

# Apuntes de Álgebra Lineal

Leonardo H. Añez Vladimirovna<sup>1</sup>

*Universidad Autónoma Gabriel René Moreno,  
Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y Telecomunicaciones,  
Santa Cruz de la Sierra, Bolivia*

19 de julio de 2018

<sup>1</sup>Correo Electrónico: [toborochi98@outlook.com](mailto:toborochi98@outlook.com)

## Notas del Autor

Estos apuntes fueron realizados durante mis clases en la materia **MAT103 (Álgebra Lineal)**, acompañados de referencias de libros, fuentes y código que use a lo largo del curso, en el período I-2018 en la Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y Telecomunicaciones.

Para cualquier cambio, observación y/o sugerencia pueden enviarme un mensaje al siguiente correo:

`toborochi98@outlook.com`

# Índice general

<b>1. Matrices</b>	<b>5</b>
1.1. Conceptos . . . . .	5
1.1.1. Matriz . . . . .	5
1.2. Operaciones con Matrices . . . . .	5
1.2.1. Propiedades de las Operaciones con Matrices . . . . .	5
1.2.2. Operaciones Elementales . . . . .	5
1.3. Matrices Cuadradas . . . . .	6
1.3.1. Matriz Identidad . . . . .	6
1.3.2. Matriz Simétrica . . . . .	6
1.3.3. Matriz Antisimétrica . . . . .	6
1.3.4. Matriz Triangular Superior . . . . .	6
1.3.5. Matriz Triangular Inferior . . . . .	6
1.3.6. Matriz Diagonal . . . . .	6
1.3.7. Matriz Elemental . . . . .	6
1.3.8. Matriz no Singular . . . . .	6
<b>2. Sistemas de Ecuaciones Lineales</b>	<b>7</b>
<b>3. Función Determinante</b>	<b>9</b>
<b>4. Vectores</b>	<b>11</b>
<b>5. Espacios Vectoriales</b>	<b>13</b>



# Capítulo 1

## Matrices

### 1.1. Conceptos

#### 1.1.1. Matriz

Es un arreglo de números. Los números en el arreglo se denominan elementos de la matriz. Para denotarlas se utilizan letras mayúsculas.

- **Tamaño u Orden:** Se describe en términos como el número de filas y columnas de la matriz.
- **Identificación de Elementos:** Se los identifica indicando la fila y la columna.

### 1.2. Operaciones con Matrices

#### 1.2.1. Propiedades de las Operaciones con Matrices

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A(BC) = (AB)C$
- $A(B \pm C) = AB \pm AC$
- $(B \pm A)C = BA \pm AC$
- $a(B \pm C) = aB \pm aC$        $a$  es un escalar.
- $(a \pm b)C = aC \pm bC$        $b$  es un escalar.
- $(ab)C = a(bC) = b(aC)$
- $a(BC) = (aB)C = B(aC)$
- $(A^t)^t = A$
- $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
- $(kA)^t = kA^t$
- $(AB)^t = B^t A^t$

#### 1.2.2. Operaciones Elementales

- **Permutaciones:** de una fila (o columna) con otra  $P_{ij}$  o  $P_{ij}^c$
- **Multiplicación:** de una fila (o columna) por un escalar:  $k \neq 0$ . Cuya notación será:  $M_{i(k)}$  o  $M_{j(k)}^c$

## 1.3. Matrices Cuadradas

### 1.3.1. Matriz Identidad

$$I_{(n)}/[I]_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

#### Propiedades

- Actúa como el elemento neutro en el Producto de Matrices.

$$\text{Si } A_{(m \times n)} \Rightarrow \begin{cases} AI_{(n)} = A \\ I_{(n)}A = A \end{cases}$$

### 1.3.2. Matriz Simétrica

### 1.3.3. Matriz Antisimétrica

### 1.3.4. Matriz Triangular Superior

### 1.3.5. Matriz Triangular Inferior

### 1.3.6. Matriz Diagonal

#### Matriz Escalar

Es una matriz diagonal donde  $[A]_{ij} = k$ , siendo  $k$  un escalar cualquiera.

### 1.3.7. Matriz Elemental

Es una Matriz que proviene de la Identidad, al aplicarle una **única** operación elemental.

### 1.3.8. Matriz no Singular

Una matriz  $A_{(n)}$  es no singular si existe una matriz  $B(n)$  tal que:

$$AB = BA = I$$

$B$  es la Inversa de  $A$  y se representa por  $A^{-1}$ :

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

Si  $A$  no tiene inversa se la denomina *Singular*.

## Capítulo 2

# Sistemas de Ecuaciones Lineales





## Capítulo 3

# Función Determinante



## Capítulo 4

# Vectores



## Capítulo 5

# Espacios Vectoriales