

BÀI TẬP CHƯƠNG 3 - ĐẠI SỐ BOOLEAN & BÌA KARNAUGH

1. Tối ưu luận lý bằng phương pháp đại số Boolean cho các biểu thức sau:

a) $F(A,B,C) = AB + AB'C + ABC'$

$$\begin{aligned} &= AB(1+C') + AB'C \quad (\text{phân phối}) \\ &= AB \cdot 1 + AB'C \quad (\text{tính nuốt}) \\ &= A(B + B'C) \quad (\text{phân phối}) \\ &= A(B + B')(B + C) \quad (\text{phân phối}) \\ &= A \cdot 1 \cdot (B + C) \quad (\text{phản tử bù}) \\ &= AB + AC \end{aligned}$$

b) $F(X,Y,Z) = (X + Y)(X + Y')(X + Y + Z)$

$$\begin{aligned} &= (X + YY')(X + Y + Z) \quad (\text{phân phối}) \\ &= (X + 0)(X + Y + Z) \quad (\text{phản tử bù}) \\ &= X(X + Y + Z) \quad (\text{trung hòa}) \\ &= XX + XY + XZ \quad (\text{phân phối}) \\ &= X + XY + XZ \quad (\text{lũy đồng}) \\ &= X + XZ \quad (\text{hợp thuận}) \\ &= X \quad (\text{hợp thuận}) \end{aligned}$$

c) $F(A,B,C,D) = AB'C + A'B + A'C + CD$

$$\begin{aligned} &= A'B + A'C + AB'C + CD \\ &= A'(B+C) + C(B'+D) \quad (\text{phân phối}) \end{aligned}$$

d) $F(A,B,C,D) = (A + B + C)(A' + B)(B + C + D)$

$$\begin{aligned} &= (AA' + AB + BA' + BB + CA' + CB)(B + C + D) \quad (\text{phân phối}) \\ &= (0 + AB + BA' + B + CA' + CB)(B + C + D) \quad (\text{phản tử bù} + \text{lũy đồng}) \\ &= (B + AB + BA' + CB + CA')(B + C + D) \\ &= (B + CA')(B + C + D) \quad (\text{hợp thuận}: AB+BA'+CB=B) \\ &= B + CA'(B + C + D) \quad (\text{phân phối và hợp thuận}) \\ &= (B + CA'B) + (CA'C + CA'D) \\ &= B + CA' \quad (\text{hợp thuận}) \end{aligned}$$

2. Chứng minh bằng đại số các biểu thức sau:

a) $(AB + A'B')' = A'B + AB'$

VT: $(AB + A'B')'$

$$\begin{aligned} &= (AB)' \cdot (A'B')' \quad (\text{De Morgan}) \\ &= (A' + B') \cdot (A + B) \quad (\text{De Morgan}) \\ &= A'A + A'B + B'A + B'B \quad (\text{phân phối}) \\ &= 0 + A'B + AB' + 0 \quad (\text{phản tử bù}) \\ &= A'B + AB' = VP \end{aligned}$$

$$b) AB + A'C = (A + C)(A' + B)$$

$$VP: (A + C)(A' + B)$$

$$\begin{aligned} &= AA' + AB + CA' + CB && (\text{phân phối}) \\ &= 0 + AB + A'C + BC && (\text{phản tử bù}) \\ &= AB + A'C + (A + A')BC && (\text{phản tử bù}) \\ &= AB + A'C + ABC + A'BC && (\text{phân phối}) \\ &= AB + ABC + A'BC + A'C \\ &= AB(1 + C) + A'C(1 + B) \\ &= AB + A'C = VT && (\text{tính nuốt}) \end{aligned}$$

$$c) (AC + BC')' = A'C + B'C'$$

$$VT: (AC + BC')'$$

$$\begin{aligned} &= (AC)'(BC')' && (\text{De Morgan}) \\ &= (A' + C')(B' + C) && (\text{De Morgan}) \\ &= A'B' + A'C + C'B' + C'C && (\text{phân phối}) \\ &= A'B' + A'C + C'B' && (\text{phản tử bù}) \end{aligned}$$

$$d) (A + B)(A' + C')(B + C') = (A + B)(A' + C')$$

$$VT: (A + B)(A' + C')(B + C')$$

$$\begin{aligned} &= (A + B)(A'B + A'C' + C'B + C'C) && (\text{phân phối}) \\ &= (A + B)(A'B + A'C' + C'B) && (\text{phản tử bù}) \\ &= (A + B)(A'B + C'(A' + B)) && (\text{phản tử bù}) \\ &= A'B(A + B) + (A + B)C'(A' + B) && (\text{phân phối}) \end{aligned}$$

$$P1: A'B(A + B)$$

$$\begin{aligned} &= A'AB + A'BB && (\text{phân phối}) \\ &= 0 + A'B && (\text{phản tử bù, lũy đồng}) \end{aligned}$$

$$P2: C'(A + B)(A' + B)$$

$$\begin{aligned} &= C'(AA' + AB + A'B + BB) && (\text{phân phối}) \\ &= C'(0 + AB + A'B + B) && (\text{hợp thuận}) \\ &= C'B \end{aligned}$$

$$VT = P1 + P2 = A'B + BC'$$

$$VP: (A + B)(A' + C')$$

$$= AA' + AC' + A'B + BC'$$

$$= A'B + BC' + AC'$$

3. Đơn giản hóa các bìa Karnaugh sau:

a)

<u>AB</u> CD	00	01	11	10
00	1		1	
01			1	
11	1	1	1	1
10				

$$F = CD + ABC' + A'B'C'D'$$

b)

<u>wx</u> yz	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01		1		
11		1	1	1
10				

$$F = y'z' + w'xz + wyz$$

c)

<u>ab</u> cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				1
11		1		1
10	1	1	1	

$$F = c'd' + a'd' + bd' + ab'd + a'bc$$

d)

<u>AB</u> CD	00	01	11	10
00	1	x		1
01		x		
11	x	x	x	x
10		x	1	1

e)

<u>wx</u> yz	00	01	11	10
00	x	1	1	
01	x		1	
11	x	1		1
10	x			

f)

<u>AB</u> CD	00	01	11	10
00				x
01	1	x	1	
11		1	x	1
10				1

4. Tối thiểu các biểu thức sau bằng phương pháp bìa-K:

a) $F(X, Y, Z) = m1 + m2 + m3 + m4 + m6 + m7$

<u>YZ</u> X	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1		1	1

$$F = Y + X'Z + XZ'$$

b) $G(X, Y, Z) = M0.M2.M3.M5.M7$

<u>YZ</u> X	00	01	11	10
0	0		0	0
1		0	0	

$$F = (X + Z)(X + Y')(X' + Z')$$

c) $H(A,B,C,D) = m0 + m6 + m8 + m9 + m10 + m11 + m13 + m14 + m15$

<u>CD</u> AB	00	01	11	10
00	1			
01				1
11		1	1	1
10	1	1	1	1

$$F = AD + AB' + B'C'D' + BCD'$$

5. Tối thiểu các biểu thức sau bằng phương pháp bìa-K:

a) $F(x,y,z) = xy + xz' + yz + xyz$

<u>yz</u> x	00	01	11	10
0			1	
1	1		1	1

$$F = yz + xz'$$

b) $G(a,b,c,d) = abc + ab'd + bc + a'bd + acd'$

<u>cd</u> ab	00	01	11	10
00				
01		1	1	1
11			1	1
10		1	1	1

$$G = a'bd + ab'd + bc + ac$$

c) $H(w,x,y,z) = (w' + x)(w+x+y).z'$

<u>yz</u> wx	00	01	11	10
00			1	
01	1		1	1
11	1			1
10				

$$\begin{aligned} H &= z'(w'w + w'x + w'y + xw + xx + xy) \\ &= z'.(w'y + x + xw + xy + xw') \\ &= z'.(x + w'y) \\ &= xz' + w'yz \end{aligned}$$

6. Tối thiểu các biểu thức sau theo dạng SoP hay PoS:

a) $F(a, b, c, d) = \prod M(1, 7, 9, 13, 15)$

<u>cd</u> ab	00	01	11	10
00		0		
01			0	
11		0	0	
10		0		

$$\begin{aligned} F &= (b + c + d')(a' + c + d')(b' + c' + d') \\ &= (b' + c' + d')(ba' + bc + bd' + c + d') \\ &= b'c + ba'c' + d' \end{aligned}$$

b) $F(w, x, y, z) = \sum m(0, 2, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$

<u>yz</u> wx	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

$$F = xz + x'z'$$

c) $F(w, x, y, z) = \sum m(0, 1, 3, 5, 14) + d(8, 15)$

<u>cd</u> ab	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

d) $F(a, b, c, d) = \prod M(1, 5, 9, 14, 15) \cdot D(11)$

<u>cd</u> ab	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				