

Điểm danh!

Buổi 3: tập hợp và phép đếm:

Khái niệm: Tập những phần tử/ đối tượng có cùng một tính chất nào đó

$$N, Z, Q, I, R, C$$

Biểu diễn:

+) liệt kê

$$A = \forall \text{ số chẵn} = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$$

+) chỉ ra đặc trưng

$$A = \{2k : k \in N\}$$

+) Dãy nhị phân: dùng chuỗi nhị phân

Cho trước U (vũ trụ), và A tập con của U . Ta có thể biểu diễn A bằng chuỗi nhị phân: Ví dụ,

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \text{ và } A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{1, 2, 3, 4, 7, 9\}$$

$$\rightarrow A = 1010101010 \text{ và } B = 1111001010$$

Quan hệ trên tập hợp:

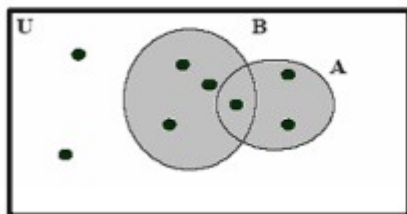
$$A = B : \text{khi chúng chứa cùng các phần tử}$$

$$\text{Quan hệ chứa trong : } A \subset B : \text{các phần tử trong } A \text{ cũng nằm trong } B$$

Các phép toán:

a) Phép hợp/hội

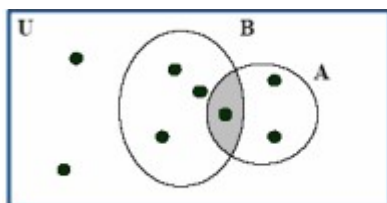
$$A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$$



Giản đồ Venn biểu diễn hợp của A và B

b) Phép giao

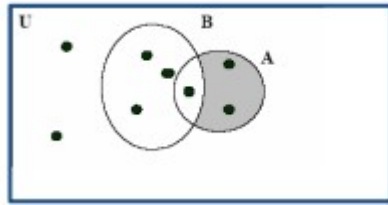
$$A \cap B = \{x \in A \text{ và } x \in B\}$$



Giản đồ Venn biểu diễn giao của A và B

c) Trừ

$$A \setminus B = \{x \in A \text{ nhưng } x \notin B\}$$



Giản đồ Venn biểu diễn hiệu A-B

d) Tích Descartes

A và B là hai tập hợp, $A \times B$ là tập hợp gồm cặp $(a, b), a \in A, b \in B$

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

Ví dụ : Cho trước U (vũ trụ), và A tập con của U . Ta có thể biểu diễn A bằng chuỗi nhị phân: Ví dụ,

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \text{ và } A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{1, 2, 3, 4, 7, 9\}$$

$$\rightarrow A = 1010101010 \text{ và } B = 1111001010$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\} = 1111101010$$

$$1010101010 \vee 1111001010 = 1111101010$$

$$A \cap B = 1010101010 \wedge 1111001010 = 1010001010$$

$$A \setminus B = 1010101010 - 1111001010 = 0000100000 = \{5\}$$

Lực lượng của tập hợp: số các phần tử, ||

$$|\emptyset| \vee |0|$$

$$1) |A \cup B| = |A| - |A \cap B| + |B|$$

$$2) |A \times B| = |A| \times |B|$$

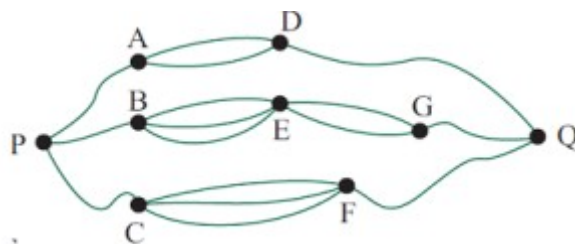
$$3) |P(A)| = 2^{|A|} \text{ trong đó, } P(A) \text{ tập các tập con của } A.$$

PHÉP ĐẾM

a) Qui tắc cộng: có 1 công việc có 1 phương án thực hiện, PÁ 1 có m cách, PÁ 2 có n cách: tổng $n+m$ cách thực hiện.

b) Qui tắc nhân: công việc thực bởi 2 bước, bước 1 có n cách, bước 2 có m cách: tổng $n \times m$ cách thực hiện

BT:



PÁ: $P \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow Q$; $P \rightarrow A$: 1 cách; $A \rightarrow D$: 2 cách, $D \rightarrow Q$: 1. Tổng: $1 \times 2 \times 1$

PÁ: $P \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow Q: 1 \times 3 \times 2 \times 1$

PÁ: $P \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow Q: 1 \times 3 \times 1$

BT: Một mẫu áo sơ mi có 12 màu. Loại cho nam thì có 3 size, cho nữ thì có 4 size.
Hỏi có bao nhiêu loại khác nhau:

c) Nguyên lý Dirichlet

Nếu ta có n chim, nhốt k cái lồng, thì có ít nhất $\left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil$ con ở chung một lồng

$\lceil x \rceil$ số nguyên nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng x

$\lceil x \rceil = m$ tức là $m - 1 < x \leq m$

$\lceil 5 \rceil = 5; \lceil 4,5 \rceil = 5$

BT: Số sinh viên của một lớp học ít nhất là bao nhiêu để có ít nhất hai sinh viên đạt số điểm như nhau trong kỳ thi môn CTRR?

N số sinh viên

$K: 0 \rightarrow 10$

Theo nguyên lý trên

$$\left\lceil \frac{N}{11} \right\rceil = 2 \rightarrow 1 < \frac{N}{11} \leq 2 \rightarrow N = 12$$

d) Tổ hợp: Cho tập n phần tử, lấy ra k phần tử ngẫu nhiên, số cách chọn

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

e) Chỉnh hợp: cho n phần tử, lấy k phần tử có thứ tự

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

BT1 : cho 5 điểm không có 3 điểm thẳng hàng thì có thể

a) Lập được bao nhiêu đường thẳng $\rightarrow C_5^2$

b) Bao nhiêu vector $\rightarrow A_5^2$

c) Bao nhiêu tam giác $\rightarrow C_5^3$

BT2 : Có loại nón A B C, Mr Hoi mua 2 cái thì có bao nhiêu cách chọn





PÁ 1: cùng loại 3 cách AA, BB, CC

PÁ 2: $C_3^2 = 3$ cách

0.5 + CK:

x, y, z số nón A, B, C được chọn

$$x + y + z = 2$$

	I		I	
	I	 	I	
	I		I	

$$I * I * \dots * I, \dots$$

$$C_4^2 = 6$$

BT4 : Có loại nón 4, Mr Hoi mua 3 cái thì có bao nhiêu cách chọn?

$$C_6^3$$

BT4 : Có loại nón n , Mr Hoi mua k cái thì có bao nhiêu cách chọn

$$C_{n+k-1}^{n-1}$$

BT5 : Phương trình $x + y + z = 20$, có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm ?

$$C_{22}^2 = 231$$

BT6 : $x + y + z + t = 20, x \leq 3, y \geq 2, z > 4$, có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm?

Xét $x=0$, ta có $y' + 2 + z' + 5 + t = 20 \rightarrow C_{15}^2$ nghiệm

Xét $x=1$, ta có $1 + y' + 2 + z' + 5 + t = 20 \rightarrow C_{14}^2$ nghiệm

Xét $x=2$, ta có $2 + y' + 2 + z' + 5 + t = 20 \rightarrow C_{13}^2$ nghiệm

Xét $x=3$, ta có $3 + y' + 2 + z' + 5 + t = 20 \rightarrow C_{12}^2$ nghiệm

Câu: Từ một hộp gồm 9 bi xanh, 12 bi vàng và 10 bi đỏ, ta lấy ra ngẫu nhiên 6 bi cùng lúc. Biết rằng các viên bi đều có cùng kích cỡ, hình dáng, trọng lượng. Hỏi có bao nhiêu cách lấy bi sao cho có ít nhất 1 bi vàng và không quá 3 bi đỏ.

Gọi x, y, z lần lượt là số bi xanh, vàng và đỏ được chọn

$$x + y + z = 6, y \geq 1, z \leq 3$$

BTVN: Có 4 nữ sinh tên là Huệ, Hồng, Lan, Hương và 4 nam sinh là An, Bình, Hạnh, Phúc cùng ngồi quanh một bàn tròn có 8 chỗ.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp biết nam và nữ ngồi xen kẽ nhau?

01010101

10101010

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu nam và nữ ngồi xen kẽ nhau nhưng hai bạn Hồng và An không chịu ngồi cạnh nhau?

Tiếp theo: quan hệ trên tập hợp