



Wydział Inżynierii
Mechanicznej i Robotyki
Katedra Robotyki i
Mechatroniki



Identyfikacja Układów Mechatronicznych

Sprawozdanie

Laboratorium 4: Korelacja i autokorelacja - eksperyment

Imię i Nazwisko: Jakub Nowak, Maciej Mazurkiewicz

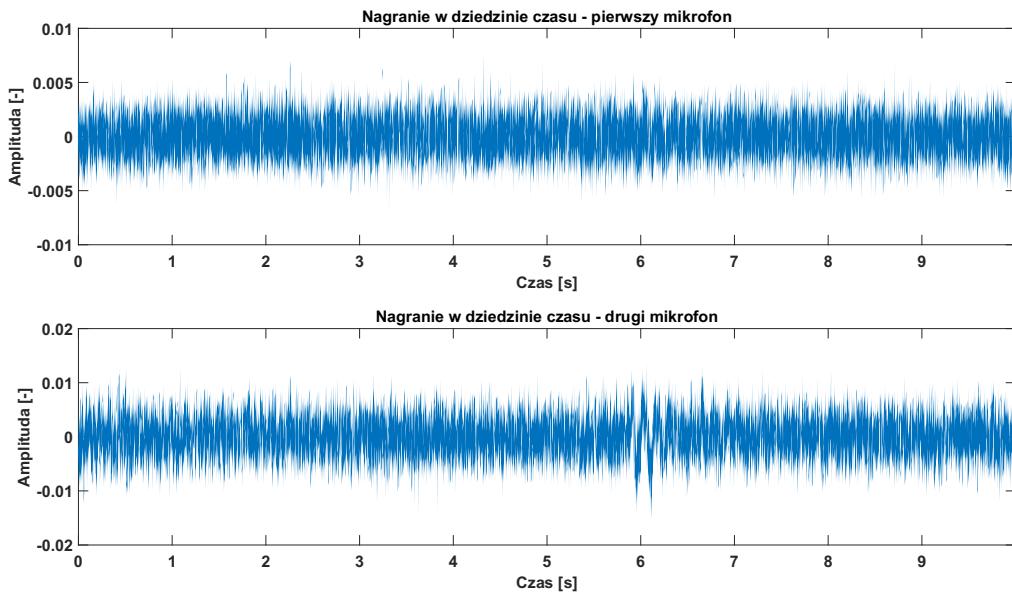
Nr grupy: 2

Zadanie 1 – Eksperyment z korelacją wzajemną

Eksperyment polegał na umieszczeniu w linii prostej od źródła dźwięku dwóch mikrofonów oddalonych od siebie o odległość dx . Z głośnika wygenerowano sygnał białego szumu o długości 10 sekund. Celem zadania było odnalezienie odległości dx . Poniżej przedstawiono schemat eksperymentu:



Odległość głośnika od pierwszego mikrofonu jest nieznana i niepotrzebna do wyznaczenia odległości dx ze względu na to, że jest stała dla nagrani z obu mikrofonów. Rozpoczęto od wczytania do przestrzeni roboczej dwóch plików dźwiękowych. Następnie ze względu na obecne stałe komponenty nagrani, które nie pozwalały dokonać prawidłowych obliczeń wykonano ich kompensacji poprzez odjęcie od sygnałów ich średniej wartości. Na **Rysunku 1.1** przedstawiono nagrania z obu mikrofonów w dziedzinie czasu.



Rysunek 1.1 - Nagrania z obu mikrofonów w dziedzinie czasu po usunięciu stałych komponentów

W celu obliczenia opóźnienia pomiędzy sygnałami dokonano korelacji nagrani z obu mikrofonów oraz wyświetcono wyniki. Realizuje to kod przedstawiony poniżej:

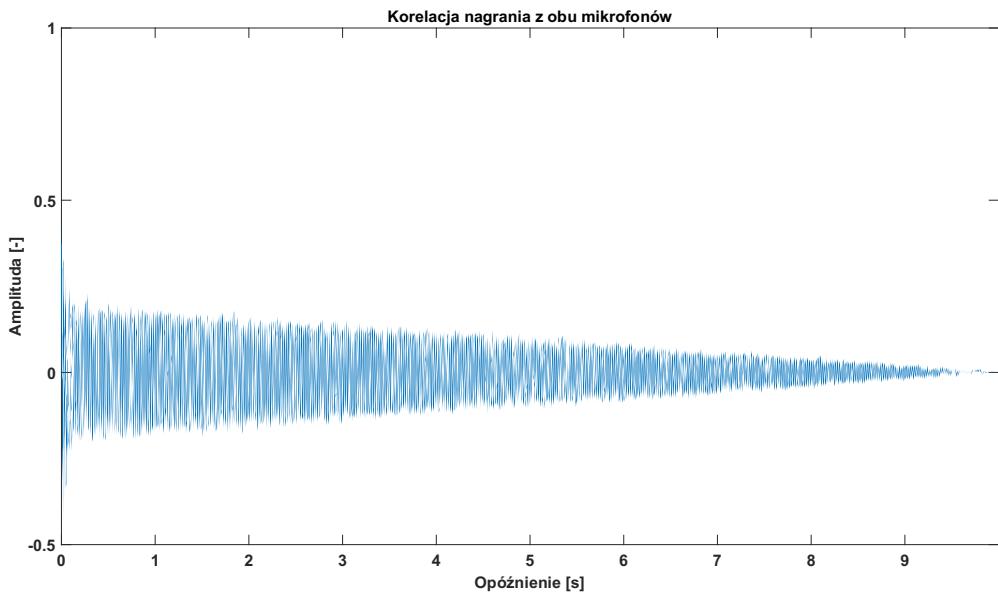
```

clear all
close all
clc
%% Wczytanie danych
[audio,fs] = audioread("twomicrophones1.wav");
data = audio - mean(audio);
%% Wyświetlenie danych
A=size(data);
l=A(1);
dt = 1/fs;
t_max = l*dt-dt;
t = linspace(0,t_max,l);

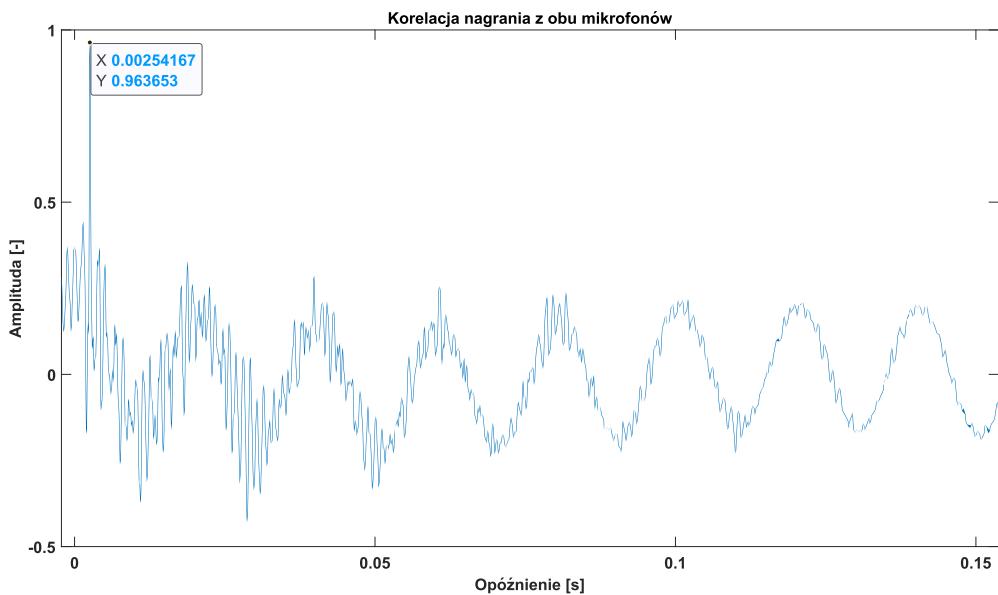
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,data(:,1))
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
title('Nagranie w dziedzinie czasu - pierwszy mikrofon')
xlim([0,t_max]);
subplot(2,1,2)
plot(t,data(:,2))
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
title('Nagranie w dziedzinie czasu - drugi mikrofon')
xlim([0,t_max]);
%% Korelacja sygnałów
[yc,lag] = xcorr(data(:,2),data(:,1));
%% Wyświetlenie wyników
tc = lag/fs;
figure(2)
plot(tc,yc)
xlabel('Opóźnienie [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
title('Korelacja nagrania z obu mikrofonów')
xlim([0, max(tc)]);

```

W efekcie jego wykonania otrzymano wykresy korelacji przedstawione na **Rysunku 1.2** – pełen zakres dodatniego opóźnienia oraz **Rysunku 1.3** – przybliżenie maksymalnego piku.



Rysunek 1.2 - Korelacja obu nagrań - dodani zakres opóźnień



Rysunek 1.3 - Korelacja nagrań - przybliżenie maksymalnej wartości

Na **Rysunku 1.2** widać, że wartość maksymalna osiągana na początku wykresu co przedstawiono dokładnie na **Rysunku 1.3** znacznie przewyższa wartością pozostałe piki. Ten pik odpowiada momentowi, gdy oba mikrofony rozpoczęły nagrywanie – zatem jest to wartość opóźnienia sygnału pomiędzy dwoma odbiornikami. Mnożąc zatem opóźnienie w jednostce czasu $-[s]$, przez prędkość dźwięku $\left[\frac{m}{s}\right]$ uzyskamy odległość pomiędzy odbiornikami w $[m]$. W celach automatyzacji, dzięki wiedzy, że pik dla opóźnienia znacznie przewyższa swoją wartością pozostałe piki, stworzono kod odczytujący opóźnienie dla maksimum korelacji i obliczający odległość pomiędzy odbiornikami. Przedstawiono go na następnej stronie.

```

%% Odczytanie maximum
[y_max x_max] = max(yc);
t_odcz = tc(x_max);
disp(["Obliczona odległość: „ 345 * t_odcz „m”"])

```

W ten sposób obliczono odległości dla nagrań:

Nagranie	Wartości obliczone [m]	Rzeczywista odległość [m]
Two microphones 1	0.8769	0.9
Two microphones 2	1.1644	1.2
Two microphones 3	1.4734	1.5

Jak widać, obliczone wartości mieszczą się w zakresie $\pm 0.05 \text{ m}$ od rzeczywistej odległości pomiędzy odbiornikami. Korelacja obu nagrań jest w stanie dostarczyć nam dokładnej estymacji opóźnienia pomiędzy nagraniami przy spełnieniu warunków liniowości źródła i odbiorników. Podobieństwo sygnałów – korelacja osiąga maksimum w momencie, gdy oba sygnały nałożą się w miejscu dotarcia do obu odbiorników sygnału nadawanego przez źródło.

Druga część zadania – model układu opóźniającego

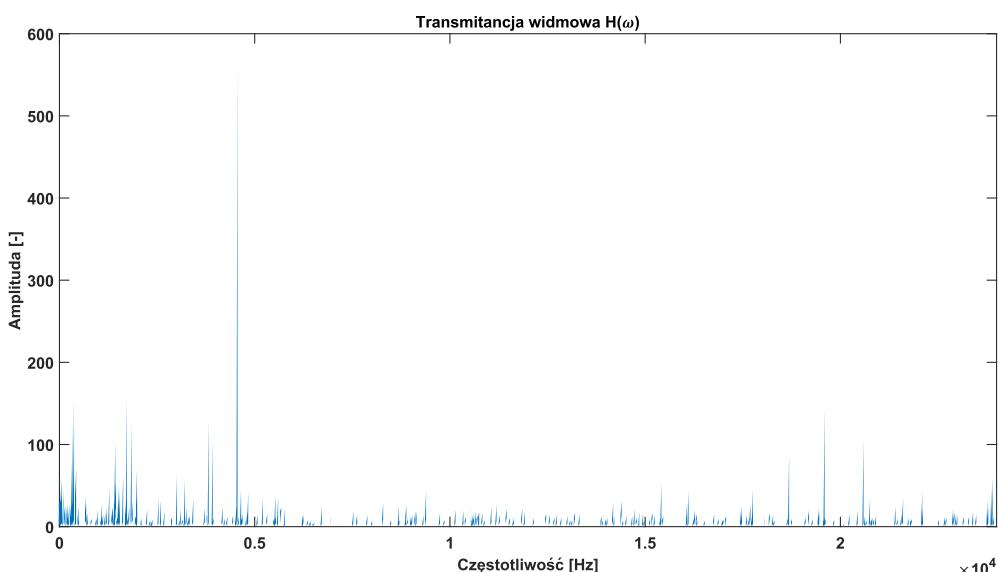
W tym wypadku założono, że nagranie z pierwszego mikrofonu jest wejściem do układu, a drugie nagranie wyjściem. Obliczono transformaty Fouriera obu sygnałów, a następnie zdefiniowano transmitancję widmową w dziedzinie częstotliwości zgodnie ze schematem zamieszczonym poniżej.

$U(i\omega)$ – transformata Fouriera wejścia

$Y(i\omega)$ – transformata Fouriera wyjścia

$$H(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{U(i\omega)} - \text{transmitancja widmowa}$$

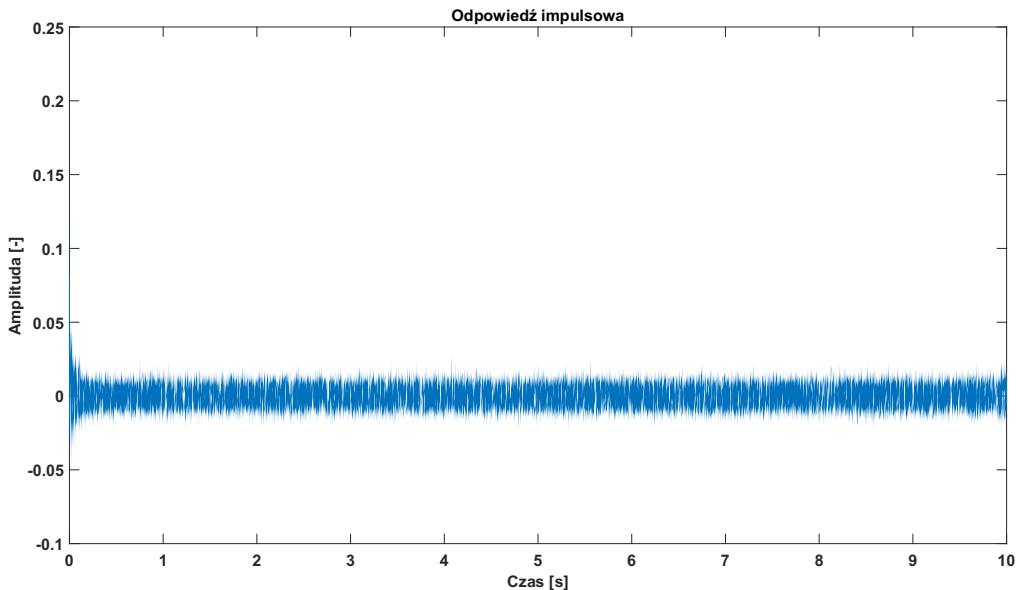
Na **Rysunku 1.4** przedstawiono uzyskany rezultat w dziedzinie częstotliwości.



Rysunek 1.4 Transmitancja widmowa $H(\omega)$

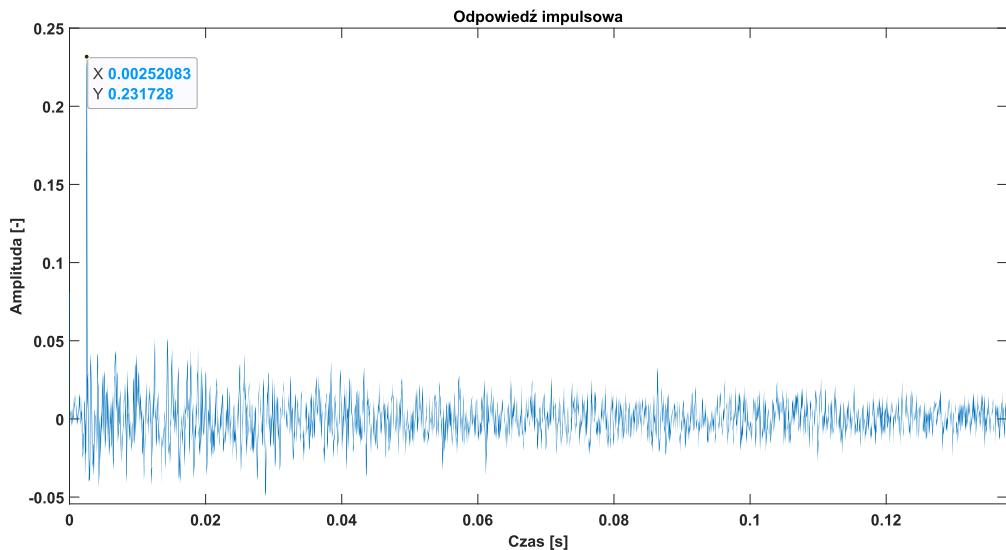
Następnie, aby otrzymać odpowiedź impulsową układu obliczono odwrotną transformatę Fouriera, która została przedstawiona na **Rysunku 1.5**. Kod wykorzystany do wykonania czynności opisanych powyżej przedstawiono poniżej:

```
%% Transformaty Fouriera
yf_U = fft(data(:,1));
yf_Y = fft(data(:,2));
%% Transmitancja
H= yf_Y./yf_U;
%% Odpowiedz impulsowa
h = ifft(H);
%% Wyświetlanie odpowiedzi impulsowej
figure(3)
plot(t,h)
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
title('Odpowiedź impulsowa')
%% Odczytanie maximum
[y_max x_max] = max(h);
t_odcz = t(x_max);
disp(["Obliczona odległość: " 345 * t_odcz "m"])
```



Rysunek 1.5 - Odpowiedź impulsowa układu

Poniżej na **Rysunku 1.6** przedstawiono przybliżenie charakterystyki, aby widoczny był pik odpowiadający opóźnieniu.



Rysunek 1.6 - Odpowiedź impulsowa układu – przybliżenie

Analogicznie jak wcześniej obliczono wartości odległości pomiędzy odbiornikami co przedstawiono w tabeli poniżej.

Nagranie	Wartości obliczone [m]	Rzeczywista odległość [m]
Two microphones 1	0.8697	0.9
Two microphones 2	1.1572	1.2
Two microphones 3	1.4734	1.5

Jak widać, wartości opóźnienia zostały obliczone prawidłowo. Wynika to z faktu, że stworzona transmitancja opisuje jeden z podstawowych członów w teorii sterowania – człon opóźniający. Zakładając, że oba mikrofony rejestrują dokładnie ten sam sygnał, jedynie opóźniony w czasie, znając charakterystykę impulsową członu opóźniającego spodziewać się można jednego piku odległego od czasu zero o wartość opóźnienia.

W celu udowodnienia tezy stworzono dwa sygnały składające się z sygnału *chirp* o rosnącej częstotliwości od 1Hz do 10Hz. Założono częstotliwość próbkowania równą 1000Hz oraz długość sygnału równą 3 sekundy. Drugi z sygnałów jest przesunięty w czasie o 1000 próbek czyli o 1 sekundę. Kod wykorzystany do eksperymentu przedstawiono poniżej:

```
%% Zadanie 1.2 Udowodnienie
clear all
close all
clc
%% Sygnał 1 - Chirp 1 Hz do 10 Hz
fs = 1000;
dt=1/fs;
t = 0:dt:3-dt;
y=zeros(1,3000);

y1 = y;
y1(1,1:3000) = chirp(t(1,1:3000),1,10);

%% Sygnał 2 - Chirp od 1000 próbki - opóźnienie 1000 * 1/1000 = 1s
```

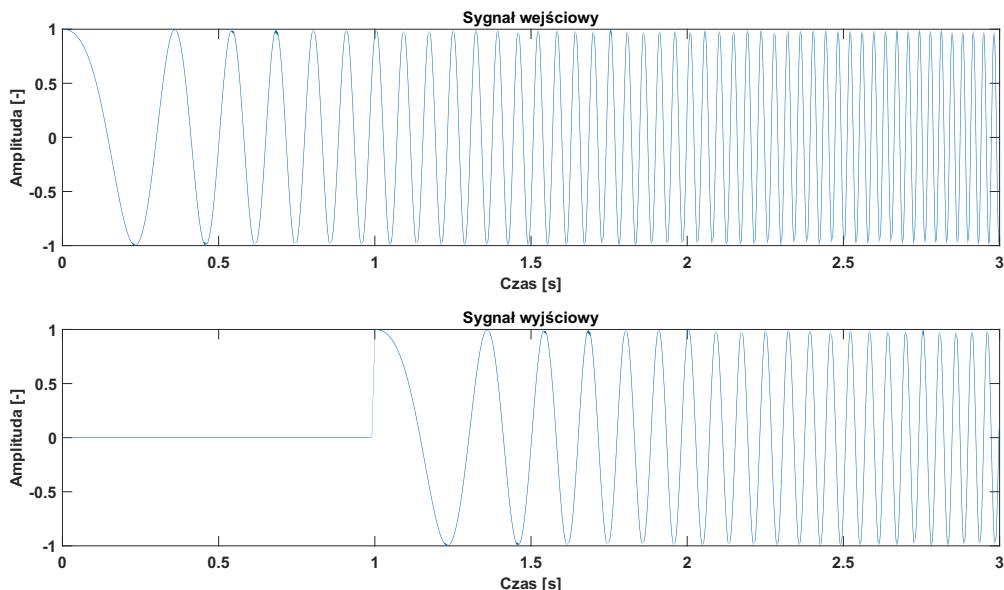
```

y2 = y;
y2(1,1001:3000) = chirp(t(1,1:2000),1,10);

%% Wyświetlenie
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,y1)
title('Sygnał wejściowy')
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
subplot(2,1,2)
plot(t,y2)
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Amplituda [-]');
title('Sygnał wyjściowy')

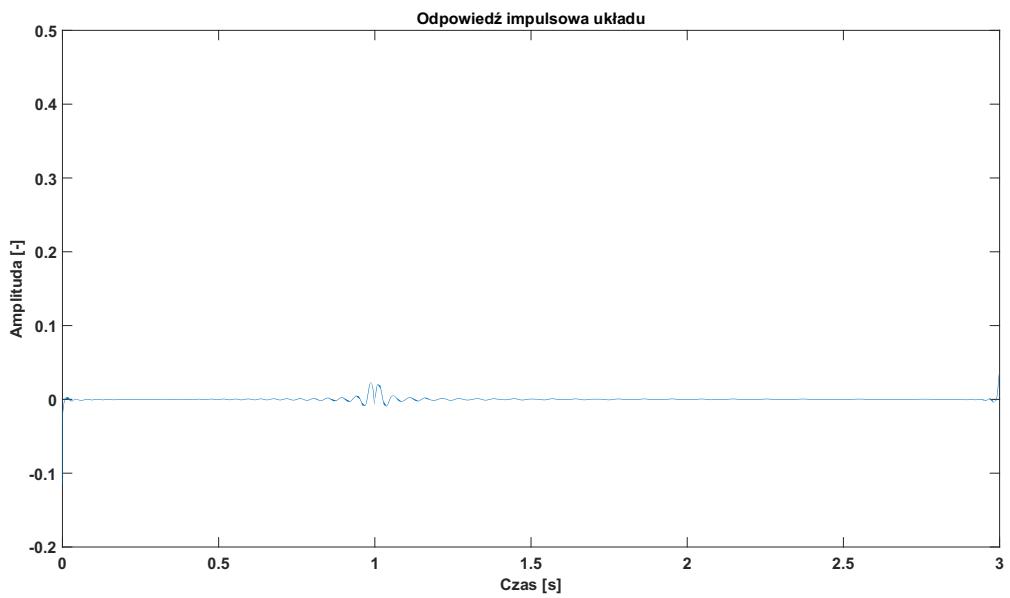
```

W efekcie uzyskano wykresy przedstawione na **Rysunku 1.7**. Następnie analogicznie jak powyżej obliczono transformaty Fouriera wejścia, wyjścia układu oraz wyznaczono transmitancję widmową. Ostatecznie poprzez wyznaczenie odwrotnej transformaty Fouriera obliczono odpowiedź impulsową układu.



Rysunek 1.7 - Sygnały w dziedzinie czasu

Zgodnie z założeniami wyjście układu jest kopią sygnału wejściowego, przesuniętego w czasie o 1 sekundę. Spodziewanym zatem efektem obliczenia odpowiedzi impulsowej jest pojedynczy pik w pierwszej sekundzie. Odpowiedź impulsową przedstawiono na **Rysunku 1.8**.

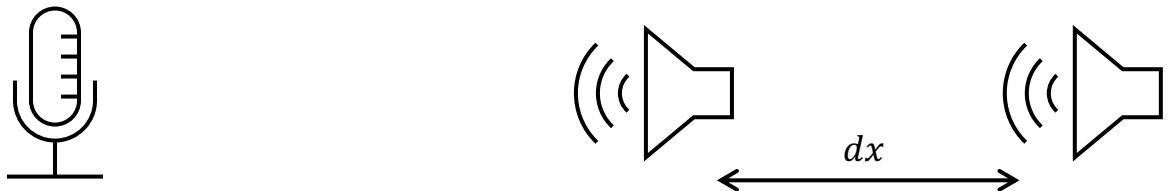


Rysunek 1.8 - Odpowiedź impulsowa układu opóźniającego

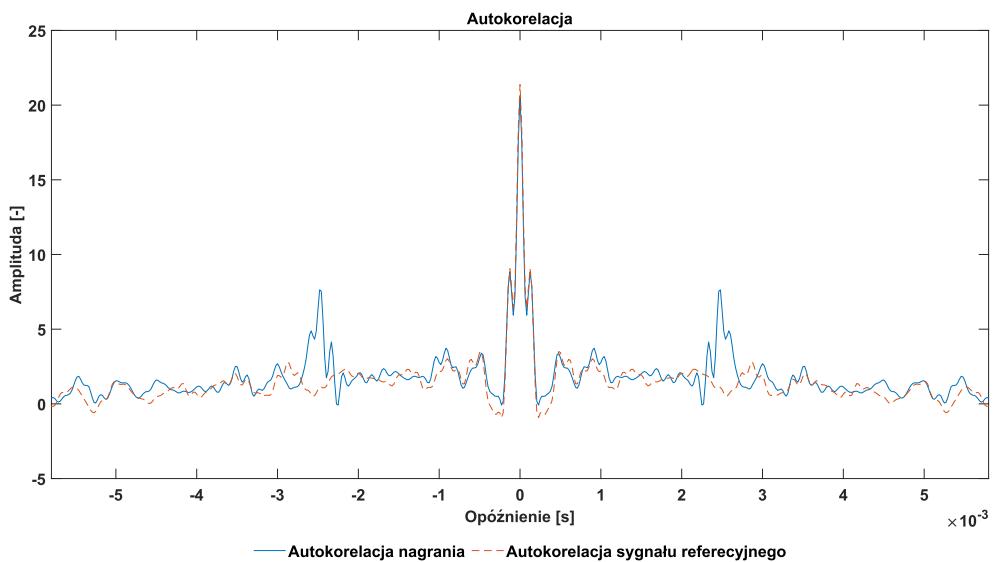
Jak widać, zgodnie z oczekiwaniemi pik znajduje się w pierwszej sekundzie odpowiedzi. Uzasadniono zatem zasadność odczytywania opóźnienia z wykresu odpowiedzi impulsowej dla eksperymentu z dwoma mikrofonami. Ze względu na obecność szumu i różnice w mikrofonach wykres na **Rysunku 1.6** nie jest dokładnym odpowiednikiem tego z **Rysunku 1.8**, lecz dzięki dużo większej wartości piku dla wartości opóźnienia można łatwo zidentyfikować opóźnienie pomiędzy sygnałami.

Zadanie 2 – Eksperyment z autokorelacją

Eksperyment polegał na umieszczeniu dwóch głośników oddalonych od siebie o odległość dx , a następnie rozpoczęcia transmisji pewnego sygnału z obu głośników, który był rejestrowany przez mikrofon leżący w linii prostej z głośnikami. Schemat przedstawiono poniżej:



Odległość mikrofonu od głośników jest nieznana i niepotrzebna do wyznaczenia odległości dx . Aby móc dokładniej oszacować, odpowiednie opóźnienie sygnału dodatkowo oprócz nagrania, gdzie z obu źródeł nadawany jest ten sam sygnał, nagrano sygnał referencyjny gdzie nadawane sygnały różniły się dla obu źródeł. Zatem poddając autokorelacji sygnał referencyjny możemy oszacować, które opóźnienia są stałe i niepowiązane z szukanym opóźnieniem odpowiadającym wartości dx . Obliczono zatem autokorelację dla sygnału referencyjnego oraz dla pliku audio opowiadającemu eksperymentowi i narysowano je na jeden wykres – **Rysunek 2.1**. W celu lepszego odbioru wizualnego wykresu ograniczono dziedzinę osi czasu dla opóźnień, które odpowiadają odległości $dx < 2m$. Zatem obliczono zakres opóźnień: $t \in [-0.0058; 0.0058]$ dla którego wykres autokorelacji będzie symetryczny względem piku o największej amplitudzie dla opóźnienia równe 0.

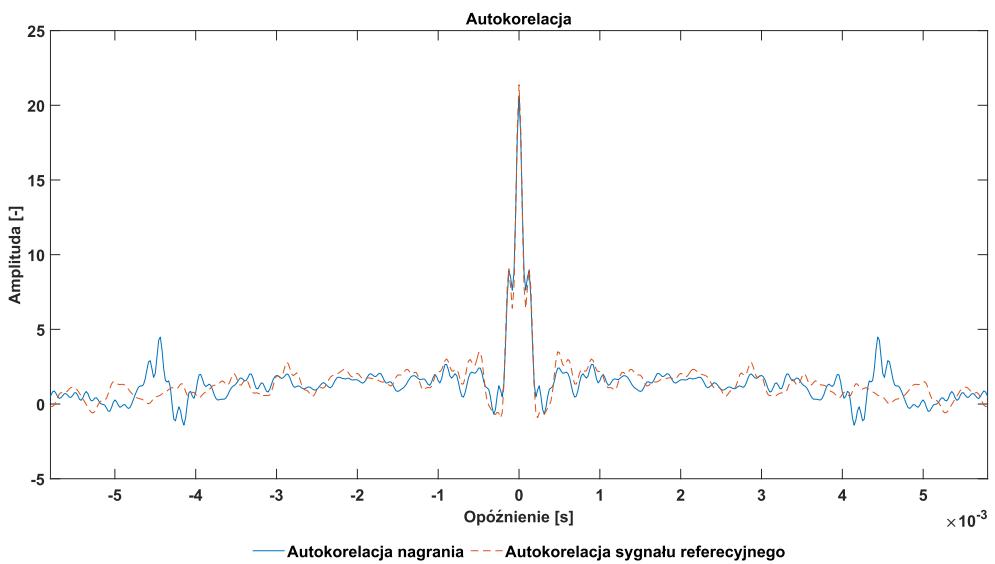


Rysunek 2.1 - Autokorelacja sygnału nagrania i sygnału referencyjnego

Można zauważyć, że w większości wyznaczonej dziedziny różnica pomiędzy wartościami autokorelacji jest pomijalna, jednak w pewnym miejscu, autokorelacja nagrania wykazuje znacznie większą amplitudę niż autokorelacja referencji. Odczytując opóźnienie w tym miejscu można obliczyć odległość pomiędzy źródłami i porównać z rzeczywistą odległością:

Nagranie	Wartości obliczone [m]	Rzeczywista odległość [m]
Two speakers 1	$0.0024[s] * 345\left[\frac{m}{s}\right] = 0.8553[m]$	0.88

Jak widać, obliczona wartość jest dobrą estymacją rzeczywistej odległości. Analogiczną operację wykonano dla drugiego nagarnia. Wykres przedstawiono na **Rysunku 2.2**.



Rysunek 2.2 - Autokorelacja nagrania drugiego i sygnału referencyjnego

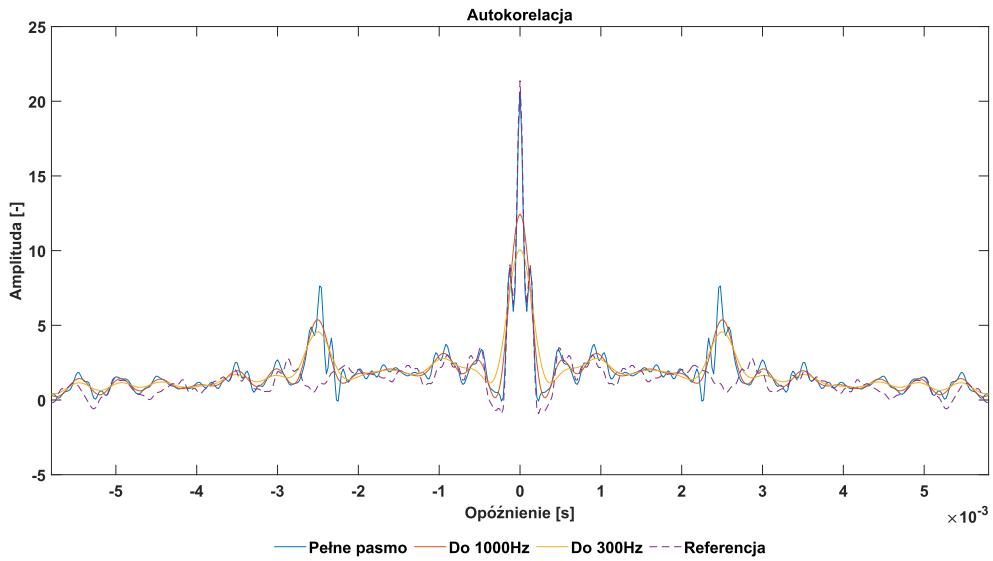
Odczytana wartość opóźnienia w miejscu, gdzie występuje duża różnica pomiędzy amplitudami autokorelacjami sygnałów: 0.0044 [s]. Obliczono więc odległość i wpisano do tabeli.

Nagranie	Wartości obliczone [m]	Rzeczywista odległość [m]
Two speakers 1	$0.0024[s] \times 345\left[\frac{m}{s}\right] = 0.8553[m]$	0.88
Two speakers 2	$0.0044[s] \times 345\left[\frac{m}{s}\right] = 1.518[m]$	1.57

Jak widać, za pomocą interpretacji autokorelacji nagrania można określić opóźnienie pomiędzy dwoma jednakowymi sygnałami pochodzącyimi ze źródeł o różnej odległości od mikrofonu.

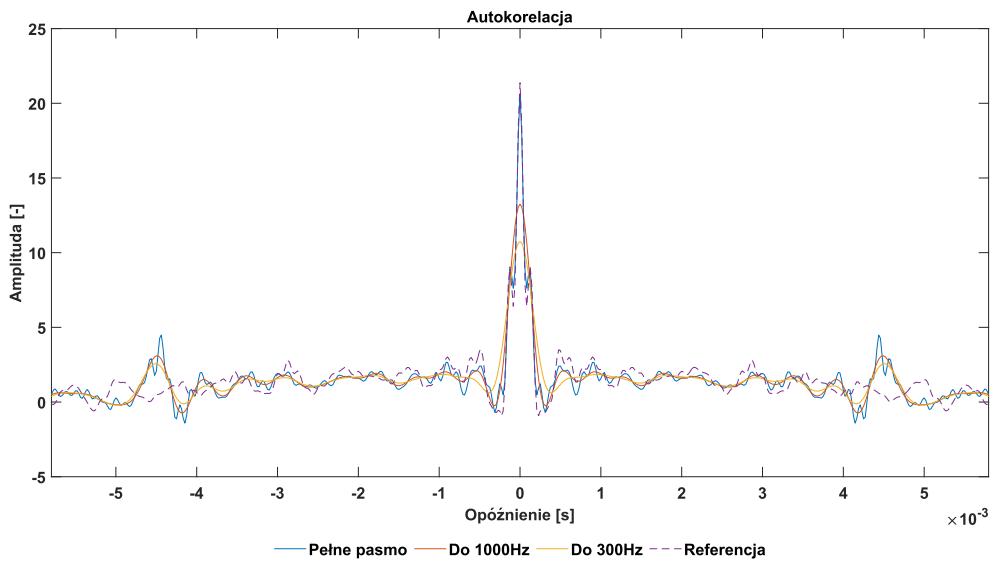
Druga część zadania – zmienne pasmo sygnału

W tej części sygnały nagrani eksperymentu przed obliczeniem autokorelacji zostaną poddane filtracji dolnoprzepustowej o częstotliwości odcięcia równych odpowiednio: 300 Hz oraz 1000 Hz. Na **Rysunkach 2.3, 2.4** przedstawiono wykresy zawierające złożenie efekty obliczenia autokorelacji dla różnych sygnałów dla obu próbek dźwięku.



Rysunek 2.3 - Autokorelacja sygnałów o różnym paśmie: Nagranie nr 1

Zarówno dla filtra o częstotliwości odcięcia 1000 Hz jak i 300 Hz, nadal widoczne są elementy, z których można odczytać opóźnienie sygnałów. Jednak są one wygładzone, co utrudnia dokładne odczytanie opóźnienia. Mają także mniejsze amplitudy oraz ich maksimum jest przesunięte w czasie względem najwyższego piku.



Rysunek 2.4 - Autokorelacja sygnałów o różnym paśmie: Nagranie nr 2

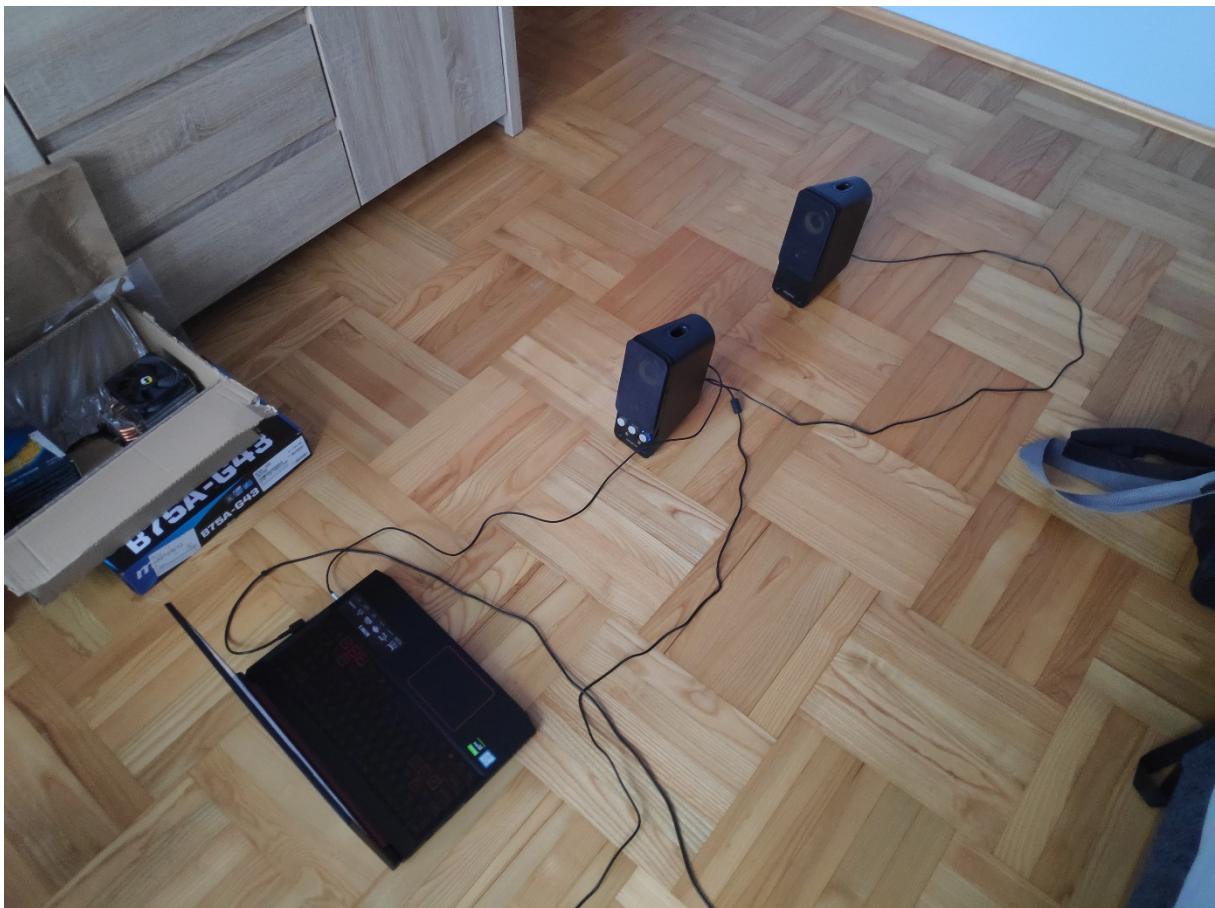
Identyczna sytuacja zachodzi dla nagrania nr 2.

Nagranie	Brak filtra [m]	Wartości obliczone, filtr 1000 Hz [m]	Wartości obliczone, filtr 300 Hz [m]	Rzeczywista odległość [m]
Two speakers 1	0.8553	0.8625	0.8625	0.88
Two speakers 2	1.518	1.5525	1.5525	1.57

Po obliczeniu wartości odległości między głośnikami widoczne jest, że pasmo szumu białego w tym przypadku ma niewielkie znaczenie. Pomimo różnic w wyglądzie sygnałów, najwyższa lokalna wartość amplitudy jest nadal w prawidłowym miejscu i umożliwia odczytanie odległości. Jednak problemem może być sytuacja, w której chcemy odczytać 2 lub więcej pików. Wtedy prawdopodobnie sygnał będzie wygładzony w taki sposób, że zostaną one połączone i ich odczytanie nie będzie możliwe.

Zadanie 2 – Własny eksperyment

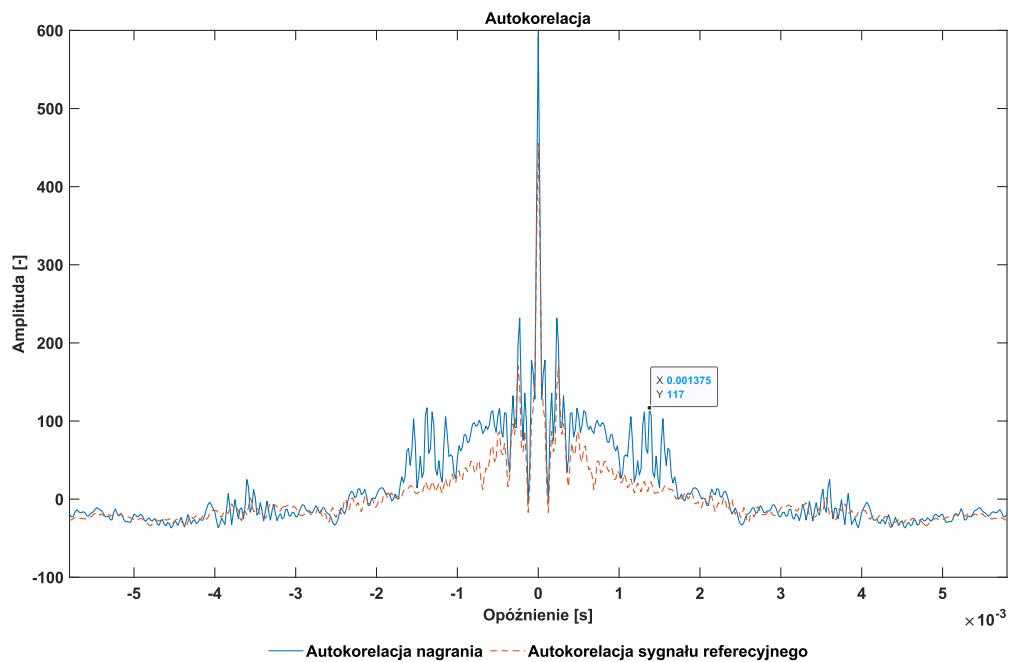
Zadanie 2.1 zostało powtórzone dla nagrań uzyskanych we własnym zakresie. W tym celu użyto głośników stereo oraz mikrofonu wbudowanego w laptop. Rozstawienie urządzeń przedstawiono na rysunku 2.5.



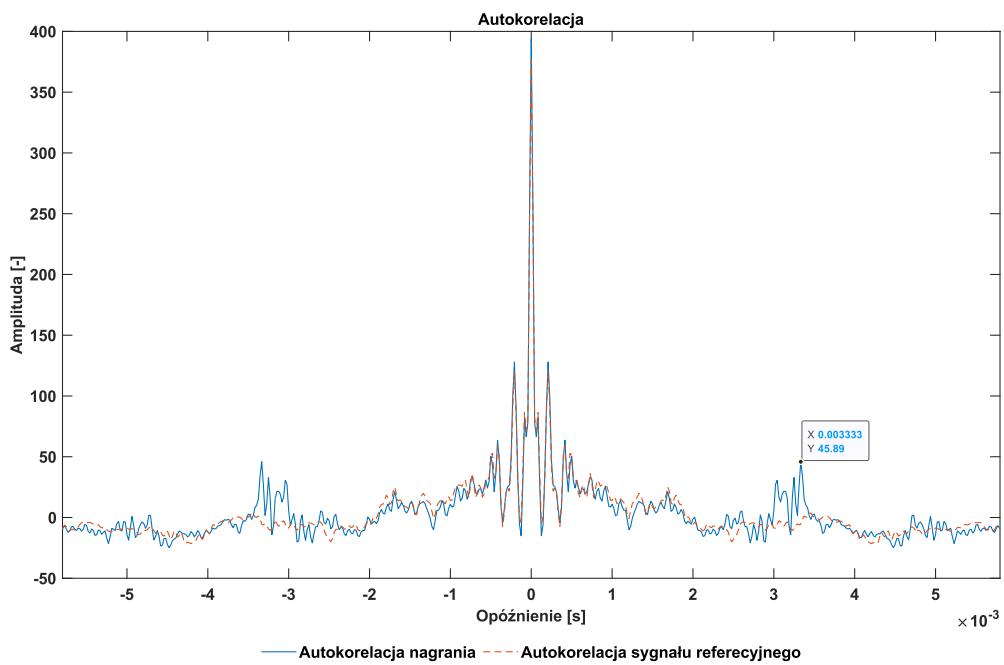
Rysunek 2.5 Rozstawienie głośników oraz mikrofonu

Głośniki rozstawiono w dwóch odległościach: 48 cm oraz 113 cm. Wyniki dla obu prób przedstawiono na rysunkach 2.6 oraz 2.7.

Nagranie	Wartości obliczone [m]	Rzeczywista odległość [m]
2glosniki_48.wav	$0.001375[s] * 345 \left[\frac{m}{s} \right] = 0.4657[m]$	0.48
2glosniki_113.wav	$0.003333[s] * 345 \left[\frac{m}{s} \right] = 1.15[m]$	1.13



Rysunek 2.6 Autokorelacja dla rozstawienia głośników 48 cm



Rysunek 2.7 Autokorelacja dla rozstawienia głośników 113 cm

Widoczne jest, że w przypadku tych nagrań, piki z których odczytywane jest opóźnienie są dość szerokie i występuje ich kilka w niewielkim przedziale czasu. Może być to związane ze słabą jakością mikrofonu, który jest wbudowany w ekran laptopa. Poza jego jakością, może też odbierać szумy pochodzące z chłodzenia komputera. Mimo to odczytując najwyższą lokalną wartość amplitudy, estymowane odległości są dokładne i różnice pomiędzy nimi a wartościami zmierzonymi wynoszą ok. 2 cm.