APUNTES DE CALCULO I

Semestre I-2017

Universidad Autónoma Gabriel René Moreno

Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y Telecomunicaciones

Añez Vladimirovna Leonardo

28 de agosto de 2017

Índice general

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se llevan temas introductorios como la noción de conjuntos, conjuntos numéricos, operaciones con conjuntos y desigualdades.

1.1. Conjuntos

1.1.1. Concepto

Un conjunto es simplemente una colección de objetos. En ocasiones se hace referencia a los objetos como elementos o miembros.

Matemáticas Discretas, Sexta Edición, Richard Johnsonbaugh - Capítulo 2

1.1.2. Conjuntos Numéricos

Números Naturales

Son aquellos que utilizamos para ordenar y contar, se representan con el símbolo: $\mathbb{N}$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...\}$$

Números Enteros

Es el conjunto de números formados por los Números Naturales, el Cero y los números Naturales con signo negativo, se representan con el símbolo: $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Números Racionales

Son los números que pueden ser expresados como la división de dos números enteros donde el divisor puede ser cualquier número entero *excepto* el cero. Se representa con el símbolo: $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{Q} = \left\{ x/x = \frac{a}{b} \quad \wedge \quad a, b \in \mathbb{Z} \quad \wedge \quad b \neq 0 \right\}$$

Números Irracionales

Son los números que no pueden ser expresados como la división de dos números enteros. Se representa con el símbolo: $\mathbb{I}$. Algunos ejemplos de estos números son: π, $\sqrt{2}$ y e

Números Reales

Es la unión de los conjuntos de números racionales e irracionales. Se representa con el símbolo: $\mathbb{R}$

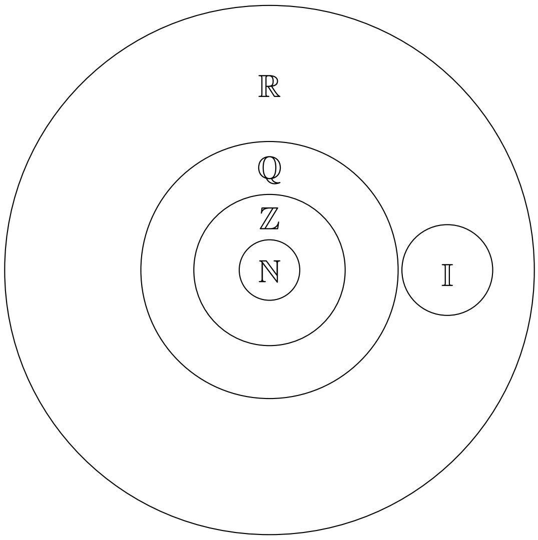


Figura 1.1: En Cálculo, el conjunto sobre el que se trabaja es el conjunto de los números Reales.

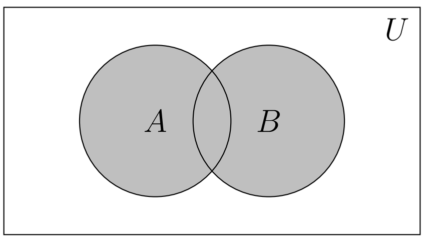
1.2. Operaciones con Conjuntos

1.2.1. Unión

La unión de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A o a B.

Álgebra I, Armando Rojo - Capitulo 2

Diagrama de Venn



Definición Formal

$$A \cup B \Leftrightarrow \{x/x \in A \vee x \in B\}$$

Ejemplos

1. Dado el conjunto A y el conjunto B, donde: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{4, 5, 6, 13, 17\}$.
La unión de estos dos conjuntos será:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 13, 17\}$$

2. Dado el conjunto M y el conjunto N, donde: $M = \{a, b, c\}$ y $N = \{x, y, z\}$.
La unión de estos dos conjuntos será:

$$M \cup N = \{a, b, c, x, y, z\}$$

3. Dado los conjuntos A, B y C, donde: $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ y $C = \{p, q\}$
La unión de estos conjuntos será:

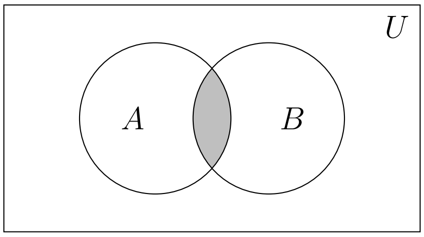
$$A \cup B \cup C = \{1, 2, a, b, p, q\}$$

1.2.2. Intersección

La Intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y a B.

Álgebra I, Armando Rojo - Capitulo 2

Diagrama de Venn



Definición Formal

$$A \wedge B \Leftrightarrow \{x/x \in A \wedge x \in B\}$$

Ejemplos

1. Dado el conjunto A y el conjunto B, donde: $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{b, c, d\}$.
La intersección de estos dos conjuntos será:

$$A \cap B = \{b, c\}$$

2. Dado los conjuntos A, B y C, donde: $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ y $C = \{2, 3, 4, 5\}$
La intersección de estos conjuntos será:

$$A \cap B \cap C = \{2, 4\}$$

3. Dado los conjuntos P y Q, donde: $P = \{gatos, perros\}$ y $Q = \{gatos, loros\}$.
La intersección de estos conjuntos será:

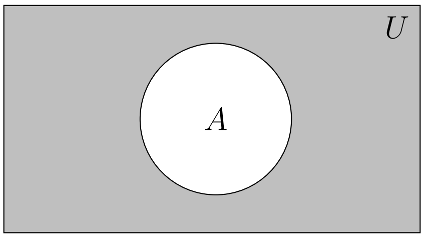
$$P \cap Q = \{gatos\}$$

1.2.3. Complemento

Se define como el complemento de A al conjunto formado por los elementos de U, que no pertenecen a A.

Álgebra I, Armando Rojo - Capitulo 2

Diagrama de Venn



Definición Formal

$$A^c \Leftrightarrow \{x/x \notin A\}$$

Ejemplos

1. Dado el conjunto A y el Universo U, donde: $A = \{1, 2, 3\}$ y $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.
El complemento de A será:

$$A^c = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

2. Dado el conjunto Q y el Universo U, donde: $Q = \{a, x\}$ y $U = \{a, b, c, x, y, z\}$.
El complemento de Q será:

$$Q^c = \{b, c, y, z\}$$

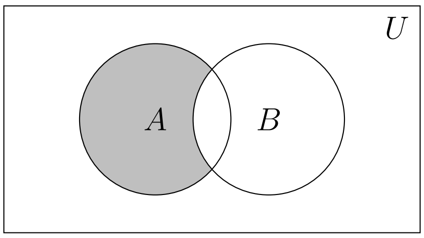
3. Dado el conjunto P, el cual es parte del conjunto $\mathbb{N}$ (Conjunto de Números Naturales), donde: $P = \{x/x \text{ es par}\}$. El complemento del conjunto P, serán todos los números naturales que sean impares.

1.2.4. Diferencia

La Diferencia entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos de A que no pertenecen a B.

Álgebra I, Armando Rojo - Capitulo 2

Diagrama de Venn



Definición Formal

$$A - B \Leftrightarrow \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

Ejemplos

1. Dado el conjunto A y el conjunto B, donde: $A = \{a, b, c, d, e\}$ y $B = \{a, c, d\}$.
La diferencia de estos dos conjuntos será:

$$A - B = \{b, e\}$$

2. Dado el conjunto M y el conjunto N, donde: $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y $N = \{4, 5, 6, 7\}$.
La diferencia de estos dos conjuntos será:

$$M - N = \{1, 2, 3\}$$

3. Con los anteriores conjuntos M y N, la diferencia $N - M$ será:

$$N - M = \{7\}$$

1.3. Desigualdades

Es una declaración matemática que define un rango de números; las desigualdades contienen los símbolos $<, >, \leq$ o $\geq$.

Álgebra I - www.montereyinstitute.org

1.3.1. Reglas

(I). Si a ambos lados de una desigualdad se suma el mismo número, la desigualdad no cambia.

(II). Si a ambos lados de una desigualdad se multiplica por un número positivo, la desigualdad no cambia.

(III). Si a ambos lados de una desigualdad se multiplican por un número negativo, la desigualdad cambia de sentido.

Ejemplos

1. Hallar el Conjunto Solución en la siguiente desigualdad:

$$2x > 5 - x$$

Resolución

P1. $2x > 5 - x$
P2. $2x + x > 5 - x + x$
P3. $3x > 5$

P4. $x > \frac{5}{3}$
Entonces el Conjunto Solución para la desigualdad será: $\left(\frac{5}{3}, \infty\right)$

2. Hallar el Conjunto Solución en la siguiente desigualdad:

$$x^2 - 7x + 6 \leq 0$$

Resolución

P1. $x^2 - 7x + 6 \leq 0$
P2. $(x - 6)(x - 1) \leq 0$

P3. Si separamos tendremos $x-6 \leq 0$ y $x-1 \leq 0$
P4. Entonces podremos decir que $x \leq 6$ y $x \leq 1$

Entonces el Conjunto Solución para la desigualdad será: $[1, 6]$

3. Hallar el Conjunto Solución en la siguiente desigualdad:

$$\frac{x-1}{x+1} \leq \frac{1}{2}$$

Resolución

P1. $\dfrac{x-1}{x+1} \leq \dfrac{1}{2}$
P2. $\dfrac{x-1}{x+1} - \dfrac{1}{2} \leq 0$
P3. $\dfrac{x-3}{2(x+1)} \leq 0$
P4. Tomando como puntos de referencia tenemos $x-3 \leq 0$ y $2(x+1) < 0$

Obsérvese que $2(x+1) < 0$ no tiene $\leq$ ya que como es el denominador no puede ser igual a cero.

El Conjunto Solución es: $(-1, 3]$.

4. Hallar el conjunto solución de la siguiente desigualdad:

$$14 - x > 4x - 1$$

Resolución:

P1. $14 - x > 4x - 1$
P2. $-x - 4x > -1 - 14$
P3. $-5x > -15$
P4. $-x > -3 \cdot (-1)$
P5. $x < 3$

El Conjunto Solución para esta desigualdad será: $(-\infty, 3)$. Hasta el paso **4.** la desigualdad se trabaja como una ecuación cualquiera. En el quinto paso lo que hacemos es multiplicar cada extremo por -1, para deshacernos del signo negativo del lado de la x. Una vez hecho esto la desigualdad cambia de sentido (ver regla **III.**), cambiamos $>$ por $<$.

5. Hallar el Conjunto Solución en la siguiente desigualdad:

$$x^2 > -(2x+1)$$

Resolución:

P1. $x^2 > -(2x+1)$
P2. $x^2 > -2x - 1$

P3. $x^2 + 2x + 1 > 0$
P4. $(x + 1)^2 > 0$

En esta desigualdad podemos ver que el único valor que no puede estar en x es el -1.

Entonces el Conjunto Solución serán todos los números Reales ($\mathbb{R}$) excepto el -1.

1.3.2. Desigualdades con Valor Absoluto

Valor Absoluto

El valor absoluto de un número real es su distancia al cero. Puesto que un número real puede ser positivo, negativo o cero, se tiene:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Desigualdades y Valor Absoluto, CIMAT - Capítulo 2

Teoremas

T1. $|a| < b \Leftrightarrow -b < a < b$

T2. $|a| > b \Leftrightarrow a > b \quad \vee \quad a < -b$

Ejemplos

1. Dada la siguiente desigualdad, encontrar su Conjunto Solución:

$$|5 + x| < 17$$

Resolución

P1. $|5 + x| < 17$
P2. $-17 < 5 + x < 17$
P3. $-17 - 5 < 5 + x - 5 < 17 - 5$
P4. $-22 < x < 12$

El Conjunto Solución de la desigualdad se encuentra en el intervalo: $(-22, 12)$.

2. Dada la siguiente desigualdad, encontrar su Conjunto Solución:

$$|2x| > 4$$

Resolución

P1. $|2x| > 4$
P2. $2x > 4 \quad \vee \quad 2x < -4$
P3. $x > 2 \quad \vee \quad x < -2$

El Conjunto Solución de la desigualdad será: $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

3. Dada la siguiente desigualdad, encontrar su Conjunto Solución:

$$|2x| < 16$$

Resolución

P1. $|2x| < 16$
P2. $-16 < 2x < 16$
P3. $-8 < x < 8$

El Conjunto Solución de la desigualdad se encuentra en el intervalo: $(-22, 12)$.

Capítulo 2

Relaciones y Funciones

2.1. Relaciones

2.1.1. Par Ordenado

Un par ordenado, es una pareja de elementos (a, b) que guardan cierto orden. Donde a es la primer componente y b la segunda componente.

Propiedad

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \quad \wedge \quad b = d$$

Esto quiere decir que dos pares ordenados son iguales si sus primeras y segundas componentes son iguales respectivamente.

2.1.2. Producto Cartesiano

El Producto Cartesiano $A \times B$ de los conjuntos A, B; es el conjunto de todos los pares ordenados (a, b); donde $a \in A$, $b \in B$. Simbólicamente se tiene:

$$A \times B = \{(a, b)/a \in A \quad \wedge \quad b \in B\}$$

Cálculo I, Víctor Chungara - Capítulo 2

Ejemplos

1. Si se tiene dos conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{4, 5\}$. El producto cartesiano $A \times B$ será:

$$A \times B = \{(1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)\}$$

Nótese que las primeras componentes son todos partes del primer conjunto A y las segundas componentes del conjunto B.

2. Si se tiene el conjunto $A = \{a, b, c\}$. El producto cartesiano $A \times A$ será:

$$A \times A = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)\}$$

3. Si $M = \{x, y\}$ y $N = \{p, q\}$, entonces $N \times M = \{(p, x), (p, y), (q, x), (q, y)\}$.

2.1.3. Relación

Una relación de A en B es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

Ejemplos

Utilizando los productos cartesianos del anterior ejemplo, algunas relaciones posibles pueden ser:

1. $S = \{(1,4),(1,5),(2,4)\} \subset A \times B$

2. $K = \{(p,x),(q,y)\} \subset N \times M$

3. $W = \{(a,a),(b,b),(c,c)\} \subset A \times A$

2.2. Funciones

Una función f consiste en un conjunto de entrada, un conjunto de salida, y una regla que asigna a cada entrada exactamente una salida. El conjunto de entrada es llamado **Dominio.** El conjunto de salida es llamado **Rango** de la función.

Calculus Volume 1, Edwin Herman & Gilbert Strang - Capitulo 1 (Traducido)

Criterios de Funciones

Los siguientes puntos son criterios que determinan si una relación es una función:

Totalidad: Todos los elementos del primer conjunto están emparejados con otro elemento del segundo conjunto.

Unicidad: Cada elemento de del primer conjunto está relacionado con solo un elemento del segundo conjunto.

Ejemplos

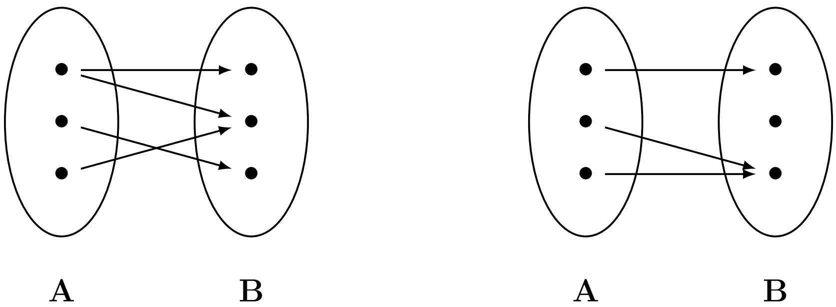


Figura 2.1: Relaciones representadas por diagramas.

La primera relación cumple con la condición de **Totalidad**, es decir, ningún elemento del primer conjunto está sin pareja, pero no cumple en la **Unicidad** ya que de un elemento de partida salen dos flechas hacia el conjunto de llegada, así que este no es una función. El segundo ejemplo cumple con ambas condiciones, entonces decimos que es una función.

2.2.1. Dominio y Rango

Dominio: Es el conjunto de Primeras Componentes de los pares ordenados de una función.

Rango: También llamado Codominio, es el conjunto de las segundas componentes de los pares ordenados de una función.

Cálculo I, Víctor Chungara - Capítulo 2

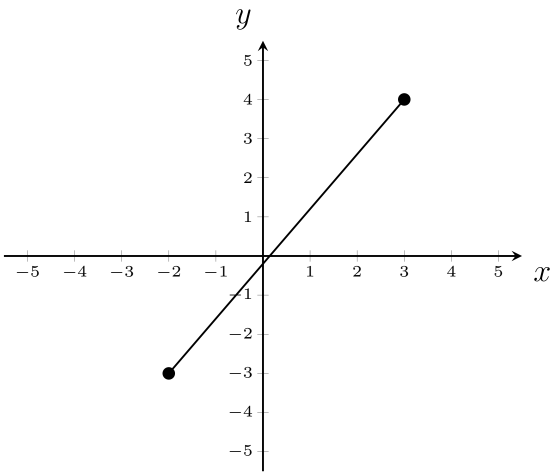
Ejemplos

1. Dada la función f, donde $f = \{(1,2),(2,4),(3,6),(4,8)\}$ su Dominio y Rango serán:

Dominio: $D_f = \{1,2,3,4\}$ **Rango:** $R_f = \{2,4,6,8\}$

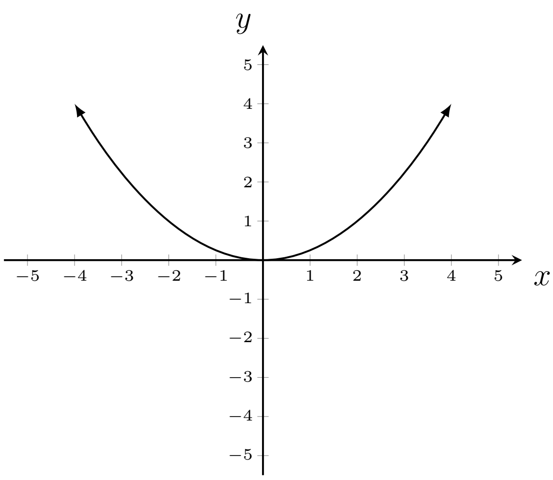
En el Dominio tenemos las primeras componentes de los pares ordenados de f y en el Rango las segundas componentes.

2. Se tiene la siguiente gráfica que describe una función f:



Su Dominio estará extendido sobre el eje x, y será $D_f = [-2,3]$ y su Rango sobre el eje y y será $R_f = [-3,4]$

3. Se tiene la siguiente gráfica que describe una función f tal que $D_f = \mathbb{R}$ (Es decir, el Dominio está compuesto por todos los números Reales) y $R_f = [0,\infty]$.



2.2.2. Restricciones

(I.) Evitar la división entre cero.

(II.) Evitar números negativos bajo raíz par.

(III.) Evitar números negativos como argumentos de logaritmos.

(IV.) En una función exponencial la base debe ser mayor a cero.

Ejemplos

1. Hallar el Dominio de la siguiente función:

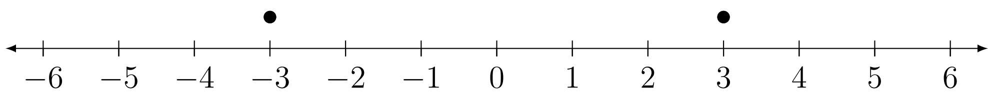
$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$$

Viendo esta función, rápidamente podemos afirmar que lo que está dentro de la raíz no puede ser negativo. Entonces: $x^2 - 9 \geq 0$

Podemos reescribir $x^2 - 9 \geq 0$ de la siguiente manera: $(x-3)(x+3) \geq 0$. Con esta desigualdad, podemos decir:

$$x_1 = 3 \qquad x_2 = -3$$

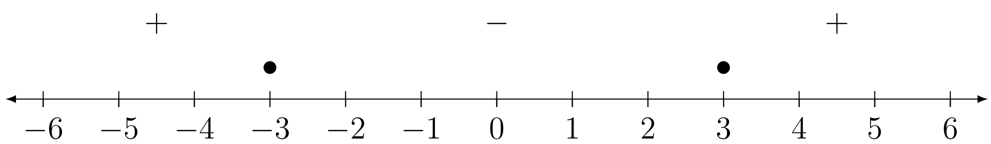
Estos valores son **referencias** que utilizaremos para hallar el Dominio.



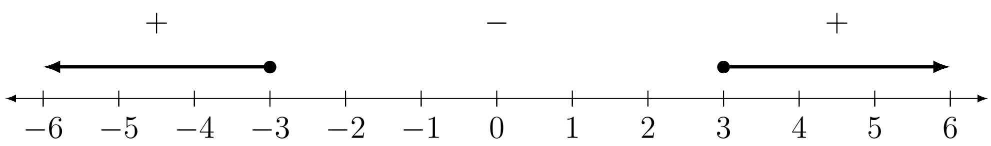
Tomando estas dos referencias, la recta se divide en tres intervalos. Para hallar el Dominio reemplazamos en la desigualdad cualquier valor que se encuentre en los intervalos. Por comodidad utilizar el intervalo donde esté el cero es mas conveniente ya que es mas fácil de operar cuando reemplazamos en la desigualdad. El cero se encuentra en el intervalo entre -3 y 3. Reemplazando en la desigualdad:

P1. $(x-3)(x+3)$
P2. $(0-3)(0+3)$
P3. $(-3)(3)$
P4. -9

Con este resultado, sabemos que cualquier número entre -3 y 3 que reemplacemos en la desigualdad, nos dará un número negativo. Para saber el signo que tendrán los otros intervalos intervalos basta colocarlos de manera intercalada.



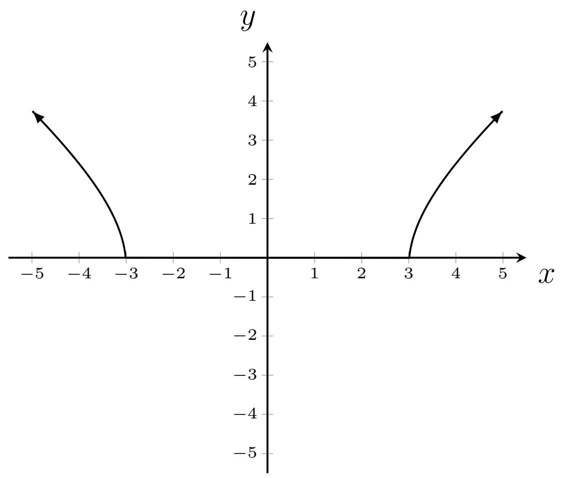
Por último, la desigualdad nos dice que los valores que tome $x^2 - 9$ tienen que ser positivos, entonces tomamos los intervalos con signo positivo.



El Dominio se encuentra desde el -3 hacia la izquierda, y desde el 3 hacia la derecha, Lo escribimos de la siguiente manera:

$$D_f = (\infty, -3] \cup [3, \infty)$$

Gráfica de la función



2. Hallar el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{2}{x^2 + 3x - 4}$$

Para hallar el Dominio de esta función, primeramente veremos que parte de ella nos presenta alguna restricción, en este caso, el denominador no puede ser cero. Igualaremos el denominador a cero, y así sabremos que valores no puede tener x:

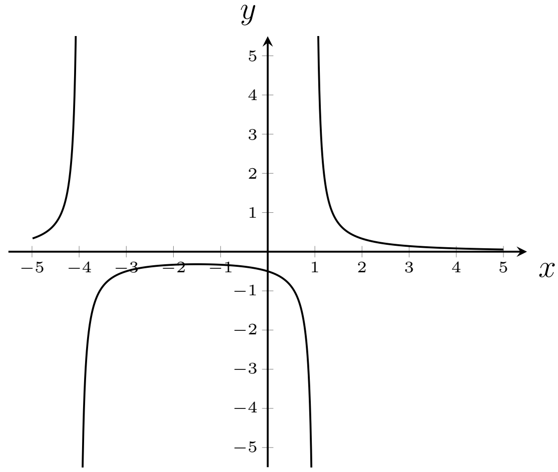
P1. $x^2 + 3x - 4 = 0$
P2. $(x + 4)(x - 1) = 0$
P3. $x_1 = -4 \qquad x_2 = 1$

Entonces el Dominio de la función será:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-4, 1\}$$

Esto significa que el Dominio son todos los Reales excepto el número -4 y 1.

Gráfica de la función



3. Hallar el Dominio de la siguiente función:

$$m(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-5}}$$

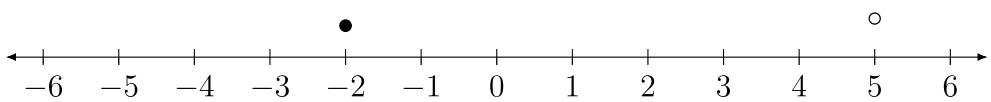
Igual que los anteriores ejemplos, hay que analizar las restricciones de la función. Primero vemos que tenemos una raíz, esto nos indica que cualquier expresión dentro de esta debe ser mayor o igual a cero, además la expresión dentro de la raíz es una fracción y el denominador de esta debe ser diferente de cero.

$$\frac{x+2}{x-5} \geq 0$$

Como en el primer ejemplo, tomaremos $(x+2)$ y $(x-5)$, despejando x de cada uno. Estos puntos son **referencias** para hallar el Dominio.

$$x_1 = -2 \qquad x_2 = 5$$

La recta Real quedará dividida en tres intervalos.



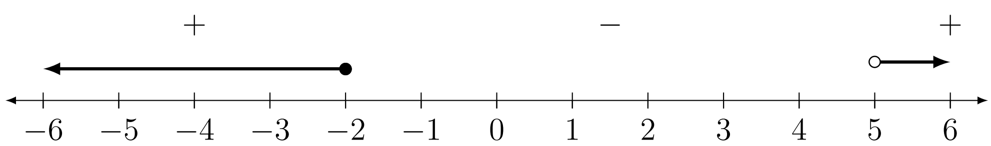
Ahora, podemos reemplazar con cualquier valor que este en los intervalos, pero nos conviene tomar aquel en el que se encuentra el cero. Si reemplazamos:

P1. $\dfrac{x+2}{x-5}$

P2. $\dfrac{0+2}{0-5}$

P3. $-\dfrac{2}{5}$

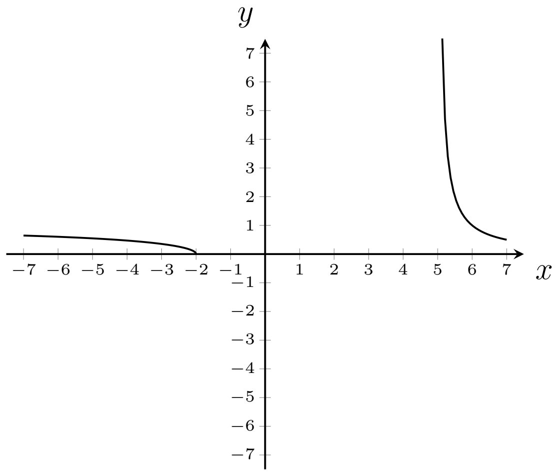
El intervalo donde se encuentra el cero tendrá signo negativo, el resto de los intervalos se los coloca de manera intercalada.



El Dominio de la función será:

$$D_m = (\infty, -2] \cup (5, \infty)$$

Gráfica de la función



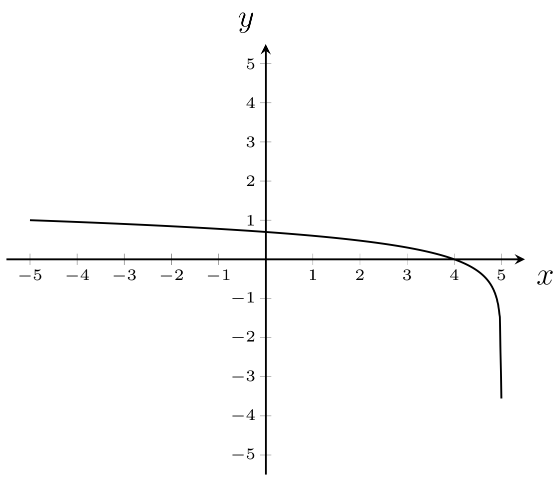
4. Hallar el Dominio de la siguiente función:

$$g(x) = \log(5 - x)$$

Primeramente debemos notar que el argumento del logaritmo no debe ser cero o negativo: $5 - x > 0$. Resolviendo la desigualdad obtenemos que x debe ser menor a 5. El Dominio de la función será:

$$D_g = (-\infty, 5)$$

Gráfica de la función



2.3. Tipos de Funciones

2.3.1. Función Lineal

Una función lineal se define por:

$$f(x) = mx + b$$

Donde m y b son constantes y $m \neq 0$. Su gráfica es una recta cuya pendiente es m y su intercepción y ordenada al origen es b.

El Cálculo, 7ma Edición, Luis Leithold - Capítulo I

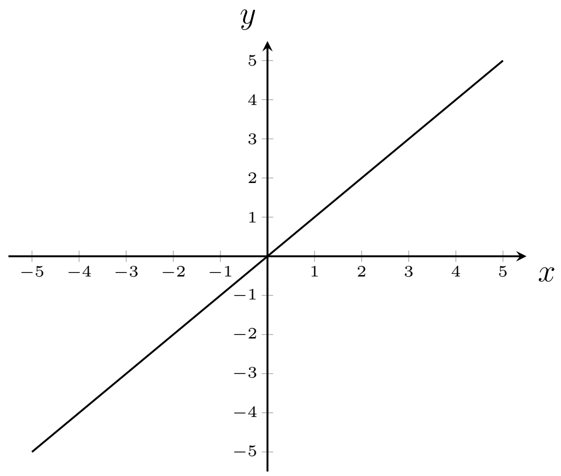
Casos

(I.) $f(x) = x$

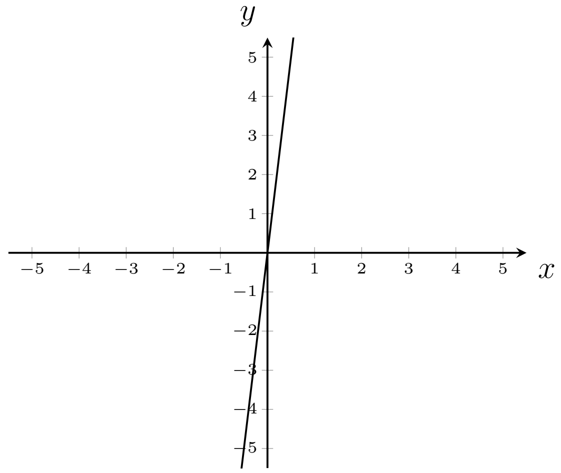
(II.) $f(x) = mx$

(III.) $f(x) = mx + b$

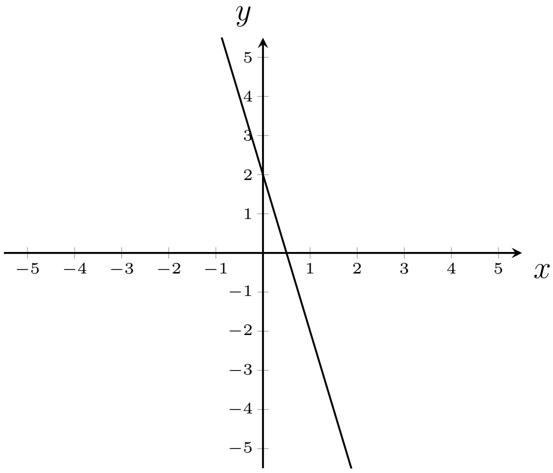
Gráficas



(I.) Esta gráfica simplemente asigna a cualquier valor x el mismo x. Debido a esto luce como una línea recta de 45 grados.



(II.) Esta gráfica corresponde al segundo tipo, y en este modelo se tiene la variable m, que es la pendiente de la recta. Igual que la anterior gráfica, esta pasa por el origen.



(III.) Esta gráfica no pasa por el origen, y esto es debido a que la variable b hace que se desplace hacia arriba o hacia abajo.

2.3.2. Función Polinómica de Grado 2

Las funciones polinómicas de segundo grado se llaman *funciones cuadráticas* y son del tipo:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde $a \neq 0$ y su gráfica es una parábola.

Artículo, Funciones - calculo.cc

Casos

(I.) $f(x) = ax^2$

(II.) $f(x) = ax^2 + c$

(III.) $f(x) = a(x - h)^2$

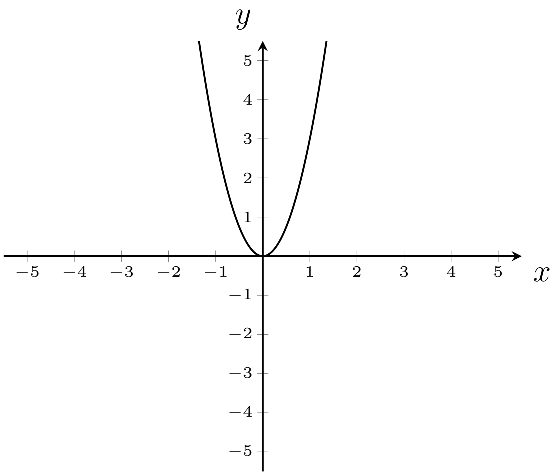
(IV.) $f(x) = a(x - h)^2 + k$

(V.) $f(x) = ax^2 + bx + c$

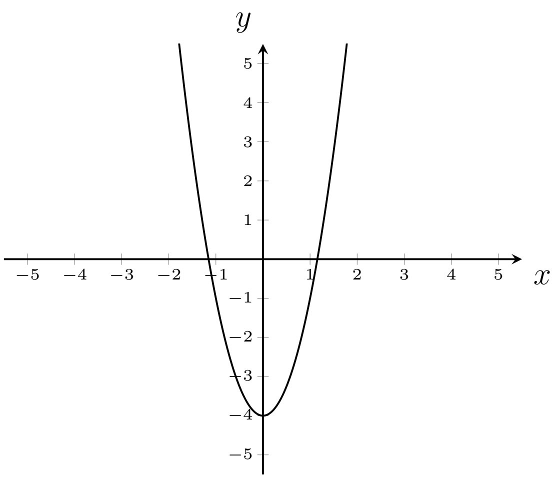
Ejemplos

Gráficas

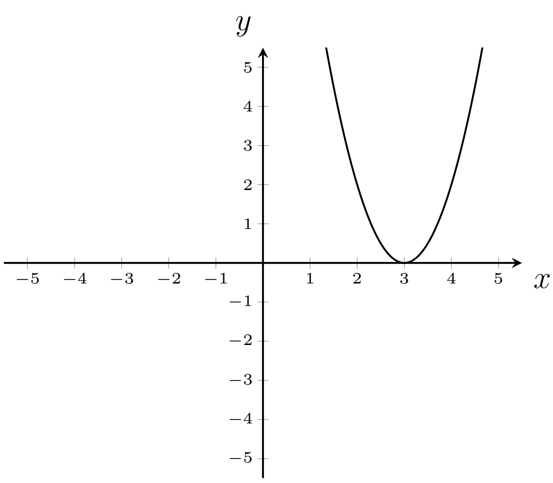
(I.) $f(x) = 3x^2$



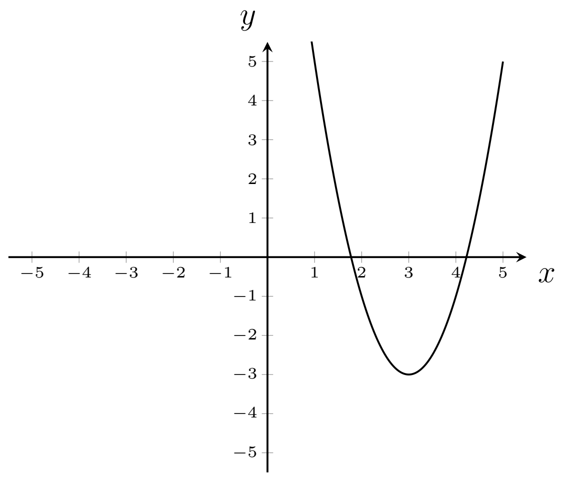
(II.) $f(x) = 3x^2 - 4$



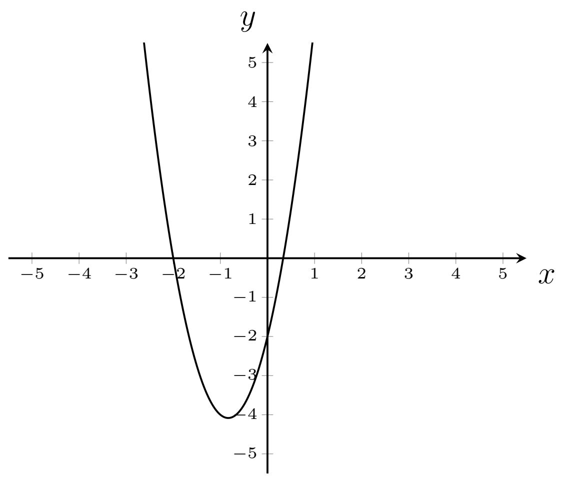
(III.) $f(x) = 2(x-3)^2$



(IV.) $f(x) = 2(x-3)^2 - 3$



(V.) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$



2.3.3. Función de Proporcionalidad Inversa

Una función de proporcionalidad inversa es una función que relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales. Su expresión algebraica es del tipo:

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

Donde k es la constante de proporcionalidad.

Artículo, Funciones - calculo.cc

2.3.4. Función Logarítmica

Una función logarítmica es aquella que genéricamente se expresa como:

$$f(x) = \log_a(x)$$

Siendo a la base de esta función, que ha de ser positiva y distinta de 1.

Artículo, Función Logarítmica - www.hiru.eus

Propiedades de los Logaritmos

(I). $\log_a a = 1$

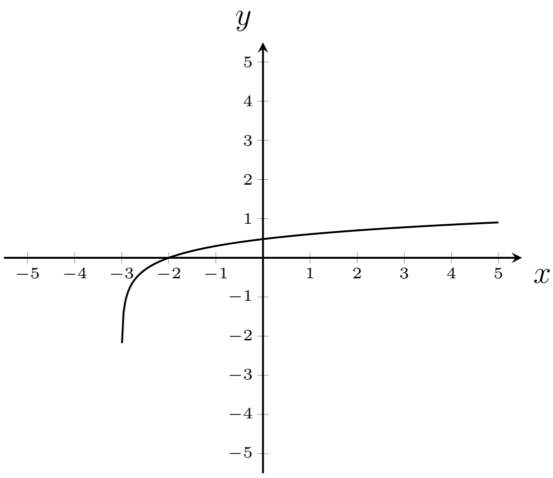
(II). $\log_a 1 = 0$

(III). $\log(A \cdot B) = \log A + \log B$

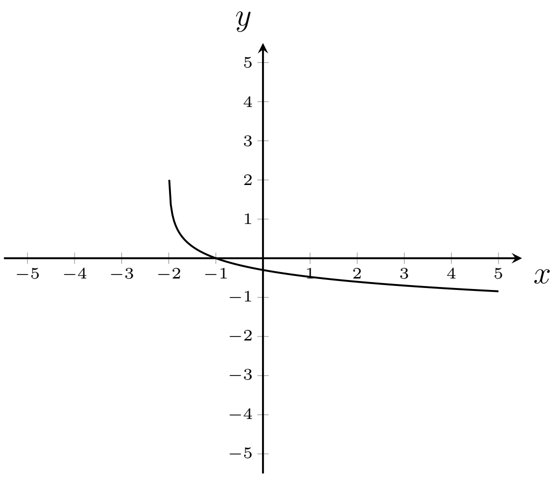
(IV). $\log\left(\dfrac{A}{B}\right) = \log A - \log B$

(V). $\log a^n = n \cdot \log a$

Ejemplo



1. $f(x) = \log(x+3)$



2. $f(x) = -\log(x+2)$

2.3.5. Función Exponencial

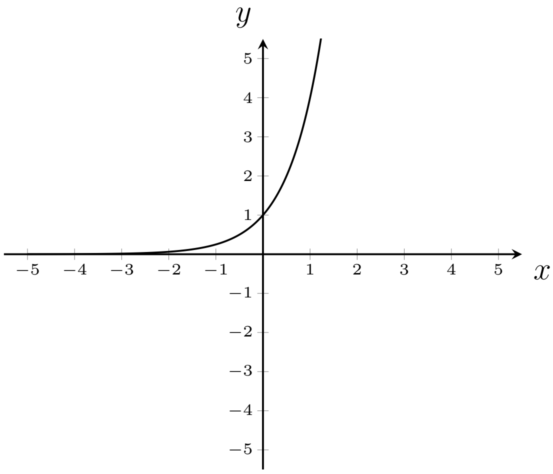
Las funciones exponenciales son las funciones que tienen la variable independiente x en el exponente, es decir, son de la forma:

$$f(x) = a^x$$

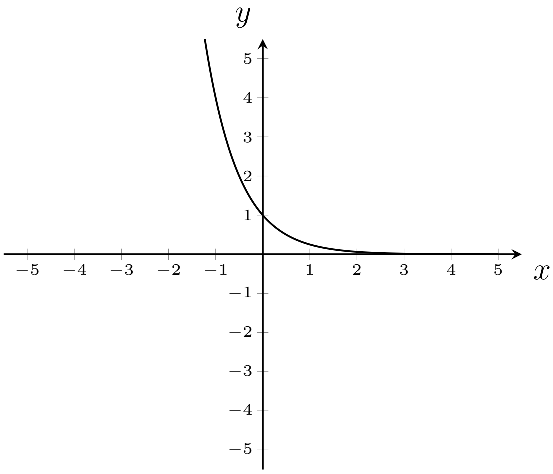
Siendo $a > 0$ y $a \neq 1$

Artículo, Funciones - calculo.cc

Ejemplos



1. $f(x) = 4^x$



2. $f(x) = 2^{-2x}$

2.4. Composición de Funciones

La composición es una operación entre funciones que se establece de la siguiente manera:

Dadas dos funciones f y g, se define como la composición de la función f con la función g, a la función denotada:

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)]$$

Artículo, Composición de Funciones, Alejandra Vargas y Sergio Crail - UNAM

2.5. Álgebra de Funciones

Las operaciones entre funciones Reales de variable Real, se definen únicamente en dominios comunes, es decir sobre la intersección de sus respectivos Dominios. Las operaciones entre éstas funciones se efectúan de acuerdo a las Clásicas Reglas Algebraicas.

Operaciones

Suma: $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$	**Dominio** $D_{f\pm g} = D_f \cap D_g$
Producto: $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	**Dominio** $D_{f\cdot g} = D_f \cap D_g$
División: $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	**Dominio** $D_{\frac{f}{g}} = (D_f \cap D_g) - \{x/g(x) = 0\}$

Ejemplos

1. Hallar el Dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} + ln(x^2 - 1)$$

Entonces:

$$f_1(x) = \sqrt{4 - x^2} \qquad f_2(x) = ln(x^2 - 1)$$

El Dominio de de f_1 será $[-2, 2]$ y el Dominio de f_2 será $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$. Por lo tanto, el Dominio de la función f será la intersección de las funciones respectivas:

$$D_f = [-2, -1) \cup (1, 2]$$

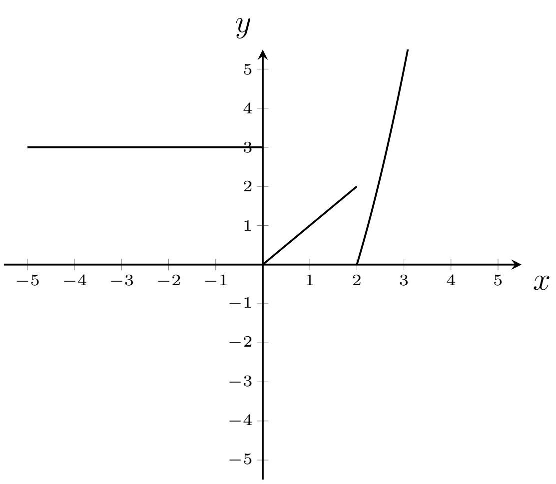
2.6. Funciones definidas por secciones

Una función se puede definir por diferentes reglas de correspondencia para diferentes secciones de su dominio.

Ejemplos

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} 3 & x < 0 \\ x & 0 \le x < 2 \\ x^2 - 4 & x \ge 2 \end{cases}}$$

Gráfica de la función



Capítulo 3

Límites

3.1. Límites Laterales

3.2. Límites al Infinito

3.3. Límites Infinitos

3.4. Cálculo de Límites

3.4.1. Límites de Polinomios

3.4.2. Límites de Funciones Racionales

3.4.3. Límites de Funciones Irracionales

3.4.4. Límites Trigonométricos

3.4.5. Límites Exponenciales

3.4.6. Límites Logarítmicos

3.5. Continuidad

3.5.1. Clasificación de Discontinuidades

3.6. Asíntotas

Capítulo 4

Derivadas

4.1. Introducción

4.2. Regla de la Cadena

4.3. Derivabilidad y Continuidad

4.4. Derivadas Laterales

4.5. Derivada de Funciones Inversas

4.6. Derivada de Funciones Implícitas

4.7. Derivadas de Orden Superior

4.8. Interpretación Geométrica

4.8.1. Recta Tangente

4.9. Valores Extremos de Funciones

4.9.1. Teorema del Valor Extremo

4.9.2. Valores Extremos Locales (Relativos)

4.10. Puntos Críticos

4.10.1. Procedimiento para encontrar los Máximos y Mínimos absolutos

4.11. Teorema del Valor Medio

4.12. Características de las Funciones

4.12.1. Crecimiento y Decrecimiento

No mames men

4.12.2. Máximos y Mínimos Locales

4.12.3. Concavidad y Convexidad

4.13. Aplicaciones de las Derivadas

4.14. Regla de L'Hopital

Capítulo 5

Integrales

5.1. Diferenciales

5.2. Integral Indefinida

5.3. Integración por Partes

5.4. Integral Definida

5.4.1. Teorema Fundamental del Cálculo