Apuntes de Ecuaciones Diferenciales

Leonardo H. Añez Vladimirovna¹

Universidad Autónoma Gabriél René Moreno, Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y Telecomunicaciones, Santa Cruz de la Sierra, Bolivia

27 de junio de 2018

 $^{^{1}}$ Correo Electrónico: toborochi98@outlook.com

Notas del Autor

Estos apuntes fueron realizados durante mis clases en la materia MAT207 (Ecuaciones Diferenciales), acompañados de referencias de libros, fuentes y código que use a lo largo del curso, en el período I-2018 en la Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y Telecomunicaciones.

Para cualquier cambio, observación y/o sugerencia pueden enviarme un mensaje al siguiente correo:

toborochi98@outlook.com

Índice general

1. Conceptos Generales

5

ÍNDICE GENERAL

Capítulo 1

Conceptos Generales

Se dice que una ecuación es Diferencial si contiene una función desconocida y una o mas de sus derivadas. Si las ecuaciones contienen derivadas de funciones que dependen de una sola variable independiente se tiene una Ecuación Diferencial Ordinaria. Si la función depende de varias variables independientes se tienen Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales.

Teorema

Si se tiene la Ecuación:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

Si se logra conseguir una función $\alpha(x)$ tal que, al reemplazar en la Ecuación:

$$F(x, \alpha(x), \alpha'(x), \alpha''(x), \dots, \alpha^{(n)}(x)) = 0$$

Entonces se dice que $\alpha(x)$ es **Solución** de la Ecuación Diferencial.

Familia de Curvas

Una ED en su forma mas simple tiene la siguiente apariencia:

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

Para resolver esta ED debemos realizar el proceso inverso de la derivada, es decir integrar:

$$\int \frac{dy}{dx}dx = \int f(x)dx \Rightarrow y = F(x) + C$$

Debe notarse que debido a C esta solución es en realidad un número infinito de soluciones. A esto se le llama **Familia de Curvas**. Una solución particular de esta ecuación, es una sola curva contenida en la familia de curvas.

Orden, Grado y Linealidad de una Ecuación Diferencial

- Orden: El Orden de una ED¹ es el orden de la derivada mas alta de la función desconocida (variable dependiente) que aparece en la ecuación.
- Grado: El grado se expresa mediante el mayor exponente de la derivada de mayor orden.
- lacktriangle Lineal de orden n es una ecuación de la forma:

$$a_n(x)\frac{d^ny}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + a_2(x)\frac{d^2y}{dx^2} + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a(x)y = h(x)$$

Cuyos coeficientes $a_0(x), a_1(x), \ldots, a_n(x)$ y el segundo miembro h(x) son continuos en un Intervalo I en el que la $a_n(x) \neq 0$. Si h(x) = 0 la Ecuación se llama Ecuación Diferencial de Orden n Homogénea.

¹ED = Ecuaciones Diferenciales (notación que usaremos de aquí en adelante)

Bibliografía

[1] Ion Zaballa Tejada, Apuntes de Ecuaciones Diferenciales Curso 2008-2009, Departamento de Matemática Aplicada y EIO, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad del País Vasco http://www.ehu.eus/izaballa/Ecu_Dif/Apuntes/