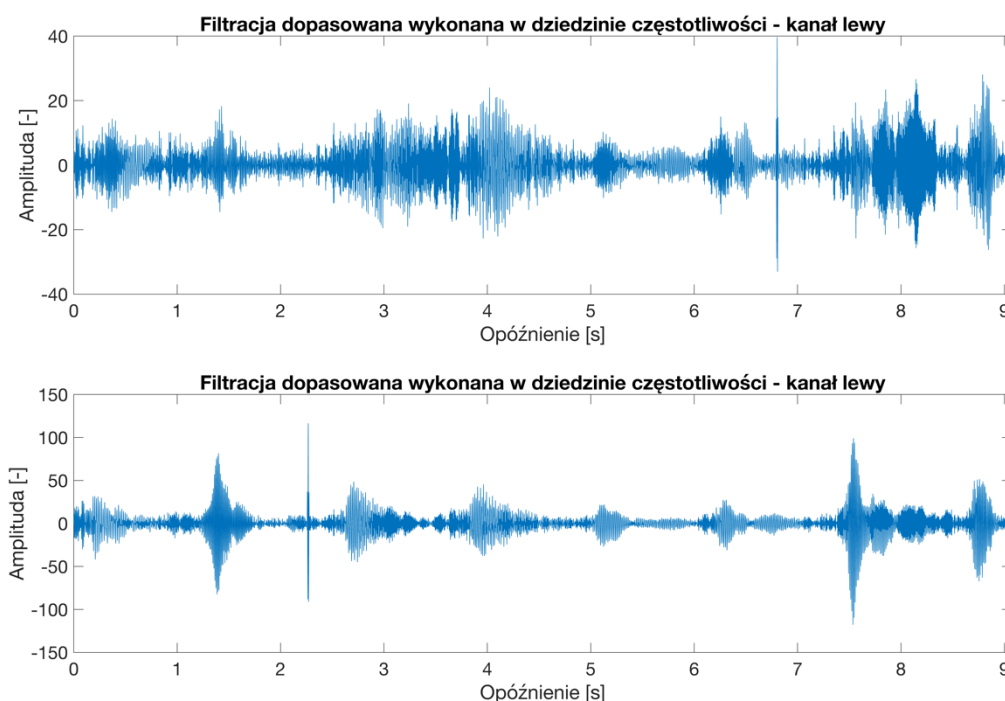
$$x(t) \otimes y(t) = x(t) * y(-t) \rightarrow X(\omega) \overline{Y(\omega)}$$

Gdzie odwrócenie sygnału w dziedzinie czasu jest zastępowane sprzężeniem zespolonym w dziedzinie częstotliwości. Stworzono zatem kod przedstawiony poniżej, dzięki któremu powstał **Rysunek 2.4**.

```
% Impuls w dziedzinie częstotliwości
ypf = fft(yp,A(1));
% Nagranie w dziedzinie częstotliwości
yf1= fft(data(:,1));
yf2= fft(data(:,2));
% Korelacja
yf_inv1 = yf1.*conj(ypf. ');
yf_inv2 = yf2.*conj(ypf. ');
% Przejście do dziedziny czasu
ycorr1 = ifft(yf_inv1);
ycorr2 = ifft(yf_inv2);
% Wyświetlanie
figure(4)
subplot(2,1,1)
plot(t,ycorr1)
xlabel('Opóźnienie [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
xlim([0,t_max]);
title('Filtracja dopasowana wykonana w dziedzinie częstotliwości - kanał lewy')

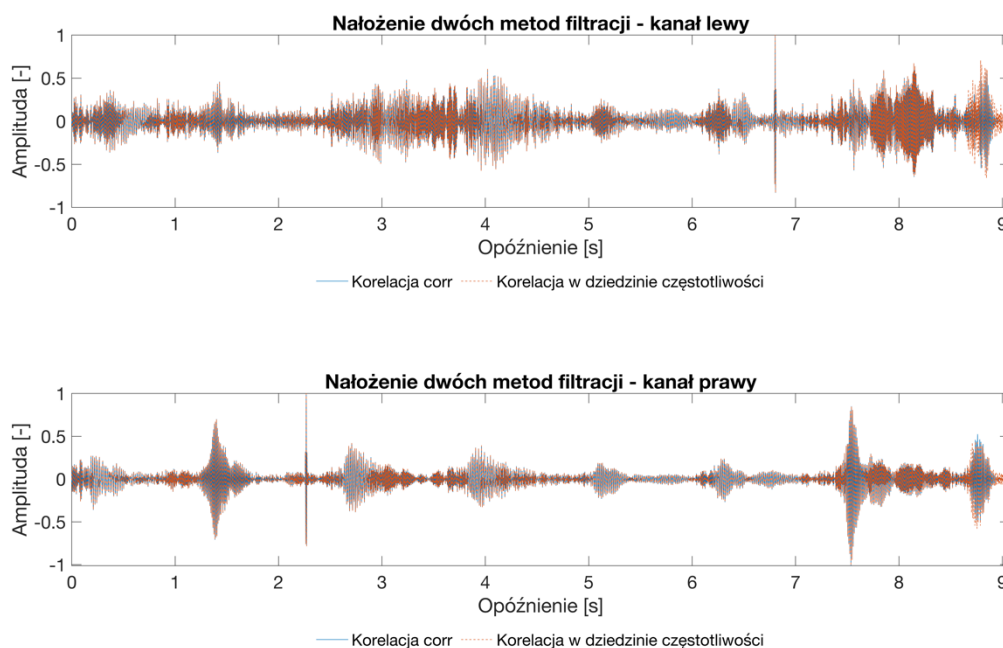
subplot(2,1,2)
plot(t,ycorr2)
xlabel('Opóźnienie [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
xlim([0,t_max]);
title('Filtracja dopasowana wykonana w dziedzinie częstotliwości - kanał lewy')
```

Aby dokonać mnożenia w dziedzinie częstotliwości konieczne jest, aby sygnały posiadały taką samą długość. W tym celu skorzystano z zero-paddingu podczas tworzenia widma impulsu.



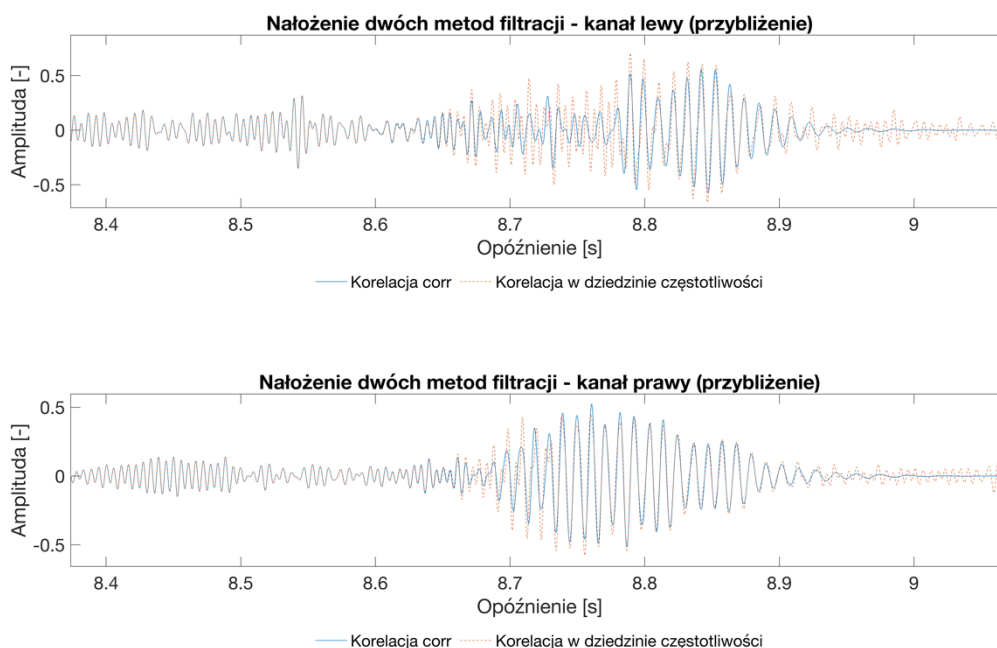
Rysunek 2.4 - Filtracja dopasowana w dziedzinie częstotliwości

Spoglądając na **Rysunki 2.4** oraz **2.2** widać, pomiędzy nimi wysokie podobieństwo. Aby lepiej móc przeanalizować różnice pomiędzy dwoma metodami naniesiono efekty filtracji na jeden wykres – **Rysunek 2.5**.



*Rysunek 2.5 - Nałożenie dwóch metod filtracji dopasowanej*

Widać pokrycie się obu charakterystyk przez większość dodatnich wartości opóźnienia, jednak zauważono, że w ostatnich chwilach oba przebiegi rozbiegają się co pokazano lepiej w przybliżeniu na **Rysunku 2.6**.



*Rysunek 2.6 - Nałożenie dwóch metod filtracji: przybliżenie*

Widać, że efekt filtracji w dziedzinie częstotliwości daje nieznacznie inne wyniki na końcu przedziału czasowego, co wynika z zastosowania zero-paddingu, które daje lepszą rozdzielczość kosztem zniekształceń.

Dodatkowo warto zwrócić uwagę, że wektory uzyskane poprzez filtrację dopasowaną w dziedzinie częstotliwości posiadają długość taką samą jak składowe widma, a dla standardowej korelacji w dziedzinie czasu długość wektora jest równa dwukrotności dłuższego z sygnałów.