

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**КІЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ТАРАСА  
ШЕВЧЕНКА**

**Бельський І.О.**

# **ЗВІТ**

**Проходження сигналів через пасивні лінійні  
четириплохполюсники**

**Київ. КНУ ім. Т. Шевченка, 2021**

## **РЕФЕРАТ**

Звіт до ЛР №2: Х3 с., Х3 рис., 3 джерела.

**RC-ФІЛЬТРИ, ЧОТИРИПОЛЮСНИКИ, МОДЕЛЮВАННЯ СХЕМ, МЕТОД СПІВСТАВЛЕННЯ, МЕТОД ФІГУР ЛІСАЖУ, LTSPICE.**

Мета роботи — дослідити зміну параметрів прямокутних імпульсів та гармонічних сигналів при проходженні через пасивні лінійні чотириполюсники, опанувати методи вимірювання амплітудно-частотних та фазо-частотних характеристик пасивних RC-фільтрів та їх перехідних характеристик.

Об'єкт дослідження — пасивні лінійні чотириполюсники, перетворення сигналів при проходженні через такі чотириполюсники.

Методи дослідження — в роботі використовуються:

- 1) метод співставлення, тобто одночасного спостереження вхідного та вихідного сигналів на екрані двоканального осцилографа із наступним вимірюванням і порівнянням їх параметрів;
- 2) метод фігур Лісажу, який полягає у спостереженні на екрані двоканального осцилографа замкнених кривих, які є результатом накладання двох коливань, що відбуваються у двох взаємно перпендикулярних напрямках (вхідний і вихідний сигнали подаються на пластини горизонтального та вертикального відхилення осцилографа відповідно).

## **ЗМІСТ**

Частина 1. Теоретичні відомості.....	4
Частина 2. Виконання роботи.....	6
I. Фільтр нижніх частот.....	6
II. Фільтр верхніх частот.....	9
III. Смуговий фільтр.....	11
IV. Загороджувальний фільтр.....	13
Висновок.....	16
Частина 3. Контрольні запитання.....	17
Джерела.....	23

## **Частина 1. Теоретичні відомості.**

**Чотириполюсник** — це електричне коло (ділянка електричного кола) з чотирма полюсами, зажимами, клемами або іншими засобами приєднання до нього інших електричних кіл чи ділянок електричних кіл.

У чотириполюсниках звичайно розрізняють дві пари зажимів:

- вхідні, що утворюють вхід чотириполюсника і призначені для приєднання до чотириполюсника джерела вхідного електричного сигналу;
- вихідні, що утворюють його вихід і призначені для приєднання до чотириполюсника так званого навантаження.

**Пасивний чотириполюсник** — це такий чотириполюсник, який не здатний збільшувати потужність вхідного сигналу за рахунок додавання енергії від якогось іншого джерела енергії (внутрішнього чи зовнішнього по відношенню до чотириполюсника). Потужність, що виділяється в елементі кола, підключенного до виходу такого чотириполюсника, менша за потужність, що споживається від джерела сигналу, підключенного до входу чотириполюсника.

**Активний чотириполюсник** дозволяє збільшувати потужність вихідного сигналу порівняно з потужністю вхідного сигналу за рахунок внутрішніх або зовнішніх джерел енергії. Має містити активний елемент.

**Лінійний чотириполюсник** — це такий, для якого залежність між струмами, що течуть крізь нього, та напругами на його зажимах є лінійною. Такі чотириполюсники складаються з лінійних елементів.

**Лінійні елементи електричних кіл** — це такі елементи, параметри яких не залежать від величини струму, що протікає через них або від прикладеної до них напруги. На виході лінійних чотириполюсників, на відміну від нелінійних, не можуть утворюватися гармоніки ( $2\omega$ ,  $3\omega$  і т. д.) сигналу частоти  $\omega$ , який подано на вхід.

**Нелінійний чотириполюсник** — це такий, який містить нелінійні елементи. Для нього згадані залежності між струмами та напругами при деяких їх величинах перестають бути лінійними, а на виході можуть з'являтися гармоніки частот вхідних сигналів.

**Пасивний фільтр** — це пасивний чотириполюсник, який містить реактивні елементи (індуктивності, ємності), спад напруги на яких або струм через які залежить від частоти, і завдяки цьому здатен перетворювати спектр сигналу, поданого на його вхід, шляхом послаблення певних спектральних складових вхідного сигналу.

Центральним питанням при вивченні чотириполюсників є зв'язок між електричним сигналом (напругою, струмом) на виході чотириполюсника та електричним сигналом на його вході. Коли обирають лінійні чотириполюсники, то виходять зазвичай з однієї із двох потреб:

- неспотвореної передачі форми сигналу;
- цілеспрямованого перетворення форми сигналу.

Для лінійних чотириполюсників задача відшукання такого зв'язку значно спрощується саме завдяки лінійності рівнянь, що описують цей зв'язок, оскільки для лінійних рівнянь сума будь-яких двох розв'язків рівняння також є розв'язком цього рівняння.

## Частина 2. Виконання роботи.

### I. Фільтр нижніх частот.

Для моделювання ФНЧ використовується джерело змінної (синусоїдальної) напруги.

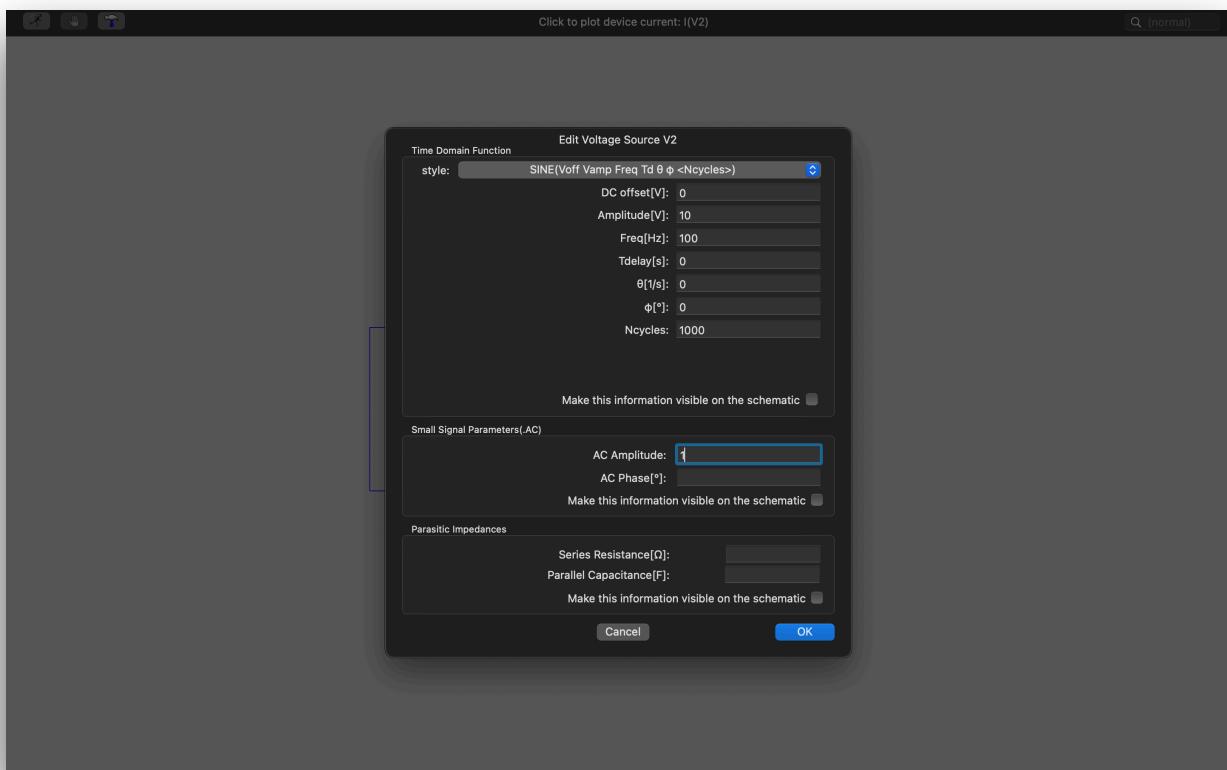


Рис. 1. Параметри джерела напруги

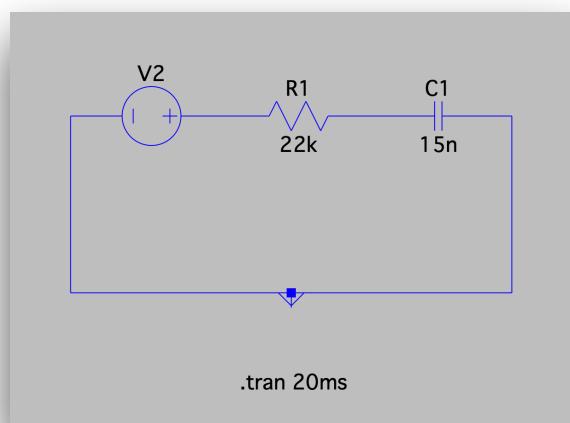


Рис. 2. Схема ФНЧ

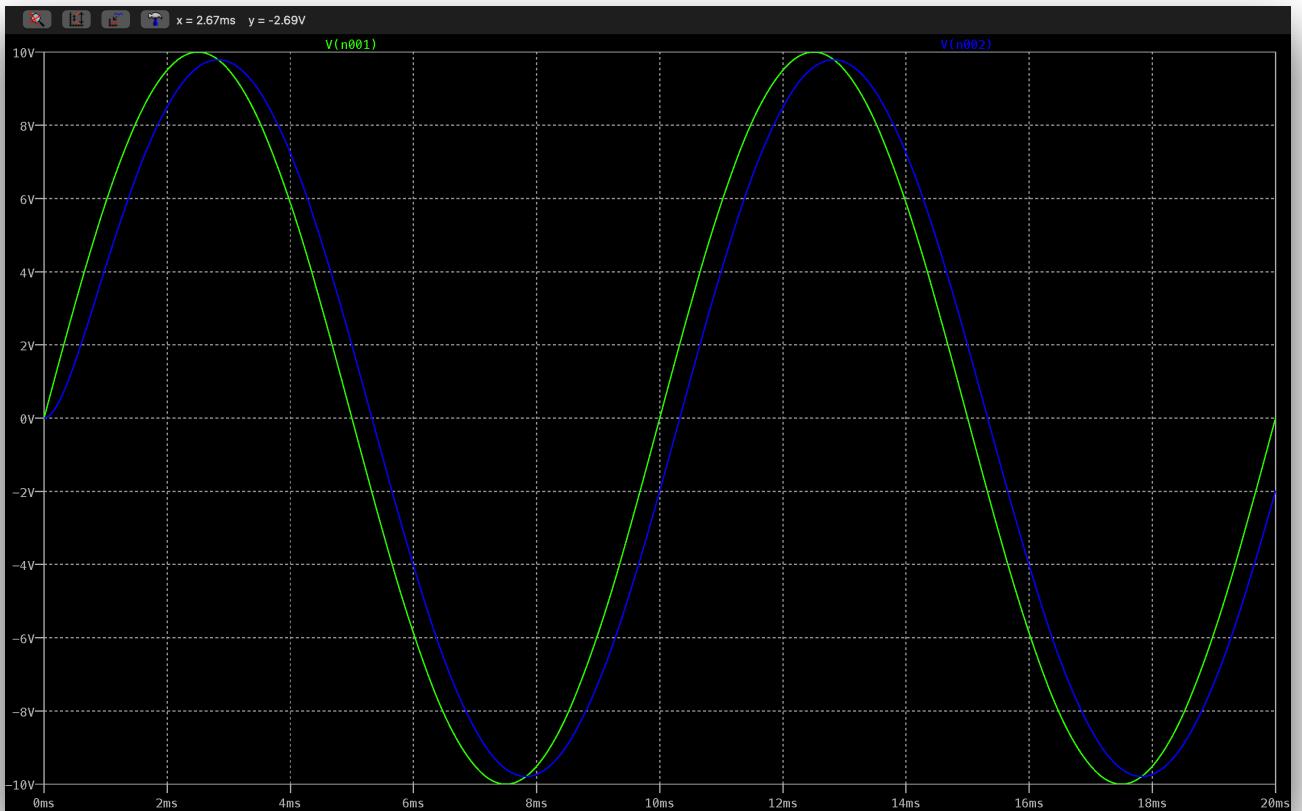


Рис. 3. Покази осцилографа

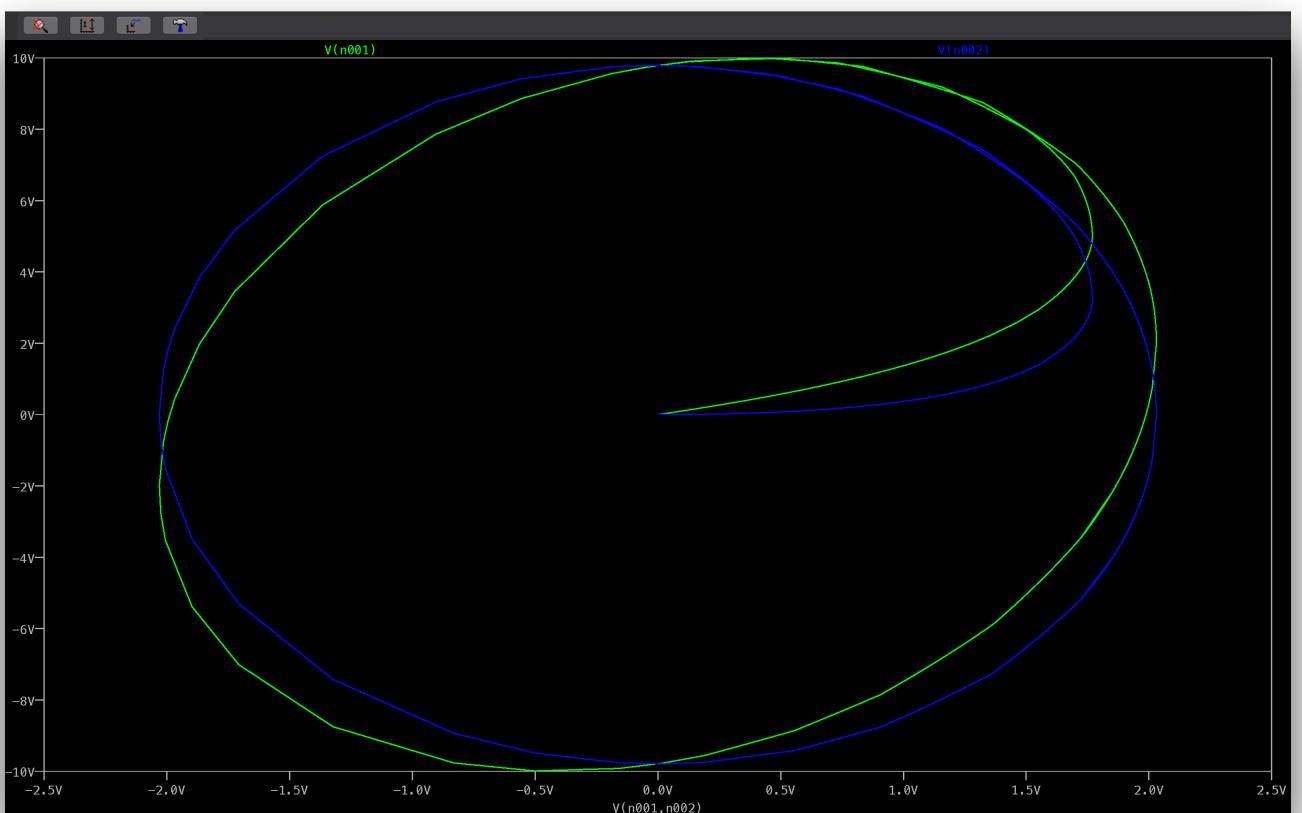


Рис. 4. Фігури Лісажу ФНЧ

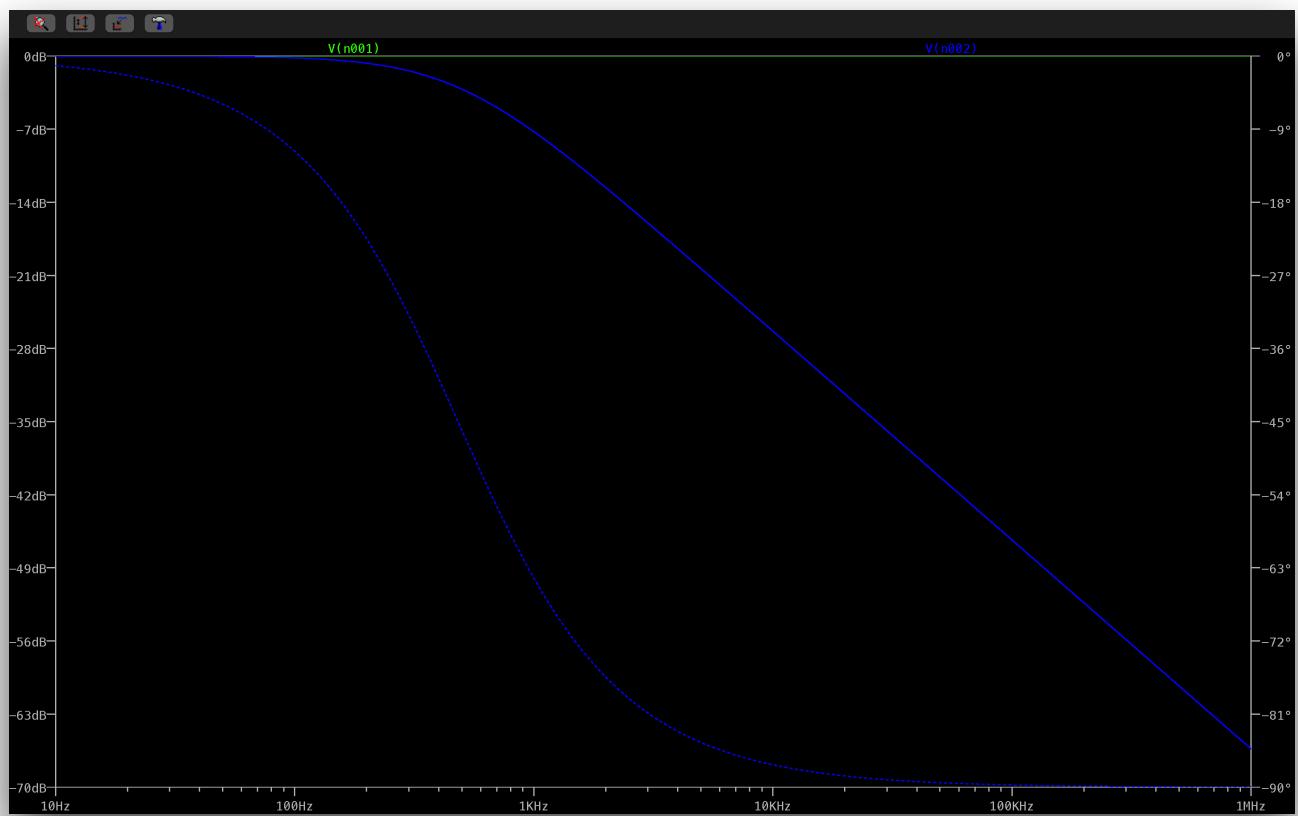


Рис. 5. АЧХ та ФЧХ ФНЧ

## II. Фільтр верхніх частот.

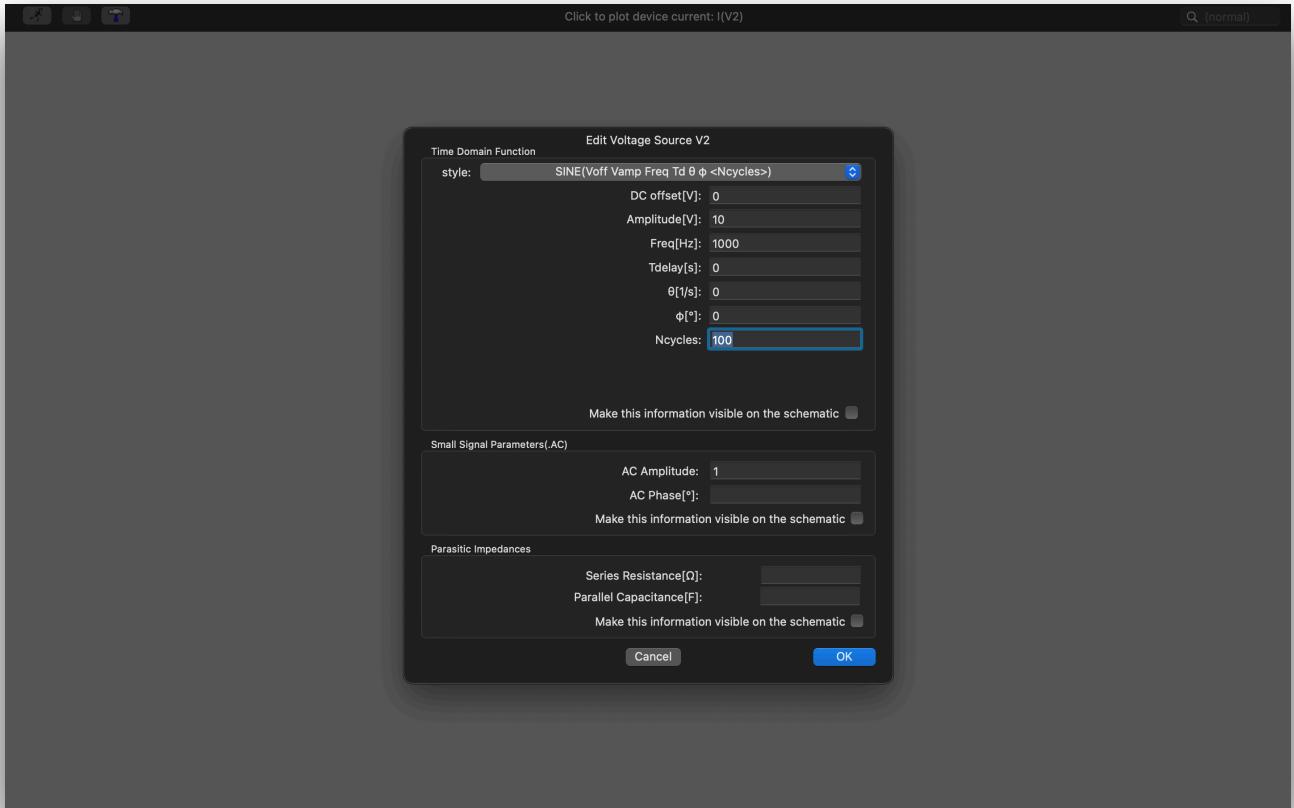


Рис. 6. Параметри джерела напруги

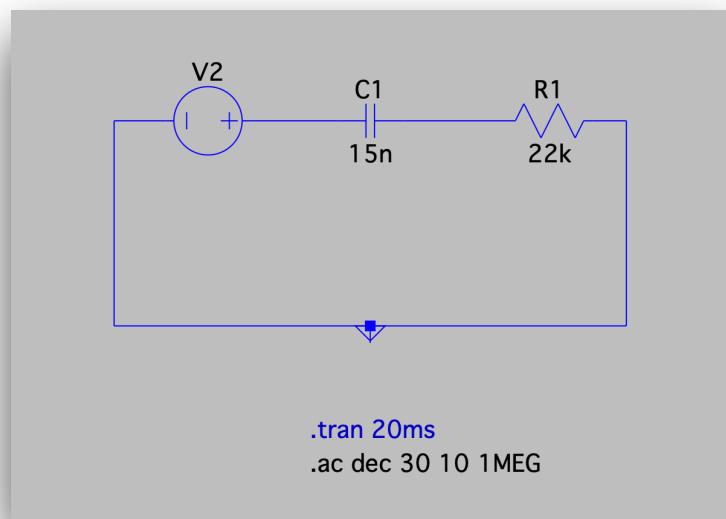


Рис. 7. Схема ФВЧ

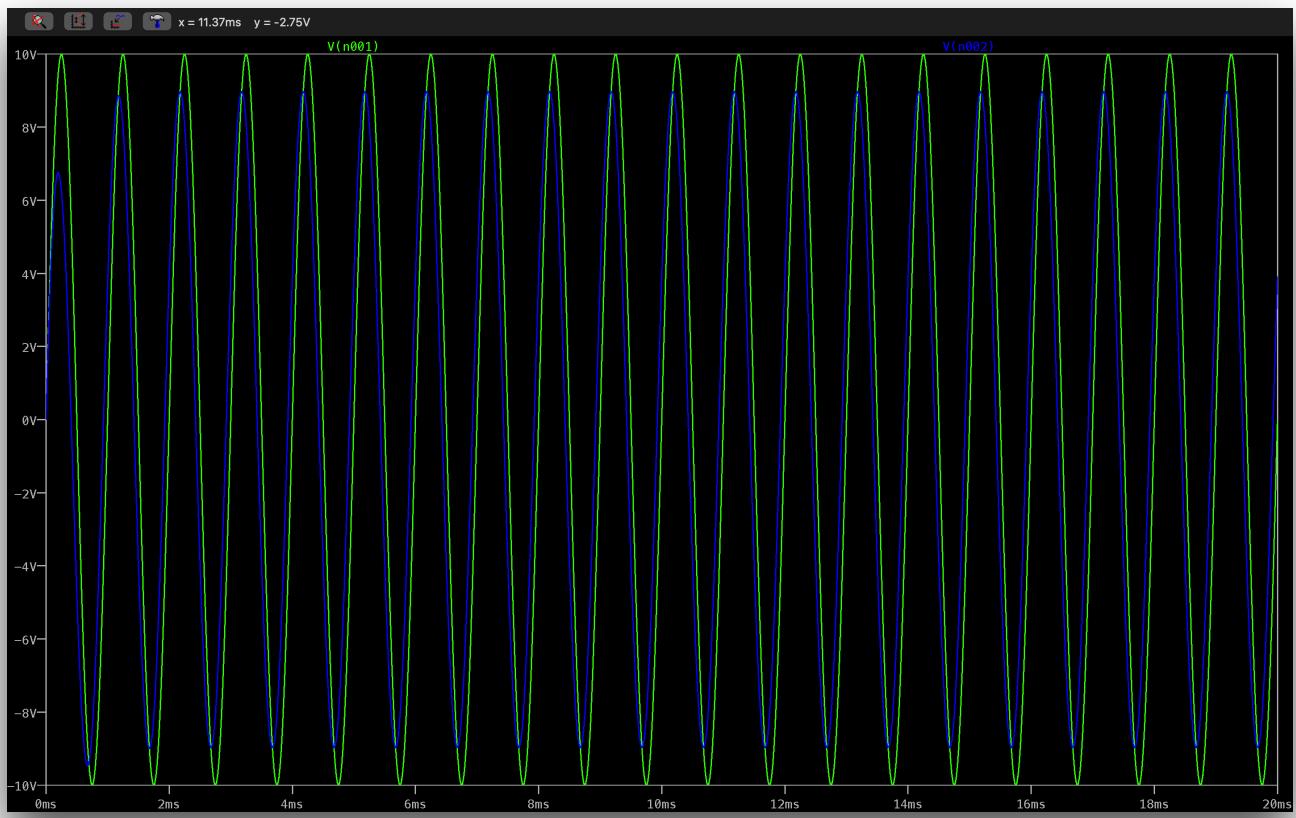


Рис. 8. Покази осцилографа

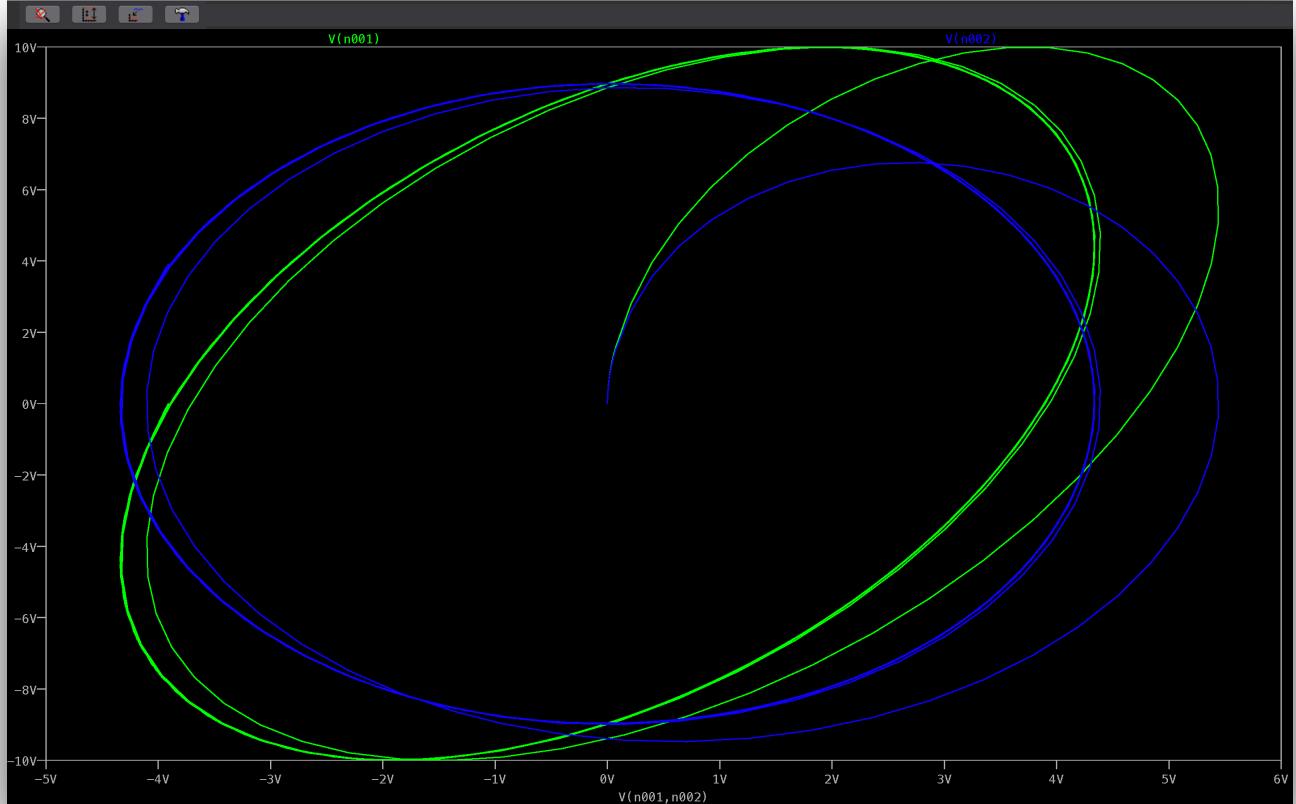


Рис. 9. Фігури Лісажу ФВЧ

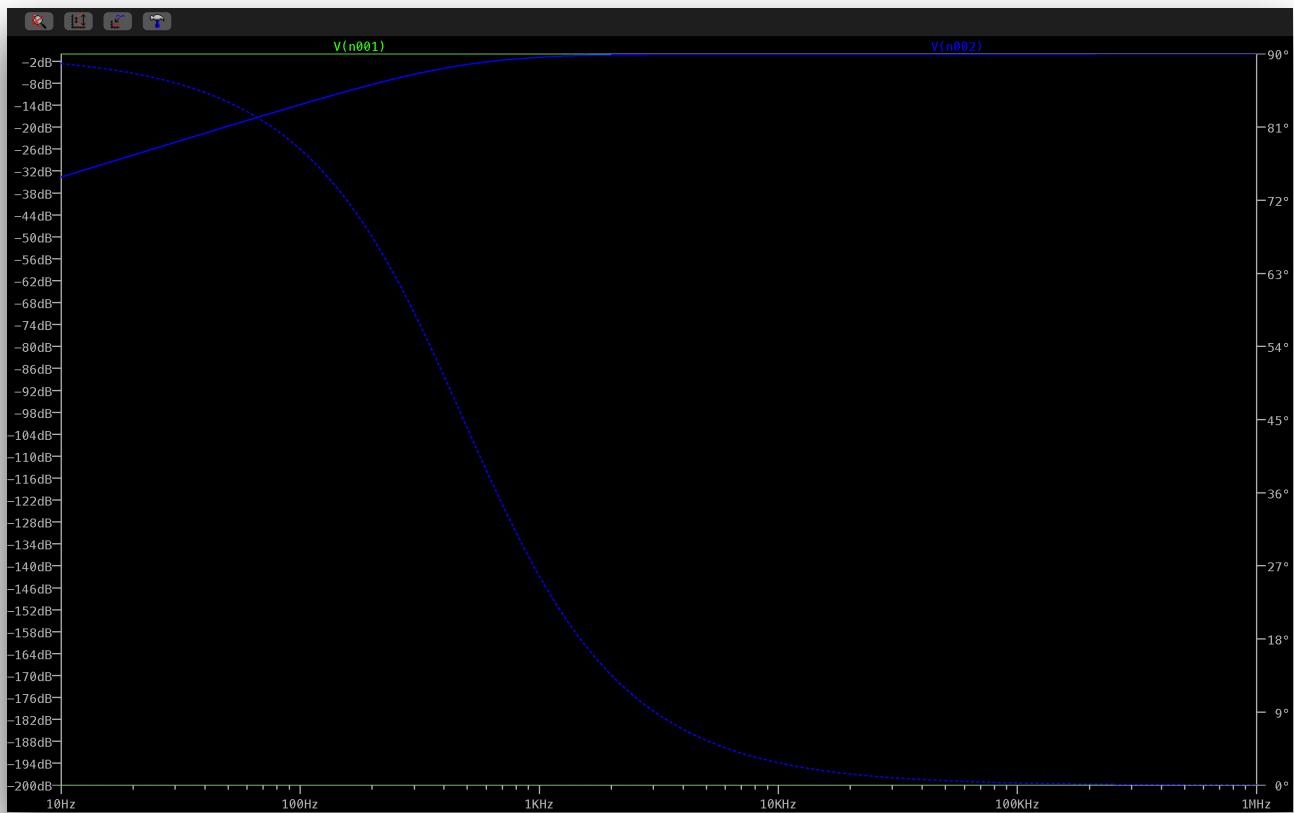


Рис. 10. АЧХ та ФЧХ ФВЧ

### III. Смуговий фільтр.

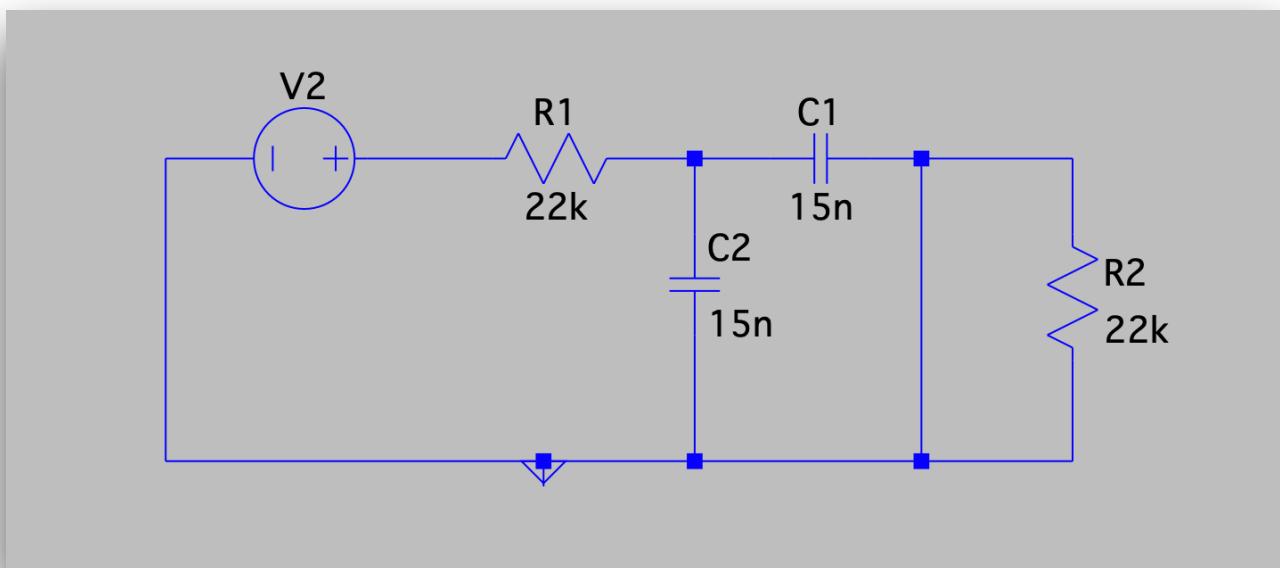


Рис. 11. Схема смуговий фільтр

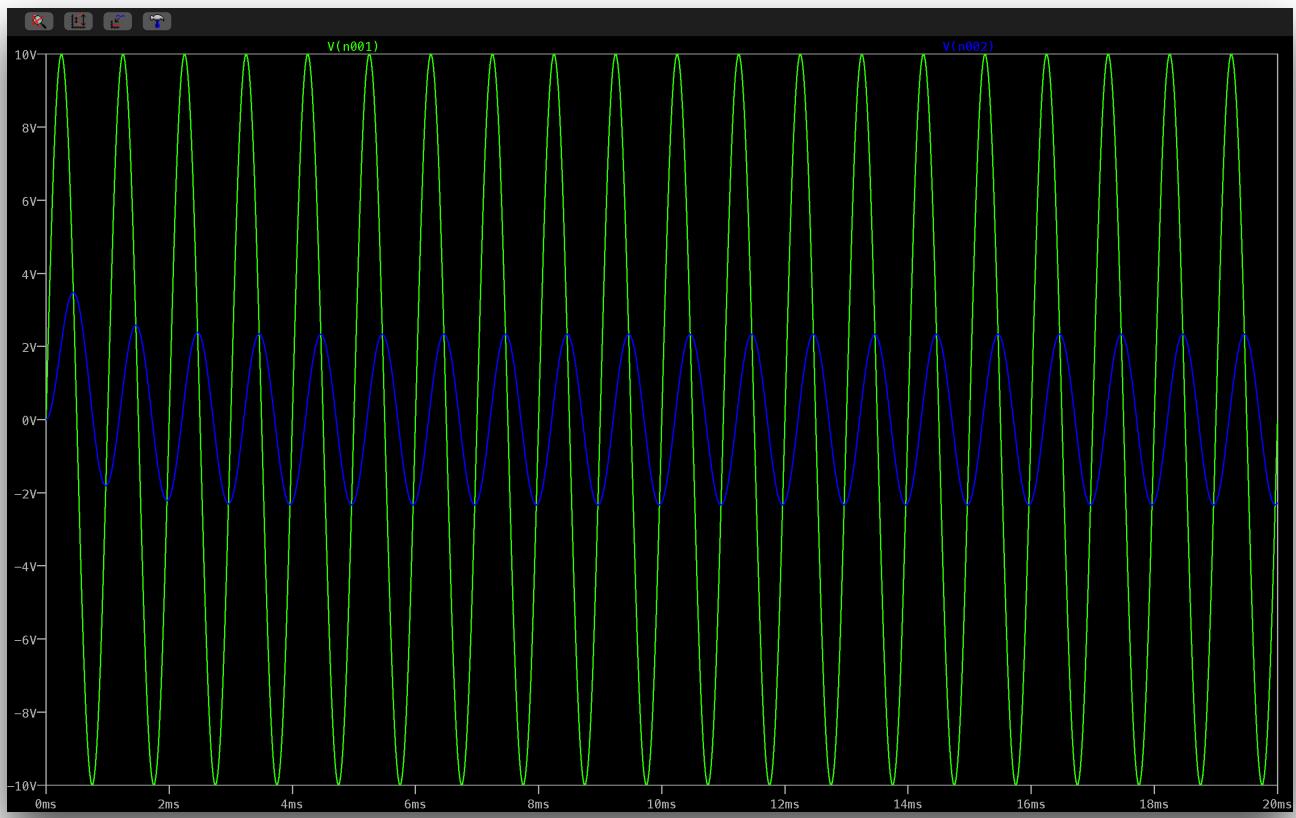


Рис. 12. Покази осцилографа

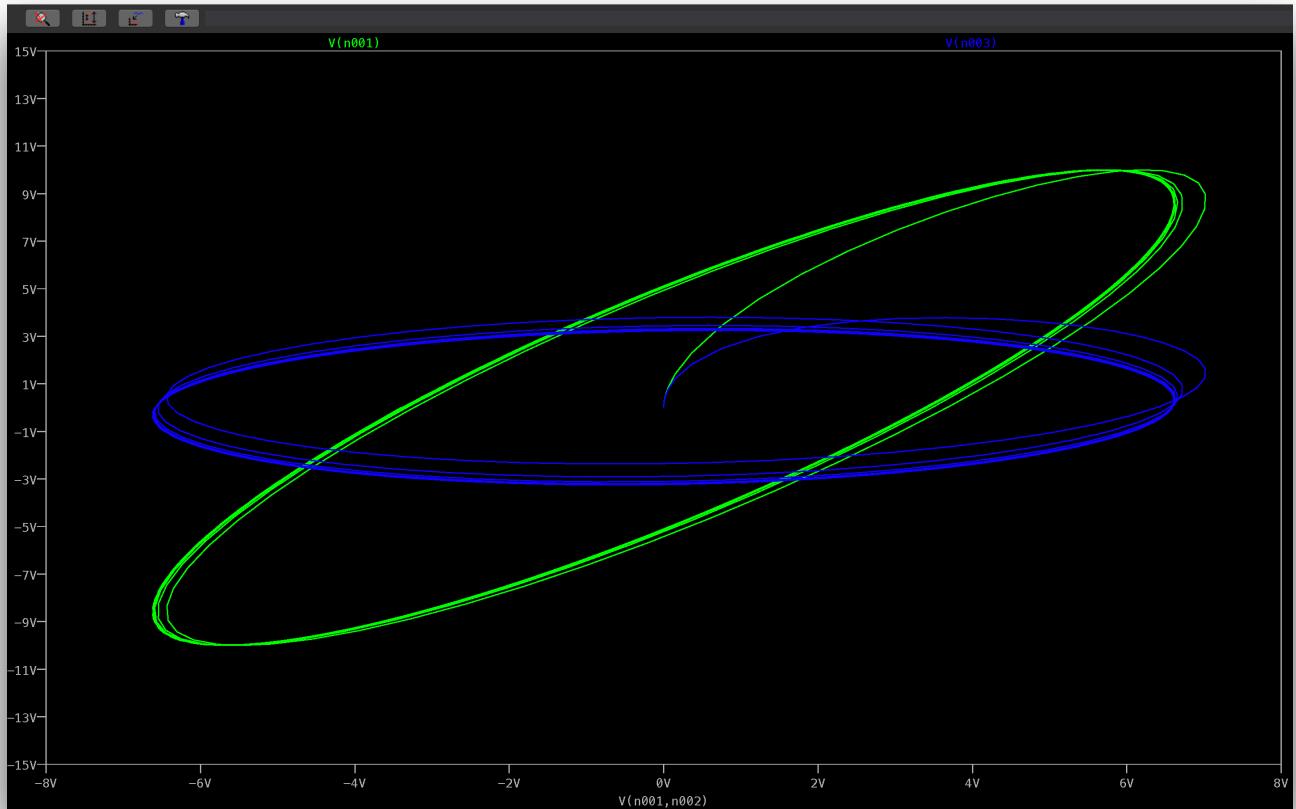


Рис. 13. Фігури Лісажу смуговий фільтр

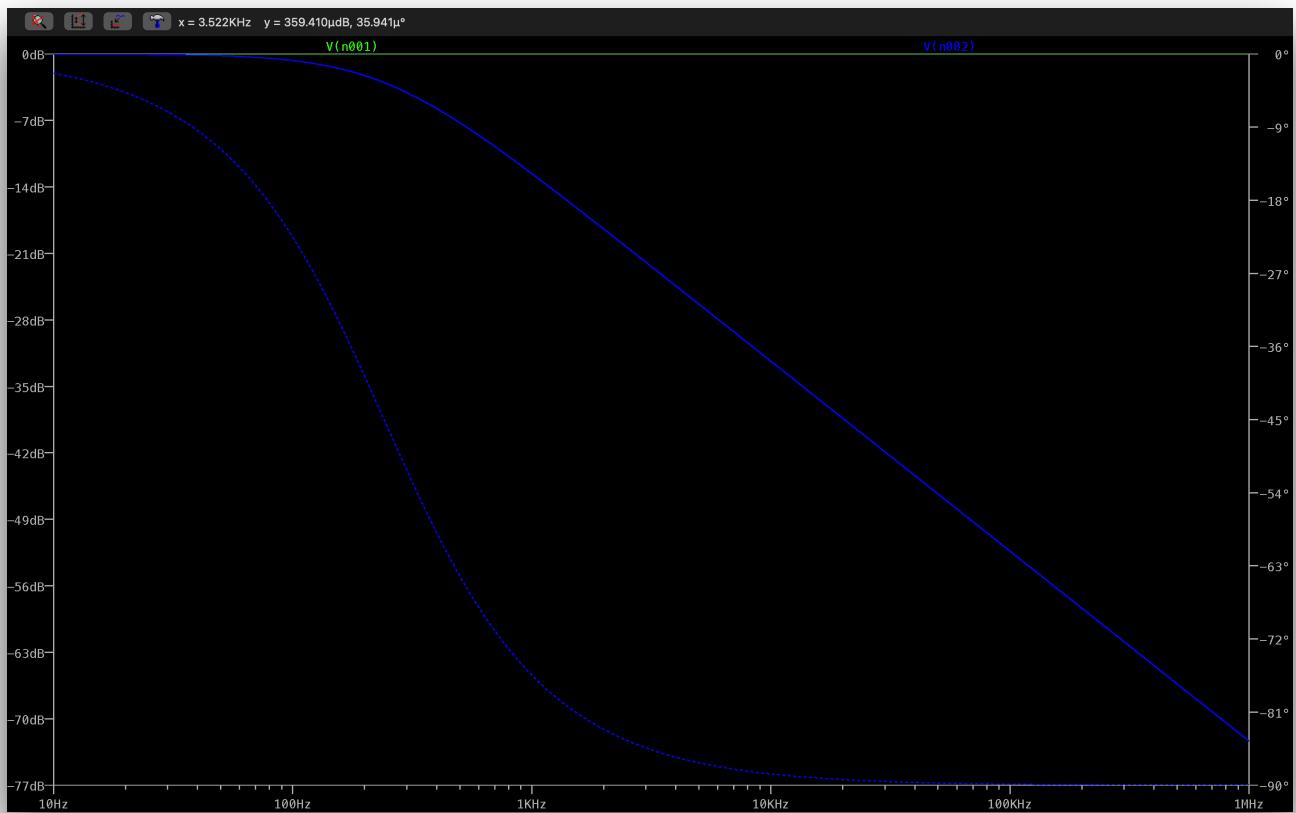


Рис. 14. АЧХ та ФЧХ смугового фільтру

#### IV. Загороджувальний фільтр.

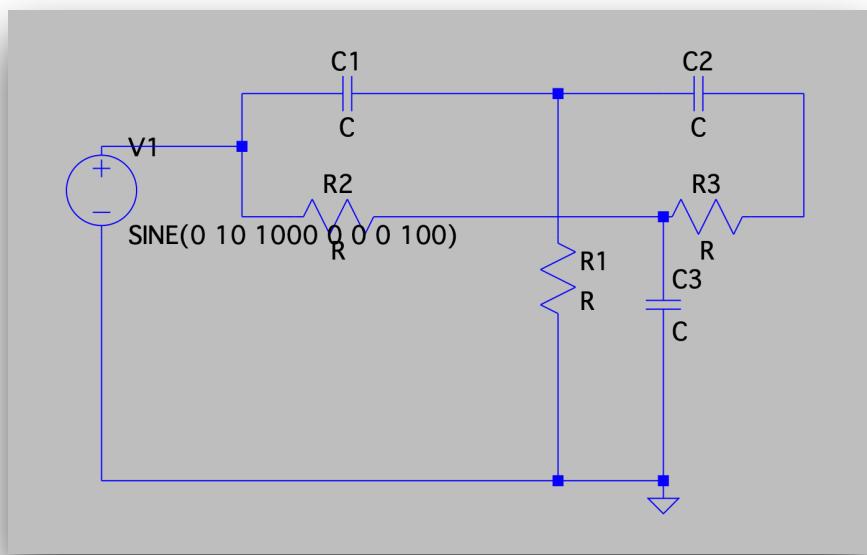


Рис. 15. Схема загороджувального фільтра

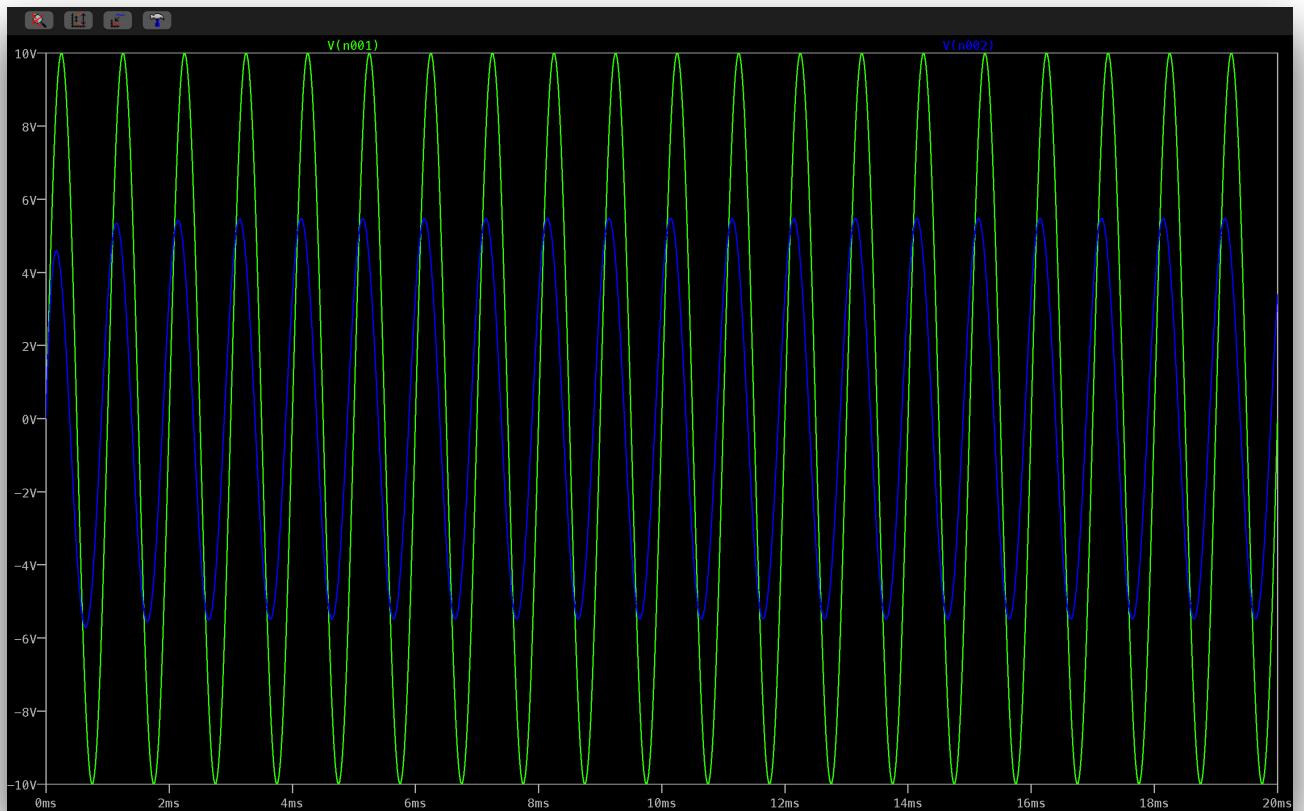


Рис. 16. Покази осцилографа

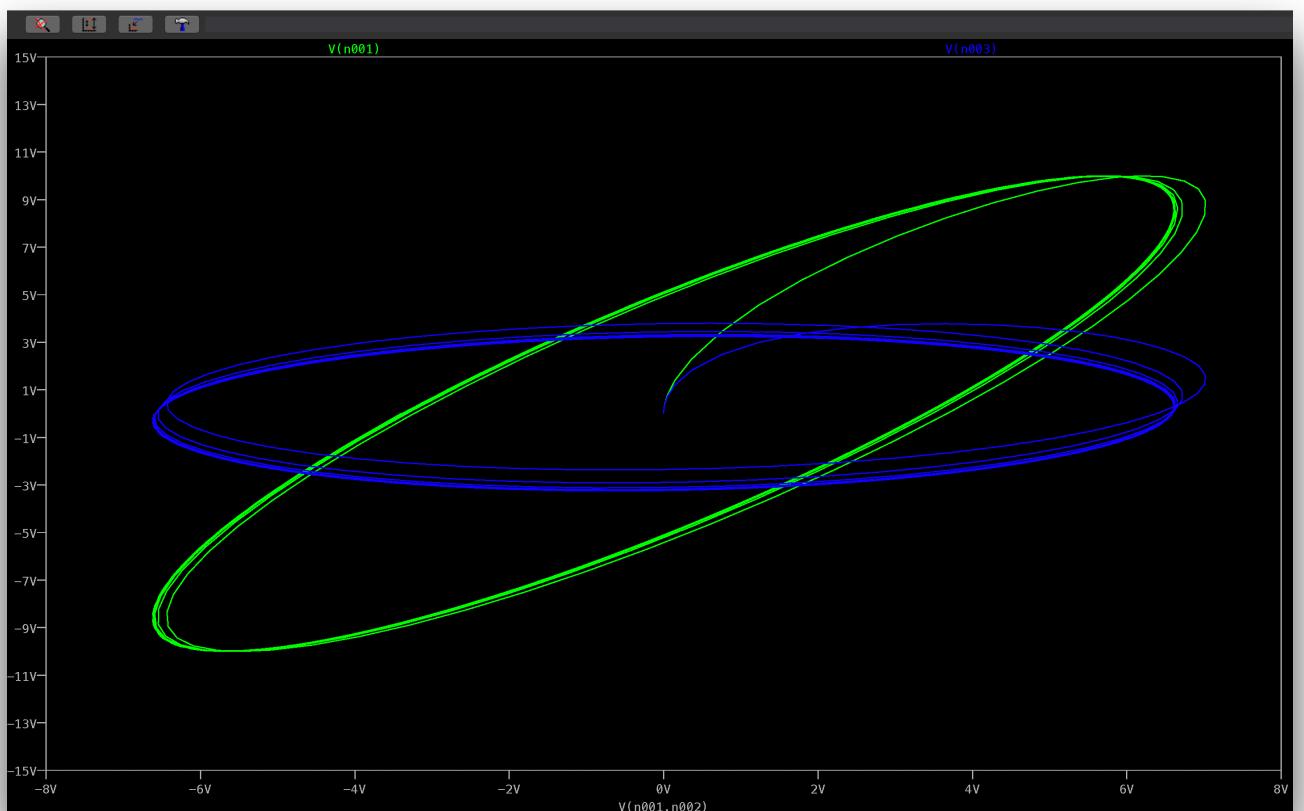


Рис. 17. Фігури Лісажу

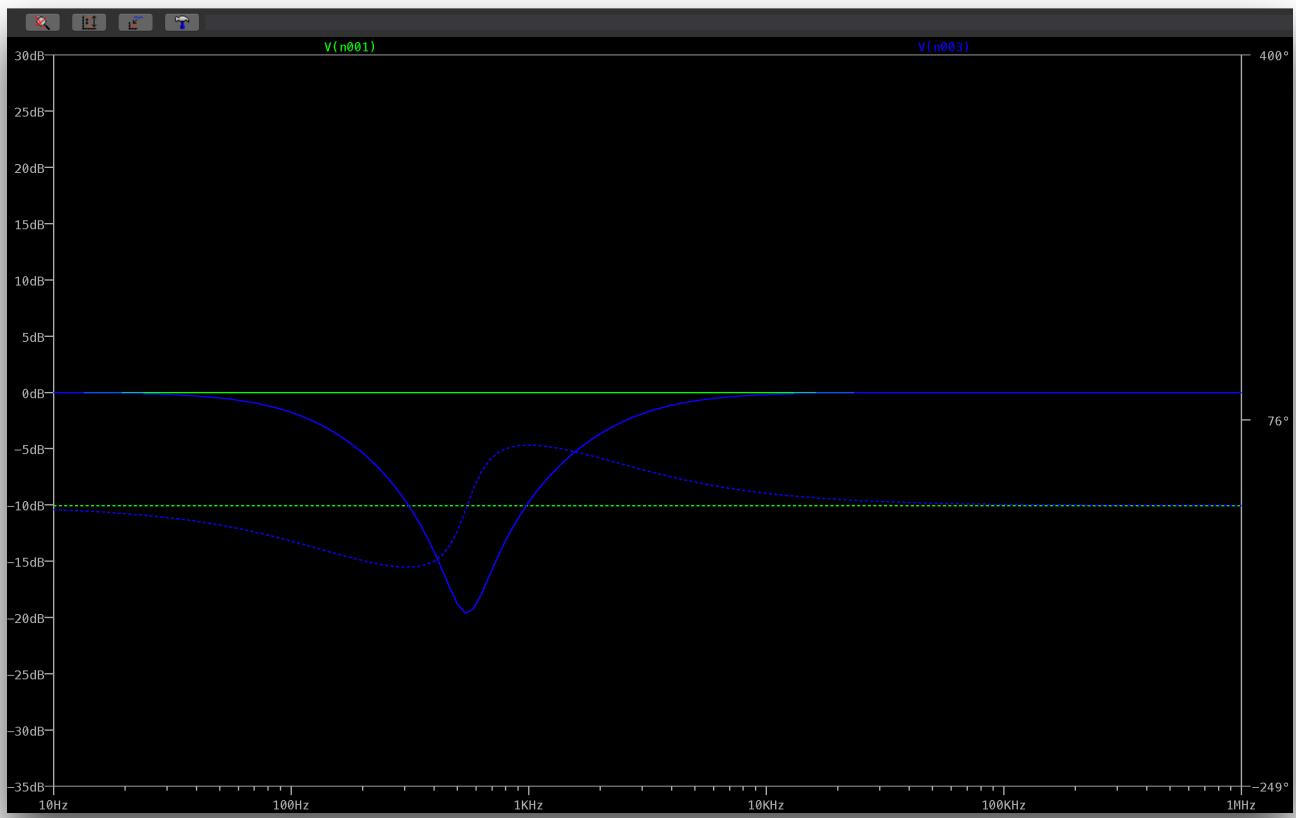


Рис. 18. АЧХ та ФЧХ загороджувального фільтру

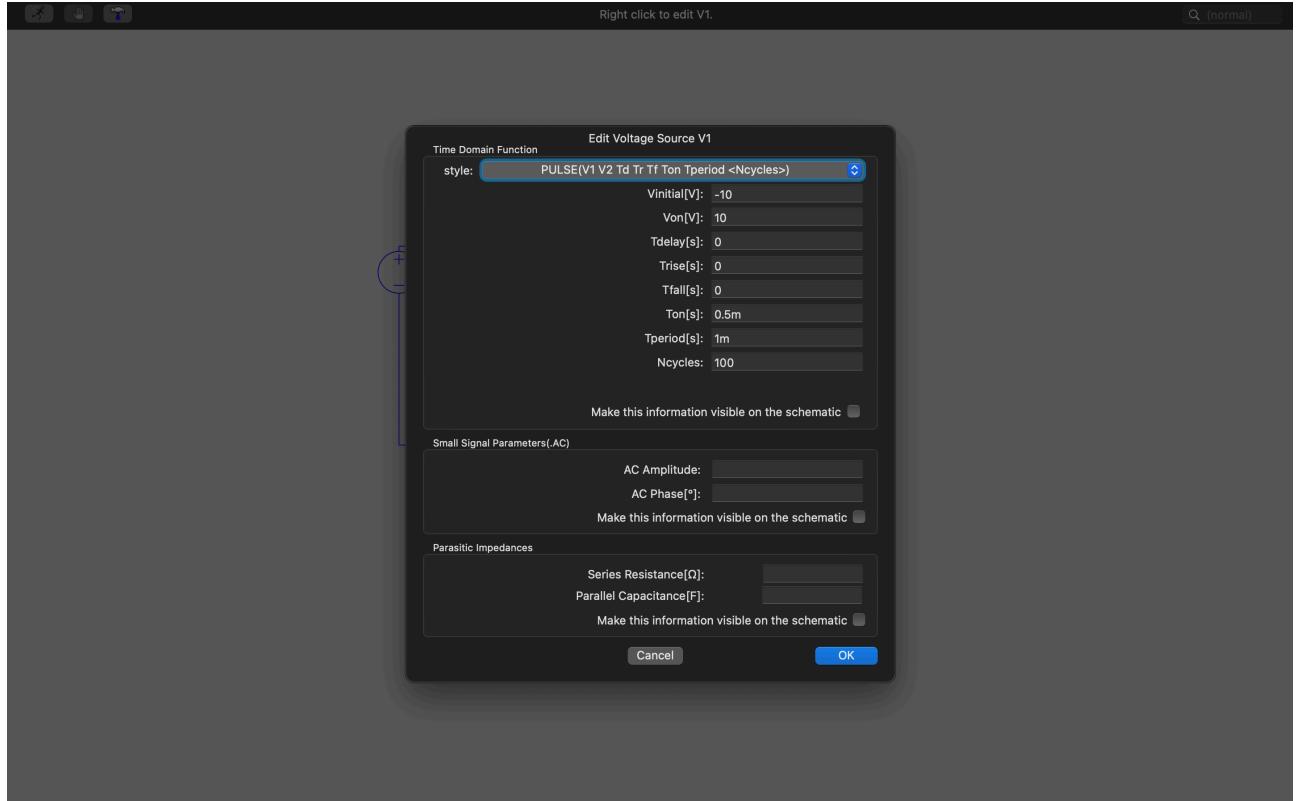


Рис. 19. Параметри джерела напруги

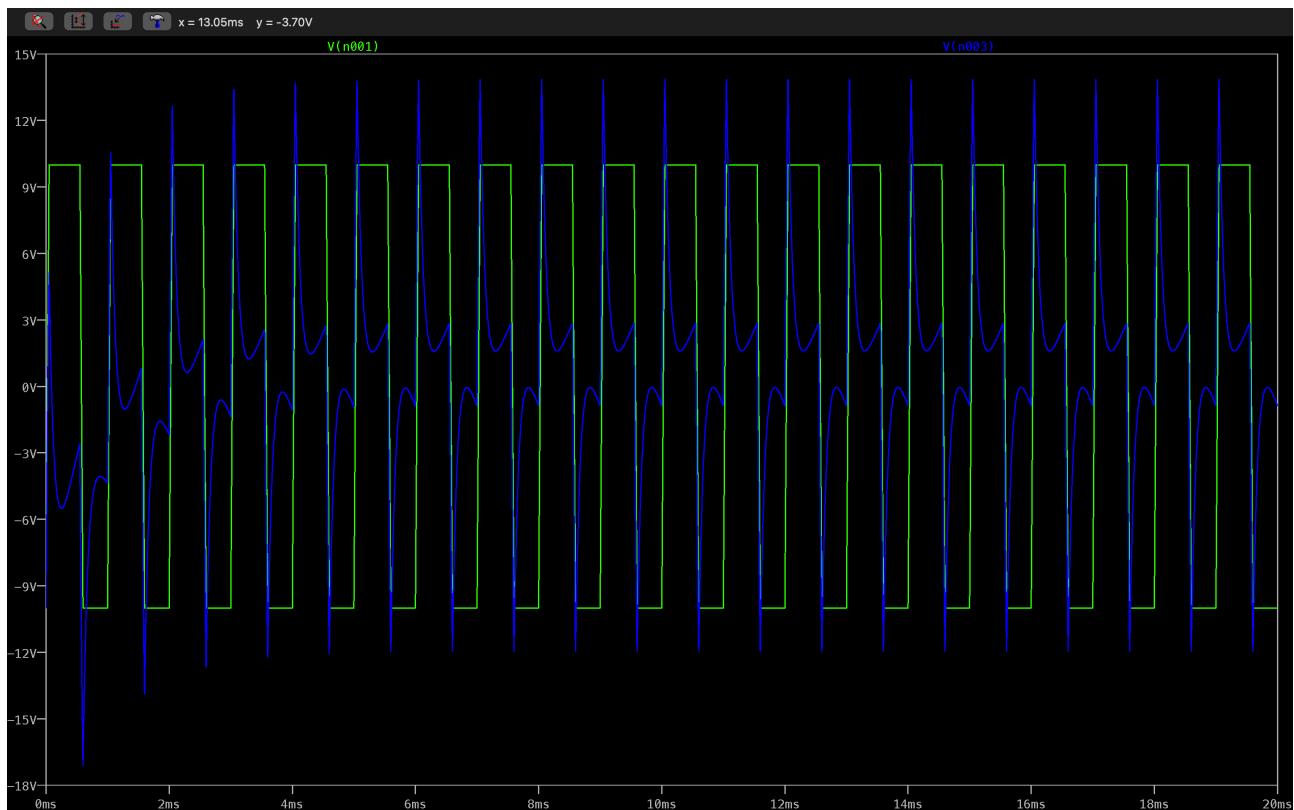


Рис. 23. Покази осцилографа загороджувального фільтру з вхідним сигналом у вигляді прямокутних імпульсів

## Висновок

У ході даної лабораторної роботи нам вдалось дослідити зміну параметрів сигналів при їх проходженні через пасивні лінійні чотириполюсники. При дослідження використовувалось два типи вхідних сигналів: гармонічні (синусоїdalльні) та прямокутні імпульси.

### **Частина 3. Контрольні запитання.**

1. Що таке чотириполюсник? У чому полягає відмінність лінійного чотириполюсника від нелінійного? Активного від пасивного?

**Чотириполюсник** — це електричне коло (ділянка електричного кола) з чотирма полюсами, зажимами, клемами або іншими засобами приєднання до нього інших електричних кіл чи ділянок електричних кіл.

**Лінійний чотириполюсник** — це такий, для якого залежність між струмами, що течуть крізь нього, та напругами на його зажимах є лінійною.

**Нелінійний чотириполюсник** — це такий, для якого згадані залежності між струмами та напругами при деяких їх величинах перестають бути лінійними, а на виході можуть з'являтися гармоніки частот вхідних сигналів.

**Активний чотириполюсник** дозволяє збільшувати потужність вихідного сигналу порівняно з потужністю вхідного сигналу за рахунок внутрішніх або зовнішніх джерел енергії.

**Пасивний чотириполюсник** — це такий чотириполюсник, який не здатний збільшувати потужність вхідного сигналу за рахунок додавання енергії від якогось іншого джерела енергії.

2. Назвіть види стандартних сигналів, суперпозицією яких можна представити будь-який періодичний сигнал.

З математичного аналізу відомо, що будь-який періодичний сигнал можна представити у вигляді тригонометричного ряду Фур'є:

де

$$S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)^2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$T$  — період періодичного сигналу, що розкладається.

$$a_n = \frac{2}{T} \int S(t) \cos n\omega t \cdot dt, b_n = \frac{2}{T} \int S(t) \sin n\omega t \cdot dt$$

3. Поясніть відмінність між частотною, імпульсною та перехідною характеристиками чотириполюсника. Як вони пов'язані між собою?

З теоретичної та інформативної точок зору всі три способи опису властивостей чотириполюсника рівноправні і, маючи одну з характеристик, можна однозначно перейти до іншої.

~

$-\infty$

Імпульсна характеристика  $g(t)$  є першою похідною від перехідної  $h(t)$ , а

Частотна характеристика  $K(\omega)$  є Фур'є-образом імпульсної характеристики  $g(t)$  і навпаки:

$$1 \int_{-\infty}^t i\omega t \cdot g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} -i\omega t \cdot g(t) = \frac{1}{2\pi} K(\omega) e^{-j\omega t}, K(\omega) = g(t) e^{-j\omega t}$$

перехідна — інтегралом імпульсної.

$$\int_0^t h(t') dt' = g(t), h(t) = 0 \text{ при } t < 0$$

0

Застосування тієї чи іншої характеристики зумовлено лише зручністю їх експериментального одержання та використання.

4. Що називається спектром сигналу? Для яких сигналів спектр буде дискретним, а для яких неперервним?

**Спектр сигналу** — це сукупність значень амплітуд усіх гармонічних складових  $|U_{n0}|$  для усіх циклічних частот  $n \omega$  або сукупність значень амплітуд усіх гармонічних складових  $|U_{0\omega}|$  для усіх циклічних частот  $\omega$ .

Якщо множина частот гармонічних коливань, на які розкладено сигнал, дискретна, то і спектр дискретний; якщо множина частот неперервна, то і спектр неперервний, тобто:

- Дискретний при  $\infty$

$$S(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t + \Phi_n) \bullet \text{Неперервний при}$$

$$S(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cos(\omega t + \Phi(\omega)) d\omega$$

5. Які пасивні чотириполюсники називаються фільтрами електричних сигналів? Що таке АЧХ і ФЧХ фільтрів?

В схемотехніці пасивні **лінійні** чотириполюсники, призначені для виділення певних спектральних складових електричних сигналів, називають

**фільтрами електричних сигналів.** а

**Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ)** — залежність відношення модулів амплітуд вихідного і входного гармонічних сигналів від їх частоти, яка є не чим іншим як залежністю модуля коефіцієнта передачі від

частоти  $\omega$ .  $\phi$

**Фазо-частотна характеристика (ФЧХ)**  $\Phi(\omega)$  — залежність аргумента комплексного коефіцієнта передачі від частоти, тобто різниці фаз між вихідним і входним гармонічними сигналами на частоті  $\omega$ .

6. Виведіть формули для АЧХ і ФЧХ фільтрів нижніх частот, верхніх частот та смугового фільтра.

### I. ФНЧ.

#### a) АЧХ.

Співвідношення напруг на виході та вході:

$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{X_C}{X_C + R}$$

Підставимо  $X_C = \frac{1}{i\omega C}$ . Маємо:

$$\begin{aligned} \frac{U_{out}}{U_{in}} &= \frac{X_C}{X_C + R} = \frac{1}{i\omega C \cdot \left( \frac{1}{i\omega C} + R \right)} \\ |K(\omega)| &= \left| \frac{U_{out}}{U_{in}} \right| = \sqrt{\Re \left( \frac{1}{1 + i\omega RC} \right)^2 + \Im \left( \frac{1}{1 + i\omega RC} \right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{(1 + (\omega RC)^2)^2} + \frac{(-\omega RC)^2}{(1 + (\omega RC)^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \end{aligned}$$

#### б) ФЧХ.

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \left( \frac{\Im \left( \frac{1}{1 + i\omega RC} \right)}{\Re \left( \frac{1}{1 + i\omega RC} \right)} \right) = \operatorname{arctg} \left( \frac{-\omega RC \cdot (1 + (\omega RC)^2)}{(1 + (\omega RC)^2 \cdot 1)} \right) = \operatorname{arctg}(-\omega RC)$$

### II. ФВЧ.

Аналогічно до ФНЧ:

#### a) АЧХ.

Співвідношення напруг на виході та вході:

$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC}$$

$$|K(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 + (\omega RC)^2)^2}}$$

#### б) ФЧХ.

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{\omega RC} \right)$$

### III. Смуговий фільтр.

Аналогічно до ФНЧ та ФВЧ:

а) АЧХ.

Співвідношення напруг на виході та вході:

$$|K(\omega)| = \left| \frac{U_{out}}{U_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{9 + \left( \frac{1 - (\omega RC)^2}{3\omega RC} \right)^2}}$$

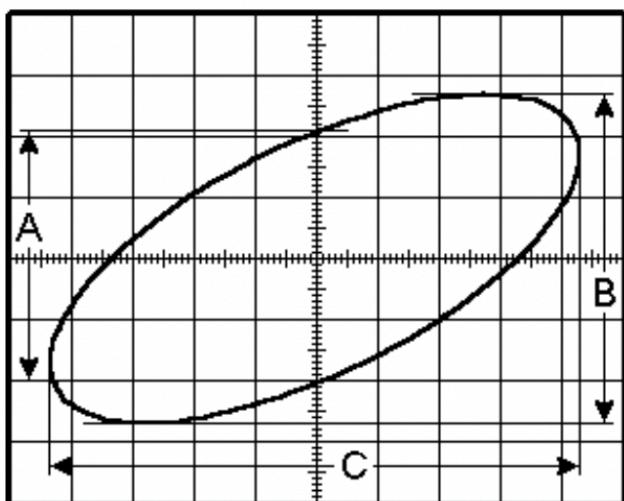
б) ФЧХ.

$$\varphi(\omega) = \arctg \left( \frac{1 - (\omega RC)^2}{3\omega RC} \right)$$

7. Яким чином при одночасному спостереженні на екрані двоканального осцилографа вхідного і вихідного сигналів деякого фільтра можна визначити його тип (фільтр НЧ чи ВЧ)?

Як видно із рис. 3 та 8, для фільтра високих частот маємо більшу частоту показів. Крім того, амплітуди  $U_{in}$  та  $U_{out}$  для ФНЧ однакові, проте для ФВЧ амплітуда на виході дещо нижча. До того ж на виході ФНЧ синусоїда напруги зміщена вправо, ФВЧ — вліво. За цими трьома факторами можна визначити тип фільтра.

8. Яким чином за допомогою методу фігур Лісажу можна вимірюти АЧХ і ФЧХ фільтрів?



$$K = \frac{B}{C}$$

$$\Phi = \arcsin \left( \frac{A}{B} \right)$$

9. Поясніть форму вихідних сигналів нижніх і верхніх частот при подачі на їх вхід сигналів у вигляді послідовності прямокутних імпульсів. Якщо на такий же одноланковий фільтр подати

сходинкоподібну напругу, то напруга на виході, яка дорівнює різниці потенціалів  $U_C$  між обкладинками

конденсатора  $C$ , буде змінюватися відповідно до рівняння, що пов'язує швидкість зміни напруги на конденсаторі з величиною зарядного струму  $I$ .

$$C_{in} RC U = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Рівняння описує перехідну характеристику фільтра нижніх частот. Добуток  $\tau_{RC} = RC$  називають сталою часу цього електричного кола.

Якщо через час  $t \ll \tau_{RC}$  вимкнути вхідну напругу, тобто  $U_{in} = 0$ , то вихідна напруга буде змінюватись за законом:

$$C_{in} RC U = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Спробуємо якісно розглянути фізичні явища, що відбуваються в колі. Коли ключ під'єднує схему до джерела напруги  $U_{in}$ , конденсатор  $C$  заряджається через опір  $R$ . Коли ключ розімкнено ( $U_{in} = 0$ ), конденсатор розряджається – напруга на ньому експоненційно спадає з часом. За час, що дорівнює  $\tau_{RC}$ , напруга на конденсаторі зменшується в  $e$ . Очевидно, що для заданого  $\tau$  форма вихідної напруги буде залежати від швидкості перемикань ключа.

При  $t \ll \tau_{RC}$  вихідна напруга буде пропорційна інтегралу від вхідної. Тому розглянуте коло іноді називають інтегрувальною ланкою. Справді, якщо розглянути початкову ділянку зміни вихідної напруги, тобто в околі  $t = 0$ , то виявимо функцію, дуже близьку до лінійної. Наведена умова інтегрування також означає, що швидкість зміни вхідного сигналу набагато більша за швидкість заряджання конденсатора. З АЧХ видно, що область частот вхідного сигналу повинна бути більшою за частоту зрізу, тобто розташуватися в області похилої ділянки діаграми Боде.

10. Чому фільтр нижніх частот називають інтегруальною ланкою, а фільтр верхніх частот – диференціальною?

Фільтр верхніх частот відрізняється лише тим, що вихідна напруга знімається не з конденсатора, а з резистора. Так що значення цієї напруги буде прямо пропорційне струмові заряду конденсатора. При миттевому стрибку постійної напруги на вході ( $t = 0$ ) вихідна напруга стане рівною вхідній, оскільки реактивний опір конденсатора для таких високочастотних гармонік близький до нуля (або, іншими словами, заряд конденсатора в початковий момент часу рівний нулю: його заряджання відбувається за експоненційним законом зі сталою часу  $\tau$ ). Таким чином, вихідна напруга пропорційна швидкості зміни вхідного сигналу. Таке коло одержало назву диференціальної ланки. Розглянута умова, за якої швидкість зміни вхідного сигналу суттєво менша за швидкість заряджання конденсатора, також відповідає похилій ділянці амплітудно-частотної характеристики, але протилежного знаку.

Джерела:

1. Методичні вказівки до практикуму «Основи радіоелектроніки» для студентів фізичного факультету / Упоряд. О.В.Слободянюк,
2. Ю.О.Мягченко, В.М.Кравченко.- К.: Поліграфічний центр «Принт лайн», 2007.- 120 с.
3. Ю.О. Мягченко, Ю.М. Дулич, А.В.Хачатрян “Вивчення радіоелектронних схем методом комп’ютерного моделювання” : Методичне видання. – К.: 2006.- с.