Introducción a la Simulación Computacional
Guía 2: Un primer código de Monte Carlo. Muestreo Directo.

Segundo Cuatrimestre de 2025

Docentes: *Joaquín Torres y Claudio Pastorino*

Problema 1: Se utilizará el método de Monte Carlo para crear un generador de números aleatorios con una distribución arbitraria $f(x)$.

Escriba un programa que genere $N = 1000$ pares de numeros aleatorios (X, Y) a partir de la función *uni()* de ziggurat.f90, que cumplan $0 < X < 2$ y $0 < Y < 1$.

a) Utilizando los comandos *open*, *read* y *close,* logre que el programa lea de un archivo externo ('input.dat') la cantidad de puntos aleatorios N que se van a generar. No se olvide de crear el archivo 'input.dat' y escribir un numero entero en el.

b) Defina la función de densidad de probabilidad $f(x) = (x-1)^2$.

c) Escriba una rutina que acepte (escriba a archivo) el número aleatorio X, si $Y \le f(x)$. ¿Puede estimar que fracción de números será aceptado?

d) Haga un histograma de los números X aceptados, normalícelo y comparelo con la función $f(x)$.

e) Utilizando inteligentemente las funciones de *ziggurat* (*uni*(), *rnor()*, *rexp()*), realice un muestreo con *importance sampling,* para obtener valores de X con más probabilidad de ser aceptados.

f) Compare la eficiencia (X aceptados / pares (X, Y) generados) y el tiempo de simulación, entre los métodos de fuerza bruta e *importance sampling.*
Nota: para que la comparación del tiempo de simulación tenga sentido, debe hacerse a igual número de aceptaciones.

Problema 2: Monte Carlo con muestreo directo. Obtención del número π.

a) Realice un programa para estimar el número π en base a la obtención de una serie pares (x, y), donde x e y son obtenidos de una distribución uniforme de números pseudo-aleatorios entre 0 y 1.

Si se piensa en ejes cartesianos y que el primer cuadrante, en una área de $A = 1 \times 1 = 1$ contiene un cuarto de círculo de radio $r = 1$. La superficie de éste es $S = \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4}\pi$. La fracción entre áreas será proporcional al cociente de pares (x, y) que caen dentro del círculo, respecto de todos los pares obtenidos.

$$\frac{N_{circ}}{N_{tot}} = \frac{\int_0^1 dx\sqrt{1-x^2}}{A} = \frac{S_{1/4\,\mathrm{circ}}}{A} = \frac{\pi/4}{1}$$

Nota: Este problema puede pensarse como un ejemplo en el cuál se utiliza Monte Carlo para realizar una integral definida.

b) Discutir por qué funciona el muestreo y en qué condiciones el muestreo directo no sería una buena opción para calcular el valor medio de una variable de interés.