Apuntes de Métodos Numéricos

Leonardo H. Añez Vladimirovna[1]

Universidad Autónoma Gabriél René Moreno,
Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y Telecomunicaciones,
Santa Cruz de la Sierra, Bolivia

1 de septiembre de 2018

[1]Correo Electrónico: `toborochi98@outlook.com`

Notas del Autor

Estos apuntes fueron realizados durante mis clases en la materia `MAT205 (Métodos Numéricos)`, acompañados de referencias de libros, fuentes y código que use a lo largo del curso, en el período `I-2018` en la Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y Telecomunicaciones.

Para cualquier cambio, observación y/o sugerencia pueden enviarme un mensaje al siguiente correo:

`toborochi98@outlook.com`

Índice general

Capítulo 1

Aproximaciones y Errores

1.1. Errores

- **Errores de Redondeo:** Se debe a que el computador solo puede representar cantidades con un *número finito* de dígitos.
- **Errores de Truncamiento:** Representa la diferencia entre la formulación matemática exacta de un problema y la aproximación dada por un método numérico.
- **Cifras Significativas:** Se refiere a la confiabilidad de un valor numérico. Es el número de dígitos mas un dígito estimado que se puede usar con confianza.

  ♦ Los ceros no siempre son cifras significativas ya que pueden usarse solo para ubicar el punto decimal.

Ejemplo:

Los siguientes números tienen cuatro cifras significativas y en notación científica se escriben de la siguiente forma:

$$0{,}00001845 = 1{,}845 \times 10^{-5}$$
$$0{,}0001845 = 1{,}845 \times 10^{-4}$$
$$0{,}001845 = 1{,}845 \times 10^{-3}$$

Las cifras significativas, se cuentan de *izquierda a derecha* a partir del primer dígito distinto de cero.

1.2. Exactitud y Precisión

- **Exactitud:** Se refiere a la aproximación de un número o medida al valor verdadero que se supone presenta.
- **Precisión:** Se refiere a:
  - Al número de cifras significativas que representa una cantidad.
  - La extensión en las lecturas repetidas, de un instrumento que mide alguna propiedad física.

1.3. Definición de Error

1.3.1. Error Verdadero (E_v)

Es la diferencia simple entre el valor Verdadero (V_v) y el Valor Aproximado (V_a):

$$E_v = V_v - V_a$$

Esta definición de error no toma en consideración la magnitud del valor que se está evaluando.

1.3.2. Error Relativo Verdaderos

Para introducir la magnitud del valor que ese está midiendo se normaliza el error (E_r) al valor verdadero V_v:

$$E_r = \frac{E_v}{V_v} \cdot 100\,\% = \frac{V_v - V_a}{V_v} \cdot 100\,\%$$

En aplicaciones reales el valor verdadero (V_v) únicamente se conocerá cuando se trate de funciones que tienen solución analítica. En general, el valor verdadero no se lo conoce. Se utiliza para ello la mejor estimación posible.

Los métodos numéricos que utilizan sistemas iterativos, el error se normaliza, respecto de los valores aproximados. De esta manera, el error relativo aproximado se calcula por:

$$E_a = \frac{V_{actual} - V_{anterior}}{V_{actual}} \cdot 100\,\%$$

donde el V_{actual} representa el último valor calculado y $V_{anterior}$ es el valor anterior en dos iteraciones sucesivas.

El signo del error en general, no es significativo, siendo de mayor importancia acotar el valor absoluto del error $|E_a|$ menor a una cierta tolerancia. E_s, que en términos de la cantidad n de cifras significativas utilizadas en el cálculo del error es:

$$E_s = 0{,}5 \cdot 10^{2-n}\,\%$$

Donde:

- n : Número de Cifras Significativas

Esta formula garantiza que el valor calculado tendrá n cifras significativas iguales al valor verdadero.

1.4. Series

Las series son sucesiones de términos (en general infinitos) que se utilizan para representar funciones. El uso de series facilita el tratamiento de aquellas expresiones que son muy complicadas.

Serie de Taylor

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a) \cdot (x-a)^n}{n!}$$

Donde:

- $f^{(n)}(a)$: Derivada n-ésima de $f(x)$ evaluada en a.
- $n!$: Factorial de n.
- a : Entorno reducido de x.

Serie de MacLaurin

Es un caso particular de la serie de Taylor para $a = 0$.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0) \cdot (x)^n}{n!}$$

1.5. Reglas de Redondeo

Capítulo 2

Raíces de Ecuaciones

2.1. Métodos de Intervalo

2.1.1. Método Gráfico

2.1.2. Método de Bisección

2.1.3. Método de Regla Falsa

2.1.4. Método de Regla Falsa Mejorada

2.2. Métodos Abiertos

2.2.1. Método de la Secante

2.2.2. Método de Newton-Raphson