



Wydział Inżynierii  
Mechanicznej i Robotyki  
Katedra Robotyki i  
Mechatroniki



## Identyfikacja Układów Mechatronicznych

### Sprawozdanie

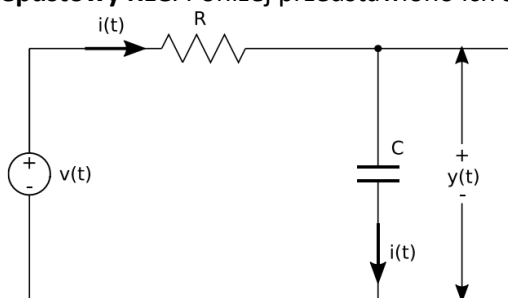
Laboratorium 6: Identyfikacja układu na podstawie danych

Imię i Nazwisko: Jakub Nowak, Maciej Mazurkiewicz

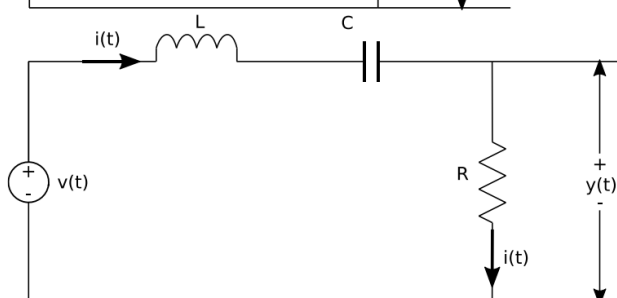
Nr grupy: 2

### Zadanie 1 – Transmitancja widmowa wprost oraz kompensacja niedoskonałości układu

W sprawozdaniu praca opierała się na danych z pomiaru laboratoryjnego przeprowadzonego z wykorzystaniem dwóch obwodów elektrycznych: **filtr dolnoprzepustowy RC** oraz **filtr pasmowo-przepustowy RLC**. Poniżej przedstawiono ich schematy i transmitancje:



$$H(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{\frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_1 C_1}}$$



$$H(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{\frac{R_2}{L_2} s}{s^2 + \frac{R_2}{L_2} s + \frac{1}{C_2 L_2}}$$

Dane dostępne do wykonania to mierzone sygnały wejściowe i wyjściowe dla konfiguracji:

- układ RC:
  - chirp: częstotliwość od 40 Hz do 150 kHz, długość sygnału 2 sekundy
  - szum: częstotliwość do 200 kHz, długość sygnału 2 sekundy
- układ RLC:
  - chirp: częstotliwość od 1 do 300 kHz, długość sygnału 2 sekundy
  - szum: częstotliwość do 500 kHz, długość sygnału 2 sekundy

Dodatkowo w celu otrzymania teoretycznych transmitancji korzystając ze wzorów podano wartości komponentów:

- układ RC:  $R1 = 47 \Omega$ ,  $C1 = 2.2 \mu F$
- układ RLC:  $R2 = 220 \Omega$ ,  $C2 = 4.7 \text{ nF}$  i  $L2 = 1 \text{ mH}$

### Transmitancje widmowe wprost

W tej części zadania wykorzystane zostaną dane z pomiarów, gdzie wymuszeniem był sygnał chirp. Dla układu RC i RLC stworzone zostaną transmitancje stosując definicję wprost:

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{V(\omega)}$$

Gdzie  $V(\omega)$  i  $Y(\omega)$  są transformatami Fouriera sygnału wejściowego i wyjściowego. Następnie podobnie jak w poprzednim laboratorium stworzone zostaną wykresy Bodego, które porównane zostaną z teoretycznymi wykresami otrzymanymi dla teoretycznych transmitancji. Poniżej zawarto kod wykorzystany do wykonania tej części zadania.

```
%% Zadanie 1
clear all
close all
clc

%% Wczytanie danych
load('20210305-RC_Chirp40v150kHz_T2s.mat') %Układ RC
load('20220401-RLC_Chirp1v300kHz_T2s.mat') %Układ RLC

%% Preprocessing
A(isnan(A)) = 0;
B(isnan(B)) = 0;
A(isinf(A)) = 0;
B(isinf(B)) = 0;

%% Obliczanie funkcji przejścia wprost
Af = fft(A);
Bf = fft(B);
t_max = Length * Tinterval;
t=Tstart:Tinterval:t_max-3*Tinterval;
fs=1/Tinterval;
f=linspace(0,fs,Length);
% f=f.*(2*pi);
H = Af./Bf;

%% Wykresy Bodego – obliczona funkcja przejścia
L = mag2db(abs(H));
F = rad2deg(angle(H));
figure(1)
subplot(2,1,1)
semilogx(f,L)
% xlim([40,150000]); % 40 do 150 kHz – RC
xlim([1,300000]); % 1 do 300 kHz – RLC
title('Bode – amplituda')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Amplituda [dB]')
subplot(2,1,2)
semilogx(f,F)
% xlim([40,150000]); % 40 do 150 kHz – RC
xlim([1,300000]); % 1 do 300 kHz – RLC
title('Bode – faza')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Faza [rad]')
```

```

%% Bode – teoria
R1 = 47;
C1 = 2.2*10−6;
R2 = 220;
C2 = 4.7*10−9;
L2 = 1*10−3;
%SYS1=tf([1/R1/C1],[1 1/R1/C1]);      %Układ RC
SYS2=tf([R2/L2 0],[1 R2/L2 1/C2/L2]); %Układ RLC
[mag,phase,w]=bode(SYS2,f);
%% Przekształcenie wektorów do odpowiedniej postaci
mag=squeeze(mag);
phase = squeeze(phase);
w=permute(w,[2 1]);
w=w./2/pi;
%% Wyświetlanie teoretycznych wykresów Bodego
figure(1)
subplot(2,1,1)
hold on
plot(w,mag2db(mag))
% xlim([40,150000]); % 40 do 150 kHz – RC
xlim([1,300000]); % 1 do 300 kHz – RLC
subplot(2,1,2)
hold on
plot(w,phase)
% xlim([40,150000]); % 40 do 150 kHz – RC
xlim([1,300000]); % 1 do 300 kHz – RLC

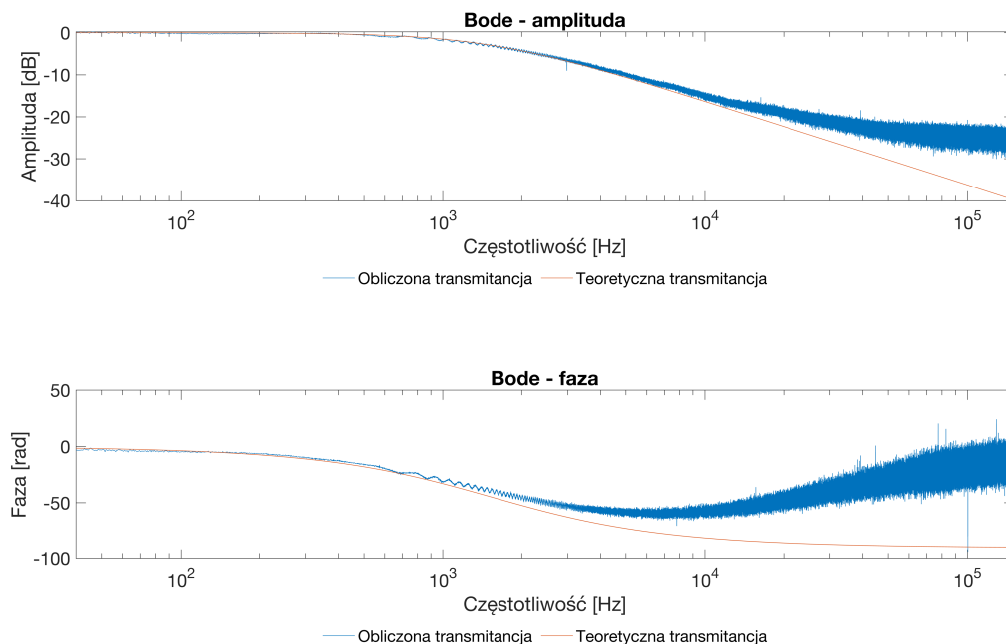
```

Stworzony kod jest wykorzystywany zarówno dla układu RC i RLC, odpowiednie fragmenty zostały zakomentowane. Poniżej przedstawiono osobno dla układu RC – porównanie charakterystyk Bodego oraz wyznaczenie pasma przenoszenia na podstawie spadku amplitudy o -3dB. Dla układu RLC porównanie charakterystyk Bodego, wyznaczenie częstotliwości rezonansowej i tłumienia.

#### Układ RC

Rozpoczęto od porównania wykresów Bodego poprzez przedstawienie ich na jednym wykresie –

**Rysunek 1.1.**

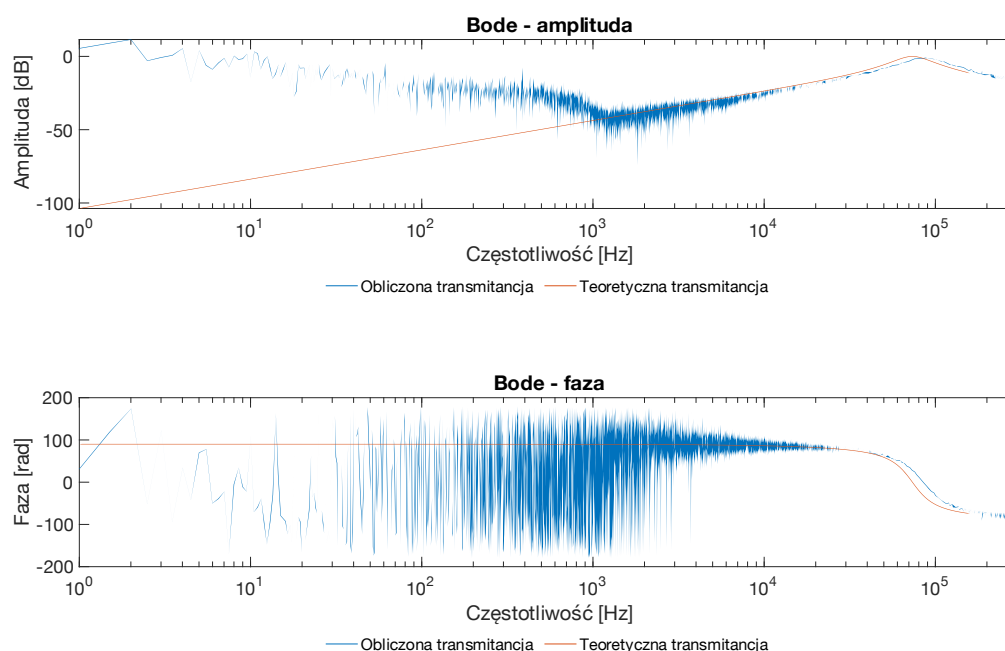


Rysunek 1.1 - Porównanie wykresów Bodego dla układu RC

	Model teoretyczny	Model eksperymentalny
<b>Pasmo przenoszenia</b>	1536 Hz	1513 Hz

Dla amplitudy widać pokrycie w części, która jest istotna ze względu na fakt odczytania pasma przenoszenia filtru, natomiast wykres fazowy wcześniej już się rozchodzi z rzeczywistym. Pasmo przenoszenia odczytane za pomocą metody połowy mocy, ukazuje dobrą korelację modelu eksperymentalnego oraz teoretycznego.

### Układ RLC



Rysunek 1.2 Porównanie wykresów Bodego dla układu RLC

	Model teoretyczny	Model eksperymentalny
<b>Częstotliwość rezonansowa</b>	73410 Hz	86500 Hz
<b>Tłumienie</b>	0,238	0,204

W przeciwieństwie do wyników dla układu RC, w tym przypadku wykresy pokrywają się lepiej wraz ze wzrostem częstotliwości. Mimo to charakterystyki są przesunięte względem częstotliwości, co powoduje zmianę odczytanej częstotliwości rezonansowej o ok. 13 kHz. Wartość współczynnika tłumienia, obliczona metodą połowy mocy, także różni się dla badanych modeli.

Błędy odwzorowania dla układu RC i RLC wynikają z faktu, że taki sposób obliczania transmitancji nie jest zgodny z teorią (wymuszenie to nie idealny impuls), a druga przyczyna różnic to niedoskonałości modelu tj. różnice rzeczywistych wartości komponentów. Na następnej stronie spróbowano rozwiązać ten problem dzięki pomiarom oraz szacowaniu rzeczywistej indukcyjności.

## Kompensacja niedoskonałości układu

W tej części zadania należało stworzyć nową transmitancję układu uwzględniając zmierzone rzeczywiste wartości komponentów.

W poprzednim podpunkcie zadanie zostało wykonane przy użyciu parametrów odczytanych z komponentów oraz zakładając, że są one idealne. W rzeczywistości komponenty posiadają tolerancję wartości rzędu 20%, oraz mają swoją rezystancję. W powyższym zadaniu zostanie to uwzględnione używając następującej transmitancji układu:

$$H(s) = \frac{H(s)}{V(s)} = \frac{\frac{R_2}{L_2} s}{s^2 + \frac{(R_2 + R_{2L})}{L_2} s + \frac{1}{C_2 L_2}}$$

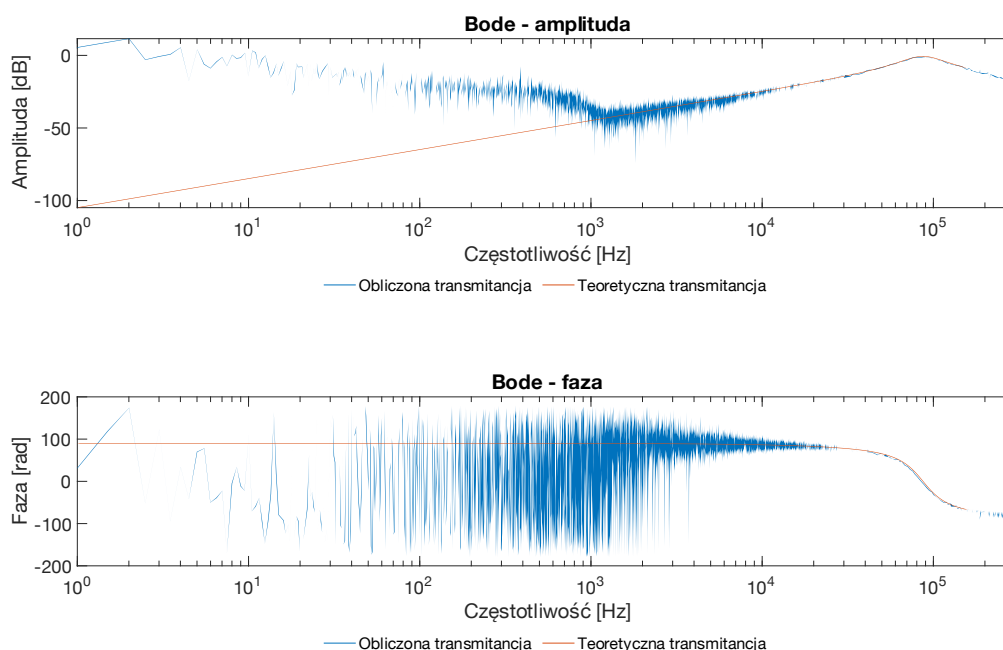
Odczytane rzeczywiste wartości komponentów:

$$R = 217,35 \, \Omega$$

$$RL = 16,3 \, \Omega$$

$$C = 4,181 \, nF$$

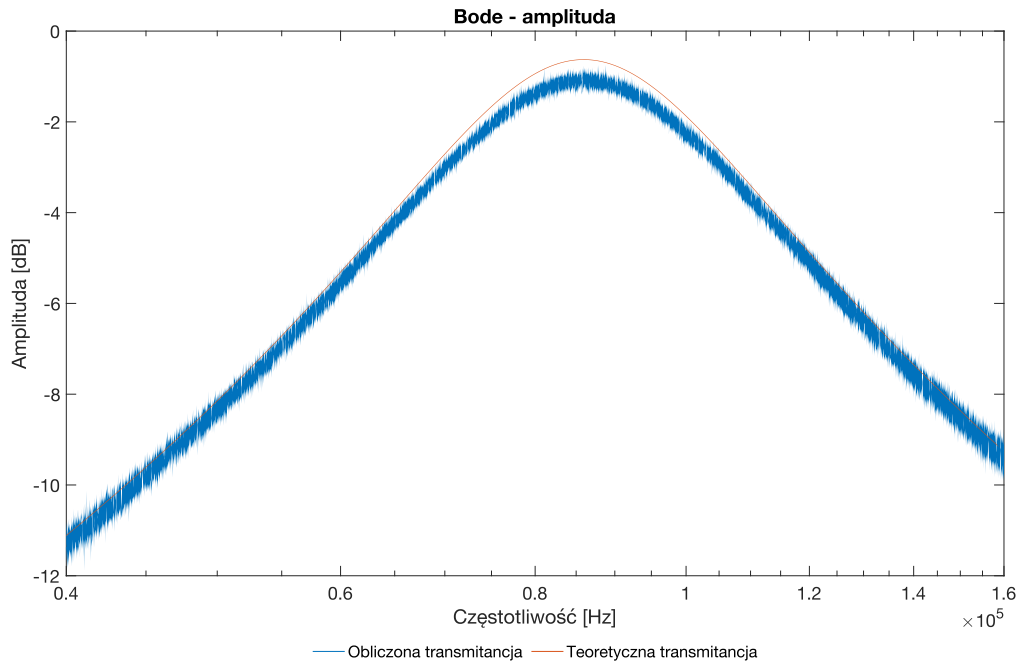
Na **Rysunku 1.3** poniżej przedstawiono zestawienie wykresów Bodego otrzymanych dla teoretycznej transmitancji oraz dla eksperymentalnie uzyskanej funkcji przejścia.



Rysunek 1.3 Porównanie wykresów Bodego dla układu RLC

Widać, że w okolicach częstotliwości rezonansowej występuje bardzo dobre pokrycie charakterystyk. Dodatkowo na następnej stronie umieszczono **Rysunek 1.4** na którym przedstawiono przybliżenie częstotliwości rezonansowej układu.

Rysunek 1.4 Zbliżenie na charakterystykę dla częstotliwości rezonansowej



Powyższe wyniki ukazują znacznie lepsze dopasowanie charakterystyk względem siebie. Znaleziona wartość indukcyjności dławika wynosi  $0,82 \text{ mH}$ , a zatem mieści się w zakresie tolerancji wynoszącym 20%. Wykorzystany kod zawarto poniżej:

```
%% Zadanie 1.2
R2_m = 217.35;
R_L2_m = 16.3;
C2_m = 4.181 * 10 ^(-9);
L2_szac = 0.82*10^(-3); % - znaleziona wartość
SYS2=tf([R2_m/L2_szac 0],[1 (R2_m + R_L2_m)/L2_szac 1/C2_m/L2_szac]);
f=linspace(0,fs,Length);
[mag,phase,w]=bode(SYS2,f);
%% Przekształcenie wektorów do odpowiedniej postaci
w=permute(w,[2 1]);
w=w./2/pi;
mag=squeeze(mag);
phase = squeeze(phase);
%% Wykresy Bodego - obliczona funkcja przejścia
L = mag2db(abs(H));
F = rad2deg(angle(H));
subplot(2,1,1)
semilogx(f,L)
xlim([1,300000]);
title('Bode - amplituda')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Amplituda [dB]')
subplot(2,1,2)
semilogx(f,F)
xlim([1,300000]);
title('Bode - faza')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Faza [rad]')
%% Wyświetlanie teoretycznych wykresów Bodego
figure(1)
subplot(2,1,1)
hold on
plot(w,mag2db(mag))
subplot(2,1,2)
hold on
plot(w,phase)
```

## Zadanie 2 – Estymatory funkcji przejścia: wprowadzenie

W tym zadaniu należało stworzyć kod implementujący funkcję **tfestimate** wykorzystywaną do wyznaczania funkcji przejścia za pomocą estymatora H1. Korzystając z podanego fragmentu kodu, konieczna była parametryzacja wielkości okna i wielkości nakładania się okien, aby osiągać zadaną rozdzielczość częstotliwościową. Zrealizowano zadanie znając zależność określającą rozdzielczość:  $df = \frac{1}{T}$  oraz posiadając wiedzę na temat działania algorytmu, który dzieli sygnał na okna o podanej szerokości *window*, które mogą nakładać się na siebie o ilość próbek równą parametrowi *overlap*, a następnie z każdego okna wyliczane są  $G_{xx}(\omega)$  i  $G_{xy}(\omega)$ , które są uśredniane dla wszystkich okien i wykorzystywane do obliczenia  $H_1(\omega)$  zgodnie ze wzorem:

$$H_1(\omega) = \frac{G_{xy}(\omega)}{G_{xx}(\omega)}$$

Zatem, ze względu na obliczenia estymatora za pomocą metody periodogramu Welcha, rozdzielczość częstotliwościowa jest zależna jedynie od szerokości okna zgodnie z zależnością:  $df = \frac{1}{T}$ , gdzie okres jest zastąpiony przez szerokość okna. Jednak ze względu na niezgodność jednostek konieczne jest rozszerzenie tej zależności:

$$df = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{1}{df} [s]$$
$$window [samples] \neq [s]$$

Aby móc zastąpić okres przez wielkość okna konieczne jest zatem wymnożenie go przez częstotliwość próbkowania:

$$window[samples] = T[s] \times f_s \left[ \frac{samples}{s} \right] = \frac{1}{df} [s] \times f_s \left[ \frac{samples}{s} \right] = \frac{f_s}{df} [samples]$$

Zatem ostatecznie zależność przyjmuję postać:

$$window = \frac{f_s}{df}$$

Poniżej przedstawiono ostateczną postać kodu:

```
fs=1000000;           %Częstotliwość próbkowania – stałe
df = 1;                %Rozdzielczość częstotliwościowa – zmienna
window = fs/df;        %Szerokość okna
overlap = window/2;    %Nakładanie się okien 50%
nfft = window;
[H1,F] = tfestimate(B,A>window,overlap,nfft,fs,'twosided');
```

Dla tak zadanej rozdzielczości częstotliwościowej wektor częstotliwości **F** zwracany przez funkcję estymacji przyjmuję następującą postać:

$$F = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots]$$

Gdy wartość **df** zostanie ustawiona na 25, wektor **F** przyjmuję postać:

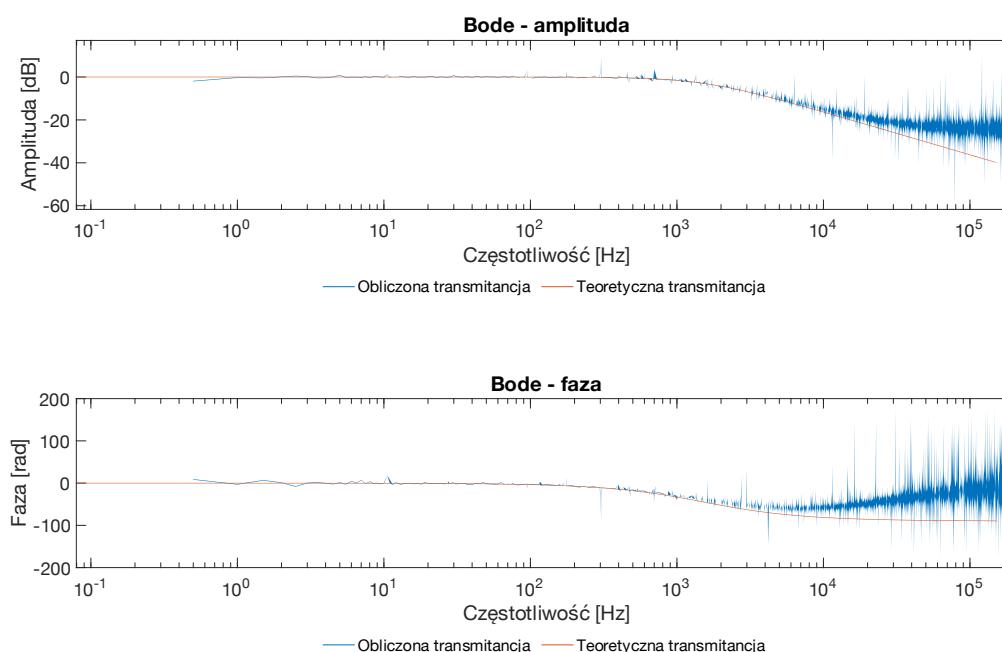
$$F = [0 \quad 25 \quad 50 \quad 75 \quad \dots]$$

Można zatem stwierdzić, że przeprowadzone dywagacje na temat działania algorytmu i wysunięte wnioski na temat zależności pomiędzy szerokością okna, a rozdzielczością częstotliwościową są poprawne. Widać też, że im większa rozdzielczość, tym więcej okien bierze udział w uśrednianiu.

### Zadanie 3 – Estymatory funkcji przejścia: porównanie z metodą wprost

#### Część pierwsza – transmitancja wprost: wymuszenie szumem

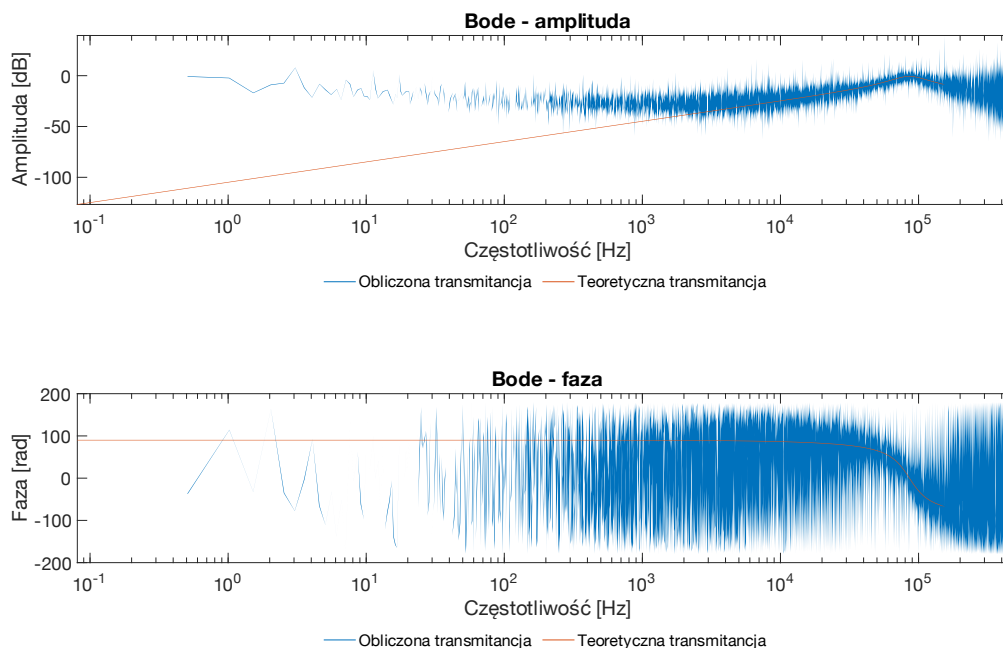
Wykresy Bodego dla funkcji przejścia uzyskanych za pomocą danych pomiarowych otrzymanych przy wymuszeniu szumem oraz dla modelu teoretycznego przedstawione zostały na następnych stronach – **Rysunki 3.1, 3.2.**



Rysunek 3.1 Porównanie wykresów Bodego dla układu RC

Porównując wykresy z **Rysunku 3.1** do tych z **Rysunku 1.1** widać, że użycie szumu spowodowało gorszą jakość estymacji funkcji przejścia metodą wprost niż wymuszenie sygnałem o rosnącej częstotliwości – chirp.





Rysunek 3.2 Porównanie wykresów Bodego dla układu RLC

Porównując otrzymane wykresy do wyników z **Rysunku 1.2** widoczne jest, że wymuszenie szumem generuje wyniki, które mogą być znacznie trudniejsze do zinterpretowania, przez jego niewystarczające odfiltrowanie.

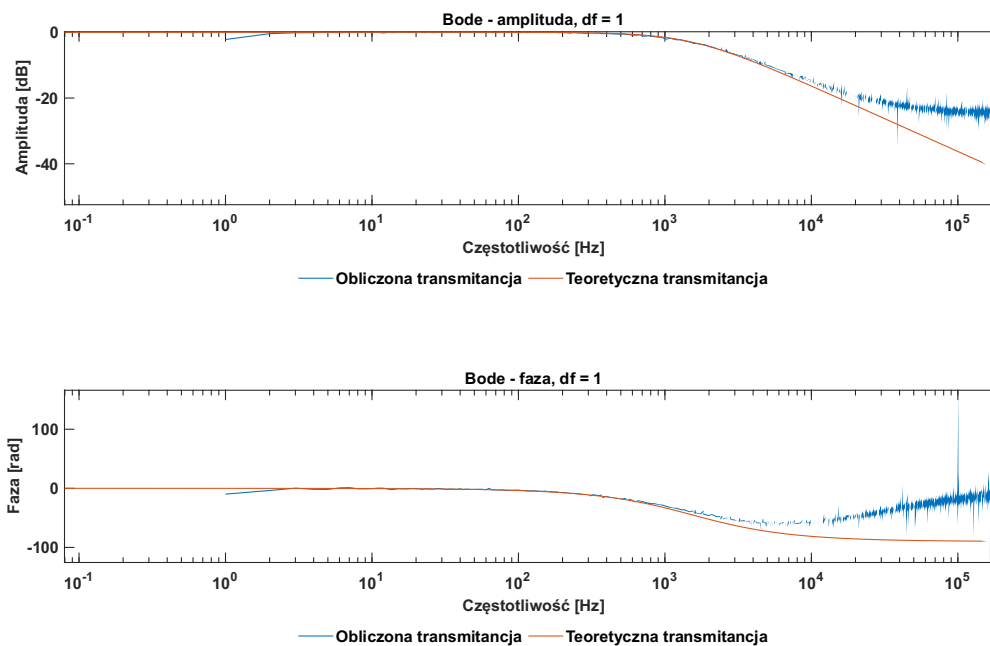
Widoczne jest to szczególnie w przypadku układu RLC – **Rysunki 1.2 i 3.2**. Porównując jego wykres do układu teoretycznego, można zaobserwować zbliżony kształt, jednakże występujący szum uniemożliwia dokładniejszą interpretację – bez znajomości teoretycznej charakterystyki bardzo trudne byłoby określenie częstotliwości.

Dla układu RC wyniki są zbliżone do modelu teoretycznego pod względem amplitudy sygnału oraz przesunięcia w dziedzinie częstotliwości. Możliwe byłoby przybliżone odczytanie pasma przenoszenia.

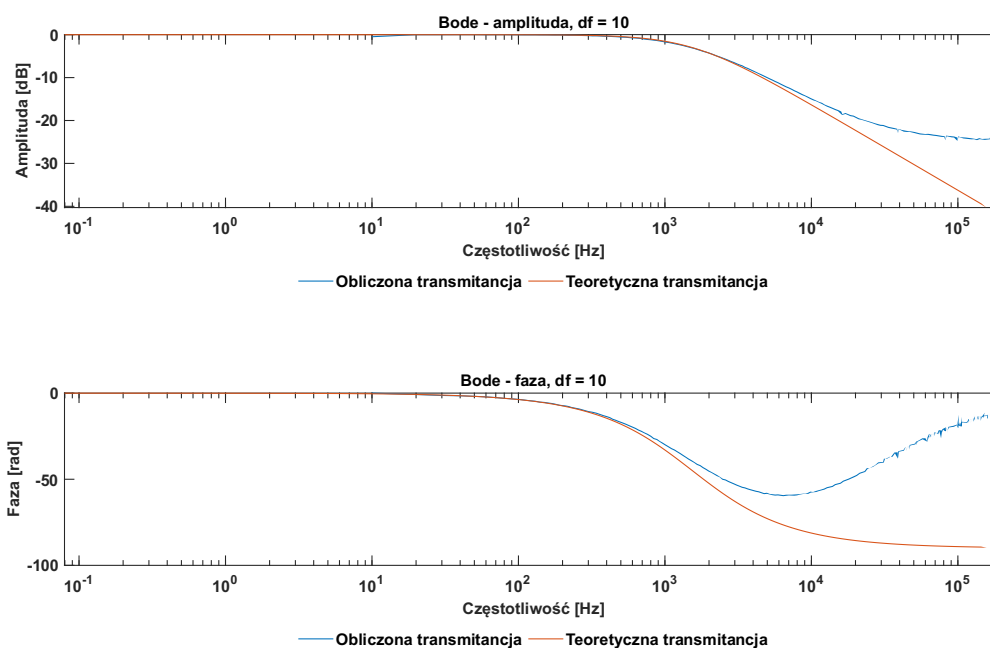
## Część druga – estymator $H_1$

W tej części zadania należało obliczyć funkcję przejścia dla filtrów RC i RLC korzystając z estymatora  $H_1$ . Dla każdego układu zastosowano rozdzielczość częstotliwościową: 1, 10, 100. Otrzymane wyniki porównano z teoretycznymi modelami filtrów, a na końcu zawarto komentarze, wnioski i podsumowanie. Charakterystyki Bodego dla układu RC zawarto na **Rysunkach 3.3 – 3.5**, a dla układu RLC na **Rysunkach 3.6 – 3.8**.

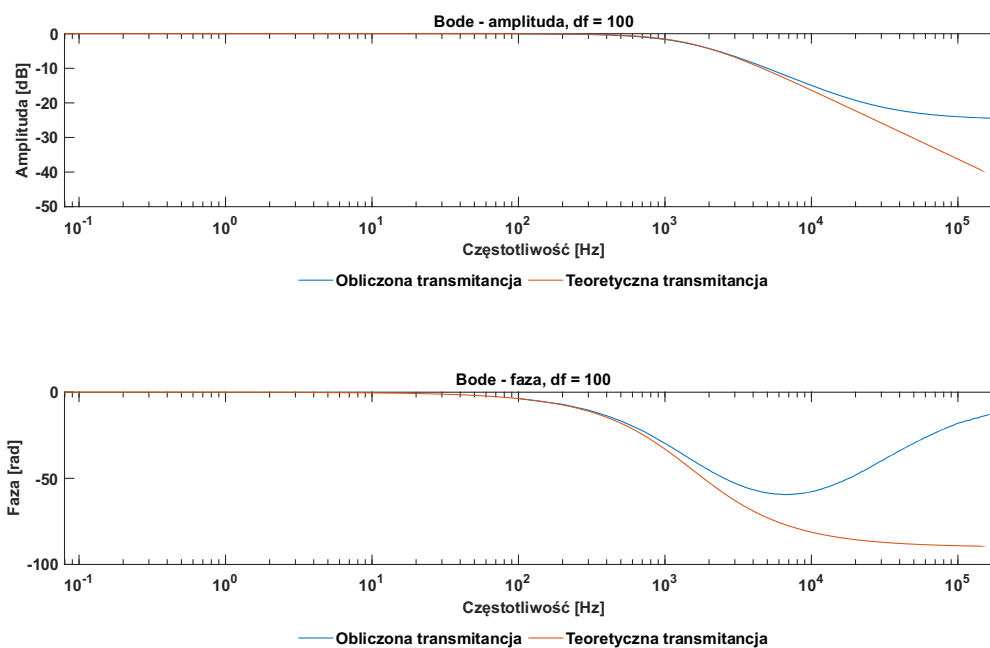
### Wykresy Bodego dla układu RC:



Rysunek 3.3 Porównanie wykresów Bodego dla układu RC,  $df = 1$



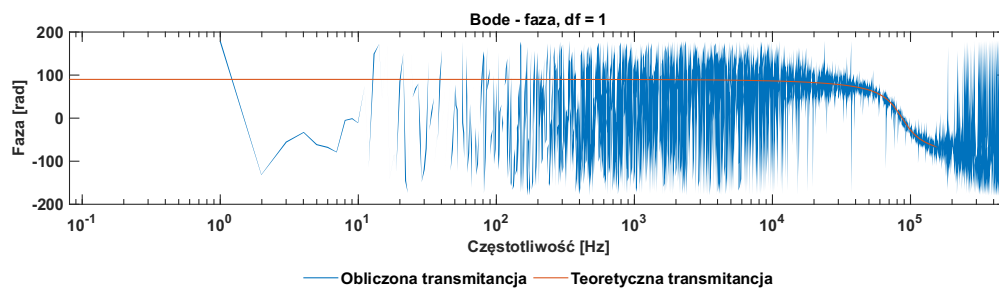
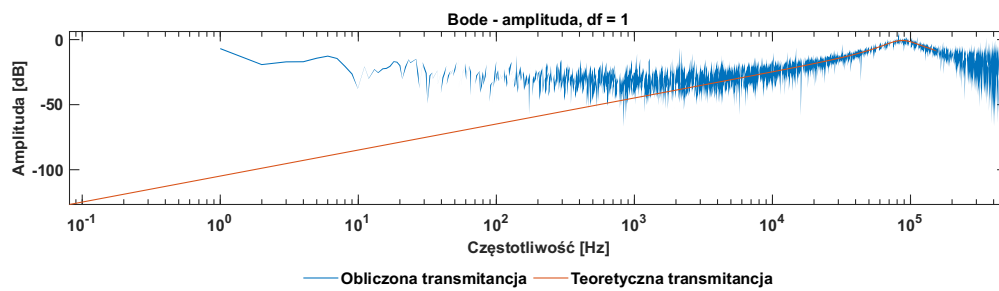
Rysunek 3.4 Porównanie wykresów Bodego dla układu RC,  $df = 10$



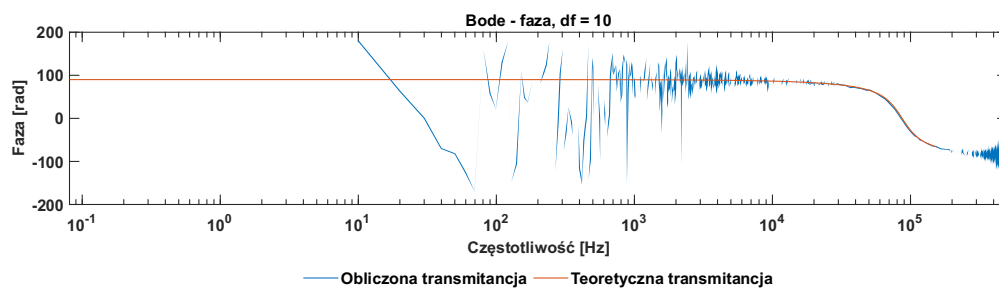
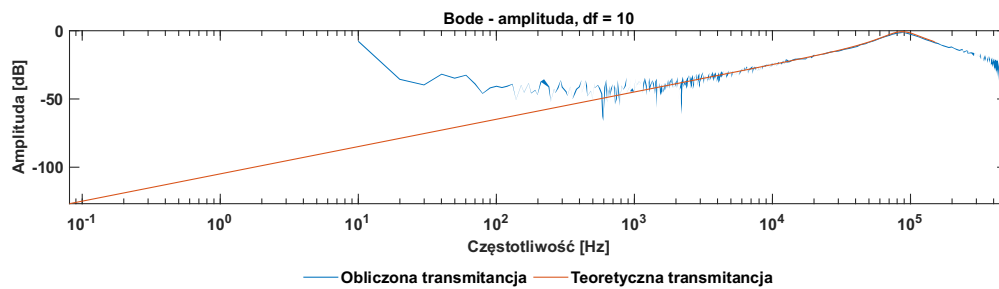
Rysunek 3.5 Porównanie wykresów Bodego dla układu RC,  $df = 100$

Widać, że wraz ze wzrostem rozdzielczości (czyli zmniejszeniem wielkości okna, a co za tym idzie większą ilości obliczonych widm wzajemnych i własnych, które są potem uśredniane) rośnie jakość estymacji. Na następnych stronach zamieszczono wykresy dla układu RLC.

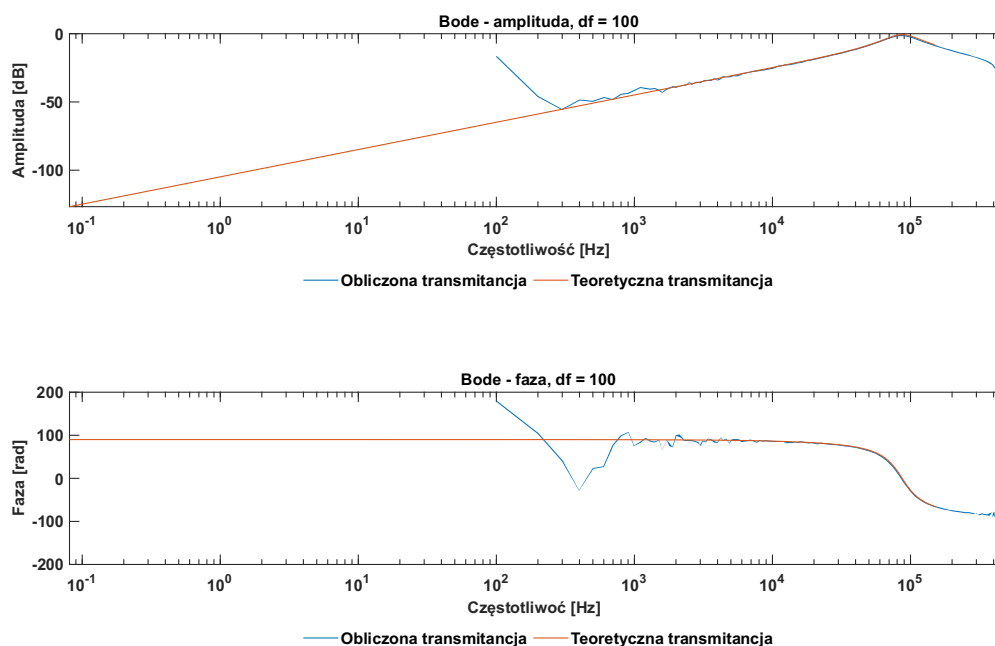
### Wykresy Bodego dla układu RLC:



Rysunek 3.6 Porównanie wykresów Bodego dla układu RLC, df = 1



Rysunek 3.7 Porównanie wykresów Bodego dla układu RLC, df = 10



Rysunek 3.8 Porównanie wykresów Bodego dla układu RLC,  $df = 100$

Zarówno dla układu RC jak i RLC wraz ze zwiększeniem rozdzielczości częstotliwościowej, znacznie zmniejszony jest szum widoczny na wykresach. Nie ma to negatywnego wpływu na np. amplitudę, co można zaobserwować porównując otrzymane wyniki do modelu teoretycznego. Zwiększenie wartości rozdzielczości częstotliwościowej ma wpływ na skrócenie okna, przez co uśredniana jest większa liczba krótszych przedziałów, co polepsza jakość estymacji.

Widoczna jest zależność jakości estymacji od zakresu częstotliwości. Dla pasma przenoszenia filtrów jest ona znacznie lepsza niż poza nim. Dla filtra dolno-przepustowego RC jakość estymacji jest gorsza dla wyższych częstotliwości tj. nie mieszczących się w paśmie przepustowym. Dla filtra pasmowo-przepustowego RLC najlepsza jakość estymacji jest w okolicach częstotliwości rezonansowej.

Jest to spowodowane działaniem filtra – dla częstotliwości mieszczących się w paśmie przenoszenia jakość estymacji jest dobra, bo w sygnale wyjściowym są obecne te częstotliwości. Natomiast obecność częstotliwości znajdujących się w pasmach zaporowych w sygnale wyjściowym jest znikoma, co widać na teoretycznej charakterystyce amplitudowo-częstotliwościowej, gdzie można odczytać ujemne wzmocnienie nawet do -40 dB dla układu RC i -100 dB dla układu RLC. Stąd utrudniona jest estymacja funkcji przejścia dla tych częstotliwości. Zatem jakość estymacji w różnych zakresach częstotliwości zależy od własności badanego układu.

Wykresy Bodego otrzymane w **Zadaniu 1** zostały otrzymane poprzez podzielenie transformaty Fouriera sygnału wyjściowego przez transformatę Fouriera sygnału wejściowego – definicja transmitancji widmowej wprost.

Sposobem wykorzystanym w **Zadaniach 2 i 3** było użycie estymatora za pomocą funkcji `tfestimate()`. Polega ona na podzieleniu sygnału w dziedzinie czasu za pomocą okien, następnie obliczeniu dla każdego z nich widm  $G_{xx}$  – *widmo własne* oraz  $G_{xy}$  – *widmo wzajemne* za pomocą periodogramu Welch. Następnie wyniki te są uśredniane i dzielone – dokładnie zostało to opisane w **Zadaniu 2**.

Kod zastosowany do rozwiązania został zamieszczony na następnych stronach.

```

%% Zadanie 3.1
clear all
close all
clc

%% Wczytanie danych
% load('20210305-RC_SzumBand200kHz_T2s.mat ') %RC
load('20220401-RLC_SzumBand500kHz_T2.mat') %RLC
A(isnan(A)) = 0;
B(isnan(B)) = 0;
A(isinf(A)) = 0;
B(isinf(B)) = 0;

%% Obliczanie funkcji przejścia
Af = fft(A);
Bf = fft(B);
t_max = Length * Tinterval;
t=Tstart:Tinterval:t_max-3*Tinterval;
fs=1/Tinterval;
f=linspace(0,fs,length(A));
H = Af./Bf;

%% Wykresy Bodego – transmitancja obliczona wprost
L = mag2db(abs(H));
F = rad2deg(angle(H));
figure(1)
subplot(2,1,1)
semilogx(f,L)
% xlim([0,200000]); % do 200 kHz – RC
xlim([0,500000]); % do 500 kHz – RLC
title('Bode – amplituda')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Amplituda [dB]')
legend('Obliczona transmitancja','Teoretyczna transmitancja','location','southoutside','orientation','...','horizontal','box','off')
subplot(2,1,2)
semilogx(f,F)
% xlim([0,200000]); % do 200 kHz – RC
xlim([0,500000]); % do 500 kHz – RLC
title('Bode – faza')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
ylabel('Faza [rad]')
legend('Obliczona transmitancja','Teoretyczna transmitancja','location','southoutside','orientation','...','horizontal','box','off')

%% Bode – teoria
R1 = 47;
C1 = 2.2*10^(-6);
R2 = 220;
C2 = 4.7*10^(-9);
L2 = 1*10^(-3);

R2_m = 217.35;
R_L2_m = 16.3;
C2_m = 4.181 * 10 ^(-9);
L2_szac = 0.82*10^(-3); % – znaleziona wartość

%% RLC
SYS2=tf([R2_m/L2_szac 0],[1 (R2_m + R_L2_m)/L2_szac 1/C2_m/L2_szac]);
[mag,phase,w]=bode(SYS2,f);

%% RC
% SYS1=tf([1/R1/C1],[1 1/R1/C1]);
% [mag,phase,w]=bode(SYS1,f);
%% Przekształcenie wektorów do odpowiedniej postaci
mag=squeeze(mag);
phase = squeeze(phase);
w=permute(w,[2 1]);
w=w./2/pi;

```

```

%% Wykresy Bodego - teoretyczne
figure(1)
subplot(2,1,1)
hold on
plot(w,mag2db(mag))
% xlim([0,200000]); % do 200 kHz - RC
xlim([0,500000]); % do 500 kHz - RLC
subplot(2,1,2)
hold on
plot(w,phase)
% xlim([0,200000]); % do 200 kHz - RC
xlim([0,500000]); % do 500 kHz - RLC
%% Zadanie 3.2
df=1; % Rozdzielczość częstotliwościowa
fs=1000000; % Częstotliwość próbkowania

for i=5:1:7
    window = 1/df * fs; % Wielkość okna
    overlap = window/2;
    nfft = window;
    [H1,F] = tfeestimate(B,A>window,overlap,nfft,fs,'twosided');
    %% Wykresy Bodego
    figure(i)
    L = mag2db(abs(H1));
    Fa = rad2deg(angle(H1));
    subplot(2,1,1)
    semilogx(F,L)
    hold on
    plot(w,mag2db(mag))
    % xlim([0,200000]); % do 200 kHz - RC
    xlim([0,500000]); % do 500 kHz - RLC
    title(sprintf('Bode - amplituda, df = %d',df))
    xlabel('Częstotliwość [Hz]')
    ylabel('Amplituda [dB]')
    legend('Obliczona transmitancja','Teoretyczna
transmitancja','location','southoutside','orientation',...
'horizontal','box','off')
    subplot(2,1,2)
    semilogx(F,Fa)
    hold on
    plot(w,phase)
    % xlim([0,200000]); % do 200 kHz - RC
    xlim([0,500000]); % do 500 kHz - RLC
    title(sprintf('Bode - faza, df = %d',df))
    xlabel('Częstotliwość [Hz]')
    ylabel('Faza [rad]')
    legend('Obliczona transmitancja','Teoretyczna
transmitancja','location','southoutside','orientation',...
'horizontal','box','off')
    df=df*10;
end

```