



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

# Trabajo Práctico #1

3 de Septiembre de 2019

Metodos Numericos

Integrante	LU	Correo electrónico
Santiago Corley	599/17	sano.corley@gmail.com
Nahuel Melis	748/18	nahuelmelis95@gmail.com
Matias Gastron	183/18	matiasgastron@hotmail.com
Nicolas Pacheco	108/18	nikopacheco22@gmail.com



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - Pabellón I

Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina

Tel/Fax: (54 11) 4576-3359

<http://exactas.uba.ar>

## **Resumen**

En el siguiente informe buscamos detallar nuestros intentos de generar una forma de establecer un ranking para evaluar el desempeño de los equipos en alguna competencia donde, por alguna razón, este problema no es trivial (por ejemplo, no juegan todos los equipos entre sí, o hay equipos que juegan más partidos que otros). En el desarrollo del informe presentamos 4 posibles métodos para solucionar el problema. Nuestra experimentación se centró en, primero, lograr evaluar que tan buena era nuestra implementación de los algoritmos ya que esta puede ser algo complicada de realizar. Luego, nos ocupamos a evaluar cualitativamente los algoritmos, buscando situaciones dónde era preferible elegir a uno por sobre los otros, o donde alguno funcione particularmente bien (o mal).

## **Palabras claves**

- Colley Matrix
- Ranking
- Hady Habib

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>4</b>
1.1. El problema . . . . .	4
1.2. Objetivos del trabajo . . . . .	4
<b>2. Desarrollo</b>	<b>5</b>
2.1. Colley Matrix Method . . . . .	5
2.2. Colley Matrix Method Alternativo . . . . .	5
2.3. Winning Percentage . . . . .	6
2.4. Elo . . . . .	7
2.5. Implementación Elo . . . . .	8
<b>3. Experimentacion</b>	<b>9</b>
3.1. Hipotesis . . . . .	9
3.2. Experimentación sobre el error de nuestra implementación . . . . .	9
3.3. CMM vs Win Rate vs CMM alterno . . . . .	9
3.4. CMM vs CMM alterno, un analisis más profundo . . . . .	11
3.5. CMM vs WR vs ELO . . . . .	13
3.6. Experimentacion con datos aleatorios . . . . .	13
3.7. CMM vs ATP Ranking . . . . .	16
3.7.1. El fenómeno de Hady Habib . . . . .	19
<b>4. Conclusiones</b>	<b>22</b>

# 1. Introducción

## 1.1. El problema

El problema que se nos fue planteado desde un principio fue poder averiguar cual es el mejor método para poder generar un ranking para distintos deportes en donde en muchos de ellos, no todos juegan contra todos los equipos, o por alguna razón es particularmente difícil generar un ranking usando los métodos clásicos (por ejemplo, calcular el porcentaje de partidos ganados, o sumar 3 puntos por partido ganado y 0 por perdido) Un ejemplo de esto sería, la National Football League donde los equipos no juegan la misma cantidad de veces entre sí.

Un ejemplo de una situación en la que esto sería sumamente útil y redituable es el sorteo actual de la copa del mundo FIFA, donde los grupos se intentan armar de una forma pareja, y esto se logra generando un ranking para separar a los equipos "buenos". Nuestro objetivo en este informe es el de, habiendo implementado diferentes métodos para solucionar nuestro problema, compararlos y decidir bajo que condiciones podríamos preferir un método por sobre el otro

## 1.2. Objetivos del trabajo

El objetivo de nuestro trabajo es el de explicar e implementar las siguientes formas de resolver el problema:

- Colley Matrix Method: Este método, propuesto por la cátedra, consiste en generar una matriz usando como única información los partidos jugados (y los partidos ganados y perdidos). Esta matriz, se puede demostrar, tiene siempre solución (desarrollaremos más adelante esto en profundidad), y al resolverla obtenemos un ranking.
- Colley Matrix Method Alternativo: Este método (desarrollado por nosotros y fuertemente basado en el anterior) consiste en tener en cuenta, en vez de los partidos jugados (perdidos y ganados) los goles recibidos y marcados. De forma similar al método anterior, este método genera una matriz que, al resolver, genera un ranking.
- Win Rate: este método, sumamente sencillo, consiste en generar un ranking basado en realizar el cociente entre la cantidad de partidos ganados de cada equipo y la cantidad de partidos jugados.
- Ranking ELO: Este método, desarrollado para evaluar el desempeño de jugadores de ajedrez y utilizado mucho hoy en día, consiste en, sumar o restar a cada equipo una proporción de una magnitud predeterminada, que dependerá del resultado del partido y el resultado ESPERADO del partido (el cual se calculara a partir de los rankings de los equipos involucrados), con la particularidad de que mientras más partidos juegue un equipo, más difícil le será modificar positiva o negativamente su ranking. Aquí es importante, por lo tanto, el ranking de cada equipo a la hora de jugar y el orden de partidos del fixture.

## 2. Desarrollo

### 2.1. Colley Matrix Method

El método de la matriz de Colley, desarrollado en [1], es un método creado para generar rankings basado en la regla de la sucesión de Laplace. Consiste, en términos generales, en utilizar las estadísticas de partidos ganados y jugados de una cantidad determinada de equipos para generar una matriz, que al despejar, le asigna a cada equipo un valor que, de ordenar a todos los equipos por ese valor, genera un ranking. Este método suele dar muy buenos resultados, ya que el ranking de cada equipo se genera teniendo en cuenta el ranking de los equipos rivales (y su desempeño contra estos equipos). Esto significa que ganarle a un equipo bueno genera mayor valor que ganarle a un equipo malo. Algo importante a mencionar es que este método no tiene en cuenta los goles a favor o en contra de un equipo, si no que simplemente computa los resultados de un partido de forma binaria, teniendo en cuenta partidos ganados y perdidos solamente. La matriz se genera de la siguiente forma.

$$N(i, j) = \begin{cases} -n_{ij} & i \neq j \\ 2 + n_i & \text{else} \end{cases}$$

y el vector resultados es el siguiente:

$$B(i, j) = 1 + (W_i - L_i)/2$$

siendo  $n_{ij}$  la cantidad de partidos disputados entre los equipos  $i$  y  $j$ ,  $n_i$  la cantidad de partidos totales disputados por  $i$ ,  $W_i$  la cantidad de partidos ganados por  $i$  y  $L_i$  la cantidad de partidos perdidos por el mismo equipo.

Esta matriz siempre tiene solución, ya que es estrictamente diagonal dominante. Esto es sencillo de ver, ya que al tener en cada elemento de la diagonal la cantidad de partidos totales de un equipo  $E$  más 2, y en cada elemento de la fila diferente a la diagonal la cantidad de partidos del equipo  $E$  contra el resto (en valor negativo), no puede suceder que la sumatoria del módulo de la cantidad de partidos de  $E$  contra un equipo sea mayor o igual a la cantidad de partidos del equipo  $E$  en total. En otras palabras, podemos ver que para la fila  $p$ , el elemento  $p_{i,i}$  va a ser igual a la sumatoria de los módulos de todos los otros elementos de la fila  $p$  más 2

Como es sabido, al ser una matriz estrictamente diagonal dominante se puede diagonalizar usando el algoritmo de Eliminación Gaussiana (sin permutaciones). Este algoritmo, sumamente conocido, está bien desarrollado aquí.<sup>1</sup> En estos casos se puede decir que el algoritmo es estable.

Sabiendo entonces lo sencillo que es resolver un sistema diagonalizado, podemos resumir el problema de generar el ranking de la siguiente forma:

- Armamos la matriz de Colley usando los partidos jugados de cada equipo, y armamos el vector solución usando los partidos ganados y perdidos.
- Diagonalizamos la matriz usando el algoritmo de eliminación Gaussiana sin permutaciones.
- Resolvemos el sistema diagonalizado

Con simplemente hacer esto logramos obtener el ranking de Colley. Al haber ya detallado como crear la matriz y al ser los algoritmos tan conocidos, no consideramos necesario describir el pseudocódigo.

Por otra parte, al ser una matriz diagonal dominante se puede probar por un lado que es inversible y por el otro que tiene factorización LU. Justamente, una matriz que tiene factorización LU y es inversible puede probarse que dicha factorización LU es única. Así es posible probar que el CMM da como resultado una matriz con resultado único.

### 2.2. Colley Matrix Method Alternativo

Habiendo ya explicado que el método desarrollado por Colley solamente considera el resultado de un partido de forma binaria (ganado o perdido) quisimos proponer una variante de su método

<sup>1</sup> [https://es.wikipedia.org/wiki/Eliminaci%C3%B3n\\_de\\_Gauss-Jordan](https://es.wikipedia.org/wiki/Eliminaci%C3%B3n_de_Gauss-Jordan)

que si tenga en cuenta los goles a favor y en contra. Colley detalla en [1] que la razón por la que no hace esto es para evitar que un equipo pueda aumentar mucho su ranking haciendo muchos goles a rivales muy inferiores, pero desde el punto de vista académico nos interesa ver que resultados obtendríamos si quisieramos usar la diferencia de goles como principal parámetro. Nuestra intuición nos da a entender que los resultados podrían llegar a ser muy buenos. Planetamos entonces la siguiente variante de la matriz de Colley.

$$C(i, j) = \begin{cases} -g_{ij} & i \neq j \\ 10 + g_i & \text{else} \end{cases}$$

donde  $g_{ij}$  es la cantidad de goles realizados por ambos equipos en los partidos jugados entre  $i$  y  $j$ ,  $g_i$  es la suma de la cantidad de goles realizados y recibidos por  $i$  en todos sus partidos..

Como se puede ver fácilmente, la matriz es una adaptación directa de la matriz de Colley, pero reemplazando partidos por goles. Vale mencionar que decidimos que era preferible aumentar la constante que utiliza Colley en la diagonal de matriz para garantizar que es estrictamente diagonal dominante (El método original aumenta la diagonal en 2 y nosotros decidimos poner un 10). Esto se debe a que en la mayoría de los deportes hay una cantidad considerablemente mayor de goles que de partidos, y queríamos evitar que algún caso borde en el que la diferencia entre el elemento de la diagonal y el resto de los elementos de la fila sea proporcionalmente tan pequeña que el sistema sea considerado erróneamente LD, o sin solución.

De la misma forma en que la matriz es una adaptación directa de la propuesta por Colley, el vector resultante también lo va a ser. El vector resultante será de la siguiente forma.

$$S(i, j) = 1 + (g_f(i) + g_c(i))/2$$

Donde  $g_f(i)$  son los goles a favor de  $i$  en todos los partidos y  $g_c(j)$  los goles en contra.

Al ser tan similar este método al de Colley, para solucionarlo basta con utilizar la misma metodología que desarrollamos más arriba, en 2.1. La matriz siempre tendrá solución al ser estrictamente diagonal dominante, y esta solución será única (y la podremos encontrar utilizando el algoritmo de eliminación Gaussiana).

Consideramos que este ranking nos dará buenos resultados para poder lograr decidir que equipo es el más propenso a tener la diferencia de goles a su favor, y por ende, más propenso a ganar los partidos.

### 2.3. Winning Percentage

El Winning Percentage, que de aquí en adelante llamaremos simplemente WP, es el segundo y último algoritmo propuesto por la cátedra para generar rankings.

Este método, sumamente sencillo, le asigna a cada equipo el valor resultante de calcular el cociente entre la cantidad de partidos ganados de un equipo y la cantidad de partidos totales. Una vez que se le asigna este valor a cada equipo, se los ordena, obteniendo un ranking. En otras palabras, a cada equipo se le asigna el siguiente valor:

$$C(i) = W_i/T_i$$

donde  $W_i$  es la cantidad de partidos ganados por el equipo  $i$  y  $T_i$  es la cantidad de partidos jugados por el equipo  $i$ . Este ranking, a diferencia del generado por la Matriz de Colley, es bastante simple ya que una persona con un solo partido jugado podría estar arriba que un equipo que jugó 101 partidos y gana 100. Este ranking no tiene en cuenta bajo ningún punto de vista la cantidad de partidos jugados ni la cantidad de goles hechos pero es útil para evaluar el funcionamiento de nuestros otros algoritmos.

Si bien el algoritmo puede fallar en deportes donde no todos juegan la misma cantidad de partidos unos contra otros, el algoritmo puede ser muy bueno en los deportes en los que sí sucede como por ejemplo el fútbol. Hoy en día, la forma de calcular los puntajes y armar el ranking en un campeonato de fútbol se podría decir que es una desviación de esta manera de rankear. Esto se debe a que juegan todos contra todos la misma cantidad de veces donde esta forma de rankear funcionará de muy buena manera.

## 2.4. Elo

Originalmente implementado con el fin de categorizar jugadores profesionales de ajedrez de forma precisa, la simpleza en cuanto a implementación y robusta capacidad de ser modificado para adaptarse a distintos contextos de ranqueo sin comprometer su efectividad ni ver alterado su comportamiento básico (permitiendo un desempeño predecible independientemente de las particularidades del sistema a estudiar) llevaron al Sistema de Ranking ELO a ser uno de los más usados a la hora de establecer sistemas de rankings para juegos y deportes que involucran partidos entre dos individuos o equipos, siempre que los resultados de los mismos puedan categorizarse en casos elementales de victoria/empate/derrota.

En particular, el Sistema ELO permite distinguir a simple vista (según un orden de magnitud definido según criterio personal) cual es la diferencia entre los niveles de “habilidad”, numéricamente, entre dos equipos mirando sus diferencias de rango, como se explicará mas adelante. Una diferencia que es importante mencionar entre este ranking y los anteriores es que en este el orden en que se juegan los partidos cobra relevancia.

En general, la mecánica del algoritmo de Ranqueo por ELO es simple, regida por la fórmula:

- Se inicializan todos los equipos con un ranking inicial  $R$ .
- Luego de cada partido entre dos equipos  $i$  y  $j$ , se actualizan los rankings de los equipos involucrados según la siguiente formula:

$$R'_i = R_i + K * (S + E)$$

Siendo  $R_i$  el ranking del equipo  $i$  antes del partido,  $K$  el Factor- $K$  del ranking (una medida que determinará cual será la máxima magnitud en que un equipo puede llegar a modificar su ranking, positiva o negativamente),  $S$  el resultado del partido (1 para una victoria del equipo  $i$ , 0.5 para un empate y 0 para una derrota) y  $E$  el resultado esperado del partido, una magnitud entre 0 y 1 calculada a partir de los rankings de ambos equipos antes del partido (se detallará mas adelante).

La fortaleza del Sistema radica en la capacidad de modificar parámetros de la ecuación y el comportamiento de ciertas funciones internas de la misma de forma que los resultados modelen más adecuadamente el comportamiento e interacción de los equipos, manteniendo el comportamiento básico determinado por la Ecuación de ELO; Un ejemplo ello es la determinación del Factor- $K$ : De estarse modelando una competición en la cual se espera que todos los competidores jueguen la misma cantidad de partidos, puede emplearse un único valor constante para el Factor- $K$ ; Por otro lado, cuando es posible que ciertos competidores jueguen un numero significativamente mayor de partidos que otros, puede determinarse un Factor- $K$  que se reduzca con la cantidad de partidos jugados, para evitar darle a dichos equipos una ventaja excesiva sobre los otros.

Otro aspecto adaptable del Sistema ELO es la función que determina el Resultado Esperado de un partido: cualquier función que reciba como parámetro los rankings del equipo en cuestión y su contrincante y devuelva un valor entre 0 y 1 acorde al posible desenlace del partido según las habilidades de los jugadores satisfará los requerimientos de la Ecuación de ELO; así, pueden definirse funciones que minimicen costo temporal, reduzcan el error inherente a la representación de números reales en el computador o, idealmente, diseñar una función basada en un análisis probabilístico del deporte y sus jugadores. Uno de las fórmulas más populares para este cálculo (y la usada en este Trabajo Práctico) deriva de una interpretación del resultado como una Función de Distribución Acumulada Logística, simplificada de forma de ser implementada por la operación:

$$E(R_i, R_j)' = \frac{1}{1 + 10^{\frac{R_j - R_i}{n}}}$$

Con  $n$  elegido tal que, dado dos equipos  $i$  y  $j$  tal que  $R_i = R_j + n$ , se pueda asumir que el equipo  $i$  tiene un desempeño (o habilidad) 10 veces mayor al del equipo  $j$ .

La elección del Factor- $K$  inicial (en especial cuando se implementa un Sistema ELO de  $K$  constante) deberá tener en cuenta la importancia que se le quiere dar a cada partidos: Un Factor- $K$  demasiado alto hará que una pequeña cantidad de partidos puedan tener un efecto significativo en

los rankings de los equipos involucrados, lo que puede no representar apropiadamente sus desempeños reales; un Factor-K, muy bajo, implicará un sistema de ranking propenso a estancamientos, con muy bajas diferencias de rankings entre equipos en niveles de habilidad dispares. En general, en competencias que involucren una baja cantidad de enfrentamientos totales (asumiendo la implementación definida anteriormente de Resultado Esperado), se suele escoger un Factor-K en el rango  $\frac{(2*n)}{20}$  a  $\frac{(2*n)}{30}$ , mientras que aquellas que involucren un número elevado de enfrentamientos se beneficiaran más de un Factor-K en el rango  $\frac{(2*n)}{30}$  a  $\frac{(2*n)}{45}$ .

## 2.5. Implementación Elo

Nuestra implementación de la Ecuación de Ranqueo por ELO se basó en lo descrito anteriormente, con algunas consideraciones particulares: Dado que los tests a evaluar por el Algoritmo podrían llegar a diferir enormemente tanto en cantidad de partidos como en número de equipos involucrados, fue necesario diseñar un algoritmo que pudiera adaptarse razonablemente a la mayoría de los casos presentados en lugar de diseñar un algoritmo diseñado para cada uno de los escenarios a evaluar (que es donde radica la fortaleza del Sistema ELO), sacrificando cierta exactitud a cambio de versatilidad. En particular, se tomaron las siguientes decisiones:

- Se escogió un Ranking Inicial de 0.5 para todos los equipos, de forma que los rankings tiendan a caer en el rango entre 0 y 1, para facilitar comparaciones con los resultados de otros métodos como el CMM y WR.
- Se escogió un n de 1, tal que la ecuación  $E(R_i, R_j)' = \frac{1}{1 + 10^{\frac{R_j - R_i}{n}}}$ , asumiendo un caso extremo de partido entre un equipo i de ranking 1 y uno j de ranking 0 (lo que implicaría una diferencia de “habilidad” de magnitud 10), dé Resultados Esperados de 0.909090 y 0.090909 para ambos jugadores, respectivamente, lo cual consideramos una estimación razonable.
- Se escogió un Factor-K inicial de 0.1, un poco alto para los casos en los que se jugaran muchos partidos, lo cual compensamos con la siguiente implementación:
  - Ya que se tiene como dato en todos los tests la cantidad de equipos y total de partidos jugados, se calculó el estimado de cuantos partidos jugaría cada equipo si están distribuidos equitativamente; así, se definió una función de Actualización de Factor-K tal que, si se espera que un equipo juegue p partidos, su Factor-K se verá reducido en un 10% cada p MOD 6 partidos (o cada 1 partido si  $p \leq 6$ ). De esta forma, se esperará que, una vez que un equipo haya jugado la cantidad esperada de partidos que le corresponde, su Factor-K será aproximadamente la mitad del inicial ( $(\frac{9}{10})^6 = 0,531441$ ).



### 3. Experimentacion

#### 3.1. Hipotesis

En la siguiente experimentación buscaremos lograr mostrar en qué contextos se puede preferir elegir a un método de ranking sobre otro. Nuestra principal hipótesis es que el método de ranking de CMM será claramente superior al resto, al evaluar la forma el nivel del rival en cada partido, y al no depender de elementos algo más azarosos, como los goles a favor. También pensamos que CMM alternativo va a dar buenos resultados, pero que será fácil de romper” para que dé rankings anormales en situaciones atípicas. También consideramos que Elo va a dar buenos resultados, pero en algunas condiciones será fácil hacer que cambie fuertemente según el orden en que se juegan los partidos.

#### 3.2. Experimentación sobre el error de nuestra implementación

La primer experimentación razonable es la de verificar que nuestra implementación de Colley Matrix tiene un error considerablemente bajo. Esto a priori no puede parecer un problema, pero como al implementar la eliminación Gaussiana se debe realizar una división entre números potencialmente muy chicos, el error posible es algo a tener en cuenta. Para esto compararemos nuestros resultados con aquellos otorgados por la cátedra. Abajo pusimos en una tabla los valores que obtuvimos al correr nuestra implementación, comparados con los de la cátedra.

Errores por equipo	
Equipos	Error en módulo
1	3.22797780005768e-07
2	1.7449570000049874e-07
3	1.0838318009742665e-07
4	1.1018753004465864e-07
5	1.3818549998712015e-07
6	4.169082600258278e-07

FIGURA 1: Errores promedios por equipo en el test 1

Al ser muy similares los resultados de los tests 2, 3 y 4 decidimos no graficarlos. Teniendo en cuenta el tan pequeño error, decidimos calcular la diferencia promedio (en valor absoluto) de los errores, para observar más en detalle el comportamiento de Colley. Los resultados en cada test son los siguientes:

Error promedio del test 1 = 2.1182632502688334 e-07

Error promedio del test 2 = 2.5997543331990336 e-07

Error promedio del test 3 = 3.3128293332647846 e-07

Error promedio del test 4 = 1.7064062833120156 e-07

Además de esto, el error absoluto máximo que conseguimos entre todos los tests es de 4.775829300363021 e-0,7 Como se puede observar, el error es muy pequeño, y en este contexto lo consideraremos despreciable. Es importante tener en cuenta que, dado el contexto, errores tan pequeños no son importantes.

#### 3.3. CMM vs Win Rate vs CMM alterno

Un segundo experimento a considerar es el siguiente: siendo que el ranking basado en la matriz CMM es visto normalmente como una gran mejora sobre el Win Rate, decidimos de alguna forma crear un torneo dónde CMM se luzca, dando un ranking más razonable que el que vaya a dar un algoritmo más básico como es WR. También decidimos incorporar los resultados de CMM alterno, simplemente para analizar superficialmente su comportamiento (más adelante lo analizaremos en profundidad)

Es fácil ver que de tener un equipo con pocos partidos jugados pero con la mayoría de estos ganados va a tener un win rate muy alto, dejándolo posiblemente muy arriba en un ranking generado usando WR. Para dejar esto en evidencia, decidimos generar un torneo con las siguientes características:

- Va a haber 8 equipos y 17 partidos
- Un equipo que será identificado con el número 1 (y que apodaremos Real Exactas) va a jugar solamente 2 partidos, y va a ganar ambos. Es fácil ver que su win rate será 1. En este torneo ficticio será el único equipo con este win rate. Además, los equipos a los que le gana (identificados con los números 8 y 4) serán equipos con muy malos resultados. Por último, los partidos que gane, los ganará con un margen de gol mínimo (1 o 0).
- Un equipo identificado con el número 2 (y apodado FC Barcexactas o FCB simplemente) va a jugar 6 partidos y va a ganar 5. Va a jugar contra todos los equipos (con la excepción del 1), y va a perder contra solamente 1. El equipo que le gana, además, será el 6 (otro equipo al que le daremos un ranking razonable). Por último, este equipo va a ganar todos los partidos por una diferencia de goles mayor o igual a 3.

Teniendo en cuenta las reglas recién definidas parece evidente que winning rate va a poner al equipo Real Exactas como el primero en el ranking, algo que a priori parece poco razonable teniendo en cuenta que solamente ganó dos partidos contra equipos "malos". Nuestra hipótesis inicial es que CMM va darle a Real Exactas un ranking más apropiado, probablemente poniendo a FC Barcexactas por encima de él. También consideramos que nuestra matriz CMM alternativa va poner a Real Exactas por debajo de FC Barcexactas, debido a la diferencia importante de goles a su favor.

A continuación mostramos el fixture que diseñamos para *romper* a Wining Rate.

Un último detalle a tener en cuenta es que solamente pusimos énfasis en la diferencia de goles del equipo 1 y del equipo 2, por lo que analizaremos el algoritmo CMM alterno principalmente considerando el desempeño de estos equipos.

Fixture			
Equipo local	Goles equipo local	Equipo visitante	Goles equipo visitante
1 (Real Exactas)	1	8	0
1	1	4	0
2 (FCB)	4	8	1
2	5	4	3
2	8	3	2
2	4	4	1
3	3	4	1
3	7	8	1
3	5	6	1
3	8	5	2
3	2	6	0
5	3	3	0
5	2	8	1
6	2	5	1
6	7	3	3
6	7	5	1
7	2	6	0
6	3	2	1
2	3	7	0

FIGURA 2: Fixture hecho para experimentar la comparación de WP, CMM y CMM alterno.

Como explicamos anteriormente, el equipo 1 (Real Exactas) solamente le gana a los equipos 8 y 4, quienes tienen resultados muy malos (pierden todos los partidos). El equipo 2 (FCB) pierde contra el equipo 6 solamente, que gana 4 partidos de 7.

A continuación mostramos y comparamos en una tabla los rankings finales después de correr los diferentes algoritmos.

Comparación entre ranking con los resultados hechos para romper Winning Rate			
Posición	Winning Rate	CMM	CMM Alterno
1	1(Real Exactas)	2(FCB)	2(FCB)
2	2(FCB)	1(Real Exactas)	6
3	3	6	1(Real Exactas)
4	6	3	3
5	7	7	7
6	5	5	4
7	4	4	5
8	8	8	8

FIGURA 3: Comparación entre los rankings CMM, WP y CMMA.

Como se puede observar, los resultados se parecen mucho a los esperados. Para empezar, el ranking producido por Winning Rate pone en primer lugar a Real Exactas, ya que su winning rate es 1 (gana todos sus partidos), y deja segundo a FCB. Esto es a nuestra vista injusto, ya que el FCB está logrando una temporada considerablemente mejor, ganándole a jugadores más competitivos. Algo a notar es que tanto el jugador 8 y 4 tienen un WR de 0, estando empatados en el último lugar (pusimos el 4 arriba del 8 arbitrariamente).

Los resultados de CMM son bastante más de nuestro agrado. FCB está en el primer puesto, algo muy razonable teniendo en cuenta que ganó 5 partidos y solo perdió uno. Nos sorprendió un poco que Real Exactas estuviera tan arriba en el ranking, teniendo en cuenta que solamente ganó 2 partidos. Los ultimos cuatro jugadores no cambiaron su ranking en absoluto, algo razonable al tener en cuenta que tanto el equipo 8 como el 4 no ganaron ningun partido. Es interesante ver como los equipos 6 y 3 cambiaron de posición. Esto probablemente sea porque, al ganarle el equipo 3 al 6, el método CMM corrija el ranking, ya que el valor que le da a ganarle a un equipo de ranking alto (el 6 en este caso) es mayor que el que le da a ganarle a un equipo de ranking bajo. Los cambios de posiciones entre el Winning Rate y el CMM fueron bastante menores a lo que suponíamos, pero esto es algo que se podría cambiar en otros rankings con una cantidad de partidos bastante mayor. Tomemos por ejemplo un ranking de 100 equipos donde los equipos juegan bastantes partidos pero el equipo 33 juega solo 1 y lo gana. Este, podría estar bastante abajo en el ranking CMM si gran cantidad de partidos juega y gana en numero superior pero en el Winning Rate estaria primero debido a que su WR seria de 1.

Los resultados en CMM alterno son interesantes. Como dijimos antes, solo nos preocupamos por analizar el ranking de el equipo 1 (RE) y del equipo 2 (FCB). Como era esperado, la considerablemente buena diferencia de goles de FCB causó que este equipo obtuviera el primer lugar en el ranking. El equipo RM bajó considerablemente de lugar, llegando al puesto número 3. Esto es razonable al ver que su diferencia de gol es mínima (+2) y ambos goles se los hizo a los equipos 4 y 8, ambos muy bajos en el ranking. Un último resultado interesante es que, por primera vez, el equipo 4 llega a la posición seis del ranking. Este resultado se explica al ver los pocos goles que le hicieron a este equipo.

Nuestra conclusión de este segundo experimento es que es fácil encontrar casos en los que winning rate dé resultados que no parecen muy razonables. En este tipo de casos (cuando los equipos no juegan todos entre sí) parece que CMM da muy buenos resultados.

### 3.4. CMM vs CMM alterno, un analisis más profundo

Realizamos un nuevo experimento con el objetivo de denotar ciertas diferencias entre el CMM y el CMM alterno creado por nosotros. Lo que hicimos fue que un equipo gane pocos partidos y pierda muchos pero cuya diferencia de gol sea muy postiva. El objetivo del test es también lograr un analisis más fino de cómo funciona nuestro CMM alterno, viendo como la diferencia de gol hace que los resultados entre CMM y CMM Alternativo den bien diferentes.

El test que haremos tendra las siguientes características:

- Va a haber 6 equpos y 13 partidos
- Un equipo, el equipo numero 1, que apodaremos Racing Exactas, jugará 5 partidos ganando

todos ellos, pero con una diferencia de un solo gol por partido (tendrá una diferencia de gol total de +5)

- Otro equipo, el equipo numero 6, que apodaremos Atlético Exactas, jugará también 5 partidos pero ganará uno solo de ellos (por 20 goles) y perderá los otros 4, terminando con una diferencia de +15

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente nosotros preveemos que el equipo 1 estará primero en el CMM en donde el 6 estará en una de las posiciones de mitad de tabla para abajo y que el equipo 6 estará primero en el CMM alterno siendo el equipo 1 su escolta.

A continuacion mostramos el fixture hecho para el experimento:

Fixture			
Equipo local	Goles equipo local	Equipo visitante	Goles equipo visitante
1(Racing Exactas)	1	2	0
1	3	4	2
1	2	5	1
1	1	4	0
6(Atlético Exactas)	20	2	0
2	1	6	0
3	2	6	0
1	1	6	0
5	2	6	1
2	2	3	0
4	1	5	0
4	2	3	0
2	1	3	0

FIGURA 4: Fixture hecho para experimentar la comparacion de CMM y CMM alterno detalladamente

Luego de ejecutar los rankings con el CMM y CMM alterno tuvimos algunas sorpresas. Los resultados son los siguientes:

Comparación entre los rankings generados en nuestro torneo de 1000 partidos		
Posición	CMM	CMM Alterno
1	1(Racing Exactas)	1(Racing Exactas)
2	4	6(Atlético Exactas)
3	2	4
4	5	5
5	3	3
6	6(Atlético Exactas)	2

FIGURA 5: Comparación entre los rankings CMM y CMM alterno.

Para nuestra mayor sorpresa el equipo 6 no ocupó el primer lugar en el CMM alterno y pudimos concluir que esto se debe a que, el CMM alterno tiene en cuenta **contra quién** se reciben y hacen los goles, y con simplemente golear a un solo equipo (que, por cierto, salió último) no alcanza para subir al primer puesto.

Como conclusión podemos ver que en casos extremos el ranking CMM alterno no parece producir resultados muy acertados. No parece razonable considerar a un equipo que perdió contra todos los equipos menos contra uno se le otorgue el segundo lugar en el ranking.

Otra conclusión que tuvimos sobre del CMM alterno es que para partidos 'más aleatorios' funciona bastante parecido al CMM. Esto se puede ver en los equipos 3, 4 y 5 para los cuales sus partidos (aquellos que no jugaron contra el 1 y contra el 6) pusimos los resultados 'sin pensarlo' y esto se refleja claramente en los rankings en donde el 5 y el 3 mantienen sus posiciones y el 4 baja tan solo una posición (debido al salto del 6). Por otra parte, el 2 tiene una gran bajada entre el

CMM y el CMM alterno debido a la 'paliza' que le propicia el equipo 6 en su única victoria por 20-0.

### 3.5. CMM vs WR vs ELO

Teniendo en cuenta las particularidades de la implementación del Algoritmo de Ranking ELO (específicamente, la reducción con el paso del tiempo del Factor-K), buscamos diseñar un escenario en el cual el mismo devuelva un resultado menos acorde con el desempeño de los equipos que el devuelto por alguno de los otros sistemas de ranqueo utilizados.

Diseñamos, entonces, un test en el que se evalúan dos equipos, 3 y 6, que llevan a cabo secuencias de partidos equivalentes: ambos ganan tres partidos y pierden tres partidos, jugando contra oponentes que son exclusivos de ellos; el equipo 3 compite contra los equipos 1, 2 y 4, y el equipo 6 contra los equipos 5, 7 y 8, con la diferencia de que el equipo 3 GANA sus tres primeros partidos y pierde las revanchas, y el equipo 6 PIERDE sus tres primeros partidos y gana sus revanchas. Se esperaría que sistemas como el CMM o WR otorguen rankings similares a los equipos 3 y 6, por haber obtenidos resultados equivalentes en la competencia, mientras que se espera que el Sistema ELO rankee al equipo 3 muy por encima del 6, por darle mayor prioridad a los primeros partidos jugados por cada equipo comparado con los posteriores.

Estos fueron nuestros resultados midiendo el ranking a partir de dicha competencia:

Resultados Tests			
Equipo	CMM	WR	ELO
1	0.5	0.5	0.501938 (4° Puesto)
2	0.5	0.5	0.502739 (3° Puesto)
3	0.5	0.5	0.514413 (1° Puesto)
4	0.5	0.5	0.509162 (2° Puesto)
5	0.5	0.5	0.493142 (7° Puesto)
6	0.5	0.5	0.485597 (8° Puesto)
7	0.5	0.5	0.498067 (5° Puesto)
8	0.5	0.5	0.494965 (6° Puesto)

FIGURA 6: Comparación de resultados sobre el tests con revanchas entre CMM, WR y ELO.

Tal y como se esperaba, tanto el CMM como el WR califican a todos los equipos con el mismo ranking, lo que es de esperar teniendo en cuenta la situación de revanchas inusual presentada por el test. El sistema ELO, por el otro lado, rankea al equipo 6 por encima de los demás, y al 3 por debajo, lo que se explica teniendo en cuenta que cada partido sucesivo para cada equipo será un 10 % menos influyente sobre el resultado que el anterior; en particular, la diferencia de rankings entre los equipos 3 y 6 (alrededor de 0.03) indicaría que el equipo 3 es al menos un 30 % más 'habilitado' que el equipo 6.

Los equipos intermedios, si bien difieren mucho menos en rankings (y por lo tanto, relaciones de habilidad), se distribuyeron en forma acorde a lo esperado: los equipos 4, 2 y 1 le ganaron al equipo 3 (en ese orden) cuando el mismo tenía un ranking alto correspondiente a sus 3 victorias previas, por lo que la relación Resultado - Resultado Esperado estaba a su favor; Los equipos 5, 7 y 8 perdieron contra el equipo 3 (en ese orden) cuando el mismo tenía un ranking bajo debido a sus tres derrotas previas, por lo que la relación Resultado - Resultado Esperado estaba en su contra.

### 3.6. Experimentación con datos aleatorios

Habiendo hecho ya muchos experimentos donde, eligiendo datos .<sup>a</sup> mano" pudimos forzar resultados anormales en los métodos de ranking que desarrollamos, nuestra siguiente pregunta fue: dado un set de datos con resultados razonables" (es decir, datos que no fueron elegidos con el solo propósito de mostrar casos extremos para nuestros algoritmos), ¿Qué tan bien funcionan los rankings? Para responder esta pregunta decidimos, para evitar elegir el resultado de cada partido .<sup>a</sup> ojo" generar un torneo de 6 jugadores donde todos juegan contra todos la misma cantidad de veces. La cantidad de goles de un equipo será generada aleatoriamente, usando una distribución Normal. Más aún, decidimos que la cantidad esperada de goles de cada equipo sea diferente, modelando de esta forma

un torneo dónde sabemos de antemano quién es el mejor equipo (es decir, quién a la larga va a ganar más partidos). A continuación mostramos la distribución elegida para cada jugador.

- Los goles del jugador 6 ( San Lorenzo del Pabellón ) se comportarán con una distribución  $N(1, 2^2)$
- Los goles del jugador 5 ( Club Atlético Algoritmo 2) se comportarán con una distribución  $N(2, 2^2)$
- Los goles del jugador 4 (Independientemente lineal ) se comportarán con una distribución  $N(3, 2^2)$
- Los goles del jugador 3 ( Manchester Exacted) se comportarán con una distribución  $N(4, 2^2)$
- Los goles del jugador 2 ( Inter de Exactas ) se comportarán con una distribución  $N(5, 2^2)$
- Los goles del jugador 1 ( Bayern Compu ) se comportarán con una distribución  $N(6, 2^2)$

Es importante mencionar algunos problemas y comentarios que surgen al modelar los partidos de esta forma.

Primero, decidimos poner la varianza en 2 permitiendo así que no haya resultados demasiado previsibles en los partidos, algo que en la realidad no sucede (nunca un equipo tiene la certeza de ganar contra rivales inferiores).

Para evitar resultados negativos (i.e. goles negativos), tomamos el valor absoluto de la resultado de la variable aleatoria.

Para modelar un poco mejor los resultado de un partido real de algun deporte, decidimos redondear los resultados hacia el primer entero mayor al número resultante de la distribución. La razón para redondear los partidos hacia el primer entero mayor (y no el menor) es que el intentar redondear hacia abajo, el jugador 1 (San Lorenzo de Pabellón) perdía demasiados partidos, ya que con probabilidad demasiado alta metía 0 goles, sacándole la posibilidad de ganar muchos partidos.

Nuestro primer test consistió en intentar mostrar como se comportan los equipos del torneo a largo plazo. Dicho de otra forma, dados muchos partidos, queremos ver si los resultados son los esperados (si el equipo 6 sale primero, el 5 segundo, etc). Para ver esto, decidimos ver los resultados de 1500 partidos, dónde cada equipo juega 500 partidos (100 contra cada rival). Abajo mostramos la cantidad de partidos ganados de cada equipo:

[222, 396, 741, 831, 1044, 1266]

Aquí vemos que la cantidad de partidos ganados de cada equipo se comporta según lo esperado por nosotros. Dado que este ejemplo con tantos partidos es bastante fácil de predecir, decidimos correr cada uno de los algoritmos para rankings desarrollados y ver que rankings producen (esperando que todos den resultados similares). Vale notar que para Elo (que toma en cuenta orden en que se producen los partidos) asumimos que los partidos se juegan en el orden que los producimos. Esta experimentación la hacemos simplemente para saber que resultados vamos a considerar correctos de ahora en adelante, ya que es algo trivial intentar producir un ranking cuando todos los jugadores juegan entre sí.

Comparación entre ranking con los resultados de los 1000 partidos aleatorios				
Posición	Winning Rate	CMM	CMMA	ELO
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6

FIGURA 6: Comparación de los rankings ELO, WP, CMM y CMM alterno en 1000 partidos aleatorios.

Viendo esto, los resultados son los esperados. Esto nos permite deducir que en nuestro ranking es muy fácil decir quién es el mejor equipo, y quién el peor. Este resultado lo vamos a usar fuertemente en el siguiente test. Sabiendo ahora sin ninguna duda el ranking real de los jugadores, decidimos hacer el siguiente experimento. Dados menos partidos ¿Que tan exacto es el ranking generado por los algoritmos?. Es decir, dados 10 partidos elegidos al azar ¿Se mantiene este ranking? ¿O algún algoritmo empieza a fallar? En este experimento, queremos ver que sucede cuando los datos que le damos a los algoritmos pueden a priori no ser muy representativos del resultado final del torneo. A continuación mostramos los resultados de correr el algoritmo eligiendo aleatoriamente 10 partidos de los 1000 originales.

Comparación entre ranking con los 10 partidos elegidos entre los 1000				
Posición	Winning Rate	CMM	CMMA	ELO
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3 y 5	3	3	5
4	3 y 5	5	5	3
5	6	6	4	6
6	4	4	6	4

FIGURA 7: Comparación de los rankings ELO, WP, CMM y CMM alterno en 10 de 1000 partidos aleatorios.

Estos resultados nos dicen muchas cosas. Para empezar, los resultados del jugador 4 fueron muy malos en todos los rankings. Esto deja en evidencia que los partidos elegidos no le dieron muchos partidos ganados a este equipo.

¿Qué nos dice esto sobre como funcionan los tests? A simple vista vemos que, dejando de lado al jugador 4, WR, CMM y CMMA tuvieron resultados muy similares a los optimos mostrados en la figura 6, nos sorprendió los pocos partidos con los que nos dan resultados buenos. CMMA merece una mención especial teniendo en cuenta que fue el único algoritmo que no puso al jugador 4 en el último lugar, dejándolo último al jugador 6. Esto es un resultado habla positivamente de como la diferencia de gol puede llegar a decir mucho de la capacidad de un equipo.

Habiendo dicho tanto ya sobre como al utilizar el win rate no es una forma muy buena de generar un ranking, parece algo trivial decir que fue el único algoritmo incapaz de poner al jugador 3 por encima del jugador 5 (estuvieron empatados por el tercer puesto en el ranking de WR). Esto es otro buen ejemplo de las ventajas de CMM (CMMA) sobre formas más triviales de generar rankings.

Los resultados de ELO tienen algunas anormalidades. Sorprendentemente, el jugador 5 y el 3 tienen su ranking invertido, cosa extraña. Teniendo en cuenta de que el ranking ELO es bastante diferente del resto, ya que tiene en cuenta el orden en que se juegan los partidos, nuestra hipótesis es que puede ser más propenso a fallar en casos chicos.

A continuación decidimos seguir experimentando con más partidos elegidos al azar. Decidimos elgir ahora 20 de los 1000 partidos mencionados originalmente. Abajo mostramos el ranking generado por todos los algoritmos, ahora con 20 partidos.

Comparación entre ranking con 20 partidos elegidos entre al azar entre los 1000				
Posición	Winning Rate	CMM	CMMA	ELO
1	1 y 2	1	1	3
2	1 y 2	2	2	1 y 2
3	3	3	3	1 y 2
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6

FIGURA 8: Comparación de los rankings ELO, WP, CMM y CMM alterno en 20 de 1000 partidos aleatorios.

Notemos ahora como en Win Rate, los jugadores 1 y 2 están empatados por el primer puesto, y los demas jugadores están en el puesto que nosotros predijimos. Esto significa que este muestreo

de 20 partidos ya genera resultados más apropiados, similares a los que esperaríamos.

De nuevo podemos ver que tabto CMM como CMMA producen resultados "perfectos", o mejor dicho, acorde a lo que esperabamos. Otra vez, Win Rate muestra ser muy inferior.

El ranking ELO volvió a dar resultados inesperados y extraños. Esta vez, el primero en el ranking fue el equipo 3, por encima de tanto 1 como 2, que están empatados por el segundo puesto. Los jugadores 6, 5 y 4 tienen la posición esperada. De nuevo, explicamos estos resultados considerando que el momento en que se juegan los partidos aquí es relevante. Esto parece tener un impacto fuerte al considerar poco partidos.

### 3.7. CMM vs ATP Ranking

Una nueva experimentación que nos propusimos hacer fue comparar el Atp ranking de diciembre de 2018 con el ranking generado por la Colley Matrix a partir de los partidos de 2018. Esto tiene sentido debido a la manera en la que se genera el ranking ATP, a saber: los torneos dan una cierta cantidad de puntos, por ejemplo un Grand Slam le da 2000 puntos al campeón, 1200 al segundo, un Master 1000 en cambio, le da 1000 al campeón, y así, pero lo que tiene es que los puntos se renuevan año a año. Esto quiere decir que supongamos Novak Djokovick (campeón de Wimbledon en 2019) no se presenta en Wimbledon en 2020 pierde los puntos ganados y si, sale sub campeón, perderá 800 puntos (pierde los 2000 de campeón pero gana 1200 por salir segundo). Por este particular motivo de la renovación de puntos nos pareció adecuado poder realizar esta comparación. Obviamente, el CMM no contempla algunas particularidades que tiene el sistema ATP como por ejemplo la cantidad de puntos otorgada por torneo ya que el CMM no diferencia los torneos, pero, a su vez tiene cierta lógica que funcione debido a que los mejores no solo son los que más partidos ganan sino que también son los que más partidos juegan (debido a que son los que más lejos llegan en los torneos).

Para hacer el experimento y ver que tan bien funcionaba el CMM ranking lo que hicimos fue ver el top 20 del ranking a diciembre de 2018 y compararlo con el top 20 que daría si el ATP usara CMM. A continuación, el ranking ATP a diciembre de 2018:



Player	Ranking type	Points
Novak Djokovic	ATP official	9045
Rafael Nadal	ATP official	7480
Roger Federer	ATP official	6,420
Alexander Zverev	ATP official	6,385
Juan Martin del Potro	ATP official	5,300
Kevin Anderson	ATP official	4,710
Marin Cilic	ATP official	4,250
Dominic Thiem	ATP official	4,095
Kei Nishikori	ATP official	3,590
John Isner	ATP official	3,155
Karen Khachanov	ATP official	2,835
Borna Coric	ATP official	2,480
Fabio Fognini	ATP official	2,315
Kyle Edmund	ATP official	2,150
Stefanos Tsitsipas	ATP official	2,095
Daniil Medvedev	ATP official	1,977
Diego Schwartzman	ATP official	1,880
Milos Raonic	ATP official	1,855
Grigor Dimitrov	ATP official	1,835
Marco Cecchinato	ATP official	1,819

FIGURA 9: top 20 del ranking ATP al 31 de diciembre de 2018

Y el siguiente es el ranking logrado a través de la Colley Matrix:

Player	Ranking type	Points	ATP 2018 position
Rafael Nadal	CMM	1.16572	2º
Novak Djokovic	CMM	1.07688	1º
Roger Federer	CMM	1.05896	3º
Juan Martin Del Potro	CMM	1.03291	5º
Alexander Zverev	CMM	0.976987	4º
Kevin Anderson	CMM	0.945129	6º
Dominic Thiem	CMM	0.9355	8º
Kei Nishikori	CMM	0.930474	9º
Marin Cilic	CMM	0.924869	7º
Borna Coric	CMM	0.898087	12º
Karen Khachanov	CMM	0.876237	11º
David Goffin	CMM	0.862932	22º
Hady Habib	CMM	0.851708	609º
Martin Klizan	CMM	0.847146	41º
Danill Medvedev	CMM	0.839295	16º
Stefanos Tsitsipas	CMM	0.833075	15º
Kyle Edmund	CMM	0.82705	14º
Fabio Fognini	CMM	0.822567	13º
Nick Kyrgios	CMM	0.818694	31º
Miloš Raonić	CMM	0.812611	18º

FIGURA 10: top 20 del ranking CMM con los datos de 2018 cargados

Como resultado podemos observar el buen funcionamiento del método Colley siendo 16 jugadores pertenecientes al top 20 original los que se encuentran en el top 20 de la Colley, un 80 %. Los 4 jugadores no pertenecientes al ranking (y sus posiciones) que se encuentran en este top 20 son: David Goffin (22º), Hady Habib(609º), Martin Klizan (41º) y Nick Kyrgios (31º).

David Goffin es el primer caso, que si bien no es tan sorprendente su ingreso en el top 20, nos propusimos a analizar el porqué de su subida. Si bien David no ganó ningún torneo durante el 2018 de 15 torneos que jugó, 10 de esas 15 eliminaciones las sufrió contra gente de ese top (Cilic, Federer, Raonic, Tsitsipas, Cecchinato, Zverev, Edmund, Nadal y dos veces contra Dimitrov). Por otra parte, en la mayoría de los torneos que jugó avanzó hasta instancias decisivas eliminando varios jugadores a su paso. Suma además que muchas de estas victorias hayan sido contra tenistas del top 20 (Khachanov en dos oportunidades, otras dos contra Tsitsipas, dos contra Del Potro y en una oportunidad a Cecchinato y a Anderson). Dado a esto es lógico su ascenso en el ranking.

Martin Klizan no tuvo tan buen año como Goffin pero logró un título ganando el ATP 250 de Kitzbühel, ganándole en la final a Dominic Thiem. Contra el mismo rival perdería semanas después la final del ATP 250 de San Petesburgo. Luego, el eslovaco jugaría 8 torneos más de los que fue eliminado dos veces por jugadores pertenecientes al top 20: una vez por Rafael Nadal y otra vez por Danil Medvedev. Además perdería con jugadores de las proximidades del top 20 como Stan Wawrinka en 2 oportunidades. Por otra parte, entre sus victorias más destacadas, además de la final contra Thiem se destacan una contra el italiano Fognini, una contra el griego Tsitsipas y otra contra el mismísimo Nole Djokovic. Por estas cosas vemos que es totalmente lógica su buena subida de posiciones entre un ranking y otro.

Nick Kyrgios se mete en la posición 19 del ranking realizado por el CMM. Se entiende mucho esta crecida debido a que en las once eliminaciones sufridas durante este año, siete fueron contra tenistas del top 20 (en una oportunidad contra Dimitrov, Zverev, Cilic, Nishikori y Del Potro y en dos oportunidades contra Federer). Además logró campeonar en Brisbane ganándole la final a Dimitrov y tuvo otras victorias importantes contra Fognini, Edmund y Coric. Creemos que son suficientes estos datos como para que quede justificado su ascenso en los rankings.

Ahora pasaremos a analizar el porque John Isner, decimo del ranking ATP, que no se encuentra en el top 20 del ranking CMM (aparece recién 21). Aclaremos que ya sabemos que no analizamos el caso de Hady Habib, pero se debe a que lo analizaremos más detalladamente más adelante. Para entender la caída de Isner no hace falta más que ver sus resultados. Isner ganó dos torneos uno de los cuales muy importante (suma muchos puntos para ATP): el master 1000 de Miami donde además les ganó a Zverev, Del Potro y Cilic y el ATP 250 de Atlanta donde no jugó contra ningún rival muy importante. Además hizo un muy buen torneo de Wimbledon llegando a semifinales (donde cayó con Kevin Anderson), obteniendo 720 puntos y donde además le ganó a Raonic y a Tsitsipas. Pero durante el resto del año no tuvo ninguna otra victoria superlativa (solo una más contra Raonic) y quedó eliminado en 19 torneos, donde solo en 6 perdió contra top 20 (Zverev y Anderson una vez y Del Potro y Khachanov en dos oportunidades) y en muchos perdió en primera ronda contra desconocidos incluso. Además en el torneo de Maestros (los ocho mejores del año) no pudo vencer a ninguno y se fue con tres derrotas más: Djokovic, Cilic y Zverev. Por todo esto se puede ver porque cae 12 puestos entre un ranking y el otro.

Por último, analizaremos el caso de Marco Cecchinato cuya caída nos pareció sorprendente ya que fue el salto más grande entre tenistas del top 20: paso del puesto 20 al puesto 63 en el ranking CMM. Si bien logro campeón durante el año (y esto sea posiblemente lo que lo hizo estar 20<sup>a</sup> en el ranking ATP) ganando el ATP 250 de Umag e hizo un gran Roland Garros sumando 720 puntos donde fue eliminado en la semifinal por el austriaco Dominic Thiem y eliminando en el camino a Djokovic y a Goffin, creemos que el año de Cecchinato no fue de los mejores ya que además de esos dos torneos cayó en 23 torneos más de los cuales en 20 cayó con tenistas fuera del top 20 (perdió con Goffin, Raonic y Djokovic en las otras ocasiones) y muchos de los cuales ni siquiera figuraban entre los mejores 50. Por todo esto creemos que es más que razonable la caída estrepitosa del italiano. Ahora nos tocará analizar el fenómeno del libanés Hady Habib.

### 3.7.1. El fenómeno de Hady Habib

El Fenómeno Hady Habib es la aparición de este tenista, 609 del ranking ATP que queda en la posición 13<sup>a</sup> del ranking CMM. Tras testearlo varias veces creyendo que podría haber sido un error nuestro y tras llegar a la conclusión de que no lo era, nos propusimos analizar su caso aparte ya que era la respuesta a una pregunta planteada en la experimentación: cómo hacer para estar lo más alto posible en el ranking CMM con una baja cantidad de victorias. La hipótesis que pensamos en un principio fue que Hady Habib le había ganado a alguien muy bueno (o le había ganado a alguien que le ganó a alguien muy bueno), lo cual era razonable en un principio: Habib jugó 4 partidos y ganó los 4, si a eso le agregamos ganarle a alguien con buen puntaje encontraríamos lo que lo potenció. Investigamos a los 4 rivales a los que derrotó Habib y los rivales de estos, pero no había nada. Todos jugaron pocos partidos, contra rivales débiles, nada que nos llame la atención, salvo una cosa: muchos de estos rivales se enfrentaban entre ellos mismos creando una especie de 'círculo'. De acá surge nuestra hipótesis final y la que más nos cerró: Hady Habib se mueve en un círculo de tenistas que juegan entre ellos (Sri Lanka, Hong Kong, Filipinas, Tailandia, Korea y Libano). Hady no solo no cuenta con ninguna derrota ante ninguno de estos sino que además le gana a un jugador que se llama Wishaya, que por lo analizado en este círculo era el segundo mejor de estos. Wish, como lo llamaremos de aquí en adelante cuenta con tan solo una derrota en su haber pero vence a otros 5 rivales. Al analizarlo en el ranking CMM ya no nos sorprendió que Wish apareciera en el puesto número 28. Finalmente nos propusimos analizar el 3<sup>a</sup> mejor de este ranking: Benjamin Hassan, jugador que no se enfrenta si quiera a Hady Habib pero que juega contra dos de sus rivales: pierde su único partido con Wish y gana otros 4 entre los que se encuentra Chun Hun, rival directo de Habib. Sin sorpresa ya, vimos que Hassan aparecía en el puesto 36 del ranking hecho por el CMM.

Con esta idea en mente, propusimos el siguiente experimento.

Nos propusimos replicar la situación del 'círculo de jugadores' para probar que la causa del fenómeno Hadid sea esa. Propusimos la siguiente situación hipotética: un grupo de 17 jugadores nuevos de tenis los cuales son estudiantes de Exactas y tuvieran la misión de romper el ranking CMM minimizando la cantidad de partidos jugados (Es muy caro participar en un torneo ATP) y sin nunca enfrentar a nadie fuera de su ámbito. ¿Cómo lo harían? Si decidieran con algún criterio de selección la alumna que llegaría mas arriba (por ejemplo, Isabel Méndez Díaz), entonces podría

arrancar la misión. Los jugadores se hicieron un torneo de ATP para ellos solos, distribuyeron los partidos de la siguiente manera: Isabel(nuestra Hadid) jugará 4 partidos, los cuales ganará, uno de los rivales que Isabel derrota(nuestro Wish), ganará otros 6 partidos de los cuales tres de los derrotados habrán de ganar un partido cada uno (contra otros rivales que solo jugarán ese partido). Por ultimo, uno de los rivales que pierde contra Isabel también perderá con un estudiante que a su vez ganará otros tres partidos contra otros estudiantes que no volverán a jugar(nuestro Hassan).

Decidimos entonces, agregarle a los resultados del set de datos del ATP 17 jugadores cuyos partidos serán los explicados arriba. Luego de estudiar los resultados producidos al correr el algoritmo de CMM, vimos que a pesar de ser el caso distinto al de Hady, Isabel terminó 11° en el ranking CMM y aquel que representaría a Wish también estaría en el top 20.

Luego de esto nos propusimos buscar otra manera de, ganando la menor cantidad de partidos, quedar en un alto puesto en el ranking CMM. Para esto, creamos un nuevo jugador al que llamamos Lisandro López e hicimos que le gane 2 partidos a Hady Habib. Como bien predijimos, Lisandro termino entrando en el top 20, puesto 13 para ser específicos. Lo que más nos llamó la atención fue la precipitada caída de puestos de Hady Habib que cayó al puesto 47.

Después, hicimos que el Licha, le gane un partido al griego Stefanos Tsitsipas y, para nuestra sorpresa, esto lo empujó 7 posiciones más hasta el puesto numero 6 (no esperamos que dicha victoria lo haga crecer tanto). Así, de la mano del Licha López, salimos campeones.

Graficos:

Nos propusimos graficar las redes de los partidos de tenis jugados en el 2018 para comporbar nuestra teoria sobre el círculo de Hady Habib. El gráfico no hizo otra cosa que comprobar nuestra teoria:

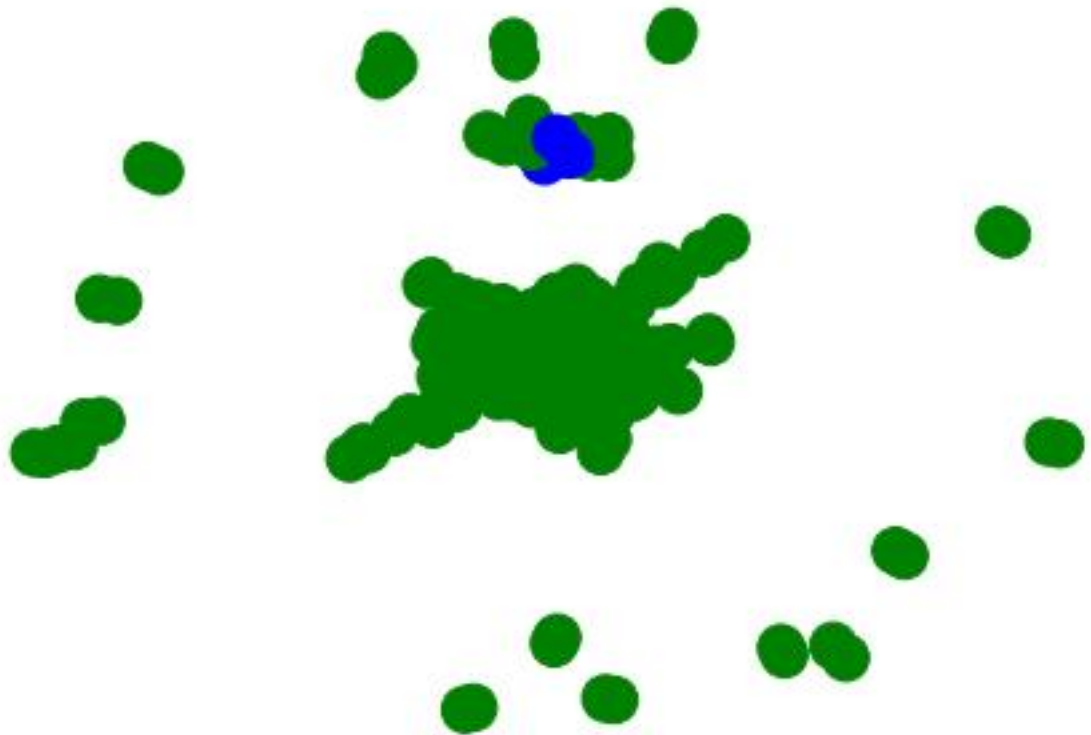


FIGURA 11: redes de partidos jugados en 2018

En el gráfico se ve como la mayoría de los jugadores estan en el círculo central. Se ve claramente un círculo de un tamaño ampliamente inferior en la parte superior. Allí se pueden ver unos puntos azules que son Hady Habib y sus rivales. Así, se pude ver claramente como ni Hady Habib ni ninguno de sus rivales juegan contra gente que tenga algun remoto contacto con los mejores jugadores del circuito. Luego, hicimos zoom en el círculo de jugadores de Habib:

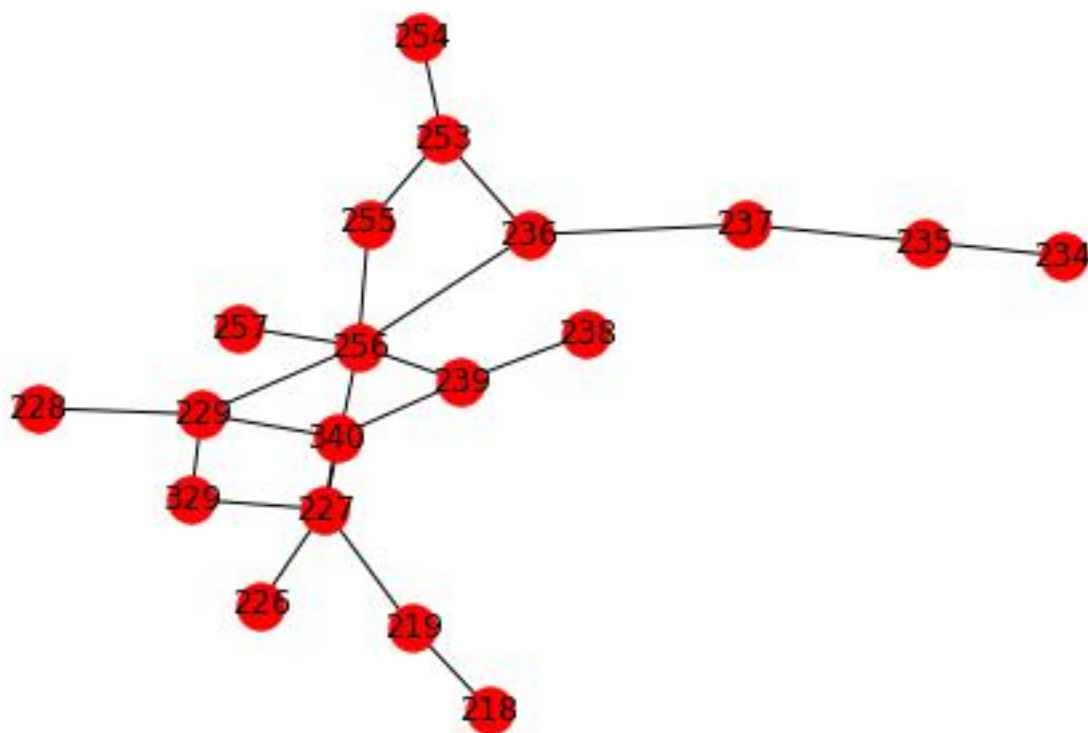


FIGURA 12: círculo de Hady Habib y compañía

A través de este gráfico se puede comprobar la dimensión del círculo de Habib: son tan solo 19 jugadores que jugaron entre ellos tan solo 20 partidos durante 2018. Hady Habib es el numero 229, que como dijimos anteriormente gana 4 de esos 20 partidos. Luego, Wishaya, que es el 256, pierde contra Hady pero gana sus otros 5 partidos.

## 4. Conclusiones

Además de las conclusiones ya expresadas luego de cada experimento en particular, nuestras conclusiones generales del trabajo son que el método CMM resultó sorprendentemente efectivo en la mayoría de los casos, pero es algo sencillo de romper una vez que se tiene el método apropiada. Nosotros lo logramos simplemente separando a los equipos en lo que llamamos 'diferentes círculos', o simplemente separando a los jugadores en diferentes subconjuntos donde nunca se cruzan. Nuestro CMMA tiene obviamente las mismas fallas, pero además pudimos concluir que se puede lograr que de resultados sumamente engañoso dados algunos partidos con una diferencia de gol muy abultada. Habiendo dicho esto, CMMA logró en algunos casos de pocos partidos dar una muy buena idea del ranking esperado, ya que se le otorga más información a priori que a CMM.

Podemos ver que el Sistema ELO, si bien se desempeña en la mayoría de los casos tan bien como el CMM y generalmente es más fiable que el WR, no es adecuado para superar a todos ellos en desempeño simplemente a partir de tests diseñados para tal propósito, a no ser que los mismos se vean acompañados por contextos específicos en cuanto al deporte (como podría ser el darle prioridad a los primeros partidos del torneo y menor al resto); en general, en los casos a evaluar que involucran una gran cantidad de partidos se aprecia que la certeza del mismo aumenta significativamente, lo que es fácilmente asociable al hecho de que el “decaimiento” del factor-k de los equipos estará mejor distribuido.

Para mejorar su desempeño en estudios futuros, consideraríamos ideal generar un algoritmo más complejo (que requerirá inevitablemente más inputs personalizados del usuario) de forma que, además de recibir solamente los resultados de los partidos, se indiquen datos acerca del deporte y la competencia, tales como prioridad (si existe) de algunos partidos sobre otros, posibilidad de definir rangos de factores-k más complejos, dependiendo no solo de partidos jugados sino de los rankings de cada equipo en el pasado, y otros, lo cual permitiría generar un ranking mucho más acorde a cada caso de estudio particular. Si bien este es el verdadero proceder a la hora de realizar un análisis estadístico sobre una serie de resultados de competencias, no consideramos que era relevante para los objetivos de este Informe, por lo que optamos por esta implementación, más adaptable pero menos fiable.

## Referencias

- [1] Colley, W. N. *Colley's bias free college football ranking method: The Colley matrix explained*. Princeton University, Princeton.
- [2] Ana M. Bianco y Elena J. Martínez. *Probabilidades y Estadística*. FCEyN, 2004.
- [3] Niki Vecek, Matej Crepin, Marjan Mernik y Dejan Hrnci. *A Comparison between Different Chess Rating Systems for Ranking Evolutionary Algorithms* Faculty of Electrical Engineering and Computer Science, University of Maribor, Maribor, Slovenia, October 2014.
- [4] David J. Aldous. *Elo Ratings and the Sports Model: a Neglected Topic in Applied Probability?* Department of Statistics 367 Evans Hall 3860 U.C. Berkeley CA, March 2017.
- [5] Baback Vaziri, Shaunak Dabadghao, Yuehwern Yih, Thomas L Morin. *Properties of Sport Ranking Methods* Department of Industrial Engineering, Eindhoven University of Technology, Netherlands, November 2016.
- [6] Scott Mackie. *The Math Behind ELO* <https://blog.mackie.io>, February 2017.