



Wydział Inżynierii
Mechanicznej i Robotyki
Katedra Robotyki i
Mechatroniki



Identyfikacja Układów Mechatronicznych

Sprawozdanie

Laboratorium 8: Identyfikacja układu mechanicznego – Analiza modalna

Imię i Nazwisko: Jakub Nowak, Maciej Mazurkiewicz

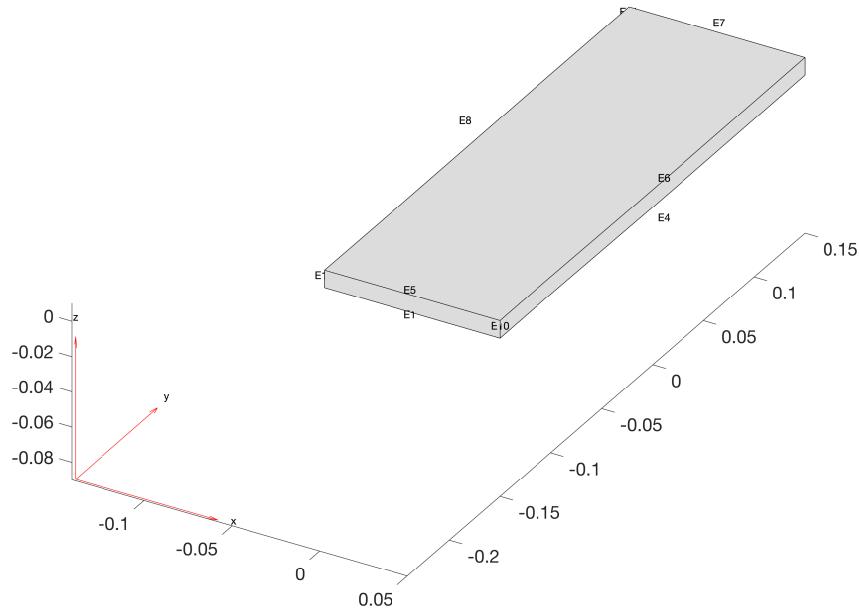
Nr grupy: 2

Zadanie 1 – Częstotliwości własne systemu

Pierwsze zadanie polegało na dokonaniu symulacji modalnej płyty przedstawionej na **Rysunku 1.1**. W wyniku realizacji kolejnych kroków otrzymano częstotliwości własne w zadany paśmie.

Została zdefiniowana trójwymiarowa płyta utwierdzona na jednej ze ścian. Częstotliwości drgań poszukiwane były w paśmie od 0 do 1000 Hz.

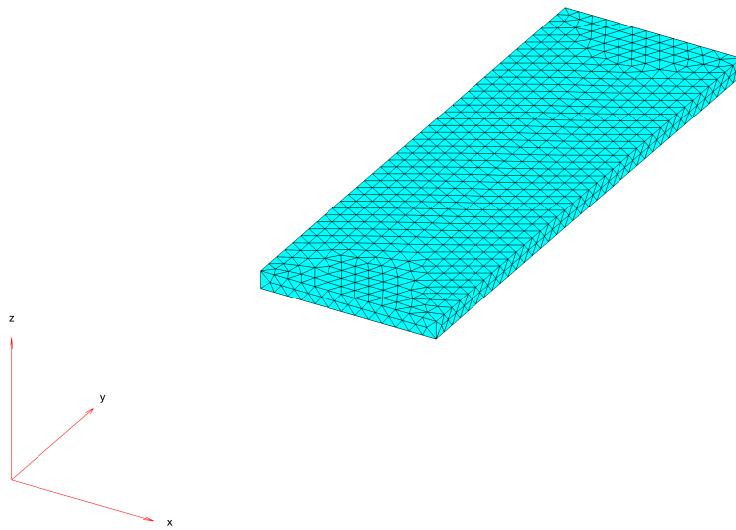
Geometria z oznaczeniami krawędzi



Rysunek 1.1 - Rzut 3D płyty z oznaczeniami krawędzi

Poniżej na **Rysunku 1.2** przedstawiono siatkę nałożoną na płytę, w celu rozwiązania problemu za pomocą metody elementów skończonych.

Siatka elementów skończonych nałożona na płytę

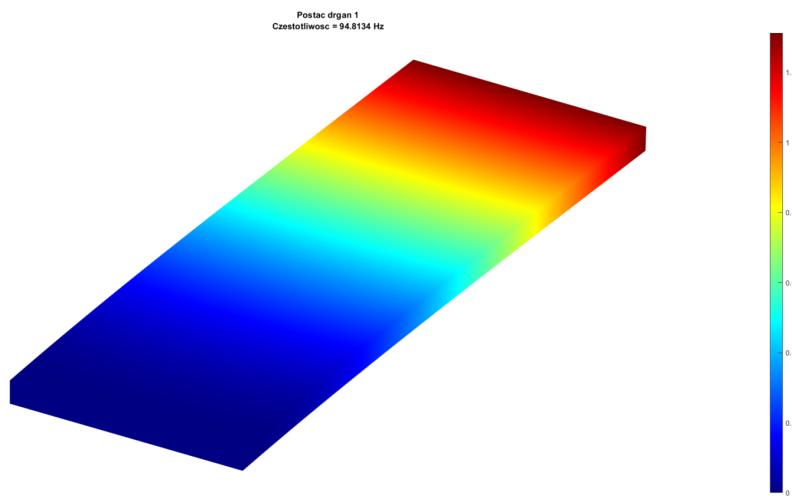


Rysunek 1.2 - Siatka elementów nałożona na płytę

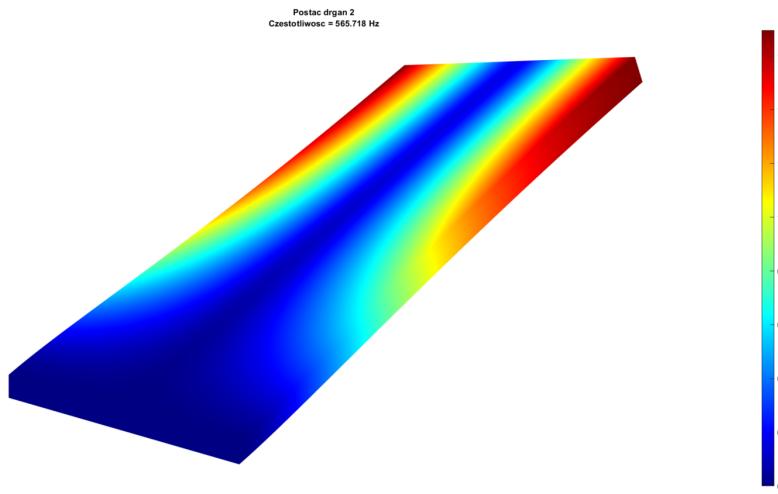
Symulację przeprowadzono za pomocą funkcji **solve**. Wartości wyznaczone podczas wykonywania zadania przedstawiono poniżej:

- $f_1 = 94.813 \text{ Hz}$,
- $f_2 = 565.72 \text{ Hz}$,
- $f_3 = 589.88 \text{ Hz}$,
- $f_4 = 865.04 \text{ Hz}$.

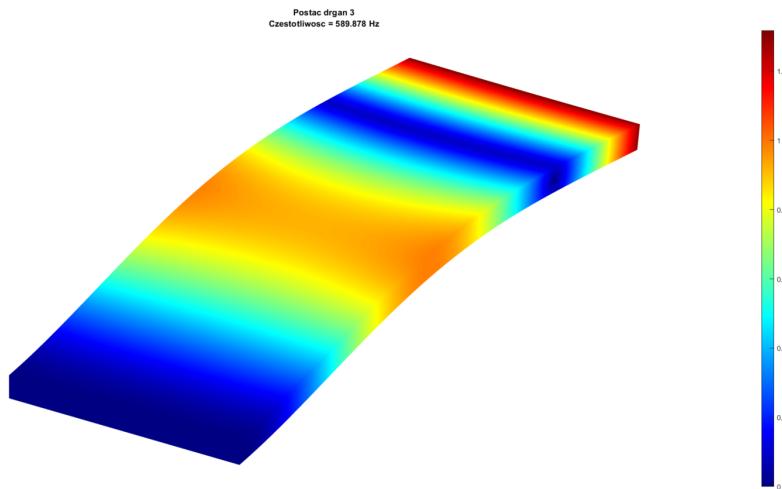
Aby wyświetlić postacie drgań odpowiadające wyznaczonym częstotliwością skorzystano z funkcji **AnimateModeShape**, a wyniki wyświetlono na **Rysunkach 1.3 – 1.6**.



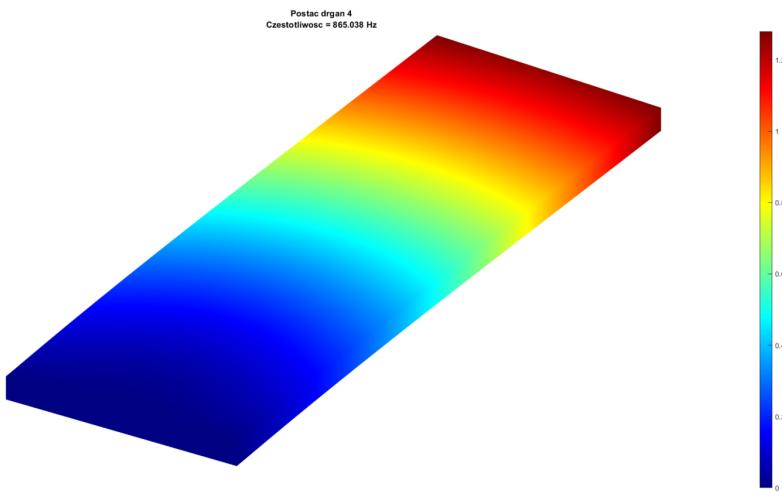
Rysunek 1.3 Postacie drgań dla częstotliwości 94,81 Hz



Rysunek 1.4 Postacie drgań dla częstotliwości 565.72 Hz



Rysunek 1.5 Postacie drgań dla częstotliwości 589,88 Hz



Rysunek 1.6 Postacie drgań dla częstotliwości 865,04 Hz

Wykorzystany kod:

```
%% Zadanie 1 – Częstotliwości własne
clc
clear vars
close all
%% Utworzenie obieku PDE
modelM = createpde('structural','modal-solid');
%% Generowanie bryły 3D
X = 0.1;
Y = 0.3;
Z = 0.01;
gm = multicuboid(X,Y,Z);
modelM.Geometry = gm;
%% Wyświetlenie geometrii
figure(1)
pdegplot(modelM,'EdgeLabels','on');
axis equal
title 'Geometria z oznaczeniami krawędzi'
figure(2)
pdegplot(modelM,'FaceLabels','on');
axis equal
title 'Geometria z oznaczeniami powierzchni'
figure(3)
pdegplot(modelM,'VertexLabels','on');
axis equal
title 'Geometria z oznaczeniami wierzchołków'
%% Generowanie siatki MES
```

```

hmax = 8e-3;
msh = generateMesh(modelM, 'Hmax', hmax);
%% Wyświetlenie siatki MES
figure(4)
pdeplot3D(modelM);
axis equal
title('Siatka elementów skończonych nałożona na płytę');
%% Nadanie własności materiałowych
E = 210*10^9;           %Moduł Younga
nu = 0.3;                %Współczynnik Poissona
rho = 7800;               %Gęstość
structuralProperties(modelM, 'YoungsModulus', E, ...
'PoissonsRatio', nu, ...
'MassDensity', rho);
%% Warunki brzegowe
structuralBC(modelM, 'Face', 6, 'Constraint', 'fixed');
%% Przeprowadzenie symulacji
resModal = solve(modelM, 'FrequencyRange', [0, 1000]*2*pi);
%% Wyświetlanie częstotliwości drgań własnych
modeID = 1:numel(resModal.NaturalFrequencies);
tmodalResults = table(modeID, resModal.NaturalFrequencies/(2*pi));
tmodalResults.Properties.VariableNames = {'Mode', 'Frequency'};
disp(tmodalResults)
%% Animacja danej postaci drgań
ModeNumber = 4;
FrameRate = 30;
AnimateModeShape(resModal, ModeNumber, FrameRate)

```

Zadanie 2 – Symulacja odpowiedzi częstotliwościowej

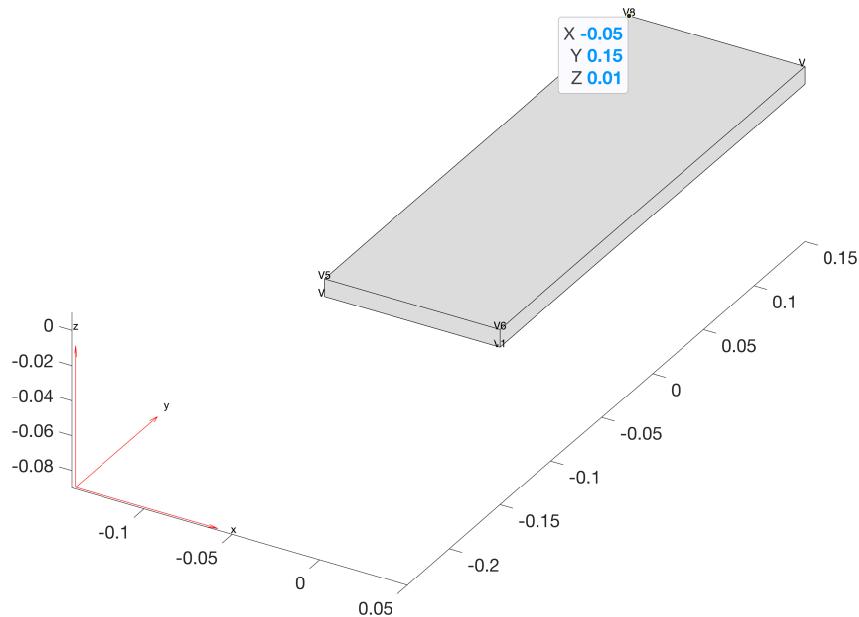
Zadanie 2.1

Zadanie polegało na wyznaczeniu odpowiedzi częstotliwościowej struktury na zadane wymuszenie w kierunku osi Z. Punkty, w których należało wyznaczyć odpowiedzi to:

- **A** – X: -0.05, Y: 0.15, Z: 0.01 [m]
- **B** – X: -0.05, Y: 0.0866, Z: 0.01 [m]
- **C** – X: 0, Y: 0.15, Z: 0.01 [m]

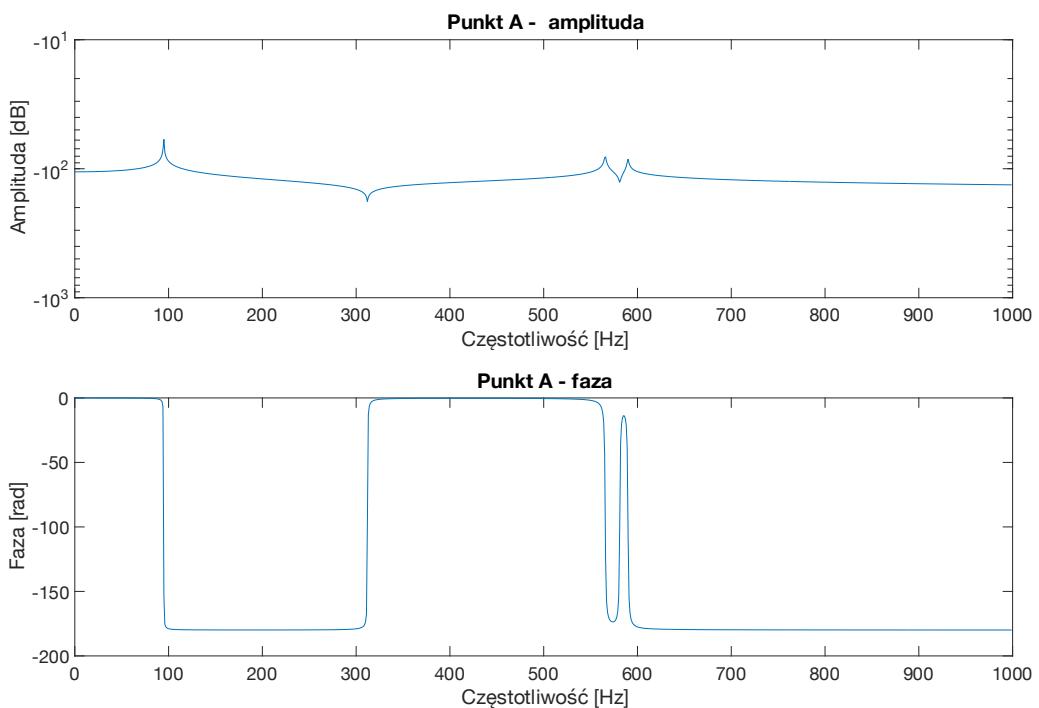
Następnie należało wykreślić wykresy amplitudowo-częstotliwościowe (w skali logarytmicznej) i fazowo-częstotliwościowe **przesunięcia** w podanych punktach. Tłumienie założone zostało jako 0,1% tłumienia krytycznego, a wymuszenie zdefiniowano jako siłę o wartości $F_z = 1N$ przyłożoną do wierzchołka płyty o numerze 8. Przedstawiono to miejsce na **Rysunku 2.1**.

Geometria z zaznaczonym punktem przyłożenia siły

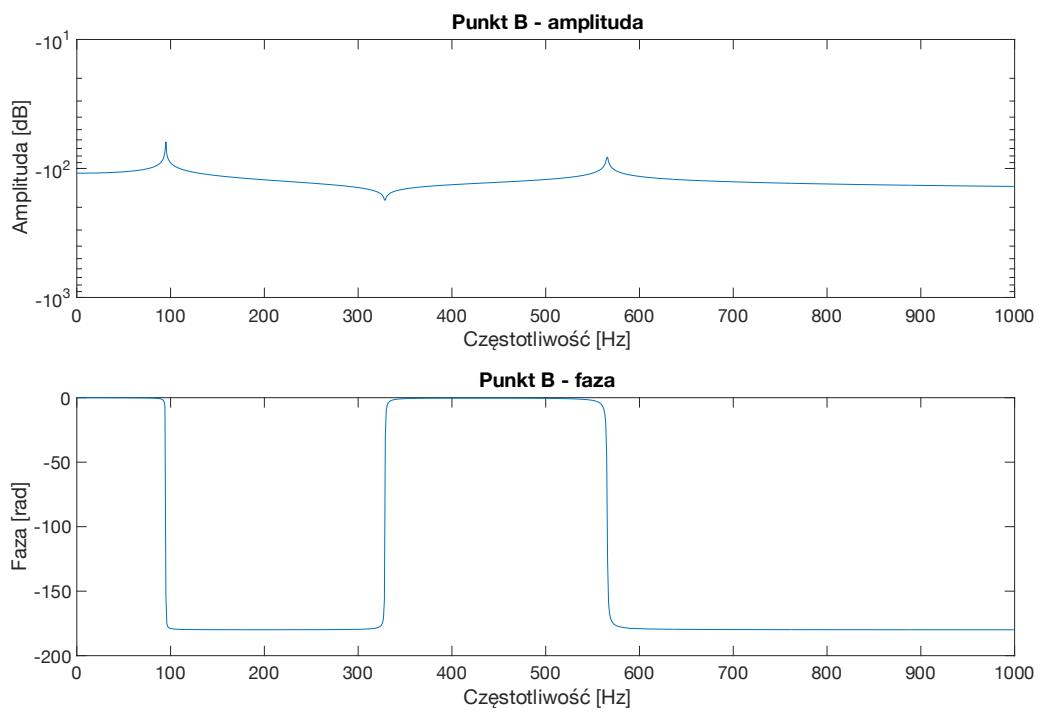


Rysunek 2.1 - Miejsce przyłożenia siły

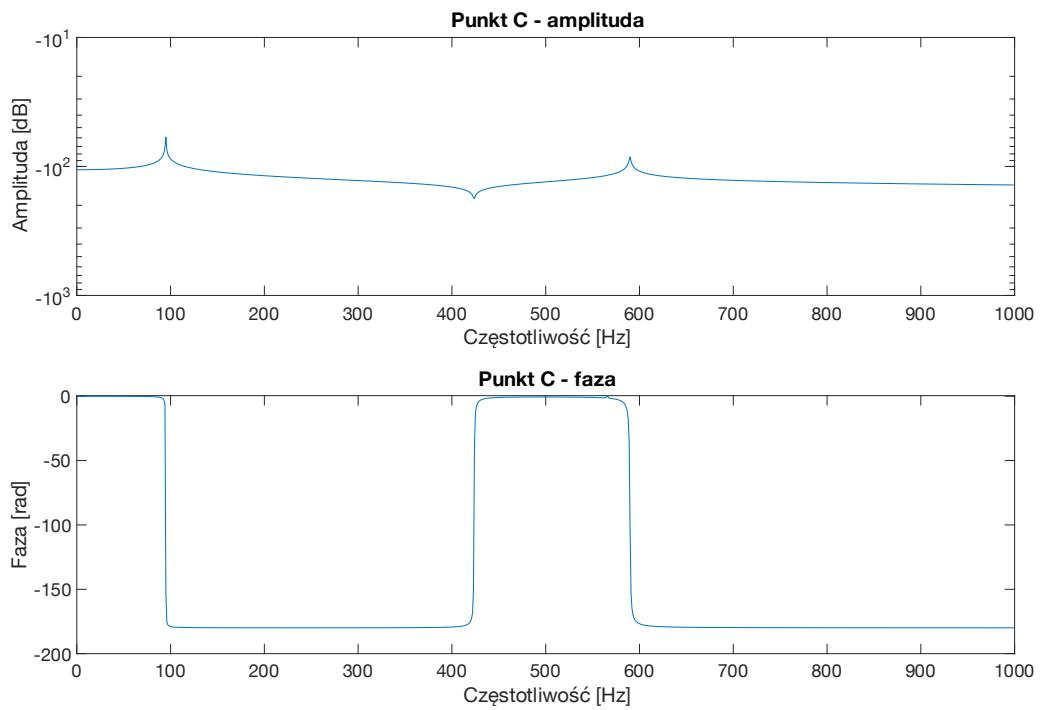
Można zauważyć, że jego współrzędne pokrywają się z punktem A. Na następnych stronach na **Rysunkach 2.2 – 2.4** przedstawiono wykresy wartości bezwzględnej oraz fazy dla punktów A, B i C. Dodatkowo na **Rysunku 2.5** przedstawiono złożenie odpowiedzi z trzech punktów na jednym wykresie.



Rysunek 2.2 - Odpowiedź w punkcie A

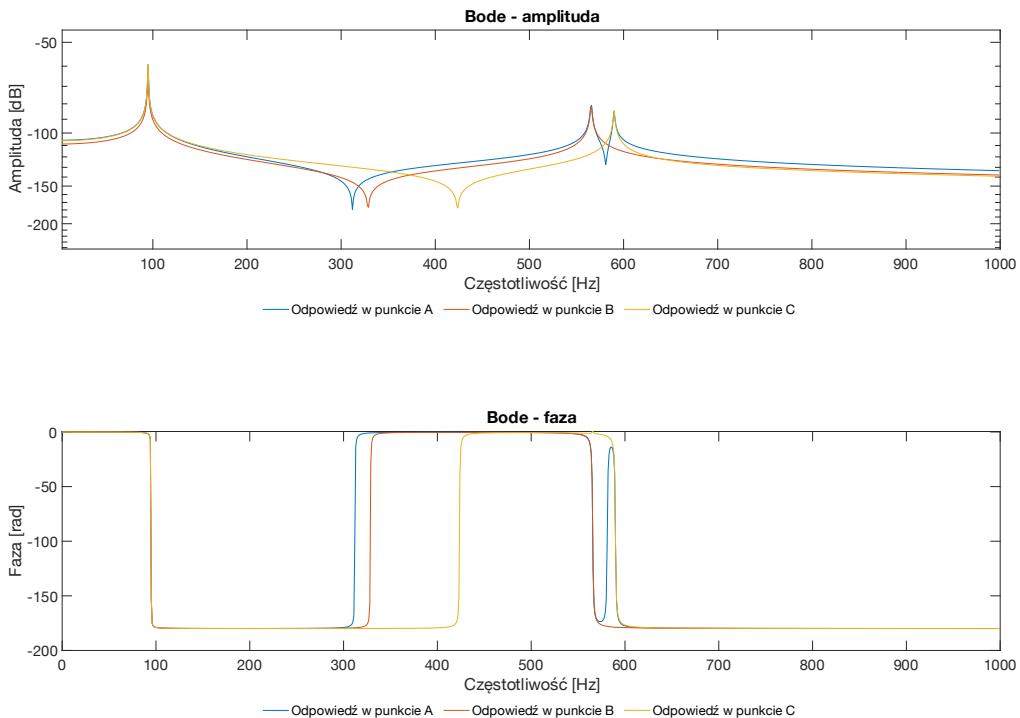


Rysunek 2.3 - Odpowiedź w punkcie B



Rysunek 2.4 - Odpowiedź w punkcie C

W celu możliwości lepszego graficznego porównania wykresów stworzono złożenie przedstawione na **Rysunku 2.5** poniżej:



Rysunek 2.5 - Złożenie odpowiedzi w różnych punktach

Odpowiedź w punkcie A zawiera wszystkie postacie drgań własnych, a dla odpowiedzi w punktach B oraz C brakuje częstotliwości odpowiadających postacią występującymi w częstotliwościach odpowiednio: 589,88 Hz (trzecia częstotliwość własna) i 565,72 Hz (druga częstotliwość własna).

Brakujące częstotliwości wynikają z tego, iż w miejscu pomiaru dla tych częstotliwości występuje węzeł fali, a zatem przemieszczenie w tym punkcie wynosi 0. Można to zauważyć na **Rysunku 1.4** – punkt C: dla tego punktu znajdującego się na środku symetrii płyty równoległego do osi y, na oddalonym od początku układu końca płyty – krawędź E7 widać niebieski kolor oznaczający przemieszczenie równe 0. Taka sama sytuacja występuje dla odpowiedzi w punkcie B, co można zauważyć na **Rysunku 1.5**: punkt znajdujący się na krawędzi E8 oddalony od krawędzi E7 o 0,0634[m] odpowiada przemieszczeniu równemu 0.

Inną różnicą pomiędzy wykresami jest przesunięty antyrezonans, który znajduje się w zakresie 300 – 400 Hz. Kolejnym wnioskiem nasuwającym się z powyższych odpowiedzi jest to, że faza odpowiedzi zmienia swoją wartość o -180° dla rezonansu oraz 180° dla antyrezonansu.

Wykorzystany kod:

```
%% Zadanie 2 – Odpowiedz na wymuszenie
clc
clear vars
close all
%% Utworzenie obieku PDE
modelM = createpde('structural','modal-solid');
```

```

%% Generowanie bryły 3D
X = 0.1;
Y = 0.3;
Z = 0.01;
gm = multicuboid(X,Y,Z);
modelM.Geometry = gm;
%% Generowanie siatki MES
hmax = 8e-3;
msh = generateMesh(modelM,'Hmax',hmax);
%% Nadanie własności materiałowych
E = 210*10^9; %Moduł Younga
nu = 0.3; %Współczynnik Poissona
rho = 7800; %Gęstość
structuralProperties(modelM,'YoungsModulus',E, ...
'PoissonsRatio',nu, ...
'MassDensity',rho);
%% Warunki brzegowe
structuralBC(modelM,'Face',6,'Constraint','fixed');
%% Przeprowadzenie symulacji
resModal = solve(modelM,'FrequencyRange',[0,1000]*2*pi);
%% Wyświetlanie częstotliwości drgań własnych
modeID = 1:numel(resModal.NaturalFrequencies);
tmodalResults = table(modeID.',resModal.NaturalFrequencies/(2*pi));
tmodalResults.Properties.VariableNames = {'Mode','Frequency'};
disp(tmodalResults)
%% Nowy model - do symulacji wymuszenia
modelFR = createpde('structural','frequency-solid');
modelFR.Geometry = modelM.Geometry;
modelFR.Mesh = modelM.Mesh;
structuralProperties(modelFR,'YoungsModulus',E,'PoissonsRatio', nu,'MassDensity',
rho);
structuralBC(modelFR,'Face',6,'Constraint','fixed');
%% Tłumienie
structuralDamping(modelFR,'Zeta',0.001);
%% Siła
Fx = 0;
Fy = 0;
Fz = 1;
VertexNo = 8;
structuralBoundaryLoad(modelFR,'Vertex',VertexNo,'Force',[Fx,Fy,Fz]);
%% Symulacja
flist = linspace(0,999,1000)*2*pi;
resFreq = solve(modelFR,flist,'ModalResults',resModal);
%% Odpowiedz częstotliwościowa danego węzła
%% Punkt A
% x=-0.05;
% y=0.15;
% z=0.01;
%% Punkt B
% x=-0.05;
% y=0.0866;
% z=0.01;
%% Punkt C
x=0;
y=0.15;
z=0.01;
%% Parametry
XYZ = [x,y,z];
dataType = 'przemieszczenie';
dataType1 = 'predkosc';
dataType2 = 'przyspieszenie';
%% Wyświetlenie punktu
figure
pdeplot3D(modelM);
hold on
plot3(x,y,z,'ro')

```

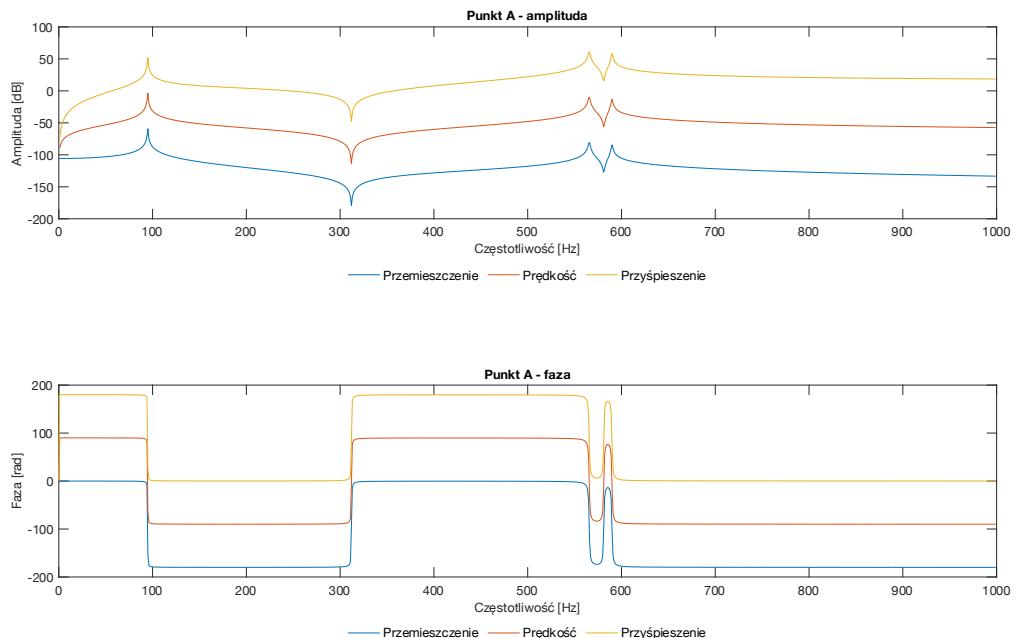
```

hold off
axis equal
%% Odpowiedz węzła
[FRF,Freq] = DisplayFRF(resFreq,XYZ,dataType);
[FRF1,Freq1] = DisplayFRF(resFreq,XYZ,dataType1);
[FRF2,Freq2] = DisplayFRF(resFreq,XYZ,dataType2);
%% Wyświetlanie odpowiedzi
%Przemieszczenia
figure(10)
subplot(2,1,1)
semilog(Freq,mag2db(abs(FRF(:,3))))
title('Bode - amplituda')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Amplituda [dB]')
subplot(2,1,2)
plot(Freq,rad2deg(angle(FRF(:,3))))
title('Bode - faza')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Faza [rad]')
%%
% Predkosc
figure(11)
subplot(2,1,1)
plot(Freq1,mag2db(abs(FRF1(:,3))))
title('Bode - amplituda')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Amplituda [dB]')
subplot(2,1,2)
plot(Freq1,angle(FRF1(:,3)))
title('Bode - faza')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Faza [rad]')
%Przyspieszenie
figure(12)
subplot(2,1,1)
plot(Freq2,mag2db(abs(FRF2(:,3))))
title('Bode - amplituda')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Amplituda [dB]')
subplot(2,1,2)
plot(Freq2,angle(FRF2(:,3)))
title('Bode - faza')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Faza [rad]')

```

Zadanie 2.2

W tej części zadania należało odczytać przemieszczenie, prędkość i przyśpieszenie z punktu A i przedstawić ich zestawienie na jednym wykresie – **Rysunek 2.6**. Ten fragment zadania został wykonany z pomocą kodu z *Zadania 2.1*.



Rysunek 2.6 - Złożenie charakterystyk przemieszczenia, prędkości i przyśpieszenia

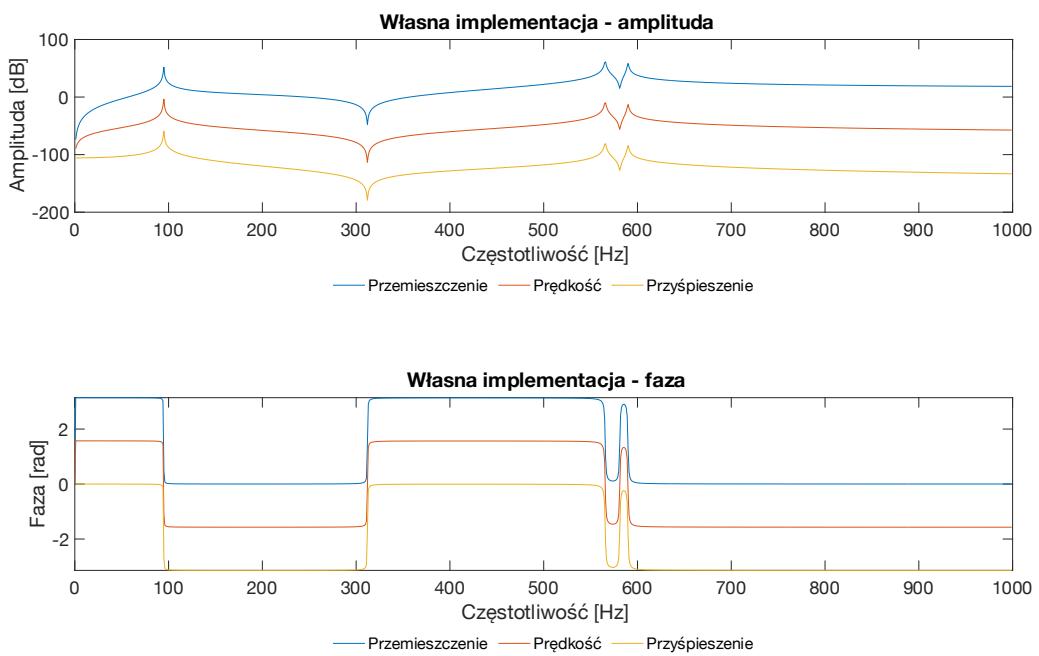
Następnie otrzymano charakterystyki dla przemieszczenia i przyśpieszenia poprzez operację całkowania i różniczkowania w dziedzinie częstotliwości. Skorzystano ze wzorów:

$$\begin{aligned} \text{Pochodna: } F\left(\frac{dy(t)}{dt}\right) &= F(y(t)) \cdot j2\pi f \\ \text{Całka: } F\left(\int y(t)dt\right) &= \frac{F(y(t))}{j2\pi f} \end{aligned}$$

Stworzono zatem kod:

```
%% Różniczkowanie i Całkowanie – własna implementacja
%Calka
d_FRF = FRF1(:,3)/1i/2/pi;
Freq_1t=transpose(Freq1);
d_FRF = d_FRF./Freq_1t;
%Pochodna
i_FRF = FRF1(:,3)*1i*2*pi;
Freq_1t=transpose(Freq1);
i_FRF = i_FRF.*Freq_1t;
```

I otrzymano charakterystykę przedstawioną na **Rysunku 2.7**.

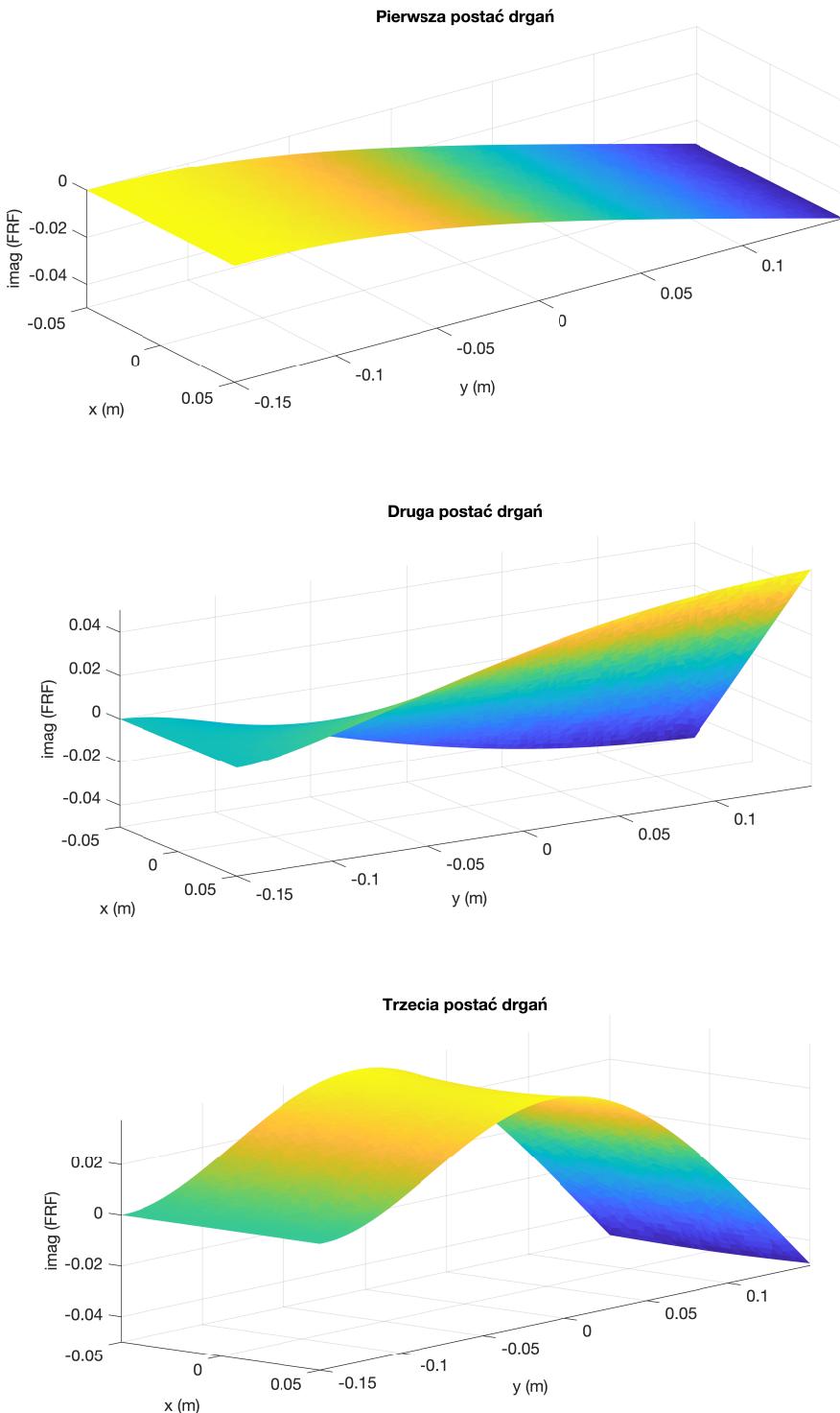


Rysunek 2.7 - Złożenie charakterystyk otrzymanych dzięki własnej implementacji całki i pochodnej

Zgodnie z oczekiwaniemi, otrzymane wykresy pokrywają się otrzymanymi za pomocą funkcji **DisplayFRF()**. Ponieważ są one przedstawione w dziedzinie częstotliwości, pochodna i całka są realizowane poprzez mnożenie bądź dzielenie wyników przez $j2\pi f$. Stąd różnice pomiędzy zmierzonymi wielkościami są widoczne poprzez podnoszenie lub obniżanie wykresu o daną wartość. Pomimo mnożenia wyników przez wektor częstotliwości, wykresy przesuwane są o tę samą wartość, niezależnie od częstotliwości wartość (poza wartościami leżącymi blisko 0 Hz). Wynika to z zastosowania logarytmicznego wykresu na osi y.

Zadanie 2.3

W tej części zadania należało użyć otrzymanych odpowiedzi częstotliwościowych w celu wykreślenia postaci odpowiadającym trzem pierwszym częstotliwością własnym. W tym celu wykorzystano odpowiedź z górnej części płytki i posłużyono się funkcją **DisplayMode**. Wynik przedstawiono na **Rysunku 2.8**.



Rysunek 2.8 - Zestawienie pierwszych trzech postaci drgań otrzymanych dzięki odpowiedzi częstotliwościowym

Postaci drgań otrzymane dzięki użyciu odpowiedzi częstotliwościowych pokrywają się z otrzymanymi w zadaniu 2.1. Odpowiedź częstotliwościowa daje informację na temat zachowania struktury na wymuszenie o określonej częstotliwości poprzez amplitudę i fazę zmierzonej wielkości. Na ich podstawie jesteśmy w stanie wyznaczyć postacie drgań struktury.

Wykorzystany kod:

```
%% Zadanie 2.3
Axis = 3;
Zlayer = 0.01;
fc1=94.1;
fc2=565.58;
fc3=589.84;
fc4=865.04;
fc_vec=[fc1 fc2 fc3 fc4];
%%
figure
for i=1:1:3
    fc=fc_vec(i);
    [~,ModeShape,Xv,Yv,Zv] = DisplayMode(resFreq,modelFR,Zlayer,Axis,fc);
    ModeZ = imag(ModeShape);
    scale = max(Xv)./max(abs(ModeZ(:)));
    %figure
    subplot(3,1,i)
    tri = delaunay(Xv,Yv);
    trisurf(tri,Xv,Yv,ModeZ*scale);
    axis equal
    shading flat
    xlabel('x (m)'); ylabel('y (m)'); zlabel('imag (FRF)');
end
```

Zadanie 2.4

W ostatniej części zadania należało ponownie przeprowadzić symulację z *Zadaniem 2.1 i 2.3* zakładając tłumienie równe 3% tłumienia krytycznego.

Postacie drgań

W tej części zadania należało wykreślić i porównać postacie drgań otrzymane w *Zadaniu 2.3* z nowym tłumieniem z postaciami z *Zadania 1*, a następnie korzystając z funkcji **modalfit** wyświetlić kształty niesprzężonych postaci drgań. W celu dobrej prezentacji graficznej w pierwszej kolejności przedstawiono kod, a na następnych stronach zespoły wykresów w kolejności:

- Postać drgań otrzymana w *Zadaniu 1*
- Postać drgań otrzymana w *Zadaniu 2.3* dla tłumienia równego 3% tłumienia krytycznego
- Postać drgań otrzymana w rezultacie użycia funkcji **modalfit**

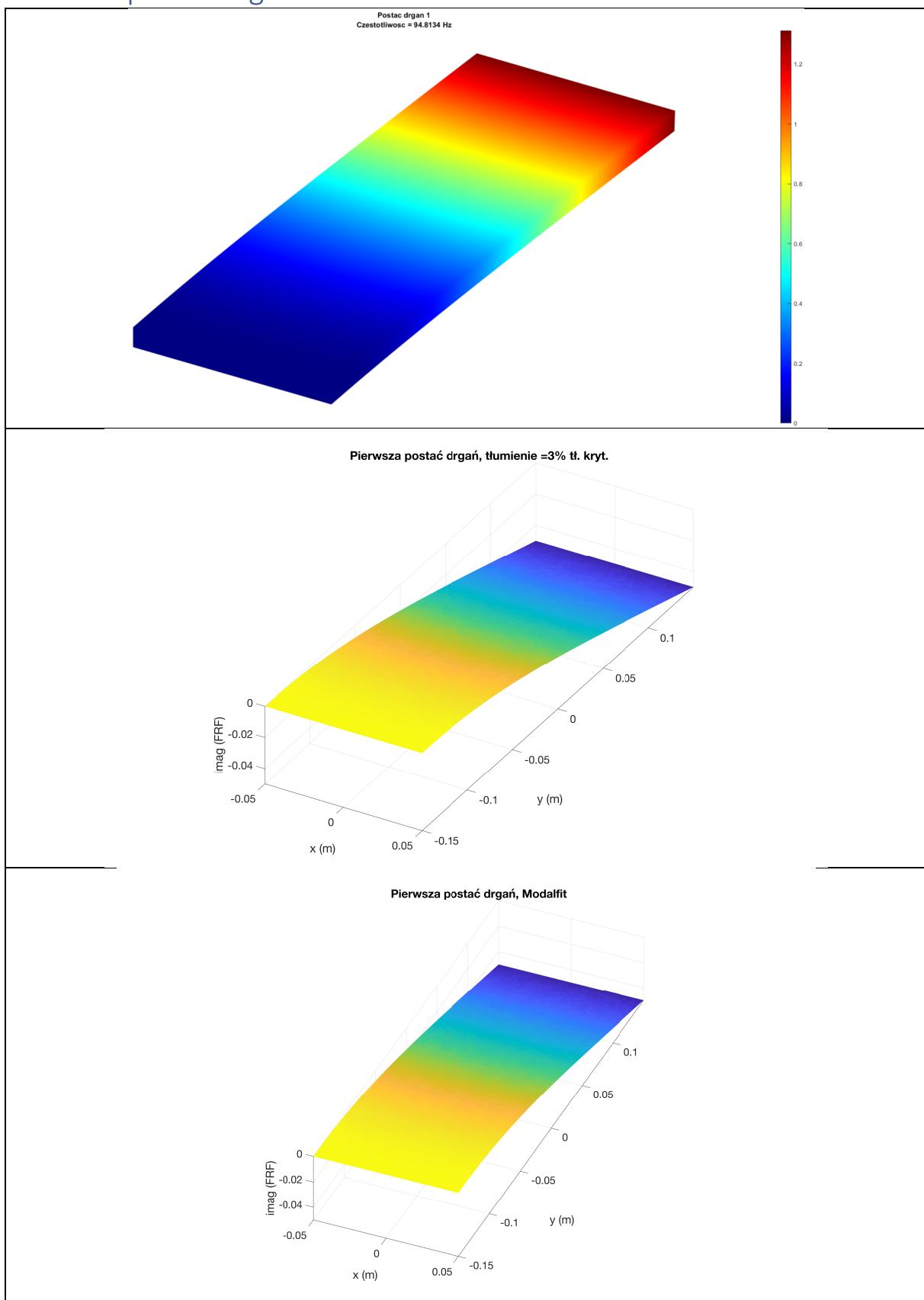
Poniżej zaprezentowano dodany fragment kodu związany z otrzymywaniem wykresów odpowiadającym pojedynczym postaciom drgań.

```
%% Zadanie 2.4
for i =1:1:4
    figure
    [FRFmap,ModeShape,Xv,Yv,Zv] = DisplayMode(resFreq,modelFR,Zlayer,Axis,fc);

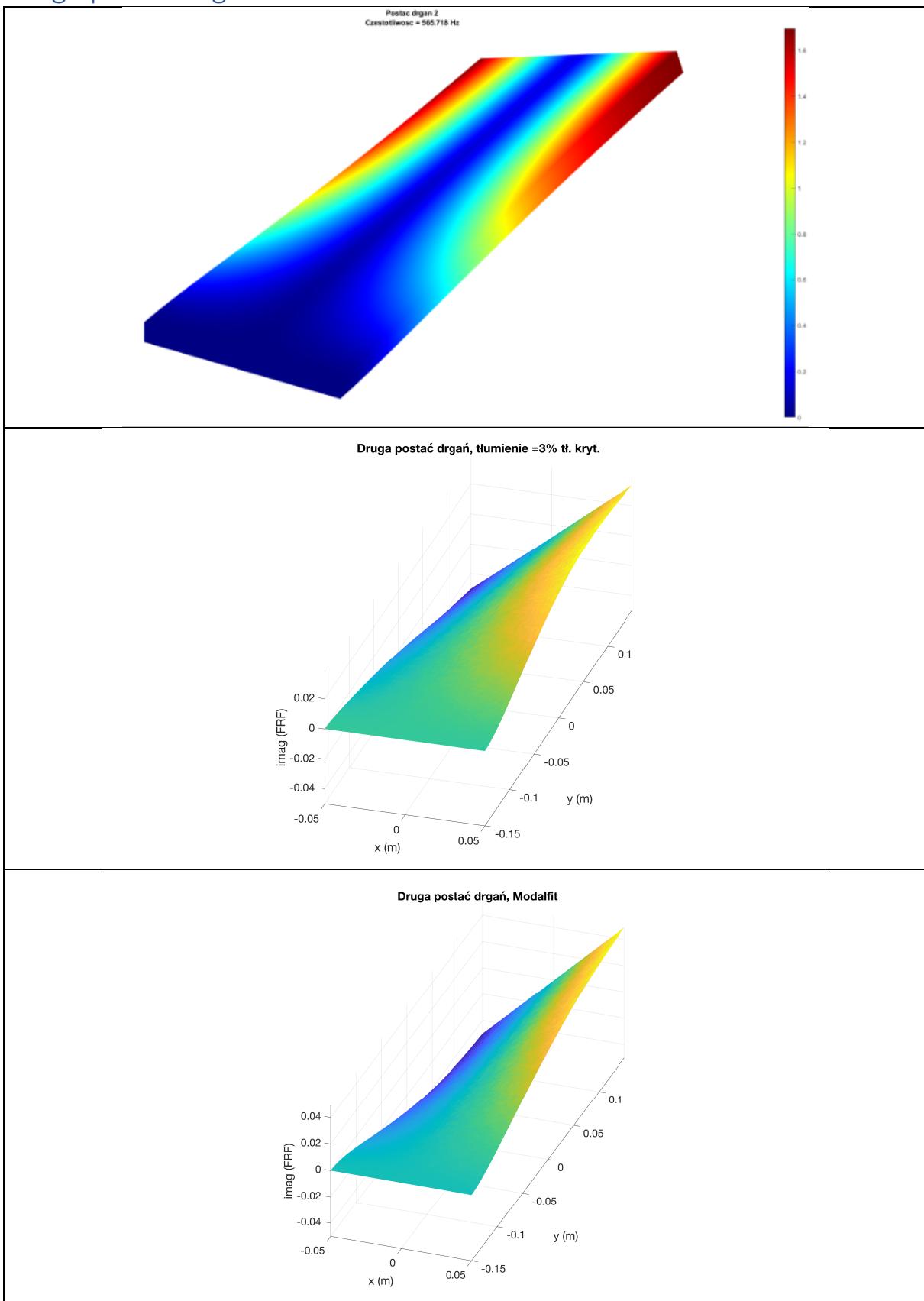
    fs=2000;
    Nmodes = 4;
    freqRange=[0 1000];
    fcs=fc_vec;
    [FN,DR,MS] =
    modalfit(FRFmap,Freq,fs,Nmodes,'FreqRange',freqRange,'FitMethod','lsce',...
        'PhysFreq',fcs);
    display(FN)
    ModeZ = imag(MS(:,i));

    scale = max(Xv)./max(abs(ModeZ(:)));
    tri = delaunay(Xv,Yv);
    trisurf(tri,Xv,Yv,ModeZ*scale);
    axis equal
    shading flat
    xlabel('x (m)'); ylabel('y (m)'); zlabel('imag (FRF)');
end
%%
```

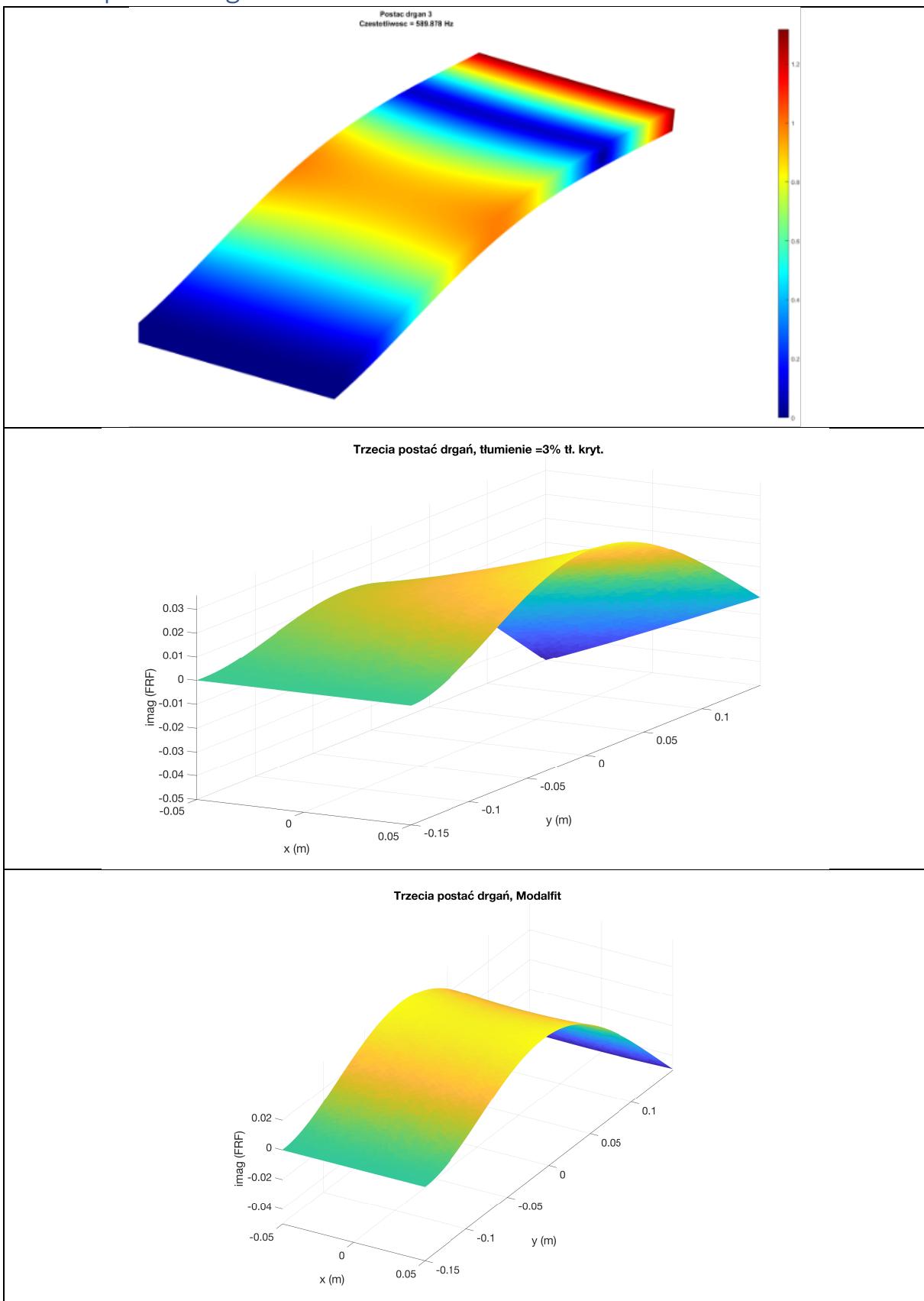
Pierwsza postać drgań



Druga postać drgań



Trzecia postać drgań



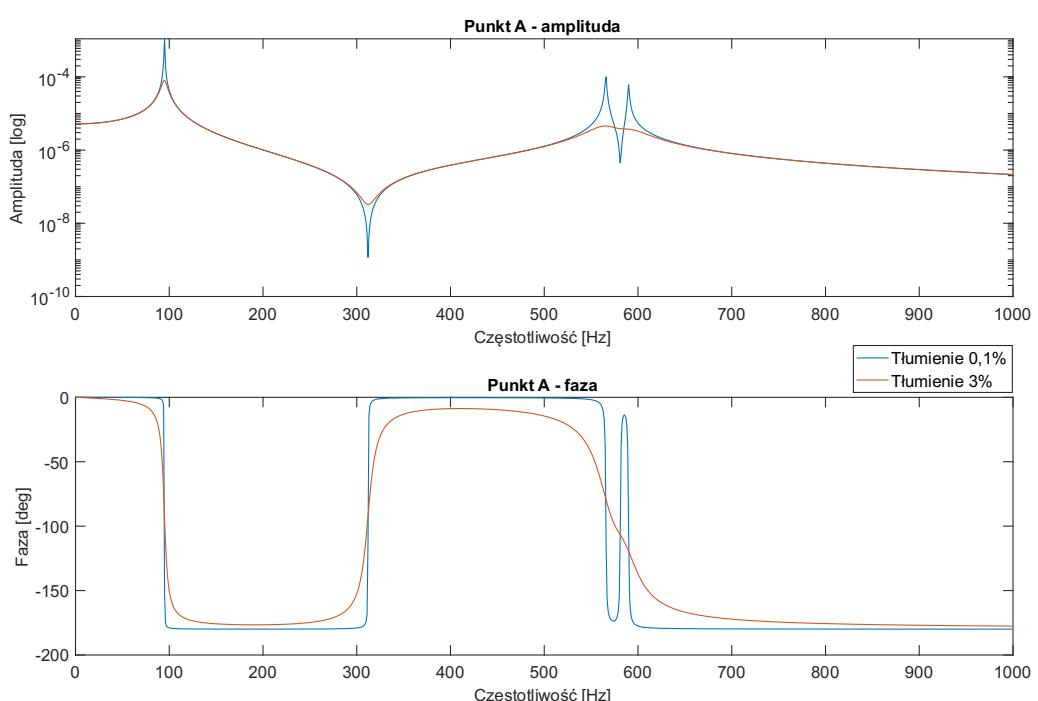
Dla pierwszej postaci drgań różnice pomiędzy metodami są niezauważalne. Wynika to z braku innych częstotliwości drgań w pobliżu tej częstotliwości. Zatem nie zachodzi dla niej sprzężenie.

Dla drugiej postaci drgań różnice są bardziej zauważalne. Podobieństwa wyników zachodzą pomiędzy wynikami z *zadania 1* oraz otrzymanymi poprzez funkcję **modalfit**. Ze względu na zachodzenie sprzężenia dla tej częstotliwości, postać uzyskana poprzez odpowiedź częstotliwościową nie jest prawidłowa.

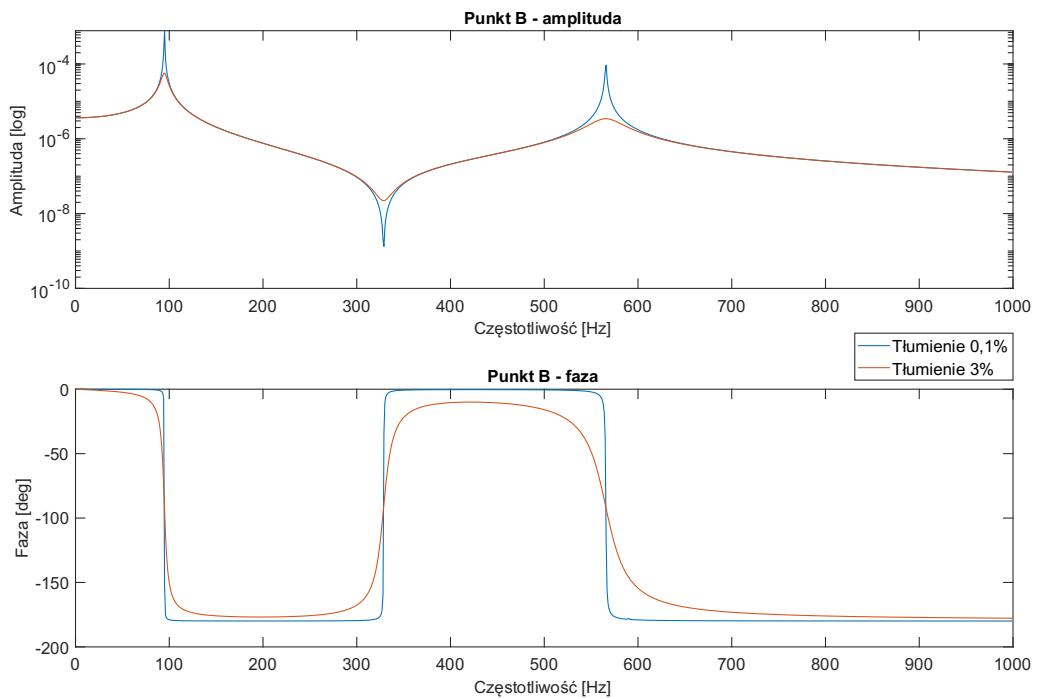
To samo zjawisko, w jeszcze większym stopniu, zachodzi dla trzeciej postaci drgań. Widać na wykresie otrzymanym metodą z *Zadania 2.3* wyraźne sprzężenie drgań trzeciej postaci (wzdłuż dłuższej krawędzi płyty) z drganiami drugiej postaci (wzdłuż krótszej krawędzi płyty – poprzednia strona) wynikające z zasady superpozycji modalnej. W efekcie otrzymana postać posiada elementy obu tych postaci.

Sprzężenie można zauważać także na wykresach odpowiedzi, co przedstawiono na kolejnych stronach.

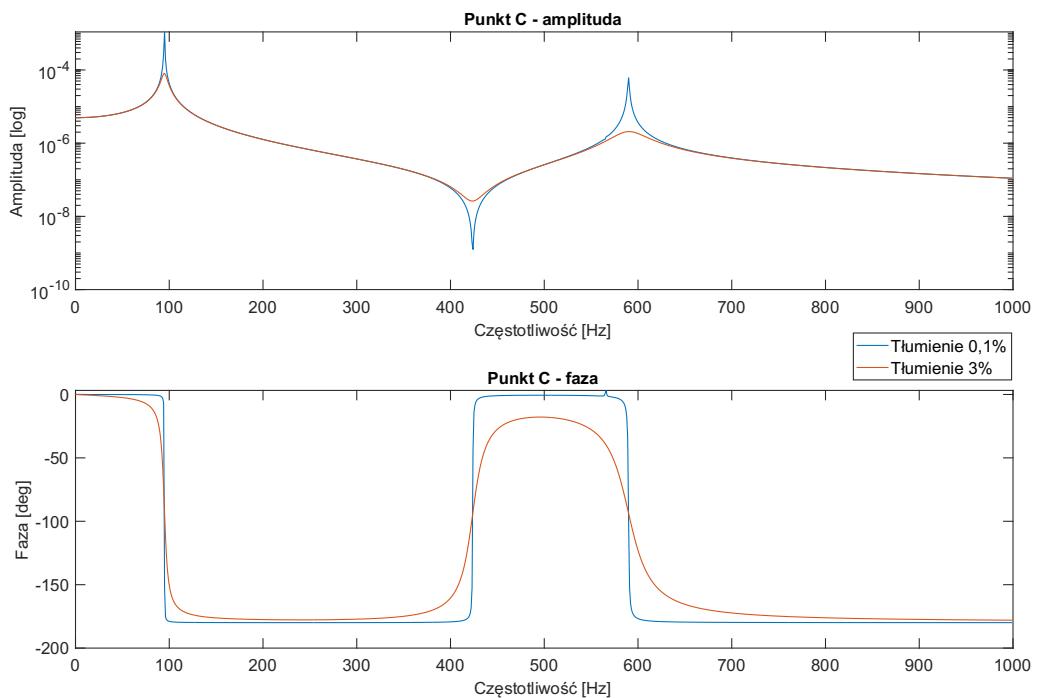
Porównanie wyznaczonych odpowiedzi w punktach A, B i C



Rysunek 0.1 Porównanie odpowiedzi w punkcie A



Rysunek 0.2 Porównanie odpowiedzi w punkcie B



Rysunek 0.3 Porównanie odpowiedzi w punkcie C

Wykresy Bodego dla odpowiedzi w punkcie A pokazują zjawisko sprzężenia. Dwie częstotliwości drgań własnych występujące dla tłumienia 0,1% zostały spłaszczone i są widoczne jako jeden szeroki pik o niewielkiej amplitudzie. Jest to spowodowane niewielką odlegością tych częstotliwości od siebie oraz wyższym tłumieniem, które obniżyło ich amplitudę.

To zjawisko spowodowało nieprawidłowe postacie drgań otrzymane w pierwszej części zadania.