

	<p style="text-align: center;">Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki</p> <p style="text-align: center;">Katedra Robotyki i Mechatroniki</p>	
<p style="text-align: center;">Identyfikacja Układów Mechatronicznych</p> <p style="text-align: center;">Sprawozdanie</p>		
<p>Laboratorium 12: Modulację sygnału</p>		
<p>Imię i Nazwisko: Jakub Nowak, Maciej Mazurkiewicz</p>		
<p>Nr grupy: 2</p>		

## Zadanie 1 – Wprowadzenie

Sprawozdanie zawierać będzie rozwiązania zadań związanych z modulacją, czyli czynnością, która polega na okresowej zmianie charakterystyki sygnału – amplitudy, fazy lub częstotliwości. Sygnał poddawany modulacji to sygnał nośny, który najczęściej posiada stałą częstotliwość. Poniżej przedstawiono trzy podstawowe postacie modulacji przy założeniu sygnału nośnego:

$$y(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi)$$

**Modulacja amplitudowa:**

$$y_{AM}(t) = [A_m \sin(2\pi f_m t)] \times \cos(2\pi f_c t + \phi)$$

**Modulacja częstotliwościowa:**

$$y_{FM}(t) = A \cos \left( 2\pi f_c t + 2\pi A_m \int_0^t \sin(2\pi f_m t) dt + \phi \right)$$

**Modulacja fazowa:**

$$y_{PM}(t) = A \cos(2\pi f_c t + A_m \sin(2\pi f_m t) + \phi)$$

W sprawozdaniu oprócz technik modulacji, rozwiązane zostaną zadania dotyczące technik odzyskiwania sygnału modulującego z sygnału zmodulowanego.

## Zadanie 2 – Modulacje amplitudowe

Utworzono sygnał nośny o częstotliwości 1KHz modulowany amplitudowo sygnałem chirp o liniowym przyroście częstotliwości od 50 Hz do 200 Hz. Oba sygnały miały długość 1 sekundy i częstotliwość próbkowania 10 kHz.

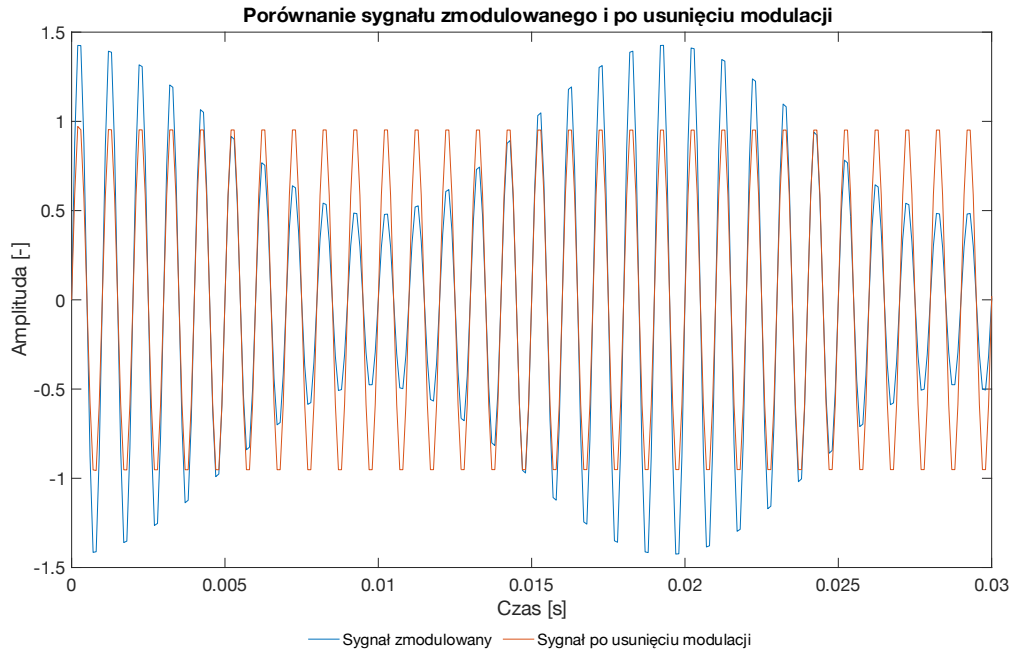
### Zadanie 2.1 – Usuwanie modulacji

Modulację amplitudową można usunąć poprzez wydzielenie sygnału przez jego obwiednię, otrzymaną z sygnału analitycznego. Poniżej przedstawiono kod wykorzystany do wykonania zadania:

```
%% Zadanie 2.1
clear variables
close all
clc
%%
fs = 1e4;
t = 0:1/fs:1;
y_mod = 0.5*chirp(t,50,t(end),200);
y_carr = sin(2*pi*t*1e3);
y = y_mod.*y_carr+y_carr;
df=1;
f=0:df:fs;
%% Usuwanie modulacji
yh = hilbert(y);
obw = abs(yh);
y_bez_obw = y./obw;

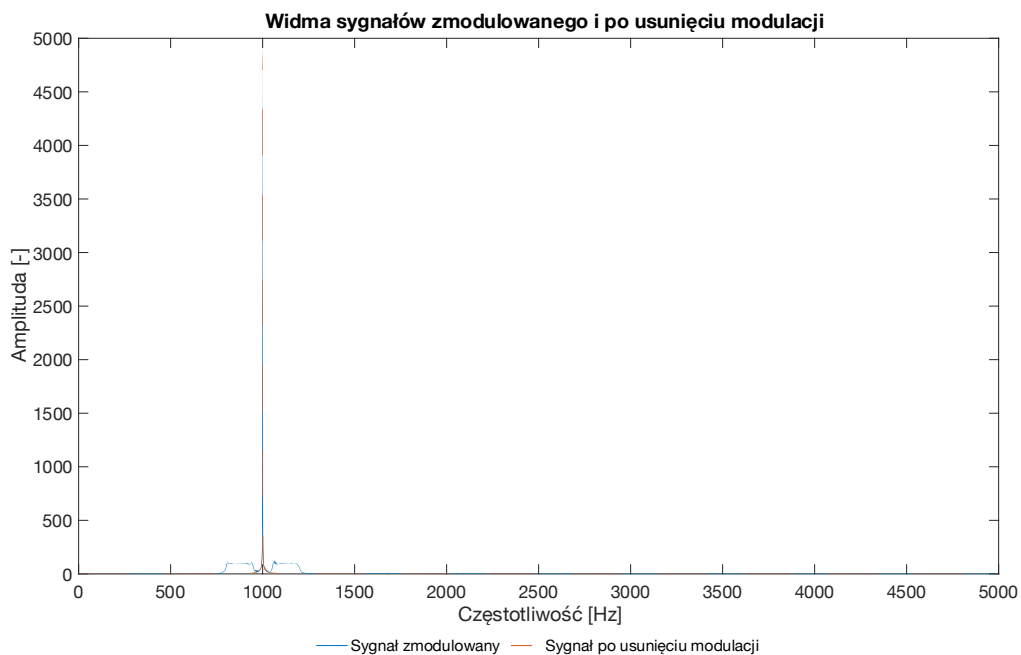
%% Wyświetlanie
figure(1)
plot(f,abs(fft(y)))
xlim([0,fs/2])
hold on
plot(f,abs(fft(y_bez_obw)),'--')
xlim([0,fs/2])
title("Widma sygnałów zmodulowanego i po usunięciu modulacji")
xlabel("Częstotliwość [Hz]")
ylabel("Amplituda [-]")
legend('Sygnał zmodulowany','Sygnał po usunięciu modulacji','location','southoutside','orientation',...
'horizontal','box','off')
figure(2)
plot(t,y)
hold on
plot(t,y_bez_obw)
xlim([0,0.03])
title("Porównanie sygnału zmodulowanego i po usunięciu modulacji")
xlabel("Czas [s]")
ylabel("Amplituda [-]")
legend('Sygnał zmodulowany','Sygnał po usunięciu modulacji','location','southoutside','orientation',...
'horizontal','box','off')
```

Na następnej stronie przedstawiono na **Rysunku 2.1.1** porównanie sygnałów w dziedzinie czasu oraz na **Rysunkach 2.1.2** i **2.1.3** porównanie widm sygnałów.



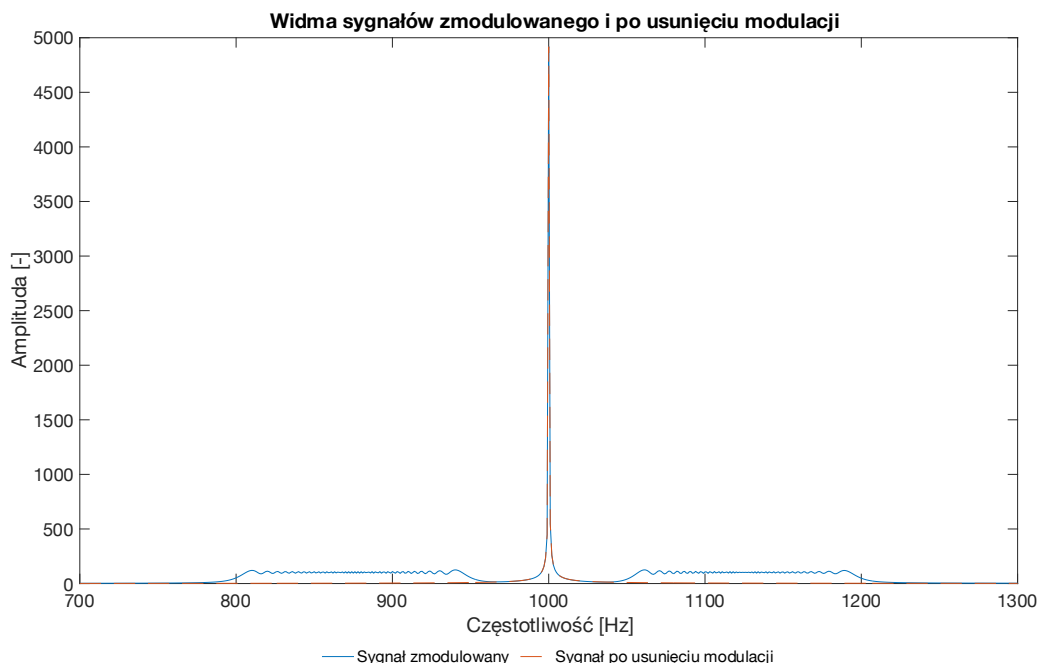
Rysunek 2.1.1 - Porównanie sygnałów przed i po usunięciu modulacji w dziedzinie czasu

Ograniczono się do fragmentu sygnału w celu lepszego wizualnego przedstawienia różnic pomiędzy sygnałami. Wyraźnie widać, że obwiednia sygnału zmodulowanego to sygnał modulujący zdefiniowany na początku zadania oraz, że posiada on taką samą częstotliwość jak sygnał nośny otrzymany po usunięciu modulacji. Widać, że w wyniku usunięcia modulacji ograniczona została amplituda sygnału, która dla sygnału nośnego zawierała się w zakresie od -1 do 1. Podsumowując, dzielenie przez obwiednię pozwoliło pobyć się modulacji amplitudowej z sygnału. Poniżej przedstawiono widma sygnałów:



Rysunek 2.1.2 - Porównanie widm sygnałów przed i po usunięciu modulacji

Po przedstawieniu całego zakresu dodatnich częstotliwości zdecydowano się na przybliżenie fragmentu sygnału, w którym widać wpływ modulacji amplitudowych na widmo sygnału:

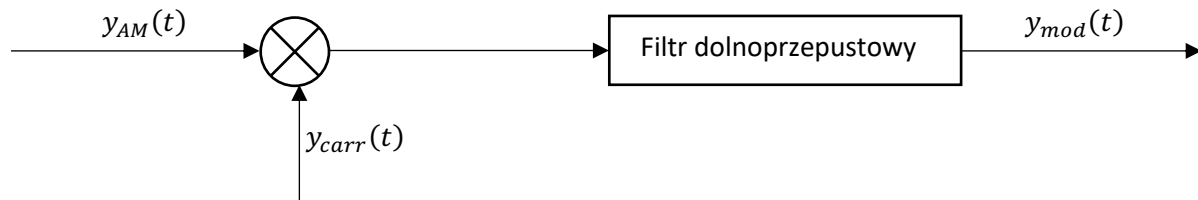


*Rysunek 2.1.3 - Porównanie widm sygnałów: zakres od 700Hz do 1300Hz*

Można zauważyć, że po usunięciu modulacji jedyną częstotliwością składową widma jest komponent odpowiadający za częstotliwość nośną sygnału – 1kHz. W przypadku sygnału zmodulowanego widmo wykazuje zupełnie odmienny charakter. Można na nim zauważyć symetrycznie rozmieszczone komponenty częstotliwościowe, które nazywane są wstęgami bocznymi modulacji. Oddalone są one od częstotliwości nośnej o najmniejszą częstotliwość występującą w sygnale modulującym – w tym przypadku jest to 50Hz, zatem wstęgi zaczynają się w częstotliwościach 950Hz i 1050Hz, i mają długość odpowiadającą zmianie częstotliwości w sygnale tj. 150Hz (200 – 50), a więc kończą się odpowiednio w częstotliwościach 800Hz i 1200Hz. Taka charakterystyka wynika z zastosowania jako sygnału modulującego sygnału chirp jego widmo (załączono w dalszej części sprawozdania: **Rysunek 2.2.3**) ma taką postać jak wstęgi boczne sygnału zmodulowanego. Gdyby modulującym sygnałem był sygnał o jednej częstotliwości występowałyby piki oddalone o tę częstotliwość.

## Zadanie 2.2 – Demodulacja

W tej części zadania zdemodulowano utworzony na początku sygnał, aby wydobyć z niego sygnał modulujący. Dokonano tego za pomocą prostej metody polegającej na wymnożeniu sygnału modulowanego  $y_{AM}(t)$  przez sygnał o częstotliwości nośnej  $y_{carr}(t)$  i ostatecznie przeprowadzenie filtracji dolnoprzepustowej w celu wydobywania sygnału modulującego. Poniżej przedstawiono schemat operacji.



Założono zgodnie z poleceniem częstotliwość odcięcia równą 400Hz, a otrzymany sygnał przemnożono przez dwa, ze względu na fakt utraty lewego prążka modulacji. Poniżej przedstawiono kod wykorzystany do wykonania zadania:

%% Zadanie 2.2

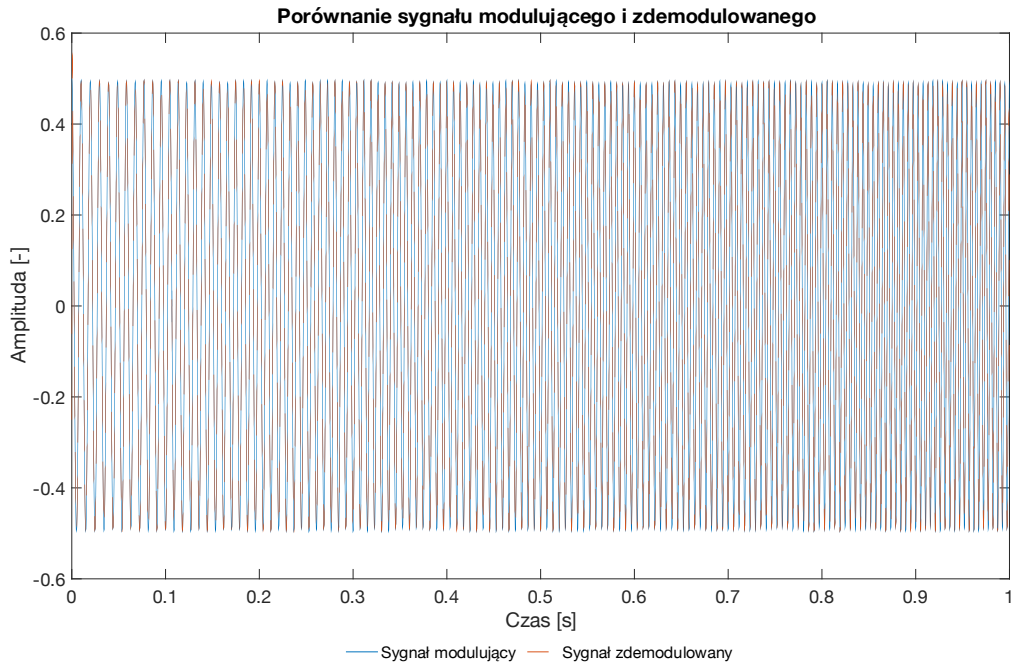
```
y_mn = y .* y_carr;
y_filt = lowpass(y_mn, 400, fs);
y_filt = y_filt - mean(y_filt);
y_filt = y_filt * 2;
figure(3)
plot(t, y_mod)
hold on
plot(t, y_filt, '--')

title("Porównanie sygnału modulującego i zdemodulowanego")
xlabel("Czas [s]")
ylabel("Amplituda [-]")
legend('Sygnał modulujący', 'Sygnał zdemodulowany', 'location', 'southoutside', 'orientation', ...
'horizontal', 'box', 'off')

figure(4)
plot(f, abs(fft(y_filt)))
hold on
plot(f, abs(fft(y_mod)), '--')
xlim([0, 250])

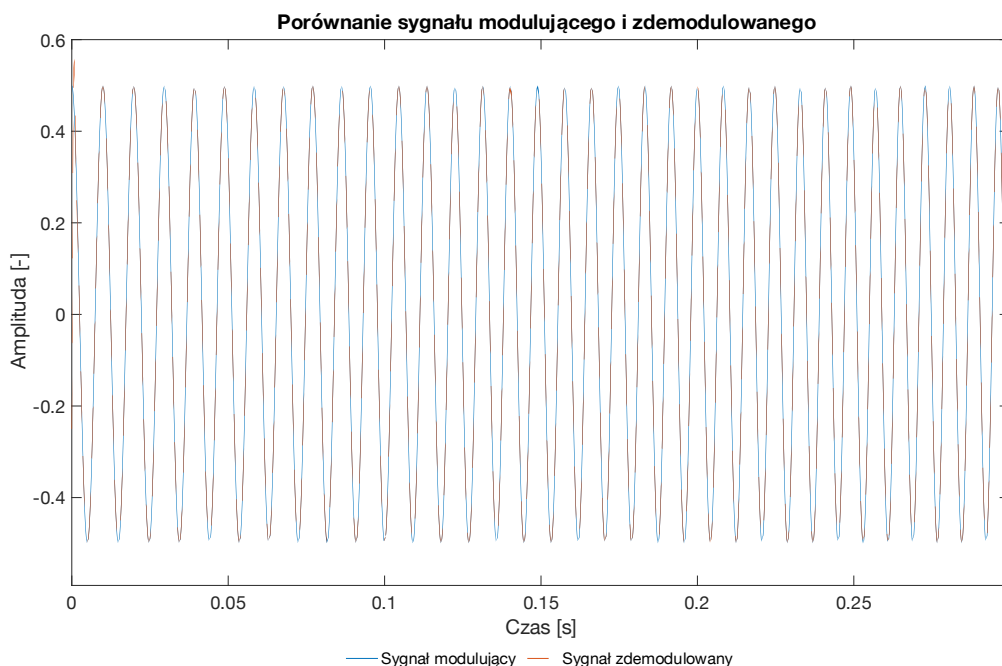
title("Porównanie sygnału modulującego i zdemodulowanego")
xlabel("Częstotliwość [Hz]")
ylabel("Amplituda [-]")
legend('Sygnał modulujący', 'Sygnał zdemodulowany', 'location', 'southoutside', 'orientation', ...
'horizontal', 'box', 'off')
```

Na następnej stronie przedstawiono na **Rysunku 2.2.1** porównanie sygnału oryginalnego – modulującego i po demodulacji – zdemodulowanego – można na nim zauważyć pokrycie sygnałów w całym zakresie czasu, a więc we wszystkich częstotliwościach. Na **Rysunku 2.2.2** przedstawiono przybliżenie fragmentu tego porównania, w celu pokazania, że w istocie występuje pełne pokrycie obu sygnałów.



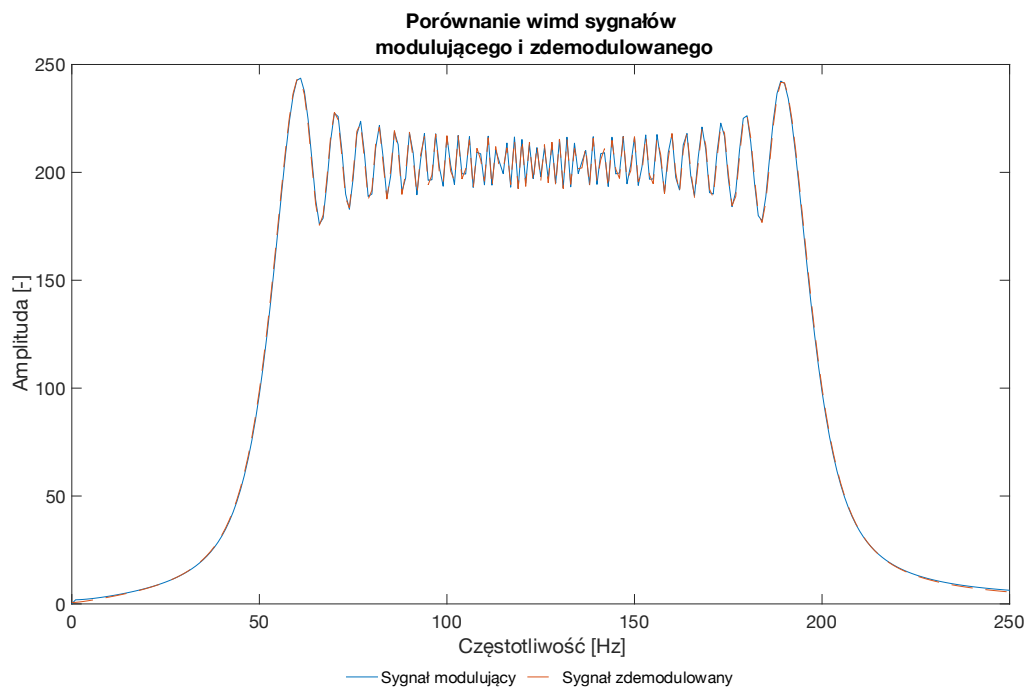
Rysunek 2.2.1 - Porównanie sygnałów w pełnym zakresie częstotliwości

Można zauważyć, jak wspomniano powyżej pełne pokrycie sygnałów w całym zakresie przyrostu częstotliwości. W celu dokładniejszej analizy poniżej zawarto przybliżenie początku wykresu.



Rysunek 2.2.2 - Porównanie sygnałów z zakresu czasu 0s do 0.3s

Na początku wykresu można zauważyć drobny błąd demodulacji, jednak jest on nie istotny spoglądając na jakość demodulacji w pozostałej części sygnału. Ta metoda, pomimo drobnych błędów na początku i końcu sygnału wynikającego z filtracji, jest bardzo dobrym narzędziem do demodulacji ze względu na wysoką jakość działania i prostotę użycia. Na następnej stronie zawarto porównanie widm sygnałów: modulującego i zdemodulowanego – **Rysunek 2.2.3**.



*Rysunek 2.2.3 - Porównanie widm sygnałów*

Można zauważyć podobnie jak dla sygnałów w dziedzinie czasu – pełne pokrycie. Widmo sygnału chirp posiada postać, zawierającą się w zakresie częstotliwości zdefiniowaną na początku zadania: 50 Hz do 200 Hz. Ponownie można wyciągnąć wniosek, że ta metoda modulacji działa bardzo dobrze nawet dla sygnałów o zmiennej częstotliwości.

## Zadanie 3 – Modulacje fazowe

W tym zadaniu operację wykonywano na sygnale nośnym o częstotliwości 10 kHz, który jest zmodulowany częstotliwościowo sygnałem sinusoidalnym o częstotliwości 500Hz. Procedura demodulacji rozpoczyna się od obliczenia pochodnej tego sygnału po czasie, następnie obliczamy obwiednię nowego sygnału i aby skompensować przesunięcie fazowe wprowadzone przez obliczanie pochodnej – obliczenie całki.

### Zadanie 3.1 – Demodulacja fazowa

Przeprowadzono demodulację sygnału zmodulowanego fazowo zgodnie ze schematem opisanym powyżej. Poniżej przedstawiono kod użyty do wykonania zadania:

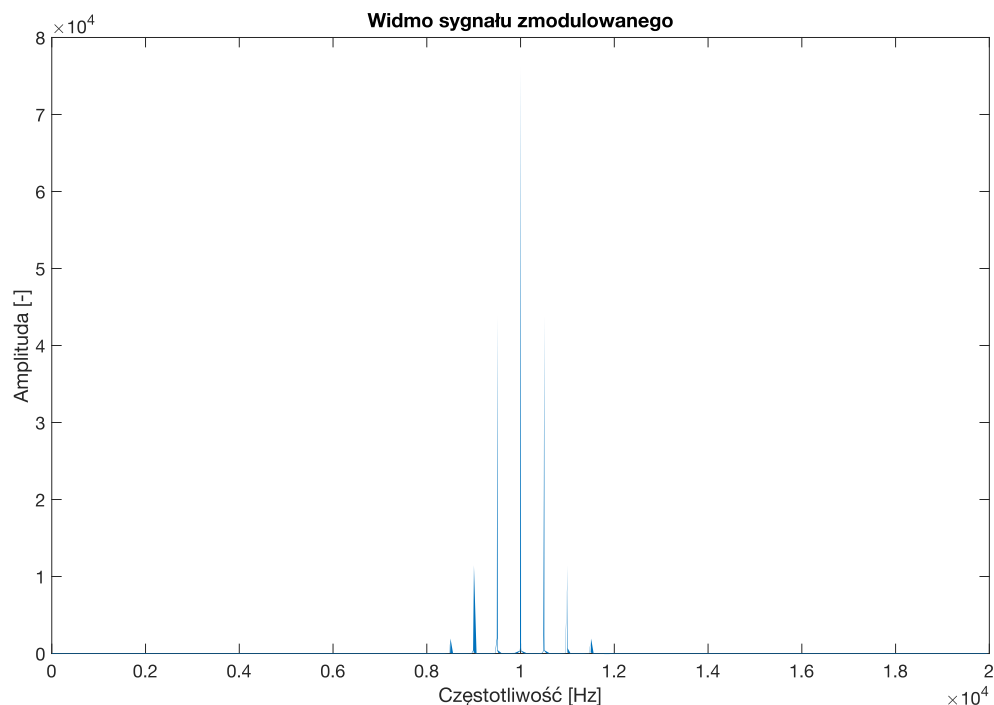
```
%% Zadanie 3
clear variables
close all
clc
%% Zadanie 3.1
fs = 2e5;
dt=1/fs;
fc = 1e4;
t = 0:dt:1;
y_mod = sin(2*pi*t*500);
y_carr = sin(2*pi*t*fc);
y = sin(2*pi*t*fc+y_mod);
df=1;
f=0:df:fs;

y_diff = diff(y)/dt;

y_diff_h = hilbert(y_diff);
obw = abs(y_diff_h);
obw = obw - mean(obw);

y_dem = inteFD(obw,dt);
```

Poniżej przedstawiono widmo sygnału zmodulowanego fazowo – **Rysunek 3.1.1:**



Rysunek 3.1.1 - Widmo sygnału zmodulowanego fazowo

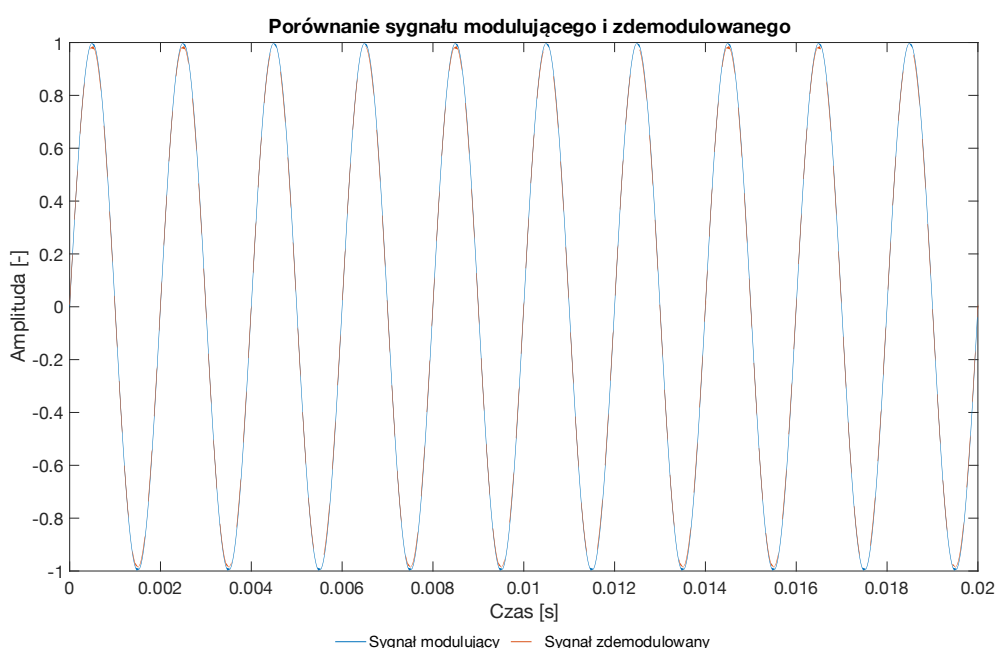


Można zauważyć, że najwyższą wartość ma pik odpowiadający częstotliwości nośnej – analogicznie jak w modulacji amplitudowej – jednak nie jest to cecha takiego widma. Cechą charakterystyczną takich modulacji jest symetryczność względem piku odpowiadającego częstotliwości nośnej. W przypadku modulacji amplitudowej widoczne były dwie wstęgi boczne oddalone o częstotliwość sygnału modulującego, a w przypadku modulacji częstotliwościowej lub fazowej widmo ma charakterystykę szerokopasmową – zawiera wiele pików oddalonych od siebie o wielokrotności częstotliwości modulującej. W tym wypadku częstotliwość nośna to 10kHz, a częstotliwość modulująca to 500Hz. Jak można zauważyć na wykresie, wstęgi boczne znajdują się w miejscach:

$$f_c \pm k \times f_m$$

czyli z lewej strony: 9,5kHz, 9kHz, 8,5kHz i ostatni możliwy do zauważenia na wykresie 8kHz. Z prawej strony wstęgi boczne znajdują się w częstotliwościach: 10,5kHz, 11kHz, 11,5kHz i 12kHz. Można zatem zauważyć, że w tym wypadku wymagane pasmo, aby przesłać informację to aż od 8kHz do 12kHz, co jest znacznie większą wartością niż w przypadku modulacji AM.

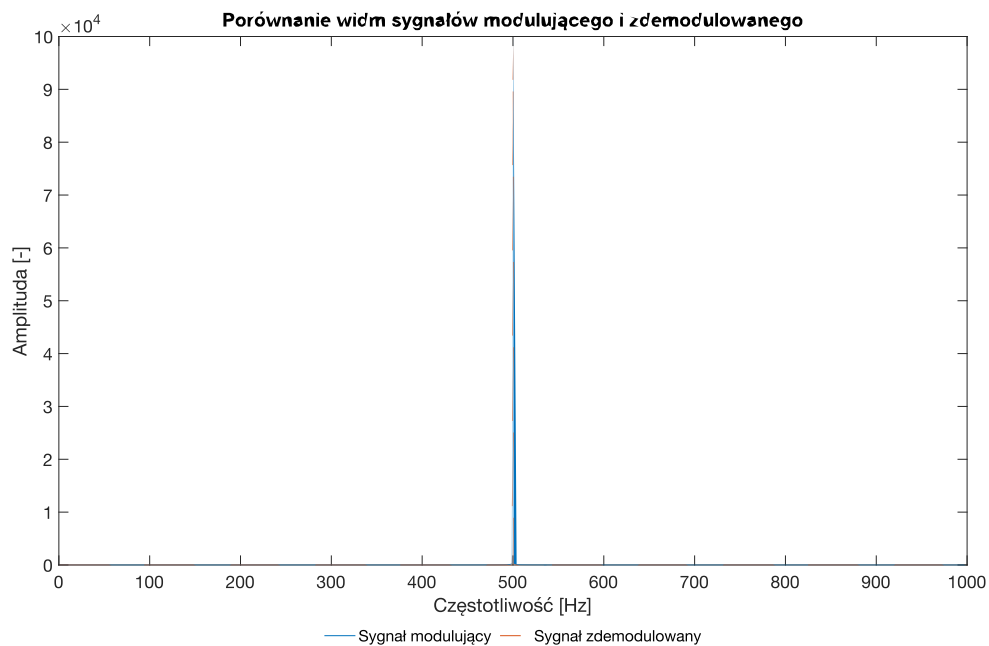
Poniżej na **Rysunku 3.1.2** przedstawiono porównanie sygnałów: modulującego i po demodulacji:



*Rysunek 3.1.2 - Porównanie sygnałów: modulującego i zdemodulowanego*

Można zauważyć ponownie jak w przypadku modulacji amplitudowej, bardzo dobre odwzorowanie sygnału. Zwracając uwagę na ekstrema funkcji sinusoidalnej, można zauważyć drobne błędy w odwzorowaniu amplitudy sygnału oryginalnego po demodulacji. Operacja całkowania pozwoliła zneutralizować wpływ pochodnej sygnału widoczny poprzez przesunięcie fazowe sygnału.

Na następnej stronie na **Rysunku 3.1.3** przedstawiono porównanie widm sygnałów.



*Rysunek 3.1.3 - Porównanie widm sygnałów modulującego i zdemodulowanego*

Można zauważyć, że oba widma posiadają jedynie jeden pik w częstotliwości sygnału modulującego. Operacja demodulacji usunęła z widma składowe związane z częstotliwością nośną i wstęgi boczne.

## Zadanie 4 – Pomiar drgań powierzchni przy pomocy demodulacji

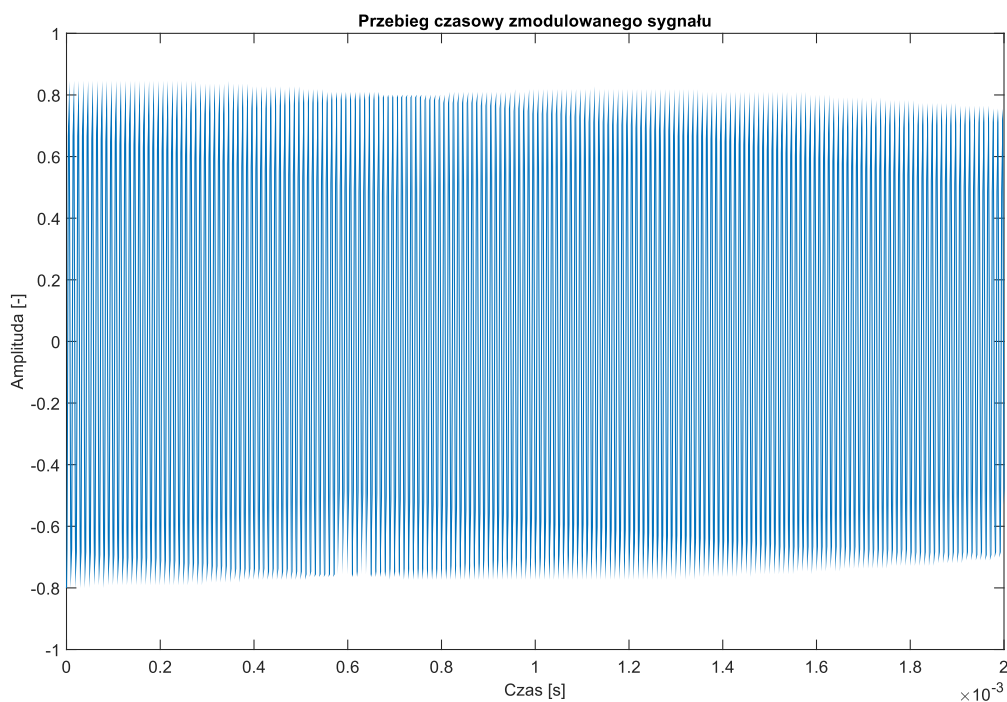
Otrzymane sygnały pochodzą z eksperymentu, który polegał na nadaniu sygnału o częstotliwości 100 kHz w stronę drgającej z różnymi częstotliwościami płytki. Sygnał odbijając się od drgającej płyty, był modulowany częstotliwościowo. Celem zadania jest demodulacja tego sygnału, aby otrzymać przebieg drgania płytki.

### Zadanie 4.1 – Szacowanie częstotliwości drgań

W celu dokonania demodulacji sygnału przeprowadzono następujące kroki:

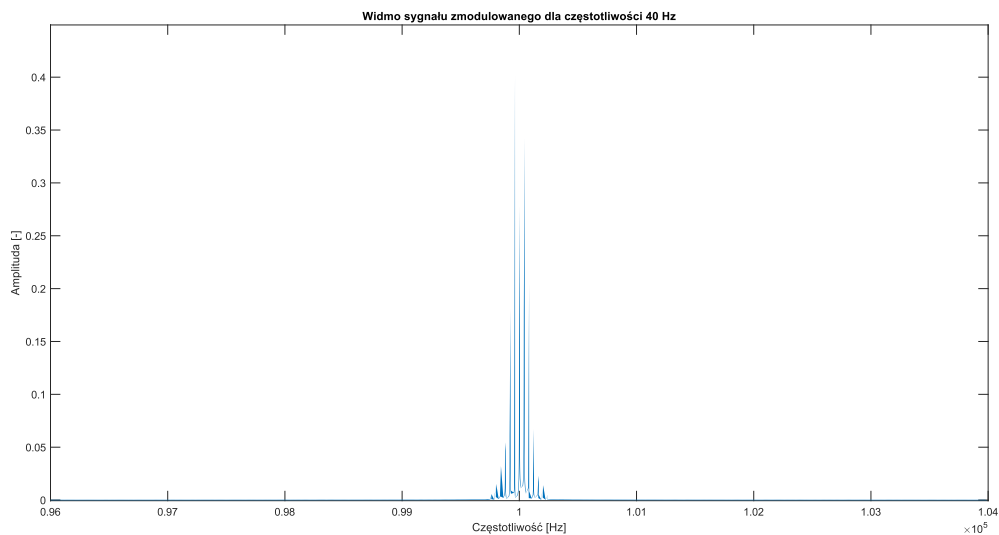
1. Filtracja wąskopasmowa o paśmie przenoszenia wynoszącym  $\pm 20$  kHz od częstotliwości sygnału nośnego 100 kHz, w celu usunięcia zakłóceń:  
`y = bandpass(A,[0.8e5,1.2e5],fs);`
2. Usunięcie modulacji amplitudowych poprzez obliczenie obwiedni z transformaty Hilberta i podzielenie przez nią sygnału:  
`yh = hilbert(y);  
y_obw = abs(yh);  
y_deobw = y ./ y_obw;  
  
yf = abs(fft(y));  
yf_deobw = abs(fft(y_deobw));`
3. Demodulacja częstotliwościowa przy pomocy pochodnej i estymacji obwiedni:  
`y_diff = diff(y_deobw)/Tinterval;  
y_env = abs(hilbert(y_diff));`
4. Usunięcie komponentu stałego:  
`y_env = y_env - mean(y_env);`
5. Filtracja dolnoprzepustowa z częstotliwością odcięcia 800 Hz  
`y_filt = lowpass(y_env,800,fs);`
6. Obcięcie wektora danych na początku i na końcu:  
`cut = 20;  
y_filt = y_filt(cut:end-cut);`
7. Całkowanie sygnału za pomocą funkcji *inteFD*:  
`y_dem = inteFD(y_filt,1/fs);`
8. Detrending sygnału:  
`y_detr = detrend(y_dem,1);`

Fragment przebiegu czasowego sygnału zmodulowanego dla częstotliwości drgań równej 40Hz przedstawiono na **Rysunku 4.1.1**:



*Rysunek 4.1.1 Przebieg czasowy sygnału zmodulowanego z częstotliwością 40 Hz*

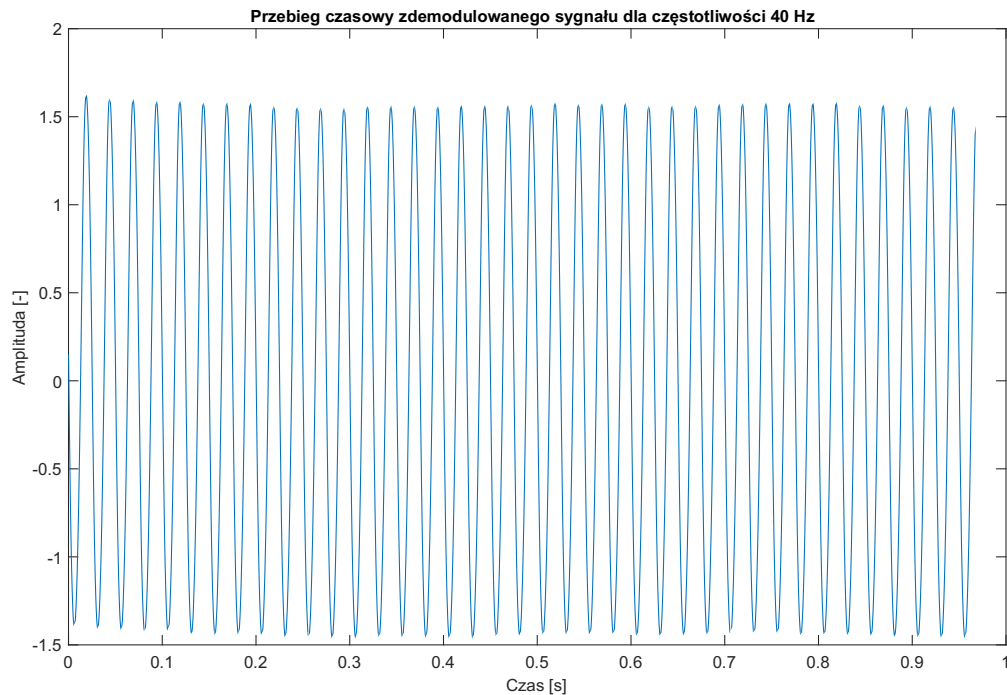
Widmo tego sygnału zawarto na **Rysunku 4.1.2** poniżej.



*Rysunek 4.1.2 Widmo sygnału zmodulowanego z częstotliwością 40 Hz*

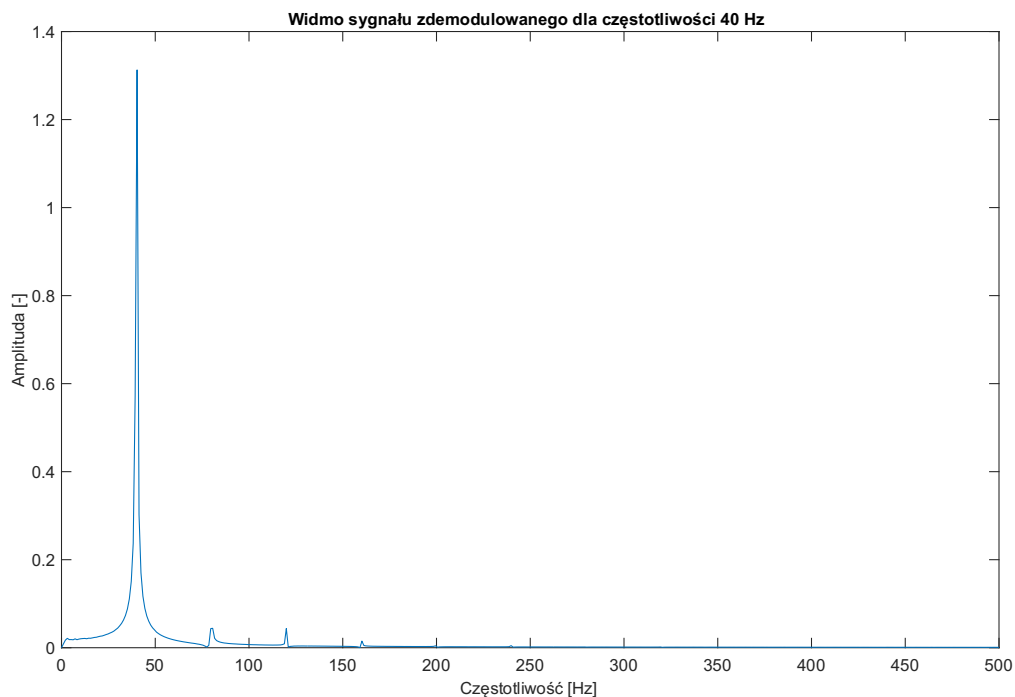
Widoczne jest, że dla częstotliwości nośnej wynoszącej 100 kHz występuje pik w widmie sygnału. Symetrycznie po obu stronach tego piku występują piki – wstęgi boczne, które są od siebie oddalone o 40 Hz, a zatem są częstotliwościami harmonicznymi drgań płyty.

Przebieg czasowy zdemodulowanego sygnału zaprezentowano na **Rysunku 4.1.3**.



Rysunek 4.1.3 Przebieg czasowy sygnału zdemodulowanego o częstotliwości 40 Hz

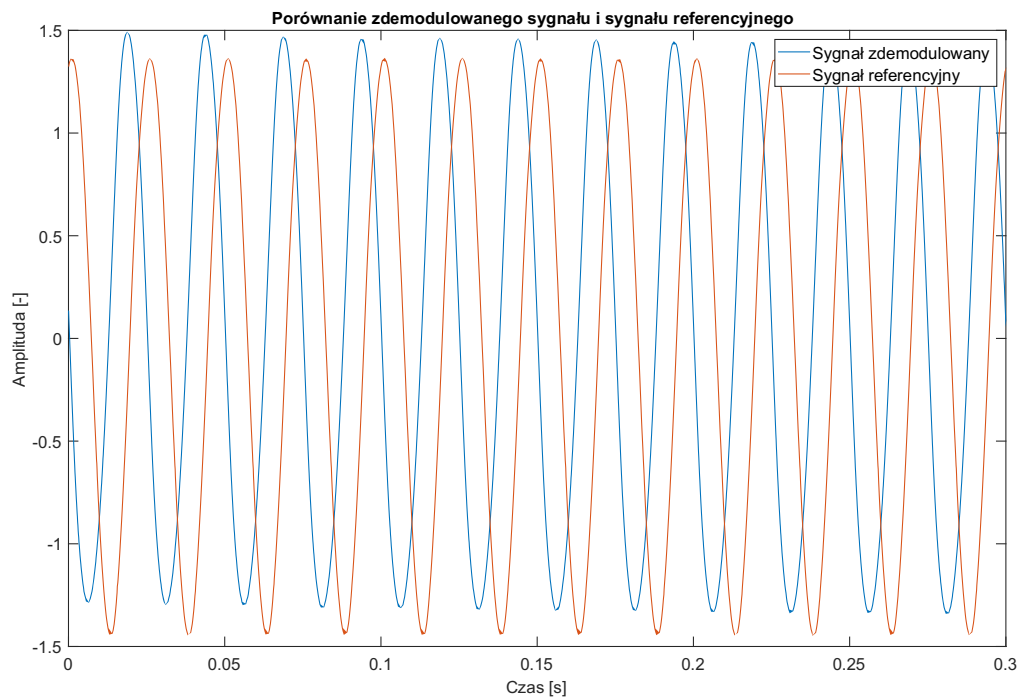
Widoczna jest znacznie mniejsza częstotliwość sygnału oraz brak wahań amplitudy jak w przypadku sygnału zmodulowanego. Widmo zdemodulowanego sygnału zawarto na **Rysunku 4.1.4**.



Rysunek 4.1.4 Widmo sygnału zdemodulowanego o częstotliwości 40 Hz

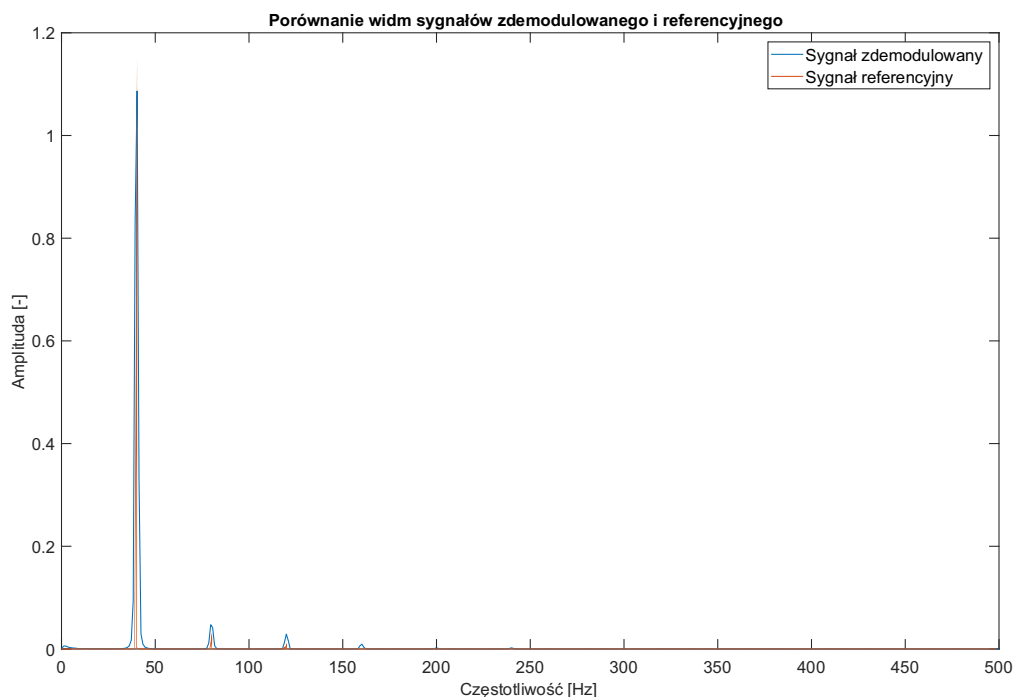
Demodulacja sygnału spowodowała przesunięcie się pików częstotliwości drgania płyty oraz jej harmonicznych na prawidłowe miejsca. Nadal widoczne są składowe w częstotliwościach 80Hz, 120Hz, 160Hz... Są one pozostałościami wstęg bocznych i wynikają z faktu, że demodulacja przesuwa sygnał.

W następnym kroku porównano sygnał zdemodulowany z sygnałem referencyjnym dla częstotliwości drgań 40 Hz. W tym celu oba sygnały zostały znormalizowane i zaprezentowane na jednym wykresie.  
– **Rysunek 4.1.5.**



*Rysunek 4.1.5 Porównanie przebiegów czasowych sygnałów zdemodulowanego i referencyjnego*

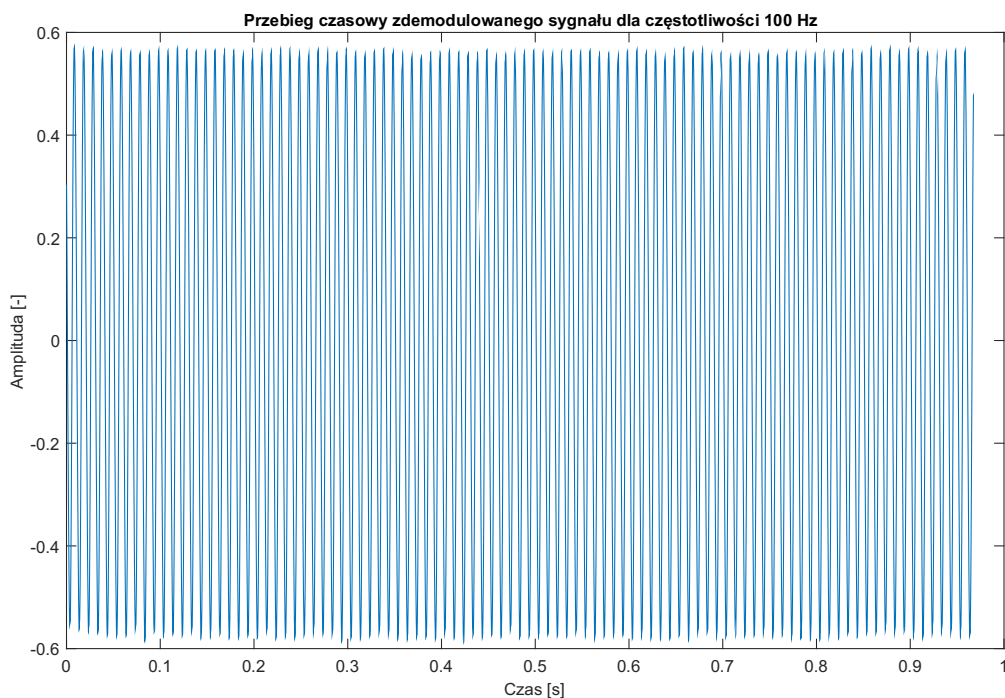
Przesunięcie fazowe sygnałów wynika z pomiarów, które nie były dokonane w tym samym momencie. Poza tym faktem amplituda międzyszczytowa oraz częstotliwość sygnałów są względem siebie identyczne. Różnica widoczna jest w lekkim przesunięciu sygnału zdemodulowanego na osi y, co świadczy o występowaniu składowej stałej, której nie udało się usunąć. Widmo na **Rysunku 4.1.6.**



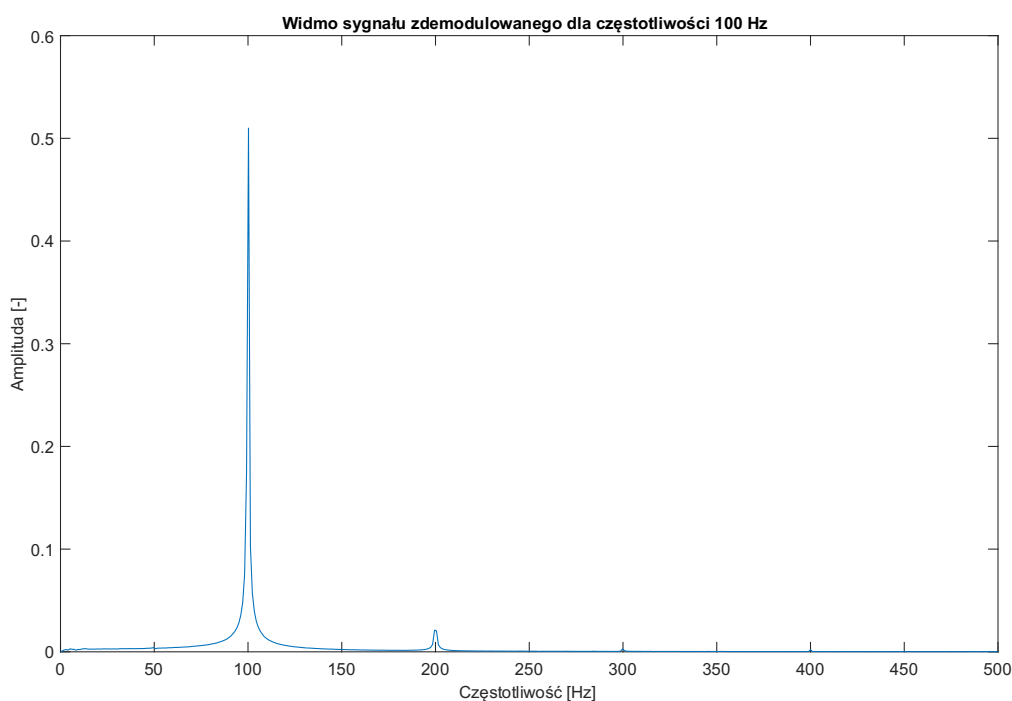
*Rysunek 4.1.6 Porównanie widm sygnałów zdemodulowanego i referencyjnego*

Porównanie widm znormalizowanych sygnałów prowadzi do podobnych wniosków. Dla obu sygnałów występuje ta sama liczba pików odpowiadających za częstotliwości harmoniczne. Wszystkie piki posiadają podobne amplitudy i nie są względem siebie przesunięte. Świadczy to o tym, że demodulacja pozwoliła na uzyskanie bardzo zbliżonego sygnału w stosunku do sygnału referencyjnego.

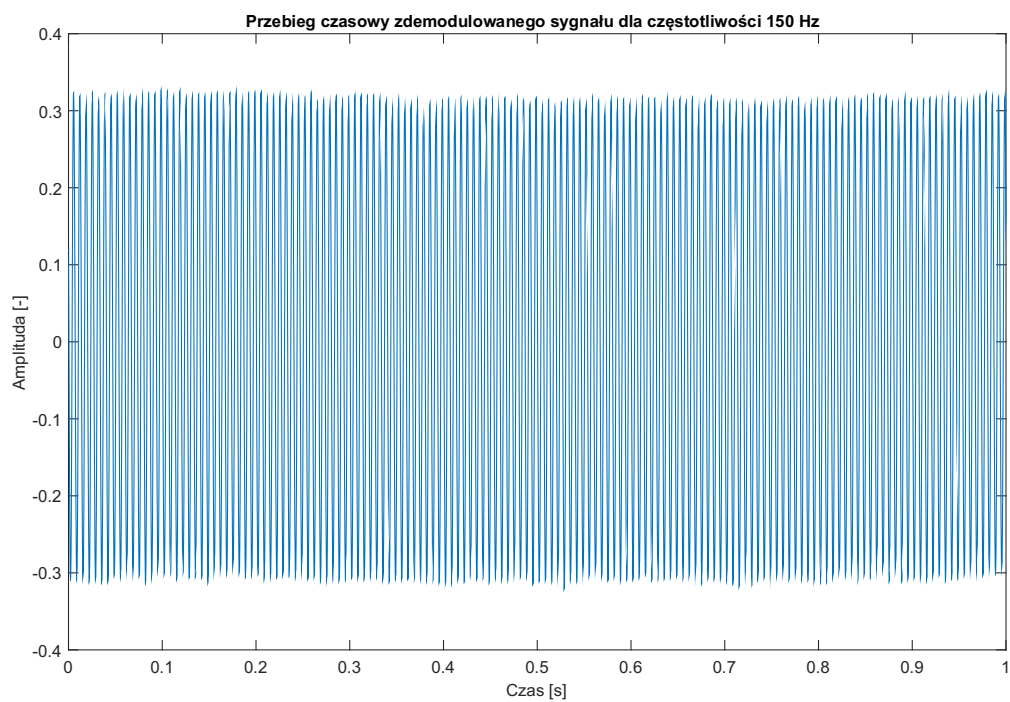
Ostatnim krokiem było przeprowadzenie zadania dla częstotliwości drgań 100 Hz oraz 150 Hz. Poniżej zamieszczono przebiegi czasowe oraz widma sygnałów zdemodulowanych – **Rysunki 4.1.7 – 4.1.10**.



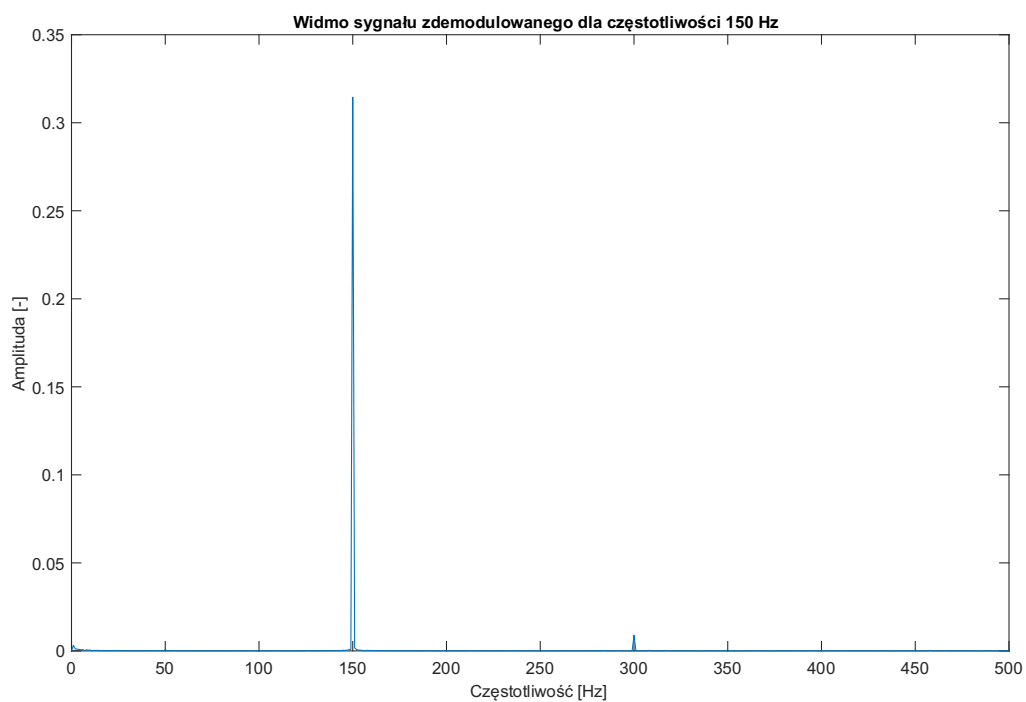
Rysunek 4.1.7 Przebieg czasowy sygnału zdemodulowanego o częstotliwości 100 Hz



Rysunek 4.1.8 Widmo sygnału zdemodulowanego o częstotliwości 100 Hz



Rysunek 4.1.9 Przebieg czasowy sygnału zdemodulowanego o częstotliwości 150 Hz



Rysunek 4.1.10 Widmo sygnału zdemodulowanego o częstotliwości 150 Hz



Dla każdego przypadku osiągnięto poprawne wyniki. Na widmach widoczne są najwyższe piki dla częstotliwości drgań płyty oraz jej harmoniczne oddalone odpowiednio o częstotliwość drgań powierzchni.

Demodulacja sygnału pozwoliła na identyfikację drgań płyty bez potrzeby mierzenia ich bezpośrednio z płyty. Nadany został sygnał o stałej częstotliwości i amplitudzie, który za pomocą drgań został zmodulowany. Sygnał ten został zmierzony i wykorzystany do demodulacji. Pozwoliła ona na dokładny pomiar drgań co zostało udowodnione dzięki porównaniu sygnału zdemodulowanego z sygnałem referencyjnym.

```
clear all
close all

load("Lab12plik\40Hz_ref.mat")
load("Lab12plik\40Hz.mat")

fc = 1e5;
fs = 1/Tinterval;
t = 0:Tinterval:(Length-1)*Tinterval;

figure(1)
plot(t,A)
title("Przebieg czasowy zmodulowanego sygnału")
xlabel("Czas [s]")
ylabel("Amplituda [-]")
xlim([0 0.002])

AF = abs(fft(A))/length(A)*2;
AFf = linspace(0,fs,length(A));

figure(2)
plot(AFf,AF)
xlim([0 fs/2])
title("Widmo sygnału zmodulowanego dla częstotliwości 40 Hz")
xlabel("Częstotliwość [Hz]")
ylabel("Amplituda [-]")

%% Filtracja wąskopasmowa
y = bandpass(A,[0.8e5,1.2e5],fs);

%% Usunięcie modulacji amplitudowych
yh = hilbert(y);
y_obw = abs(yh);
y_deobw = y ./ y_obw;

yf = abs(fft(y));
yf_deobw = abs(fft(y_deobw));

%% Demodulacja częstotliwościowa
y_diff = diff(y_deobw)/Tinterval;
y_env = abs(hilbert(y_diff));

%% Usunięcie komponentu stałego
y_env = y_env - mean(y_env);

%% Filtracja dolnoprzepustowa
y_filt = lowpass(y_env,800,fs);

%% Odcięcie wektora danych
cut = 20;
y_filt = y_filt(cut:end-cut);
```

```

%% Całkowanie sygnału
y_dem = inteFD(y_filt,1/fs);

%% Detrending
y_detr = detrend(y_dem,1);

%%
figure(3)
plot(t(cut:end-cut-1),y_detr)
title("Przebieg czasowy zdemodulowanego sygnału dla częstotliwości 40 Hz")
xlabel("Czas [s]")
ylabel("Amplituda [-]")

yF = abs(fft(y_detr))/length(y_detr)*2;
yFf = linspace(0,fs,length(y_detr));

figure(4)
plot(yFf,yF)
xlim([0 fs/2000])
title("Widmo sygnału zdemodulowanego dla częstotliwości 40 Hz")
xlabel("Częstotliwość [Hz]")
ylabel("Amplituda [-]")

%% Porównanie z sygnałem referencyjnym

figure(5)
plot(t(cut:end-cut-1),normalize(y_detr))
hold on
plot(t_meas,normalize(y_meas))
xlim([0 0.3])
title("Porównanie zdemodulowanego sygnału i sygnału referencyjnego")
legend("Sygnał zdemodulowany", "Sygnał referencyjny")
xlabel("Czas [s]")
ylabel("Amplituda [-]")

yH = hann(length(y_detr));
y_detrH = y_detr .* yH';
yF = abs(fft(normalize(y_detrH)))/length(y_detr)*2;
yFf = linspace(0,fs,length(y_detr));

fs_meas = length(y_meas)/10;
y_mH = hann(length(y_meas));
y_measH = y_meas .* y_mH';
y_measF = abs(fft(normalize(y_measH)))/length(y_meas)*2;
y_measFf = linspace(0,fs_meas,length(y_meas));

figure(6)
plot(yFf,yF)
hold on
plot(y_measFf,y_measF)
xlim([0 fs/2000])
xlabel("Częstotliwość [Hz]")
ylabel("Amplituda [-]")
title("Porównanie widm sygnałów zdemodulowanego i referencyjnego")
legend("Sygnał zdemodulowany", "Sygnał referencyjny")

```