

# Modelowanie ogrzewania

Analiza strategii sterowania ogrzewaniem (tryb ciągły vs. oszczędny)

Alicja Markiewicz, 338220

15 lutego 2026

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Charakterystyka problemu</b>	<b>2</b>
1.1	Cel projektu . . . . .	2
1.2	Badane strategie sterowania . . . . .	2
1.3	Metryki oceny . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Model fizyczny</b>	<b>2</b>
2.1	Równanie przewodnictwa ciepła . . . . .	2
2.2	Warunki brzegowe . . . . .	3
2.3	Model grzejnika i termostatu . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Metody numeryczne</b>	<b>3</b>
3.1	Dyskretyzacja . . . . .	3
3.2	Analiza stabilności . . . . .	3
3.3	Parametry symulacji . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Wyniki symulacji</b>	<b>4</b>
4.1	Scenariusz 1: Chłodno (Jesień/Wiosna) . . . . .	4
4.2	Scenariusz 2: Zimno (Zima łagodna) . . . . .	4
4.3	Scenariusz 3: Bardzo zimno (Zima mroźna) . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Analiza wyników</b>	<b>6</b>
5.1	Tabela wyników . . . . .	6
5.2	Wnioski z tabeli . . . . .	7

# 1 Charakterystyka problemu

## 1.1 Cel projektu

Celem projektu jest odpowiedź na pytanie: **czy okresowe wyłączanie grzejników w godzinach nieobecności domowników przynosi wymierne korzyści energetyczne** oraz jak wpływa to na komfort cieplny (czas powrotu do temperatury zadanej).

## 1.2 Badane strategie sterowania

W symulacji porównałam dwa scenariusze ogrzewania dla tego samego mieszkania:

1. **Strategia ciągła (komfort):** Temperatura zadana  $T_{set} = 21\text{ }^{\circ}\text{C}$  jest utrzymywana przez całą dobę.
2. **Strategia oszczędna (na wyjście):**
  - W godzinach **08:00 – 16:00** (nieobecność): obniżenie temperatury zadanej do  $T_{away} = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$  (lub całkowite wyłączenie grzejników).
  - W pozostałych godzinach: utrzymywanie temperatury komfortowej  $T_{home} = 21\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

## 1.3 Metryki oceny

Do oceny skuteczności obu strategii przyjąłm następujące wskaźniki:

- **Całkowite zużycie energii** ( $E_{total}$  [kWh]) – suma energii wyemitowanej przez wszystkie grzejniki w ciągu doby.
- **Średnia temperatura w mieszkaniu** ( $\bar{T}(t)$ ) – wskaźnik ogólnego komfortu cieplnego.
- **Czas powrotu do komfortu** – czas liczony od godziny 16:00, po którym średnia temperatura w pokojach ponownie osiąga  $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

# 2 Model fizyczny

## 2.1 Równanie przewodnictwa ciepła

Ewolucję temperatury  $u(x, t)$  opisuje równanie dyfuzji z członem źródłowym:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \Delta u + f(x, u), \quad (1)$$

gdzie  $f(x, u)$  reprezentuje ciepło dostarczane przez grzejniki.

W instrukcji projektowej (Wzór 7) zaproponowano model uwzględniający zmianę gęstości powietrza w zależności od temperatury (z prawa gazu doskonałego), co prowadzi do postaci nieliniowej:

$$f_{teor}(x, u) = u \cdot \frac{P \cdot r}{p \cdot V \cdot c} \cdot \mathbf{1}_{grzejnik}. \quad (2)$$

W niniejszej symulacji zastosowano jednak **przybliżenie stałej gęstości powietrza** (zgodne z Wzorem 5 w instrukcji). Dla zakresu temperatur mieszkaniowych ( $15^{\circ}\text{C} - 25^{\circ}\text{C}$ ) zmiana gęstości jest pomijalna, a uproszczenie to pozwala na bezpośrednie zastosowanie bilansu energii:

$$f_{sym}(x) = \frac{P}{\rho \cdot c_p \cdot V} \cdot \mathbf{1}_{pokj}. \quad (3)$$

Podjęcie to jest zgodne z zasadą zachowania energii i stabilniejsze numerycznie.

## 2.2 Warunki brzegowe

Symulacja uwzględnia specyfikę geometryczną mieszkania o powierzchni  $80\text{ m}^2$  ( $10\text{ m} \times 8\text{ m}$ ):

- **Okna i drzwi balkonowe:** Warunek Dirichleta. Temperatura na powierzchni okna jest równa temperaturze zewnętrznej  $T_{zew}(t)$ .
- **Ściany zewnętrzne:** Warunek Robina (prawo stygnięcia Newtona). Strumień ciepła jest proporcjonalny do różnicy temperatur (współczynnik strat  $\beta_{wall} = 0.08$ ).
- **Ściany wewnętrzne:** Przyjęto, że ściany działowe nie generują strat ciepła (sąsiedzi ogrzewają swoje mieszkania podobnie), co modelowane jest brakiem przepływu (warunek Neumanna).

## 2.3 Model grzejnika i termostatu

Grzejniki działają w modelu uproszczonym (well-mixed). Jeśli średnia temperatura w danym pokoju spadnie poniżej  $T_{set}$ , grzejnik dostarcza moc  $P_{max} = 2000\text{ W}$ , która jest natychmiastowo rozpraszana w objętości pokoju.

# 3 Metody numeryczne

## 3.1 Dyskretyzacja

Zastosowałam metodę różnic skończonych (FDM) na siatce regularnej o wymiarach  $50 \times 40$  węzłów.

- Krok przestrzenny:  $h = \Delta x = \Delta y = 0.2\text{ m}$ .
- Krok czasowy:  $\Delta t = 30\text{ s}$ .

Do całkowania w czasie użyłam jawnego schematu Eulera (FTCS).

## 3.2 Analiza stabilności

Dla jawnego schematu różnicowego warunkiem stabilności jest liczba Couranta-Friedrichsa-Lewy'ego (CFL):  $\lambda \leq 0.25$ . Dla przyjętych parametrów:

$$\lambda = \frac{\alpha \Delta t}{h^2} = \frac{1.0 \cdot 10^{-4} \cdot 30}{0.2^2} = \frac{0.003}{0.04} = 0.075$$

Wartość 0.075 jest znacznie mniejsza od wartości granicznej 0.25, co gwarantuje numeryczną stabilność symulacji.

## 3.3 Parametry symulacji

Zestawienie stałych fizycznych i parametrów technicznych użytych w kodzie:

Tabela 1: Parametry modelu (na podstawie pliku `constants.py`)

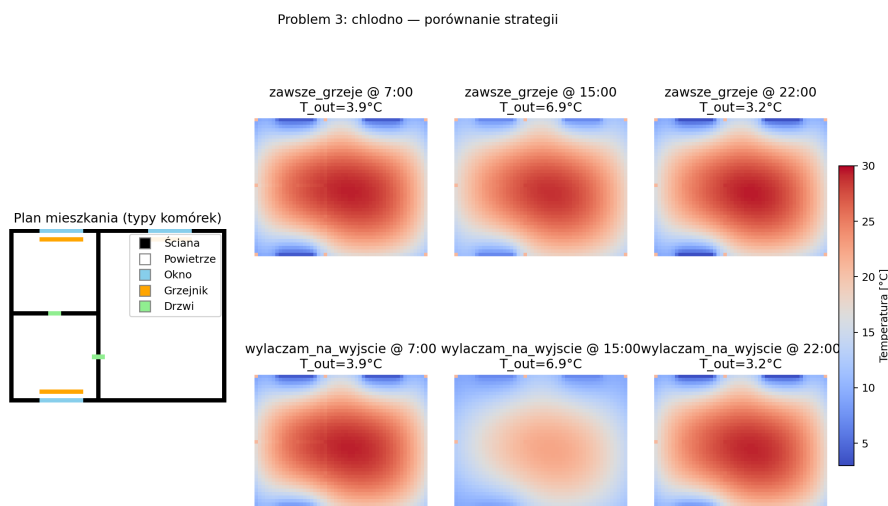
Symbol	Nazwa parametru	Wartość	Jednostka
$\alpha$	Dyfuzyjność cieplna	0.0001	$\text{m}^2/\text{s}$
$P_{max}$	Moc grzejnika	2000	W
$\rho$	Gęstość powietrza	1.293	$\text{kg}/\text{m}^3$
$c_p$	Ciepło właściwe	1005	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
$H$	Wysokość pomieszczenia	2.5	m
$h$	Krok siatki	0.2	m
$\Delta t$	Krok czasu	30	s

## 4 Wyniki symulacji

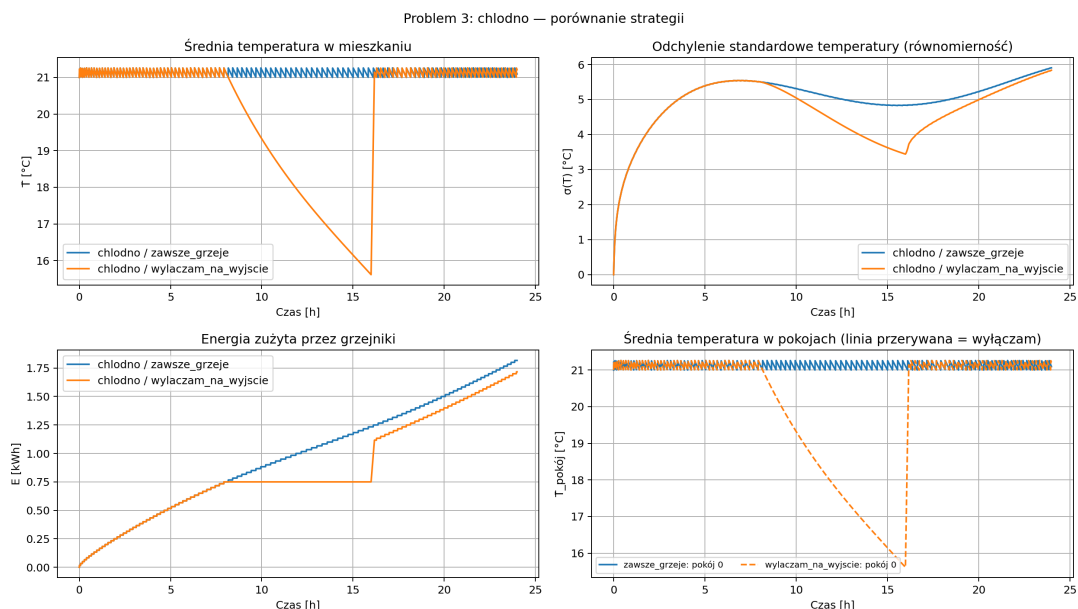
Symulacje przeprowadziłam dla trzech scenariuszy pogodowych, różniących się średnią temperaturą zewnętrzną.

### 4.1 Scenariusz 1: Chłodno (Jesień/Wiosna)

W tym scenariuszu temperatura zewnętrzna oscyluje wokół kilku stopni powyżej zera.



Rysunek 1: Rozkład temperatury w mieszkaniu dla profilu „chłodno”.

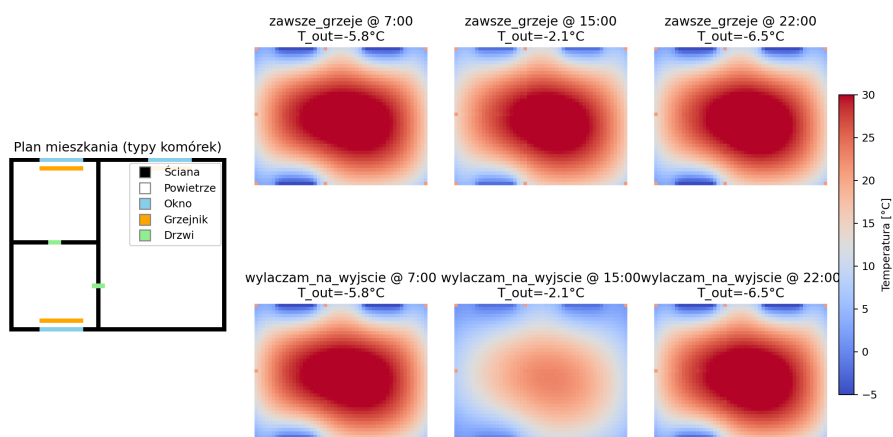


Rysunek 2: Przebiegi czasowe temperatury i energii dla profilu „chłodno”.

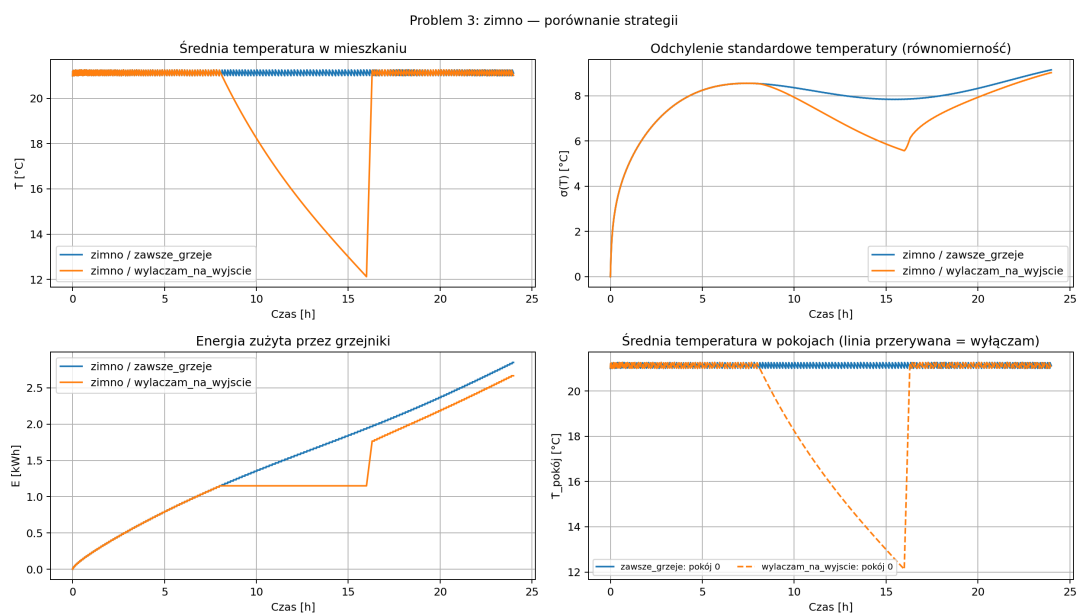
### 4.2 Scenariusz 2: Zimno (Zima łagodna)

Temperatura zewnętrzna spada poniżej zera w nocy.

Problem 3: zimno — porównanie strategii



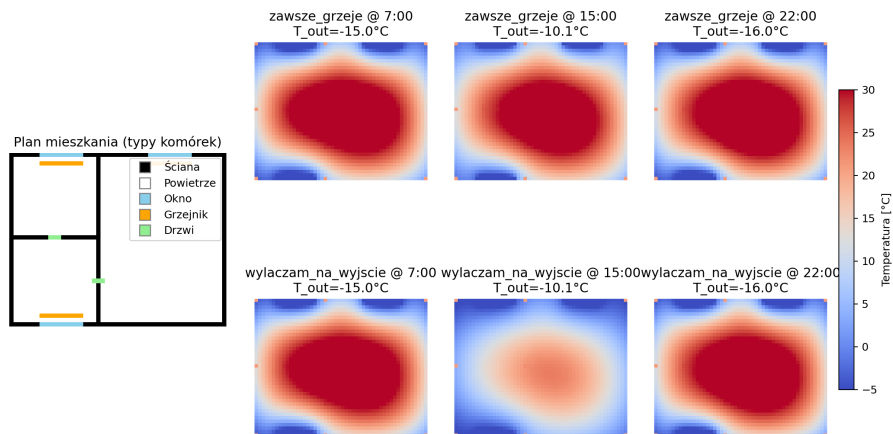
Rysunek 3: Rozkład temperatury w mieszkaniu dla profilu „zimno”.



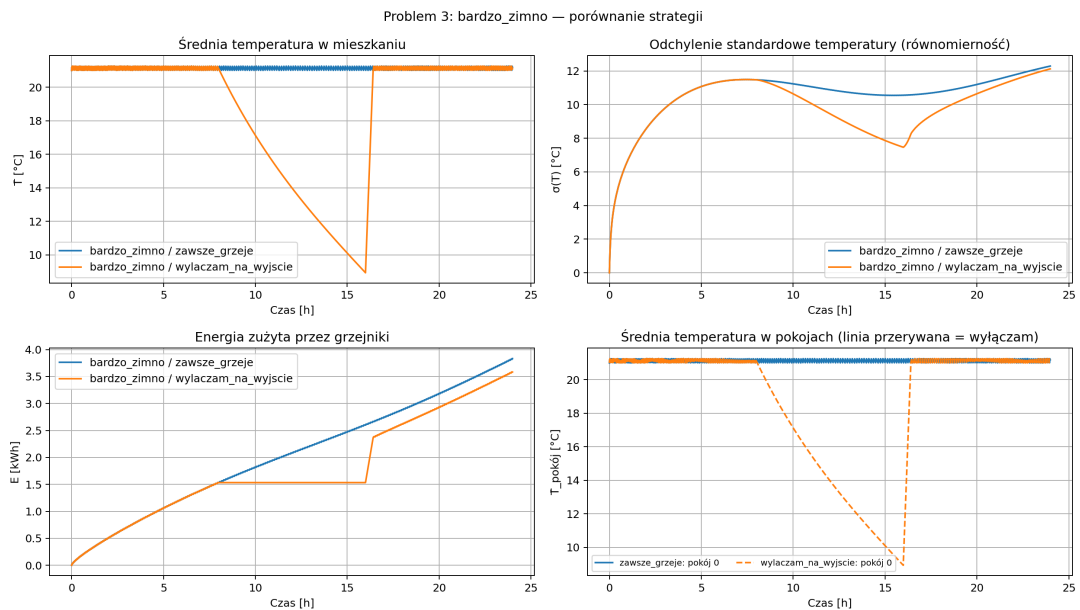
Rysunek 4: Przebiegi czasowe temperatury i energii dla profilu „zimno”.

### 4.3 Scenariusz 3: Bardzo zimno (Zima mroźna)

Ekstremalne warunki, temperatura zewnętrzna wynosi około  $-20^{\circ}\text{C}$ .



Rysunek 5: Rozkład temperatury w mieszkaniu dla profilu „bardzo zimno”.



Rysunek 6: Przebiegi czasowe temperatury i energii dla profilu „bardzo zimno”.

## 5 Analiza wyników

### 5.1 Tabela wyników

Tabela 2 przedstawia całkowite dobowe zużycie energii ( $E_{total}$ ) oraz czas powrotu do komfortu termicznego po godzinie 16:00, uzyskane z symulacji komputerowej.

Tabela 2: Zestawienie zużycia energii i komfortu dla trzech scenariuszy pogodowych

Scenariusz (Pogoda)	Energia (Ciągła)	Energia (Oszczędna)	Oszczędność (%)	Czas powrotu (do 21°C)
Chłodno	1.82	1.72	5.5	0.17 h (ok. 10 min)
Zimno	2.85	2.67	6.3	0.29 h (ok. 17 min)
Bardzo zimno	3.83	3.58	6.5	0.40 h (ok. 24 min)

## 5.2 Wnioski z tabeli

Analiza danych liczbowych prowadzi do następujących wniosków:

- Stabilny zysk energetyczny – niezależnie od pogody, strategia wyłączania ogrzewania na czas nieobecności (8:00–16:00) przynosi stałą oszczędność energii na poziomie ok. 6%.
- Wysoki komfort – system grzewczy jest bardzo wydajny. Nawet w scenariuszu „Bardzo zimno”, powrót do temperatury komfortowej zajmuje tylko 24 minuty (0.40 h). Oznacza to, że strategia oszczędna nie wpływa negatywnie na odczuwalny komfort domowników po powrocie z pracy.
- Rekomendacja – biorąc pod uwagę szybki czas dogrzewania i wymierne oszczędności, zaleca się stosowanie strategii oszczędnej (wyłączania grzejników) w każdym badanym wariantcie pogodowym.

## Nota o użyciu narzędzi

AI pomagało mi przy uporządkowaniu struktury tegoż (i poprawienia słownictwa) dokumentu, jak i plików w projekcie.