

Chương 0

$$0.11. (a) S_n = \arctan \frac{n}{n+1} \quad (b) S_{\cos} = \frac{\cos \frac{(n+1)x}{2} \sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}} \quad (c) \Rightarrow S_{\sin} = \frac{\sin \frac{(n+1)x}{2} \sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}}$$

$$0.12. S_n^{(m)} = \frac{1}{m} \left[\frac{1}{m!} - \frac{1}{(n+1)(n+2)\dots(n+m)} \right]$$

$$0.13. S_n^{(m)} = \frac{(n+1)[(n+1)^m - 1] - \sum_{k=2}^m C_{m+1}^k S_n^{(m+1-k)}}{m+1} \quad (m \geq 2)$$

$$S_n^{(1)} = \frac{n(n+1)}{2}, S_n^{(2)} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, S_n^{(3)} = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2, S_n^{(4)} = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

$$0.14. S_n(a_1, d) = \frac{n}{a_1(a_1 + nd)}$$

$$0.15. S_n^{(a)} = \frac{a}{81} (10^{n+1} - 9n - 10).$$

Chương 1

$$1.2. (a) \frac{(n-1)n}{2}, (b) \frac{(n-2)(n-1)n}{6}$$

$$1.3. (a) \sup A = +\infty \text{ (không có maxA)}, \inf A = 4 \text{ (minA = 4 tại } x = 1)$$

$$(b) \sup B = +\infty \text{ (không có maxB)}, \inf B = 4 \text{ (minB = 4 khi } m = 2n)$$

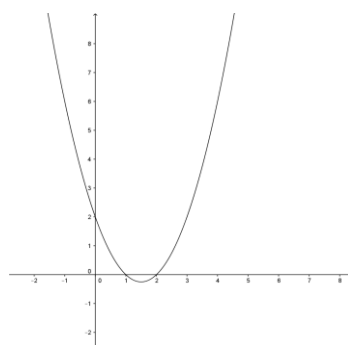
$$(c) \sup C = 1/4 \text{ (maxC = 1/4 tại } m = 2n), \inf C = -1/4 \text{ (minC = -1/4 tại } m = -2n)$$

$$1.4. (a) D(f) = (-\infty, 0] \cap (-2, +\infty) = (-2, 0]; (b) D(f) = [-1, 1];$$

$$(c) D(f) = [0, +\infty) \cap \left(\bigcup_{k \in \mathbf{N}} [4k^2\pi^2, (2k+1)^2\pi^2] \right) = \bigcup_{k \in \mathbf{N}} [4k^2\pi^2, (2k+1)^2\pi^2] \quad (k \in \mathbf{N})$$

$$(d) D(f) = \begin{cases} 0 \leq |x| \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}} \\ \sqrt{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi} \leq |x| \leq \sqrt{\frac{\pi}{2} + 2k\pi} \end{cases} \quad (k \in \mathbf{N}^*)$$

$$1.5. f(x) = x^2 - 3x + 2$$



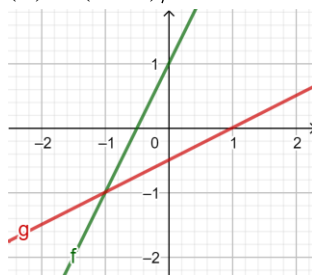
Đồ thị của $y = f(x)$ là parabol có phần lõm hướng lên trên, giao với trục hoành Ox tại 2 điểm $\{1; 2\}$, giao với trục tung Oy tại 1 điểm $\{2\}$, trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$, $y_{\min} = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Ảnh xạ $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ không phải là đơn ánh và cũng không phải là toàn ánh.

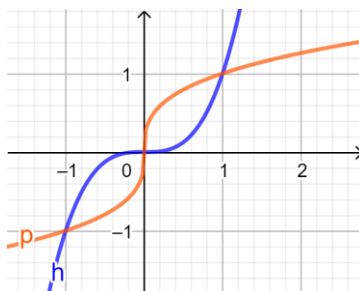
$$D(f) = \mathbf{R}, R(f) = [-1/4, +\infty), f(\mathbf{R}) = R(f), f(0) = 2, f^{-1}(0) = \{1; 2\}, f([0, 5]) = [-1/4, 12],$$

$$f^{-1}[0,5] = \left[\frac{3-\sqrt{21}}{2}, 1 \right] \cup \left[2, \frac{3+\sqrt{21}}{2} \right].$$

1.6. (a) $y = f(x) = 2x + 1$, $y = f^{-1}(x) = (x-1)/2$



(b) $y = f(x) = x^3$, $y = f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$

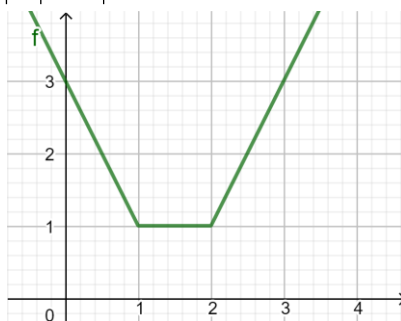


1.7. $f(x) = g(x) + h(x)$ với
$$\begin{cases} g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} \\ h(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2} \end{cases}$$

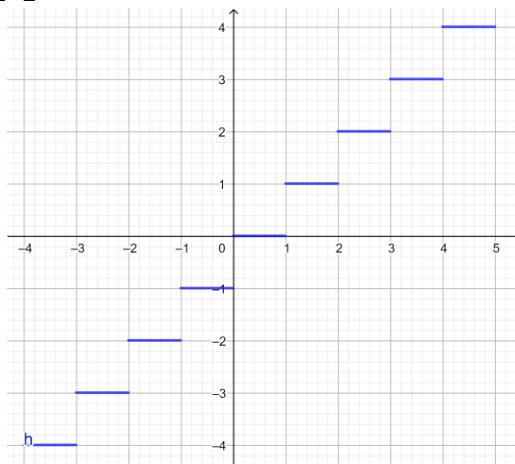
1.8. Chu kỳ $k \in \mathbb{N}^*$, $T = 1$ là chu kỳ cơ sở.

1.9. (a) Đồ thị của $y = f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x^2-1}$ là hai điểm $\{(-1,0);(1,0)\}$

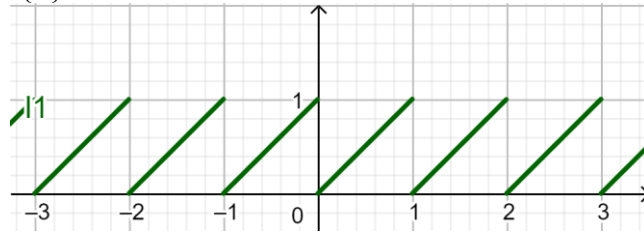
(b) Đồ thị của $y = f(x) = |x-2| + |x-1|$



(c) Đồ thị của $y = f(x) = \lfloor x \rfloor$



(d) Đồ thị của $y = f(x) = \{x\}$



1.10. (a) $f[g(x)] = 9x^2 + 6x + 3$, $g[f(x)] = 3x^2 + 7$, (b) $f[g(x)] = \sin[\lg(x-2)]$, không tồn tại $g[f(x)]$

Chương 2

2.1. (a) $-1/2$, (b) $1/3$, (c) 0 , (d) a , (e) $\sqrt{2}$, (f) $\frac{1-b}{1-a}$, (g) $\frac{x}{3}$. **2.2.** (a) $\frac{1}{m+1}$, (b) $\frac{1}{m.m!}$. **2.3.** (a) $\frac{1}{2}$, (b) $\frac{1}{2}$, (c) $\frac{1}{3}$, (d) $\frac{2}{3}$. **2.4.** (a) $\frac{\pi}{4}$, (b) $\frac{1}{a_1 d}$, (c) $\frac{1+y}{1-xy}$. **2.5.** (a) $\frac{1-q^n}{(1-q)^2} - n \frac{q^n}{1-q}$, (b) $\frac{1}{(1-q)^2}$. **2.6.** (a) Không tồn tại, (b) Không tồn tại, (c) Không tồn tại, (d) Không tồn tại, (e) 12 , (f) Không tồn tại, (g) 1 . **2.7.** Không

tồn tại, (b) $\frac{b}{a}$, (c) $\frac{1}{2}$. **2.9.** (a) $\frac{P_{m-1}(a)}{Q_{n-1}(a)}$ với $\begin{cases} P_{m-1}(x) = P_m(x)/(x-a) \\ Q_{n-1}(x) = Q_n(x)/(x-a) \end{cases}$, (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ khi } m < n \\ \frac{a_n}{b_n} & \text{ khi } m = n \\ \pm \infty & \text{ khi } m > n \end{cases}$

2.10. (a) $\frac{17}{9}$, (b) 2 , (c) $-\frac{1}{8}$, (d) $\frac{m}{n}$, (e) $\frac{n+1}{2}$, (f) $\frac{1}{n}$, (g) $\frac{(n-1)(n-2)}{2} a^{n-2}$. **2.11.** (a) $\frac{1}{4}$, (b) $+\infty$, (c) 0 , (d) 2 .

2.12. (a) -1 , (b) 1 , (c) 1 , (d) $-\frac{1}{49}$, (e) $\frac{n}{m}$, (f) $\frac{1}{m} - \frac{1}{n}$. **2.13.** (a) $\frac{4}{3}$, (b) $\frac{a}{b}$, (c) $\cos a$, (d) $-\sin a$, (e) 1 , (f) $\frac{1}{2}$, (g) 0 , (h) $\frac{1}{2}$, (i) $a^a \ln \frac{a}{e}$, (k) $3a$, (l) 1 , (m) $\frac{a^2}{b^2}$. **2.14.** (a) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$, (b) $\sqrt{2}$ khi $x \rightarrow +\infty$, $-\sqrt{2}$ khi $x \rightarrow -\infty$, (c) 1

khi $x \rightarrow +\infty$, -1 khi $x \rightarrow -\infty$. **2.15.** (a) -1 , (b) -1 , (c) 1 , (d) e^{-2} , (e) e^{-8} , (f) e^{-2} , (g) $e^{-\frac{1}{2}}$, (h) e^{-1} , (i) e^2 , (k) $e^{\frac{1}{4}}$, (l) 3 , (m) $e^{-\frac{9}{2}}$, (n) 1 , (o) $e^{-\frac{1}{2}}$, (p) 1 . **2.16.** (a) $a = 2$, (b) $a = \frac{9}{2}$, (c) $a = \frac{2}{3}$, (d) $a = -1$, (e) $\begin{cases} a = -8/3 \\ b = 3 \end{cases}$,

(f) $\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$. **2.17.** (a) $a = 1$, (b) $\begin{cases} a = 1 \\ b = \pi/2 \end{cases}$. **2.18.** $f(2) = 1$. **2.19.** (a) $f(x)$ liên tục trên $D(f) = \mathbf{R} \setminus \{-2\}$, gián

đoạn tại điểm $x = -2$, điểm này là điểm gián đoạn loại 1 và có bước nhảy bằng 2 , (b) $f(x)$ liên tục trên $D(f) = \mathbf{R} \setminus \{0; 1\}$, gián đoạn tại các điểm $x = 0, x = 1$; trong đó điểm $x = 0$ là điểm gián đoạn loại 2, điểm $x = 1$ là điểm gián đoạn loại 1 và có bước nhảy bằng -4 , (c) $f(x)$ liên tục trên $D(f) = \mathbf{R} \setminus \{-1; 3\}$, gián đoạn tại các điểm $x = -1, x = 3$; trong đó điểm $x = -1$ là điểm gián đoạn khử được và điểm $x = 3$ là điểm gián đoạn loại 2, (d) $f(x)$ liên tục trên $D(f) = \mathbf{R} \setminus \{2\}$, gián đoạn tại điểm $x = 2$, điểm này là điểm gián đoạn loại 1 và có bước nhảy bằng 2 , (e) $f(x)$ liên tục tại $\forall x \neq 0$ và gián đoạn tại điểm $x = 0$, điểm này là điểm gián đoạn loại 2, (f) $f(x)$ liên tục trong mọi khoảng $(n, n+1)$ ($n \in \mathbf{Z}$), gián đoạn loại 1 tại mọi điểm $x = n$ ($n \in \mathbf{Z}$) và mỗi điểm gián đoạn đều có bước nhảy bằng 1 , (g) $f(x)$ liên tục trên $D(f) = \mathbf{R}$, (h) $f(x)$ liên tục tại $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{1; 3\}$, gián đoạn tại các điểm $\{1; 3\}$, hai điểm gián đoạn này đều là điểm gián đoạn loại 1 và có bước nhảy tương ứng bằng -1 , trong đó điểm $x = 1$ là điểm gián đoạn loại 1 và tại điểm gián đoạn này, hàm số có bước nhảy bằng $-1, -1/3$.