



Modulacja i demodulacja FM, AM Graphical User Interface (GUI)

Jakub Nowak
Maciej Mazurkiewicz

Kraków 2022



Spis treści

Wstęp – część teoretyczna	3
1. Modułacja Amplitudy (AM)	4
2. Demodulacja amplitudowa (AM).....	6
3. Modułacja częstotliwościowa (FM).....	7
4. Demodulacja częstotliwościowa (FM).....	8
5. Graphical User Interface (GUI).....	9
6. Realizacja funkcji.....	11
Bibliografia	14



Wstęp – część teoretyczna

Modulacja polega na odzwierciedleniu sygnału o niskiej częstotliwości poprzez zmianę jednego z trzech parametrów sygnału nośnego o wysokiej częstotliwości:

- amplituda,
- częstotliwość,
- faza.

Tworzony projekt ma na celu zarówno modulację jak i demodulację sygnałów modulowanych amplitudowo lub częstotliwościowo.

Do celów modulacji i demodulacji AM oraz demodulacji FM zostanie wykorzystana *transformata Hilberta*. Jest ona definiowana w następujący sposób:

$$\hat{s}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \frac{1}{\tau - t} dt$$

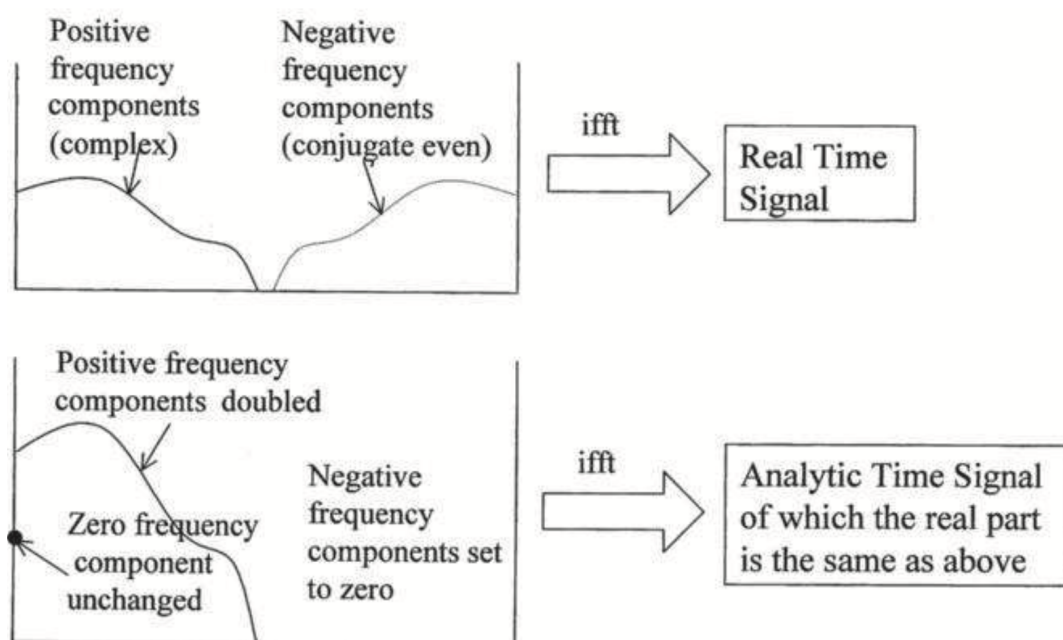
Zatem jest ona spletem funkcji $s(t)$ oraz $\frac{1}{\pi t}$.

Numerycznie w oprogramowaniu obliczeniowym będzie wykonywana poprzez wykonanie kroków [7]:

- Wykonanie FFT sygnału
- Wyzerowanie ujemnych częstotliwości
- Wykonanie odwrotnej transformaty Fouriera

Analogiczną procedurą jest wymnożenie fft przez $i \times \text{sgn}(\text{fft}(x(t)))$.

Procedurę graficznie przedstawiono poniżej na grafice:



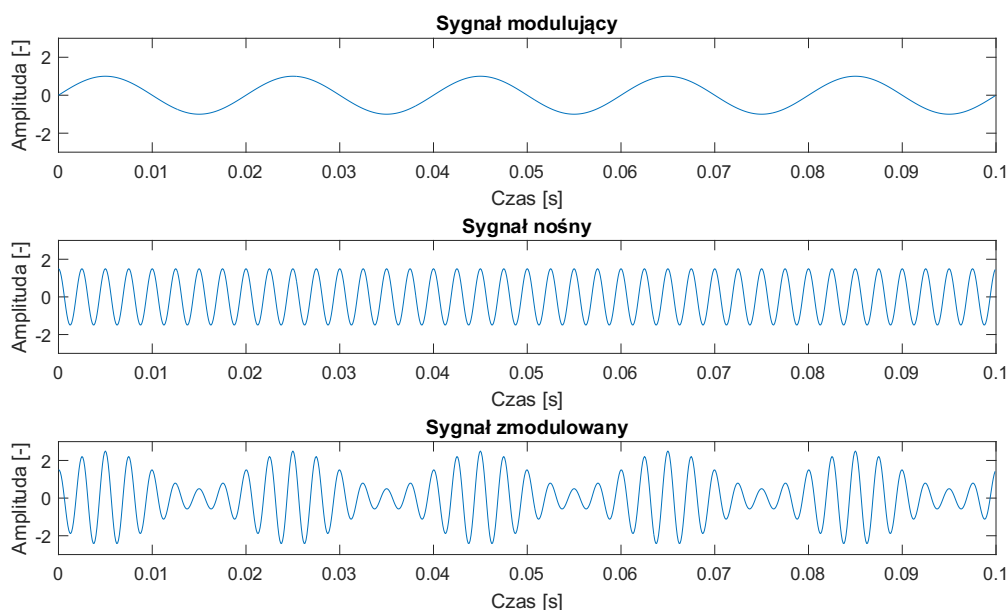
Rys 1 - Graficzna reprezentacja transformaty Hilberta: Źródło [7]

W efekcie zgodnie ze wzorem Eulera: $e^{i\phi} = \cos\phi + i \sin\phi$, otrzymujemy część rzeczywistą analogiczną do oryginalnego sygnału i część urojoną. Korzystając teraz z nowo stworzonego sygnału analitycznego można wyznaczyć fazę i obwiednie sygnału.



1. Modulacja Amplitudy (AM)

Modulacja amplitudowa polega na proporcjonalnej zmianie amplitudy sygnału nośnego w stosunku do amplitudy sygnału modulującego. Sygnał nośny posiada przez ten czas stałą częstotliwość oraz fazę. Efekt zastosowania tego modulacji tego typu został przedstawiony na **Rysunku 1**.



Rysunek 1.1 - Modulacja amplitudowa

Sygnał nośny opisany jest równaniem:

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \quad (1.1)$$

Sygnał zmodulowany osiąga się poprzez mnożenie sygnału modulującego oraz nośnego. Zakładając równanie sygnału modulującego:

$$m(t) = A_m * x(t) \quad (1.2)$$

Równanie sygnału zmodulowanego ma postać:

$$s(t) = (A_c + A_m * x(t)) * \cos(2\pi f_c t) \quad (1.3)$$

W powyższych równaniach występują następujące parametry:

A_c – amplituda sygnału nośnego

A_m – amplituda sygnału modulującego

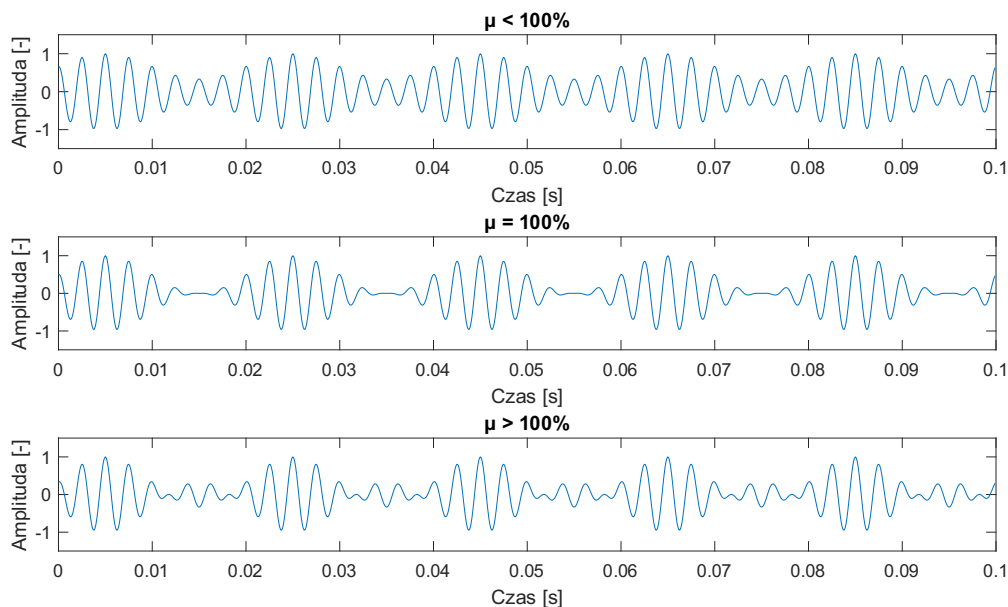
f_c – częstotliwość sygnału nośnego

Z powyższego równania wynika, iż obwiednia sygnału zmodulowanego pokrywa się z sygnałem modulującym. Częstotliwość sygnału zmodulowanego zaś jest taka sama jak sygnału nośnego. Od wartości wymienionych powyżej amplitud zależy współczynnik głębokości modulacji μ [2,4]. Jest on stosunkiem amplitudy sygnału modulującego do amplitudy sygnału nośnego:

$$\mu = \frac{A_m}{A_c} * 100\% \quad (1.4)$$

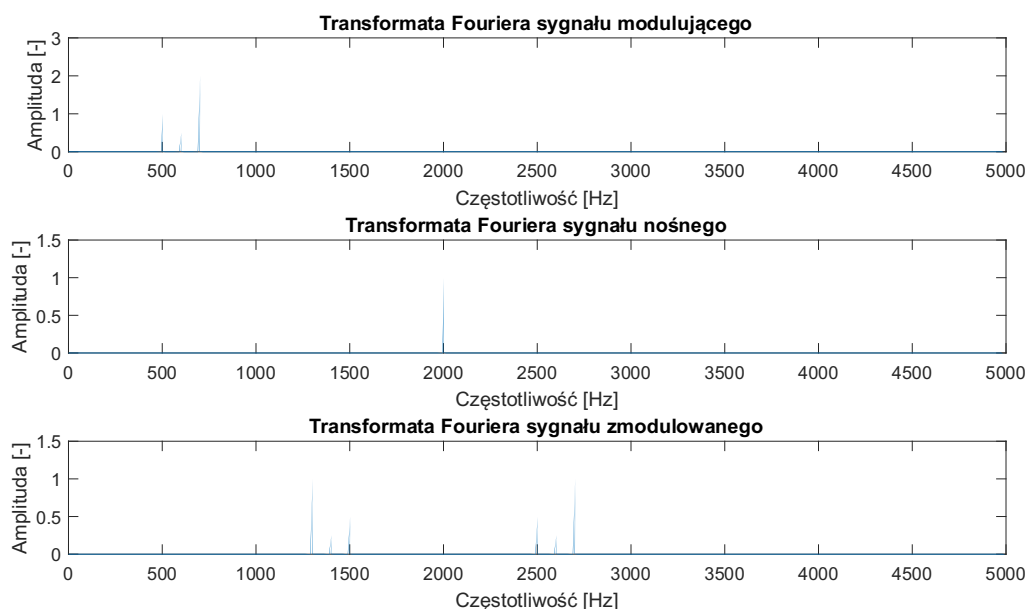
Od niego zależny jest zakres zmian amplitudy sygnału zmodulowanego. Jeżeli $\mu = 100\%$, to zmiany te zachodzą w zakresie od 0 do maksymalnej amplitudy fali nośnej. W przypadku, gdy jego wartość osiąga więcej niż 100%, zakres ten obniża swoją minimalną wartość poniżej 0, co prowadzi do zniekształcenia sygnału modulującego, który zostanie potem niepoprawnie zdemodulowany. Zjawisko to nazywa się **przemodulowaniem**. Przedstawiono to na **Rysunku 1.2**.





Rysunek 1.2 – Zależność sygnału zmodulowanego od wartości indeksu głębokości modulacji

Na **Rysunku 3** zostały przedstawione sygnały w dziedzinie częstotliwości: modulujący, nośny oraz zmodulowany w dziedzinie częstotliwości. Sygnał modulujący został założony jako suma sinusoid o różnych częstotliwościach i amplitudach. Modulacja amplitudowa spowodowała przesunięcie wszystkich komponentów częstotliwościowych o częstotliwość sygnału nośnego. W dodatku, symetrycznie do częstotliwości sygnału nośnego, pojawiła się druga wstęga powyższych komponentów [6]. Taki rodzaj modulacji nosi nazwę *Double Sideband Modulation* (w skrócie DSB).



Rysunek 1.3 – Widmo częstotliwościowe sygnałów

W celu ograniczenia pasma częstotliwości potrzebnego do przesłania sygnału, stosowana jest modulacja amplitudowa, która posiada tylko jedną wstęgę z komponentami częstotliwościowymi sygnału modulującego. Ten sposób nazywa się *Single Sideband Modulation* [1] i jest wykorzystywany



m. in. w telefonii. W porównaniu do modulacji DSB, do utworzenia sygnału zmodulowanego nie wykorzystuje on równania 1.3, tylko poniższe:

$$s(t) = m(t) + jm_i(t) \quad (1.4)$$

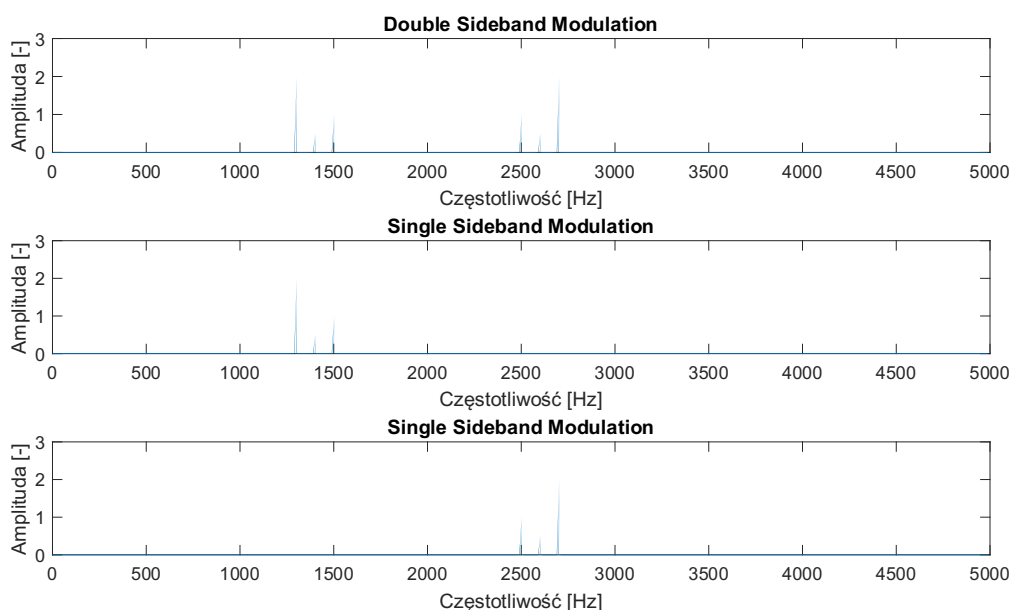
Gdzie:

$s(t)$ – sygnał zmodulowany

$m(t)$ – sygnał modulujący

$m_i(t)$ – transformata Hilberta sygnału modulującego

Efekt zastosowania tej metody został przedstawiony na **Rysunku 4**. Jedna ze wstęg zostaje usunięta, zaś druga występuje bez zmian. Możliwy jest wybór wstęgi, która zostaje usunięta. Dzięki temu rodzajowi modulacji, pasmo częstotliwości zostaje ograniczone o połowę.



Rysunek 1.4 – Porównanie technik modulacji w dziedzinie częstotliwości

2. Demodulacja amplitudowa (AM)

Jedną z technik demodulacji amplitudowej jest *demodulacja synchroniczna*. Sygnał zmodulowany $s(t)$ ma postać:

$$s(t) = [A_c + x(t)] * \cos(\omega t) \quad (2.1)$$

Mnożąc go przez sygnał cosinusoidalny o tej samej częstotliwości i fazie co sygnał nośny uzyskujemy:

$$s(t) = [A_c + x(t)] * \cos(\omega t) * \cos(\omega t) \quad (2.2)$$

Co po zastosowaniu zależności trygonometrycznej daje postać:

$$s(t) = [A_c + x(t)] * \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \right) \quad (2.3)$$

W celu usunięcia komponentu o wysokiej częstotliwości stosowany jest filtr dolnoprzepustowy. Po jego zastosowaniu otrzymany sygnał wynosi:

$$f(t) = \frac{1}{2} A_c + \frac{1}{2} x(t) \quad (2.4)$$

Zatem po usunięciu stałej A_c oraz pomnożeniu przez 2 zostaje otrzymany oryginalny sygnał $x(t)$.



Zaletą tej metody jest prosta implementacja, jednakże posiada ona dużą wadę w postaci wymaganej znajomości częstotliwości sygnału nośnego. Wadę tę eliminuje demodulacja za pomocą transformaty Hilberta. Sygnału analityczny $z(t)$ możemy zapisać wzorem [9]:

$$z(t) = x(t) + jH[x(t)] \quad (2.5)$$

Gdzie:

$H[x(t)]$ – transformata Hilberta sygnału $x(t)$

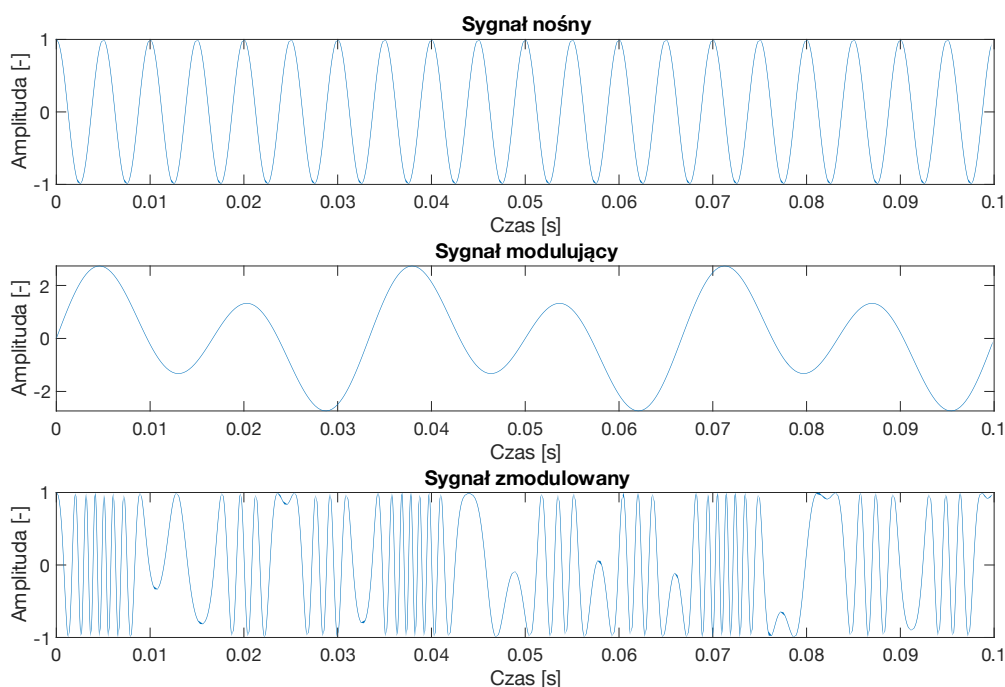
Następnie obliczając moduł tego sygnału, wyznaczamy obwiednię sygnału $x(t)$, a zatem dokonujemy demodulacji amplitudowej. Zatem korzystając ze wzoru:

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + H[x(t)]^2} \quad (2.6)$$

Możemy dokonać demodulacji amplitudowej sygnału bez znajomości częstotliwości sygnału nośnego.

3. Modulacja częstotliwościowa (FM)

Modulacja częstotliwościowa polega na proporcjonalnej zmianie częstotliwości sygnału nośnego w stosunku do amplitudy sygnału modulującego. Sygnał nośny posiada przez ten czas stałą amplitudę. Efekt zastosowania tego modulacji tego typu został przedstawiony na **Rysunku 3.1**.



Rysunek 3.1 - Modulacja częstotliwościowa

Sygnał nośny opisany jest równaniem [7]:

$$c(t) = A_c \cos \phi(t) \quad (3.1)$$

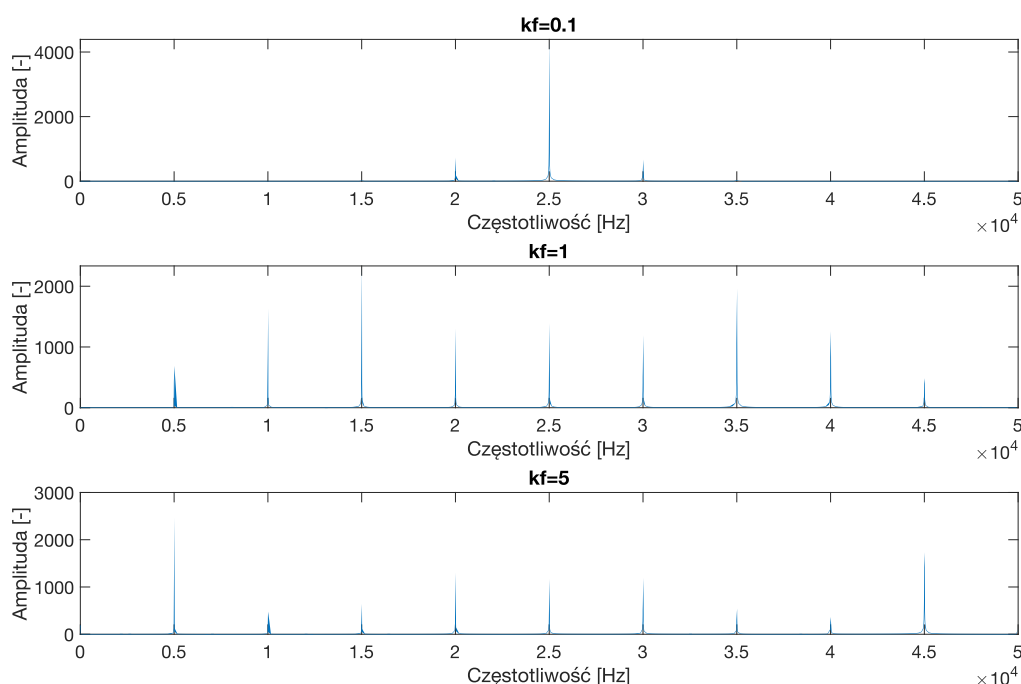
Gdzie częstotliwość chwilowa to pochodna po czasie z $\phi(t)$. Sygnał zmodulowany osiąga się poprzez dodanie do częstotliwości chwilowej sygnału nośnego, sygnału modulującego wymnożonego przez współczynnik modulacji. Zatem równanie sygnału zmodulowanego ma postać [8]:

$$f_{FM}(t) = A \times \cos \left[f_c t + k_f \int_0^t f_m(\tau) d\tau \right] \quad (3.2)$$

Wynika to z faktu, że operacją odwrotną do pochodnej w dziedzinie czasu jest całka. Zatem, aby uzyskać odpowiednią częstotliwość chwilową konieczne jest dodanie całki z sygnału modulującego



wymnożonego przez współczynnik modulacji k_f . Współczynnik ten, wyznaczany jest jako stosunek dewiacji częstotliwości (mówiącym o maksymalnym odchyleniu od częstotliwości nośnej) do częstotliwości sygnału modulowanego. W zależności od wartości współczynnika można wyróżnić dwa rodzaje modulacji FM: wąskopasmowa i szerokopasmowa. Pierwszy rodzaj występuje dla małych wartości współczynnika (zazwyczaj <1), a drugi dla dużych wartości. Na **Rysunku 3.2** przedstawiono widma częstotliwościowe dla sygnałów zmodulowanych z różnymi wartościami współczynnika modulacji, gdzie sygnałem modulującym był sinus [7].



Rysunek 3.2 - Widmo częstotliwościowe zmodulowanego sygnału zależnie od współczynnika modulacji

Dla małych wartości współczynnika modulacji wymagane pasmo jest równe podwójnej wartości częstotliwości sygnału modulującego – ze względu na jedynie dwie wstęgi boczne. Wraz z jego wzrostem wymagane pasmo znacznie się zwiększa.

4. Demodulacja częstotliwościowa (FM)

Do demodulacji częstotliwościowej ponownie została wykorzystana transformata Hilberta. Fazę sygnału analitycznego możemy wyznaczyć ze wzoru:

$$\Phi(t) = \arctg\left(\frac{H[x(t)]}{x(t)}\right) \quad (4.1)$$

Następnie częstotliwość chwilowa sygnału zmodulowanego zostaje wyznaczona poprzez pochodną wzoru powyższego:

$$\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (4.2)$$

Zgodnie ze wzorem (3.2) częstotliwość chwilowa sygnału zmodulowanego wynosi:

$$\omega(t) = f_c + k_f f_m \quad (4.3)$$



Ostatecznie częstotliwość chwilowa wynosi:

$$f_m = \frac{1}{2\pi k_f} * \omega(t) - f_c \quad (4.4)$$

Ponieważ f_c jest wartością stałą, może być usunięta bez jej dokładnej znajomości.

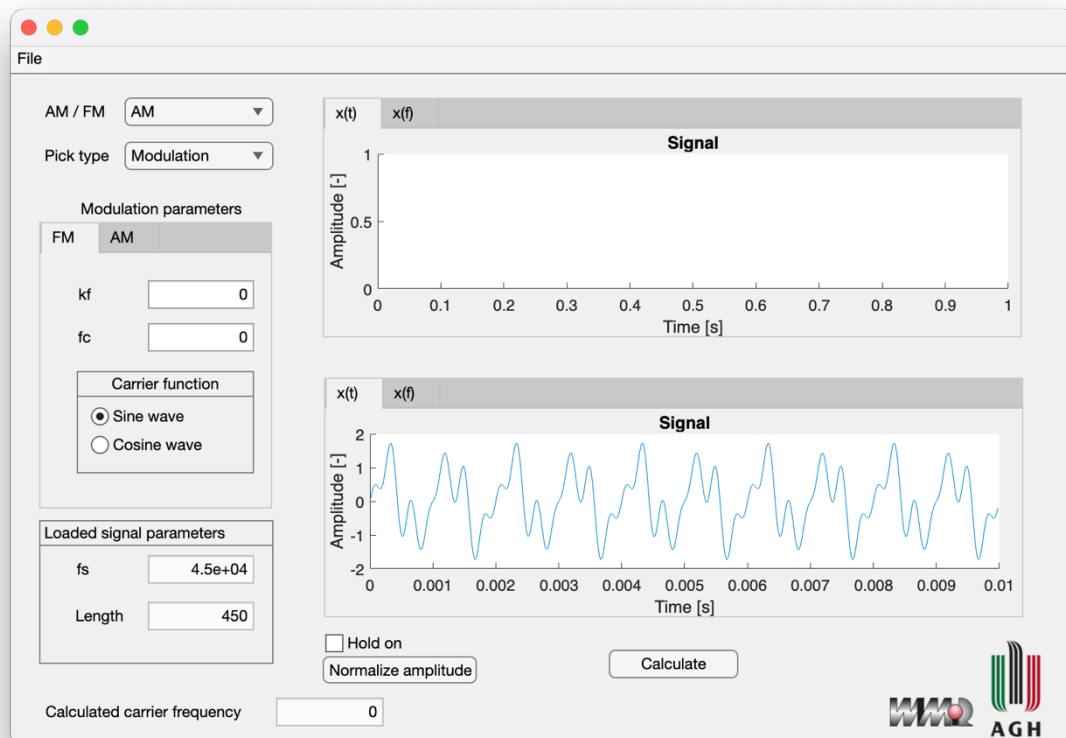
5. Graphical User Interface (GUI)

App Designer

Do stworzenia aplikacji wykorzystano moduł dostępny w oprogramowaniu MATLAB o nazwie App Designer. Umożliwia on tworzenie aplikacji w prosty sposób. Opiera się ono na podziale zadania tworzenia aplikacji na część designu graficznego – pola edycyjne, grupowanie funkcjonalności, wykresy, zakładki i inne, oraz na część programistyczną, gdzie za pomocą tak zwanych „handlerów” czyli funkcji obsługujących dodane do okna funkcjonalności.

W projekcie założyliśmy przejrzystość działania aplikacji i możliwość wizualnego porównania sygnałów zmodulowanych i ich zdemodulowanych odpowiedników. W tym celu stworzyliśmy dwa pola z wykresami, gdzie, górne reprezentuje sygnał zmodulowany, a dolne zdemodulowany/przed modulacją. Każde pole umożliwia również podgląd widma sygnału otrzymywany poprzez transformatę Fouriera.

Aby używanie aplikacji było intuicyjne, parametry modulacji zostały pogrupowane w taki sposób, że jednocześnie wyświetlane na ekranie są te związane z wybranym typem modulacji: AM/FM. Poniżej przedstawiono na **Rysunku 5.1** widok okna stworzonej aplikacji.



Rysunek 5.1 - Stworzona aplikacja



Opis okna głównego

Poniżej na **Rysunku 5.2** przedstawiono okno aplikacji z zaznaczonymi i ponumerowanymi kluczowymi funkcjonalnościami, które opisano dokładnie pod rysunkiem.



Rysunek 5.2 - Okno aplikacji z zaznaczonymi funkcjonalnościami

Powyżej przedstawiono okno główne aplikacji. Składa się ono z następujących elementów:

1. Importowanie lub eksportowanie sygnałów modulujących lub zmodulowanych. Odbywa się za pomocą domyślnego dla systemu eksploratora plików. Możliwe do wczytania są pliki o rozszerzeniu `.mat` zawierające strukturę `data` składającą się z sygnału w postaci wektora 1D x , oraz częstotliwości próbkowania f_s . Eksport odbywa się do pliku `.mat` o identycznej strukturze.
2. Wybór czynności (modulacja lub demodulacja) oraz jej typu – amplitudowa (AM) lub częstotliwościowa (FM).
3. Parametry modulacji:
 - Współczynnik modulacji k_f lub μ
 - Częstotliwość nośna f_c
 - Funkcja opisująca sygnał nośny – sinusoida lub cosinusoida
4. Parametry wczytanego sygnału:
 - Częstotliwość próbkowania f_s
 - Liczba próbek
5. Obliczona częstotliwość nośna wczytanego sygnału zmodulowanego (na podstawie maksimum widma. Nie wykorzystywane do obliczeń, jedynie dla weryfikacji poprawności wczytanego sygnału).
6. Sygnał zmodulowany w dziedzinie czasu lub częstotliwości – w zależności od wyboru zakładki.
7. Sygnał modulujący/do modulacji w dziedzinie czasu lub częstotliwości – w zależności od wyboru zakładki.



8. Funkcja *hold on* wykorzystywana do nałożenia na siebie sygnałów oryginalnych i zdemodulowanych. Umożliwia graficzną weryfikację poprawności obliczeń. Drugi z sygnałów jest nanoszony jako przerywana krzywa o innym kolorze w celu możliwości graficznej identyfikacji obu sygnałów.
9. Normalizacja amplitudy sygnału zdemodulowanego (tylko dla demodulacji FM) – wynika z zastosowania nieznanego podczas demodulacji współczynnika k_f .
10. Uruchamianie obliczeń – w zależności od wybranego typu operacji w polu oznaczonym numerem drugim.

Opis działania aplikacji

Przykładowy proces używania aplikacji został przedstawiony poniżej w postaci listy punktów:

- Po zaimportowaniu sygnału poprzez zakładkę *File -> Import* wybieramy czy chcemy dokonać modulacji czy demodulacji oraz typ tej czynności.
- W przypadku modulacji wykres sygnału pojawi się w dolnym oknie, gdzie możliwe jest jego wyświetlenie w dziedzinie czasu lub częstotliwości. Gdy wybrana zostanie demodulacja wczytanego sygnału pojawi się on w górnym oknie.
- Jeżeli została wybrana modulacja, to przechodzimy do zakładki *modulation parameters* i wpisujemy jej parametry. Jeżeli będą one niepoprawne, to aplikacja wyświetli błąd. W przypadku demodulacji nie wpisujemy żadnych parametrów.
- Następnie należy nacisnąć przycisk *calculate* i zmodulowany sygnał wyświetli się w górnym oknie lub zdemodulowany w oknie na dole.
- Możliwe jest jego zapisanie wyniku przeprowadzonych obliczeń poprzez zakładkę *File -> Export*
- Po dokonaniu modulacji sygnału można po zaznaczeniu opcji *hold on*, przejść do zakładki demodulacja i po ponownym wciśnięciu przycisku *calculate* zdemodulowany sygnał nałoży się na sygnał oryginalny.

6. Realizacja funkcji

Modulacja AM

Modulacja amplitudowa jest realizowana zgodnie ze wzorem (1.3). Sygnał modulujący jest mnożony przez sygnał nośny, który zależnie od wyboru jest funkcją sinusa lub cosinusa. Częstotliwość sygnału nośnego jest parametrem, który wybiera użytkownik. Następnym parametrem jest współczynnik modulacji, który zmienia modulację sygnału nośnego przy zachowaniu stałej amplitudy sygnału modulującego. Fragment kodu związany z tą częścią przedstawiono poniżej:

```
if(app.CosinewaveButton.Value == 1)
    for i=1:length(app.t)
        app.fmod(1,i) = (app.x(i)+max(app.x)/app.u)*cos(2*pi*app.fc*app.t(i));
    end
    app.fmodf=abs(fft(app.fmod));
elseif(app.SinewaveButton.Value == 1)
    for i=1:length(app.t)
        app.fmod(1,i) = (app.x(i)+max(app.x)/app.u)*sin(2*pi*app.fc*app.t(i));
    end
    app.fmodf=abs(fft(app.fmod));
end
```

Zmienne z przedrostkiem app. to zmienne globalne dostępne z każdego miejsca w kodzie.



Demodulacja AM

Demodulacja AM jest wykonywana przy pomocy transformaty Hilberta. Pierwszym krokiem jest wykonanie transformaty Fouriera sygnału zmodulowanego. Następnie druga połowa otrzymanego sygnału jest zerowana, a pierwsza jest mnożona przez 2. Po dokonaniu odwrotnej transformaty Fouriera została obliczona transformata Hilberta sygnału zmodulowanego. W kolejnym kroku został obliczony moduł tego sygnału, aby wyznaczyć obwiednię sygnału zmodulowanego, która odpowiada sygnałowi modulującemu. Ostatnim krokiem jest odjęcie średniej amplitudy otrzymanego sygnału, w celu usunięcia jej stałego komponentu.

```
function demodulate_signalAM(app)
    xh_own = fft(app.fmod);
    Nfft=length(xh_own);
    xh_own(Nfft/2:end) = 0;
    xh_own(1:Nfft/2) = xh_own(1:Nfft/2).*2;
    xh_own = ifft(xh_own);
    app.demod=abs(xh_own);
    app.demod=app.demod-mean(app.demod);
    app.demodf=fft(app.demod);
    app.demodulation_flag=1;
end
```

Zmienne z końcówkami *_flag* to zmienne używane w kodzie do sygnalizacji zakończenia pewnych operacji. Są one wykorzystywane do odblokowywania niektórych funkcjonalności. Np. zmiany tytułów wykresów.

Modulacja FM

Modulacja częstotliwościowa jest realizowana poprzez implementację wzoru (3.2) przy użyciu całki numerycznej aproksymowanej poprzez metodę trapezów. Podobnie jak przy modulacji AM, zmiennymi parametrami są:

- Typ funkcji: sinus lub cosinus,
- Częstotliwość sygnału nośnego,
- Współczynnik modulacji.

```
if(app.CosinewaveButton.Value == 1)
    for i=1:length(app.t)
        app.fmod(1,i) =cos(2*pi*app.fc*app.t(i)+ app.kf*trapz(app.x(1:i)));
    end
    app.fmodf=abs(fft(app.fmod));
elseif(app.SinewaveButton.Value == 1)
    for i=1:length(app.t)
        app.fmod(1,i) =sin(2*pi*app.fc*app.t(i)+ app.kf*trapz(app.x(1:i)));
    end
    app.fmodf=abs(fft(app.fmod));
end
```

Jak widać sygnał zmodulowany jest przetrzymywany w tej samej zmiennej niezależnie od typu modulacji. Takie podejście przy dobrym oprogramowaniu zmniejsza zużycie pamięci podczas używania aplikacji.



Demodulacja FM

Do demodulacji częstotliwościowej została użyta transformata Hilberta. Po wyznaczeniu jej w taki sam sposób jak przy demodulacji AM, zostaje wyznaczona jej faza. Następnie następuje implementacja wzoru (4.3) i odjęcie średniej wartości sygnału, w celu usunięcia stałego komponentu częstotliwości nośnej.

```
function demodulate_signal(app)
    xh_own = fft(app.fmod);
    Nfft=length(xh_own);
    xh_own(Nfft/2:end) = 0;
    xh_own(1:Nfft/2) = xh_own(1:Nfft/2).*2;
    xh_own = ifft(xh_own);
    a = unwrap(angle(xh_own));
    app.demod=diff(a)/(2*pi/app.fs);
    app.demod = app.demod - mean(app.demod);
    app.demodf=fft(app.demod);
    app.demodulation_flag=1;
end
```

Podsumowanie

W ramach projektu wykonano kompletne GUI służące do modulacji i demodulacji sygnałów dyskretnych z wykorzystaniem aparatu matematycznego opisanego w części teoretycznej raportu. Przygotowane GUI zostało stworzone z wykorzystaniem MATLAB App Designer. Pełen kod dostępny jest w plikach aplikacji, a w powyższym raporcie zostały jedynie przedstawione kluczowe funkcję realizujące matematyczne wzory opisujące modulację i demodulację.

Jako aparat matematyczny służący do demodulacji wykorzystano transformatę Hilberta pozwalającą na uzyskanie sygnału analitycznego, z którego można wydobyć obwiednie (moduł – wykorzystywany do demodulacji AM) oraz fazę (z której można uzyskać częstotliwość chwilową – wykorzystywaną do demodulacji FM).

Dokumentacja techniczna projektu zawiera powyższy raport, prezentację przedstawioną na zajęciach oraz przesłaną w programie UPEL, oraz spakowane pliki MATLABa wraz z plikiem README.txt zawierającym opis załączonych plików.

Praca nad projektem pozwoliła autorom pogłębić wiedzę na temat oprogramowania MATLAB, zdobyć umiejętności związane z tworzeniem aplikacji w pakiecie App Designer oraz poznać aparat matematyczny związany z modulacją, demodulacją i transformatą Hilberta. Jednocześnie sprawiła im wiele satysfakcji z ostatecznego wyniku prac włożonych na przestrzeni całego semestru.



Bibliografia

- [1] https://www.mathworks.com/help/signal/ug/single-sideband-modulation-via-the-hilbert-transform.html#responsive_offcanvas
- [2] https://home.agh.edu.pl/~mgi/instrukcje/LAB_2_Modulacja_Amplitudy-student.pdf
- [3] https://home.agh.edu.pl/~mgi/instrukcje/LAB_3_Demodulacja_Amplitudy-student.pdf
- [4] https://www.tutorialspoint.com/analog_communication/analog_communication_amplitude_modulation.htm
- [5] <https://www.electronics-notes.com/articles/radio/modulation/amplitude-modulation-am.php>
- [6] *Vibration-based Condition Monitoring: Industrial, Aerospace and Automotive Applications*
Robert Bond Randall
- [7] Keysight Technologies - *Spectrum Analysis Amplitude and Frequency Modulation*
- [8] https://home.agh.edu.pl/~mgi/instrukcje/LAB_5_Modulacja_i_Demodulacja_Czestotliwosci-student.pdf
- [9] A. Wetula, Zastosowanie transformaty Hilberta do wyznaczenia obwiedni zespolonej sygnałów napięć i prądów sieci elektroenergetycznej, PAK, 53, 2007, 637-640

