

Міністерство освіти і науки України  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**ЗВІТ**  
**ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №2**  
**ПРОХОДЖЕННЯ СИГНАЛІВ ЧЕРЕЗ ПАСИВНІ ЛІНІЙНІ**  
**ЧОТИРИПОЛЮСНИКИ**

Київ 2021

УДК 001.006 (004.21)

ББК 73Ц

I-72

Укладачі: О.А. Хомишин

I-72            Звіт до лабораторної роботи №2. Проходження сигналів через пасивні лінійні чотириполюсники./ укл. О.А. Хомишин. – К. : КНУ ім. Т. Шевченка, 2021. – 20 с. (Укр. мов.)

Наведено загальний звіт виконання роботи з моделювання електронних схем у програмі Multisim™

УДК 001.006 (004.21)

ББК 73Ц

© Київський Національний Університет імені Тараса Шевченка, 2021

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	5
1.1. Основні означення .....	5
1.2. Корисні співвідношення .....	5
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА .....	6
2.1. Фільтр низьких частот .....	6
2.2. Фільтр високих частот.....	8
2.3. Смуговий фільтр .....	11
2.4. Загороджувальний фільтр .....	13
ВИСНОВКИ.....	15
ВІДПОВІДІ НА КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ .....	16
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	20

## ВСТУП

Звіт по проходженню сигналів через пасивні лінійні чотириполіусники: 20 с., 19 рис..

Мета роботи: дослідити зміну параметрів гармонічних сигналів та прямокутних імпульсів при їх проходженні через пасивні лінійні чотириполіусники, опанувати методи вимірювання амплітудно-частотних та фазо-частотних характеристик пасивних RC-фільтрів та їх перехідних характеристик.

Метод вимірювання: в роботі використовуються: 1) метод співставлення, тобто одночасного спостереження вхідного та вихідного сигналів на екрані двоканального осцилографа із наступним вимірюванням і порівнянням їх параметрів та 2) метод фігур Лісажу, який полягає у спостереженні на екрані двоканального осцилографа замкнених кривих, які є результатом накладання двох коливань, що відбуваються у двох взаємно перпендикулярних напрямках (вхідний і вихідний сигнали подаються на пластини горизонтального та вертикального відхилення осцилографа відповідно).

Об'єктом дослідження є пасивні RC фільтри: ФНЧ, ФВЧ, смуговий та загороджувальний.

Предмет дослідження: теоретичні основи, принципи роботи, фізичний зміст і застосування пасивних RC-фільтрів.

RC-ФІЛЬТРИ, ЧОТИРИПОЛІУСНИКИ, МОДЕЛЮВАННЯ СХЕМ, МЕТОД СПІВСТАВЛЕННЯ, МЕТОД ФІГУР ЛІСАЖУ, MULTISIM.

# РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

## 1.1. Основні означення.

**Чотириполіусник** – це електричне коло (ділянка електричного кола) з чотирма полюсами, зажимами, клемми або іншими засобами приєднання до нього інших електричних кіл чи ділянок електричних кіл. Вхідні зажими призначені для приєднання до джерела струму, вихідні – для навантаження. Чотириполіусники бувають *активні* (дозволяють збільшувати потужність вихідного сигналу порівняно з потужністю вхідного за рахунок внутрішніх або зовнішніх джерел енергії) та *пасивні* (не здатні збільшувати потужність вхідного сигналу). Окрім того розрізняють *лінійні* та *нелінійні* чотириполіусники. Лінійний чотириполіусник складається з лінійних елементів; залежність між струмами, що течуть через нього, та напругами на його зажимах є лінійною.

В схемотехніці пасивні лінійні чотириполіусники, призначені для виділення певних спектральних складових електричних сигналів, називають пасивними фільтрами електричних сигналів. Вони містять реактивні елементи (індуктивності, ємності), спад напруги на яких або струм через які залежить від частоти, завдяки чому здатні перетворювати спектр сигналу, поданого на вхід, шляхом послаблення певних спектральних складових вхідного сигналу.

Центральним питанням при вивченні, розробці та застосуванні чотириполіусників є зв'язок між електричним сигналом (напругою, струмом) на виході чотириполіусника та електричним сигналом на його вході. Коли обирають лінійні чотириполіусники, то виходять зазвичай з однієї із двох потреб:

- неспотвореної передачі форми сигналу;
- цілеспрямованого перетворення форми сигналу.

## 1.2. Корисні співвідношення.

$$\begin{aligned} K &= \frac{I}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}, \quad \Phi = -\arctg(\omega RC); & K &= \frac{I}{\sqrt{\left[\left(\frac{1}{\omega RC}\right) - \omega RC\right]^2 + 9}}, \quad \Phi = \arctg\left(\frac{1-(\omega RC)^2}{3\omega RC}\right); \\ K &= \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}, \quad \Phi = \arctg\left(\frac{I}{\omega RC}\right); & K &= \frac{|1-(\omega RC)^2|}{\sqrt{1+14(\omega RC)^2+(\omega RC)^4}}, \quad \Phi = \arctg\left(\frac{4\omega RC}{(\omega RC)^2-1}\right). \end{aligned}$$

## РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

### 2.1. Фільтр низьких частот.

Для моделювання фільтра низьких частот (ФНЧ) було використано джерело змінної (синусоїдальної) напруги з частотою 100 Гц та амплітудою 10 В, резистор опором 22 кОм та конденсатор ємністю 15 нФ (див. рис. 1).

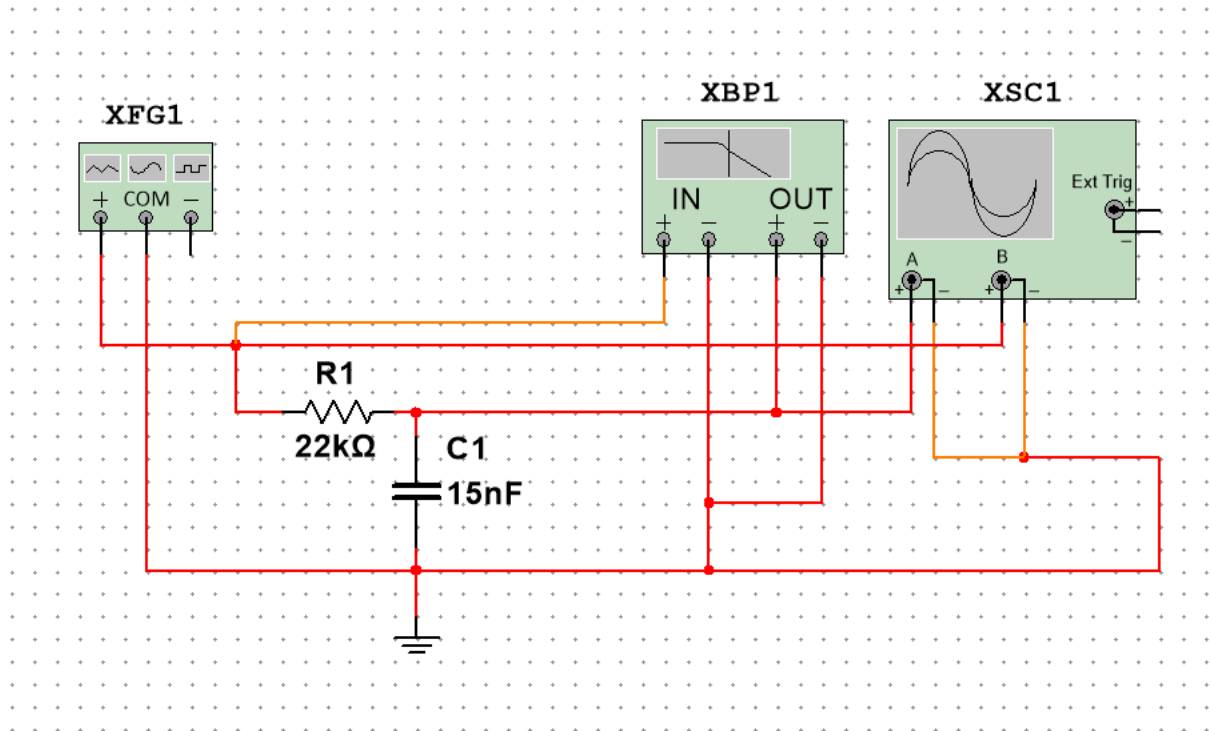


Рис. 1. Схема ФНЧ з під'єднаними осцилографом та Bode-plotter.

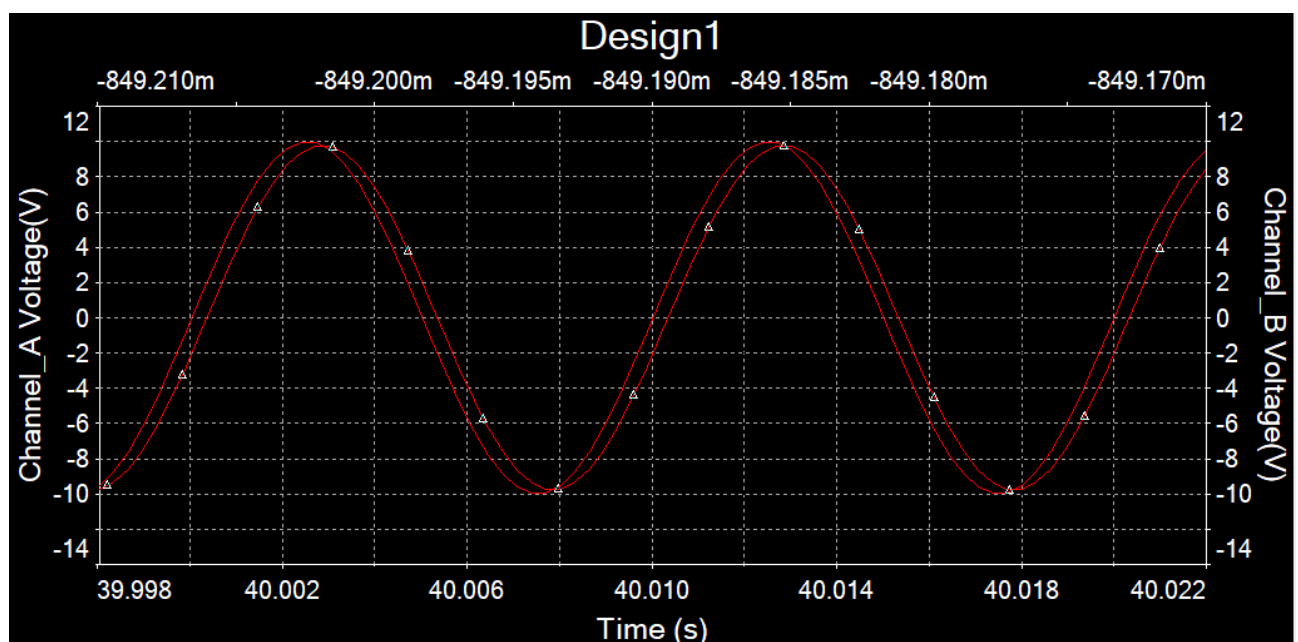


Рисунок 2. Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів ФНЧ на екрані осцилографа.

На рисунку 2 зображено графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів на екрані осцилографа. Сигнал на виході має дещо меншу амплітуду та додатній зсув фаз у порівнянні із сигналом на вході. Це співпадає із обчисленнями. Такі ж висновки можна зробити і по відповідній фігурі Лісажу на рисунку 3.

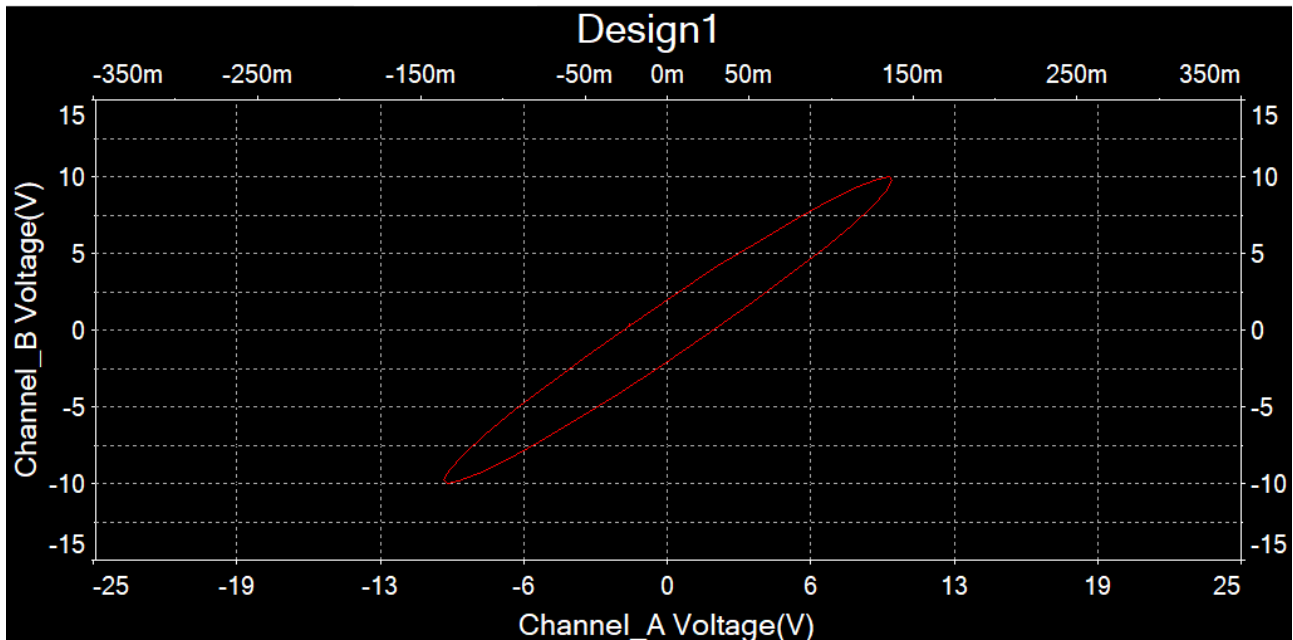


Рисунок 3. Фігура Лісажу для ФНЧ.

На рисунку 4 бачимо АЧХ та ФЧХ фільтра низьких частот, отримані за допомогою Vode-plotter. Графік наближено співпадає з графіком ідеального інтегратора, що й очікувалося. На рисунку 5 зображені вхідні та вихідні хвилі ФНЧ, якщо вхідна хвиля є прямокутною з аналогічними до попередньої частотою та амплітудою. Знову ж таки, отримані результати відповідають очікуванню.

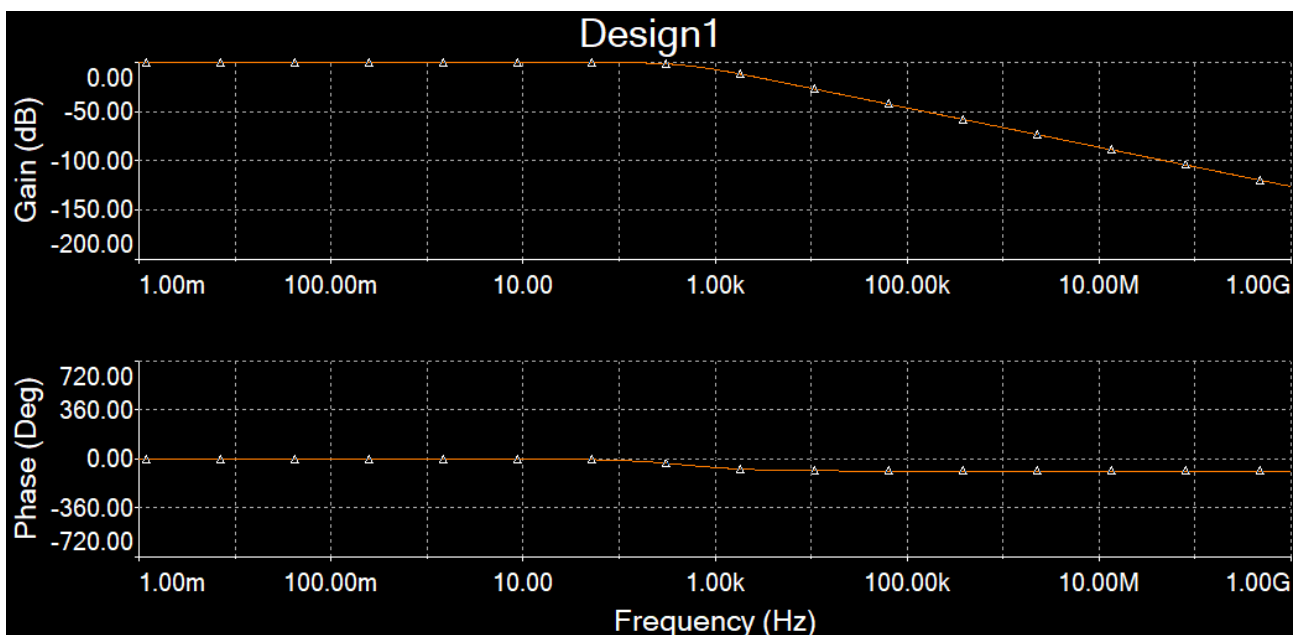


Рисунок 4. АЧХ та ФЧХ ФНЧ.

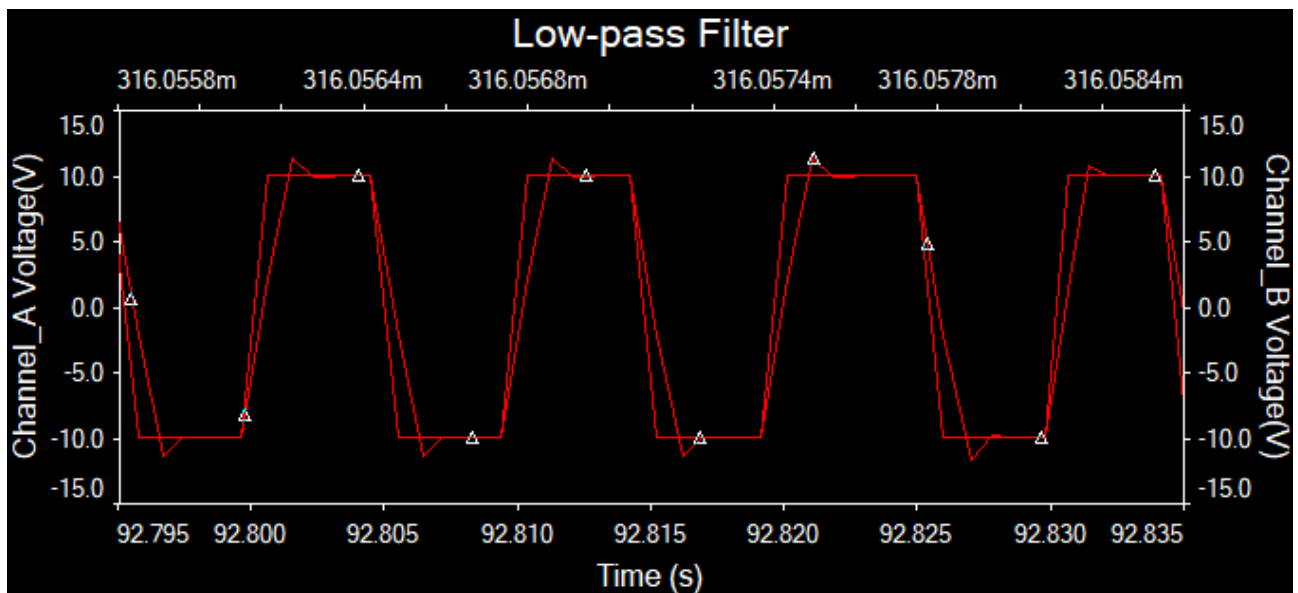


Рисунок 5. Графіки вхідного та вихідного сигналів ФНЧ на екрані осцилографа, якщо вхідний сигнал є прямокутним.

## 2.2. Фільтр високих частот.

Для моделювання фільтра високих частот (ФВЧ) було використано джерело змінної напруги на частоті 100 Гц та з амплітудою 20 В, резистор опором 22 кОм та конденсатор ємністю 15 нФ (див. рис. 6). Ця схема буде використана також для моделювання смугового фільтра.

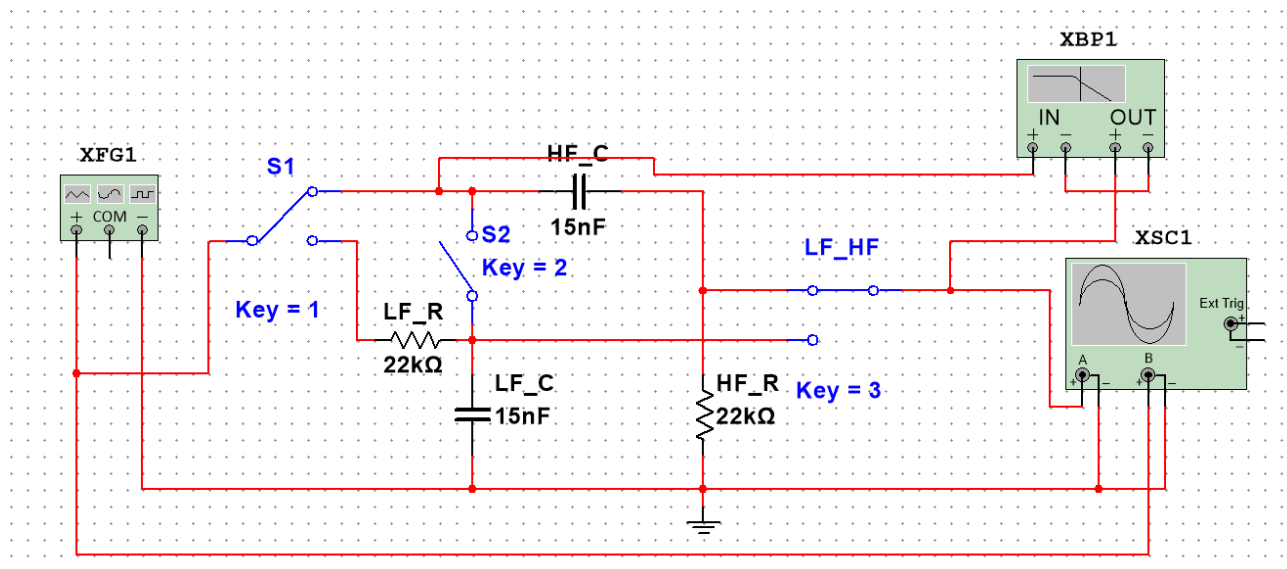


Рисунок 6. Схема ФВЧ та смугового фільтра з під'єднаними осцилографом та Bode-plotter.



На рисунку 7 можна побачити графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів на екрані осцилографа. Сигнал на виході має трохи меншу амплітуду та від’ємний зсув фаз у порівнянні із сигналом на вході. Це співпадає з обчисленнями. Такі ж висновки можна зробити і по відповідній фігурі Лісажу, що на рисунку 8.

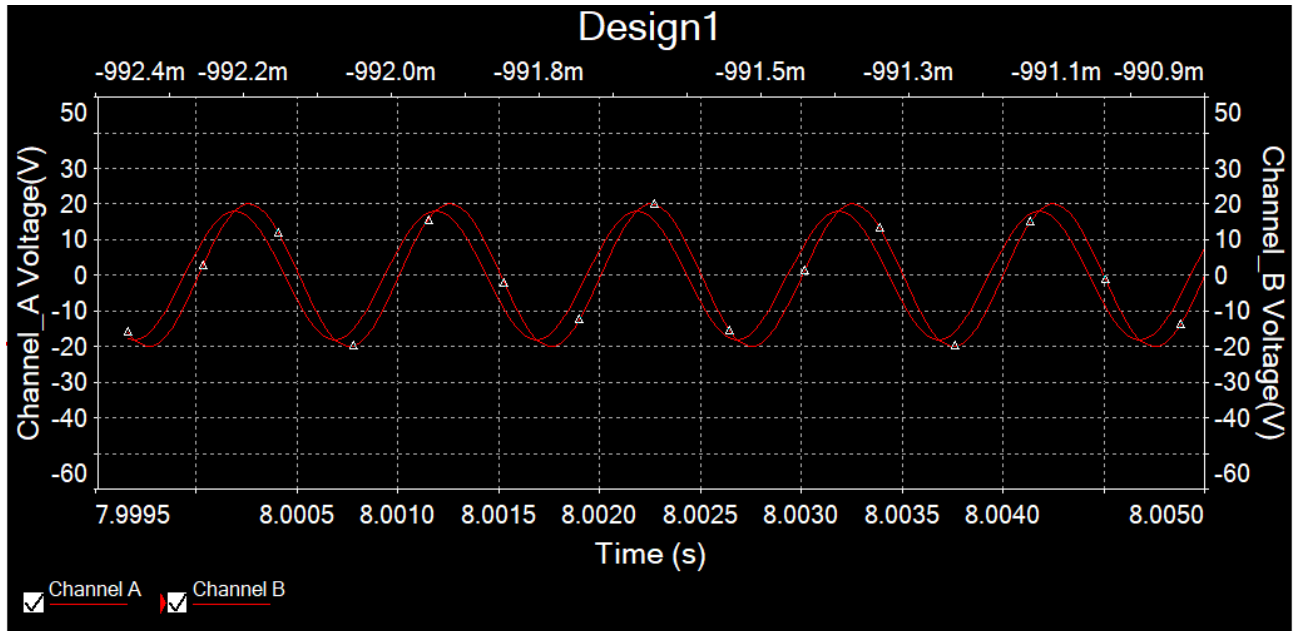


Рисунок 7. Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів ФВЧ на екрані осцилографа.

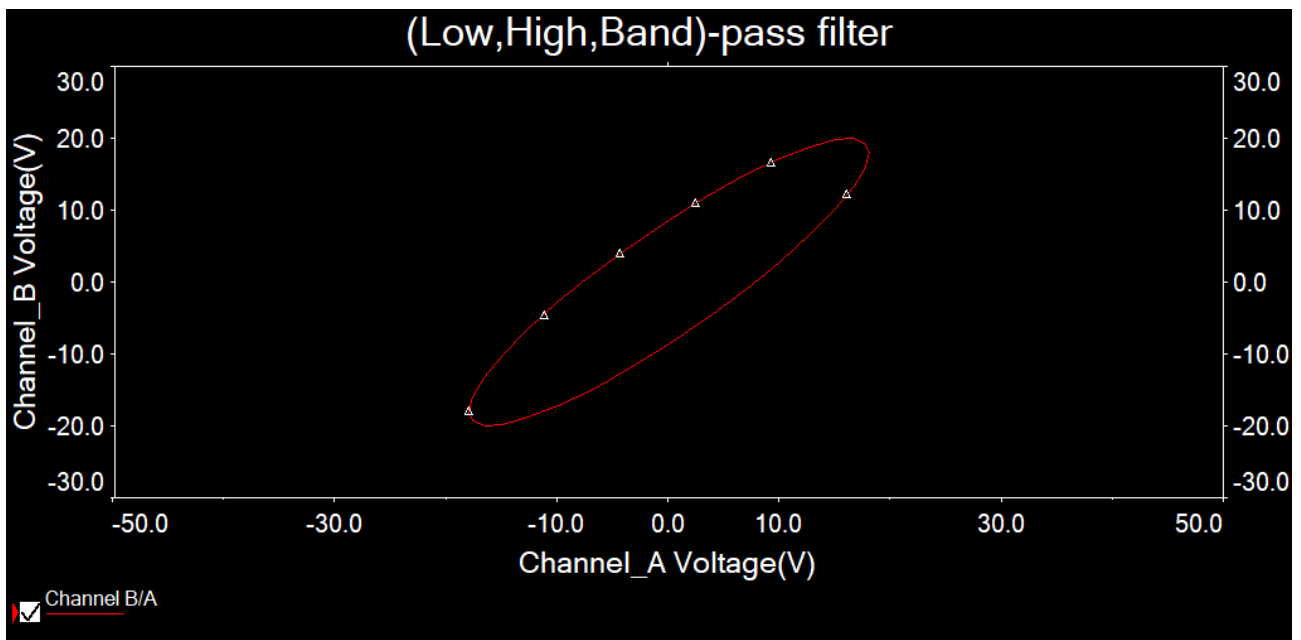


Рисунок 8. Фігура Лісажу для ФВЧ.

На рисунку 9 зображені АЧХ та ФЧХ ФВЧ, отримані за допомогою Bode-plotter. Графік наближено співпадає з графіком ідеального диференціатора, що й очікувалося. На рисунку 10 бачимо вхідні та вихідні хвилі ФВЧ, якщо вхідна хвиля є прямокутною з аналогічними до попередньої частотою та амплітудою. Знов ж таки, отримані результати відповідають очікуванню.

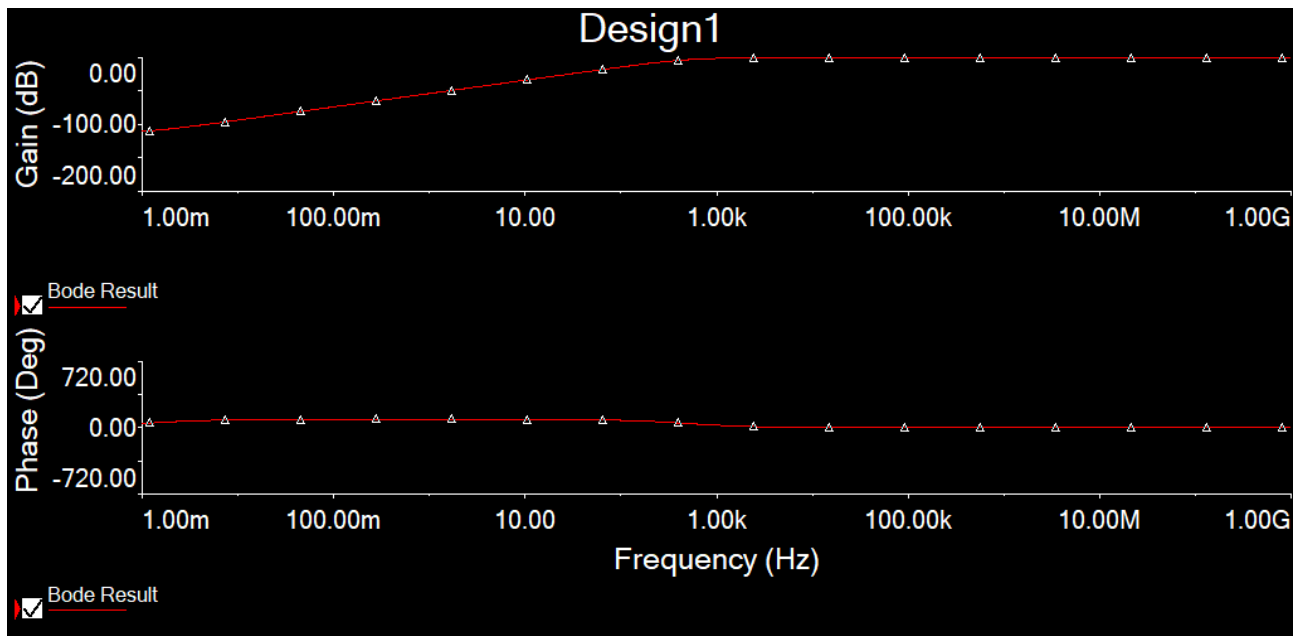


Рисунок 9. АЧХ та ФЧХ ФВЧ.

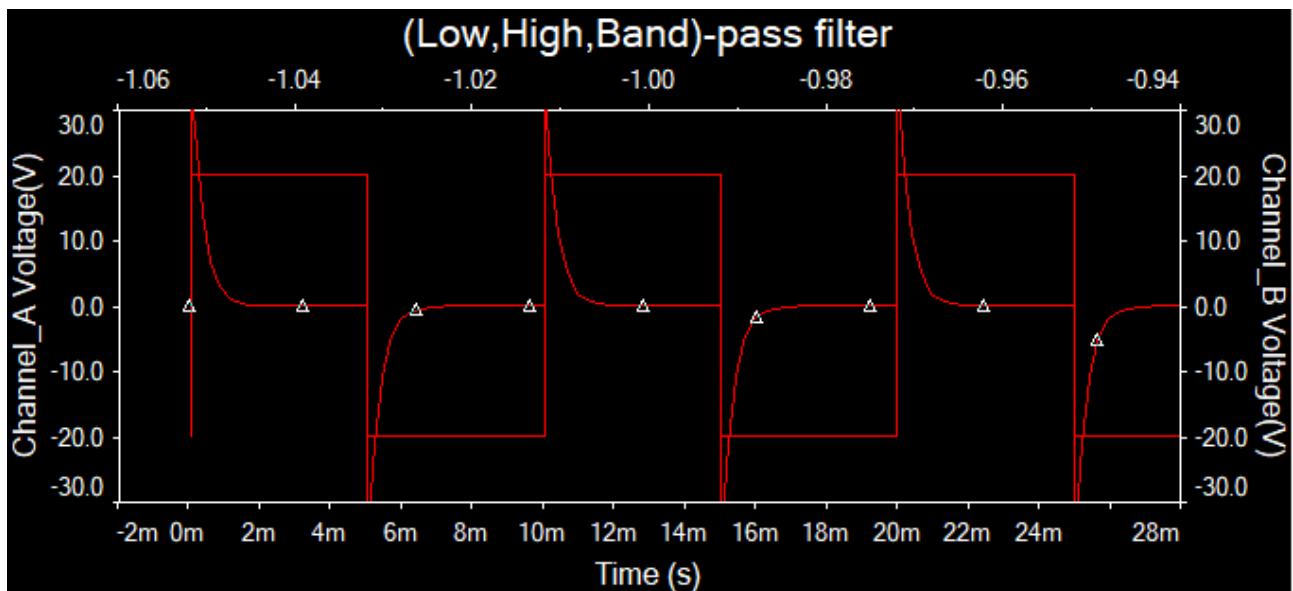


Рисунок 10. Графіки вхідного та вихідного сигналів ФВЧ на екрані осцилографа, якщо вхідний сигнал є прямокутним.

### 2.3. Смуговий фільтр.

Для моделювання смугового фільтра було використано схему, наведену на рисунку 6.

Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів на екрані осцилографа для смугового фільтра наведені на рисунку 11. Сигнал на виході має трохи меншу амплітуду та додатній зсув фаз у порівнянні із сигналом на вході. Це співпадає із обчисленнями. Такі ж висновки можна зробити і по відповідній фігурі Лісажу, що на рисунку 12.

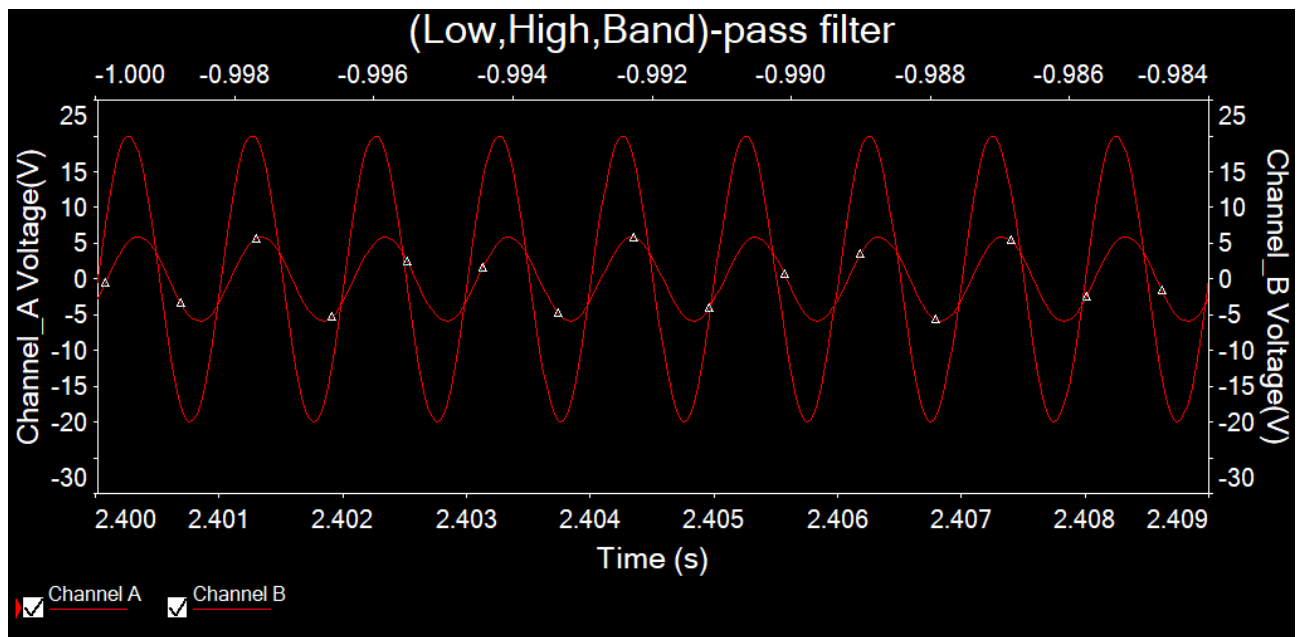


Рисунок 11. Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів смугового фільтра на екрані осцилографа.

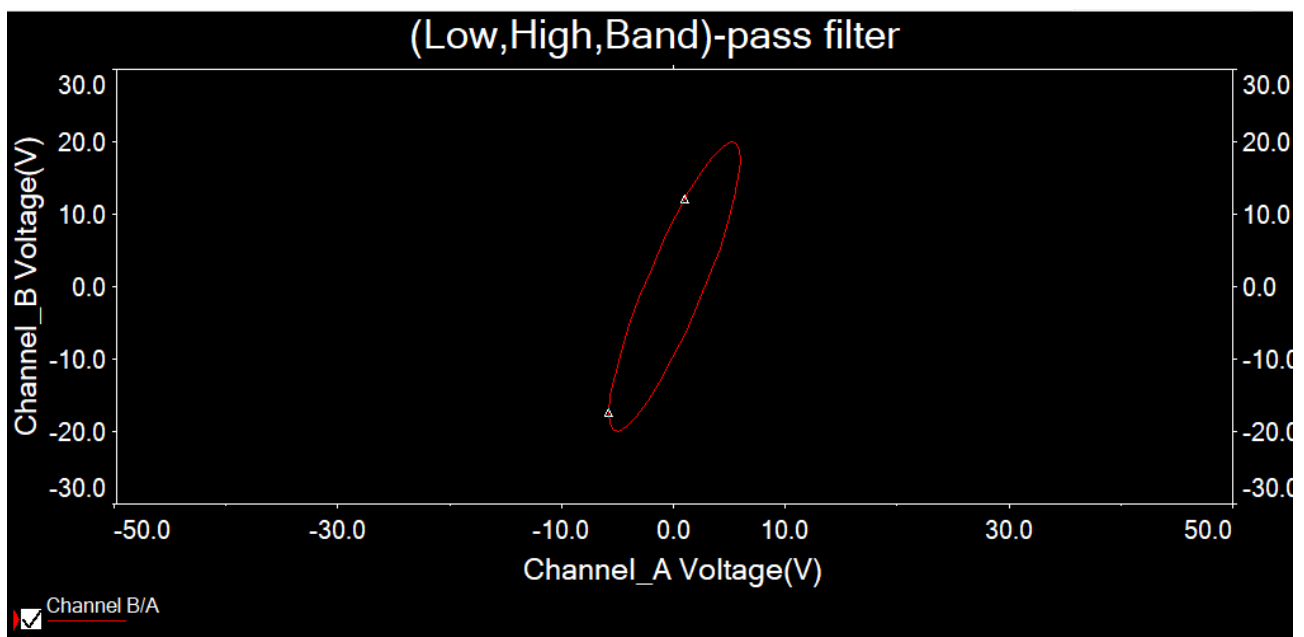


Рисунок 12. Фігура Лісажу для смугового фільтра.

На рисунку 13 зображені АЧХ та ФЧХ смугового фільтра, отримані за допомогою Bode-plotter. Графік відповідає очікуванням. На рисунку 14 бачимо вхідні та вихідні хвилі смугового фільтра, якщо вхідна хвиля є прямокутною з аналогічними до попередньої частотою та амплітудою. Знову ж таки, отримані результати відповідають очікуваням.

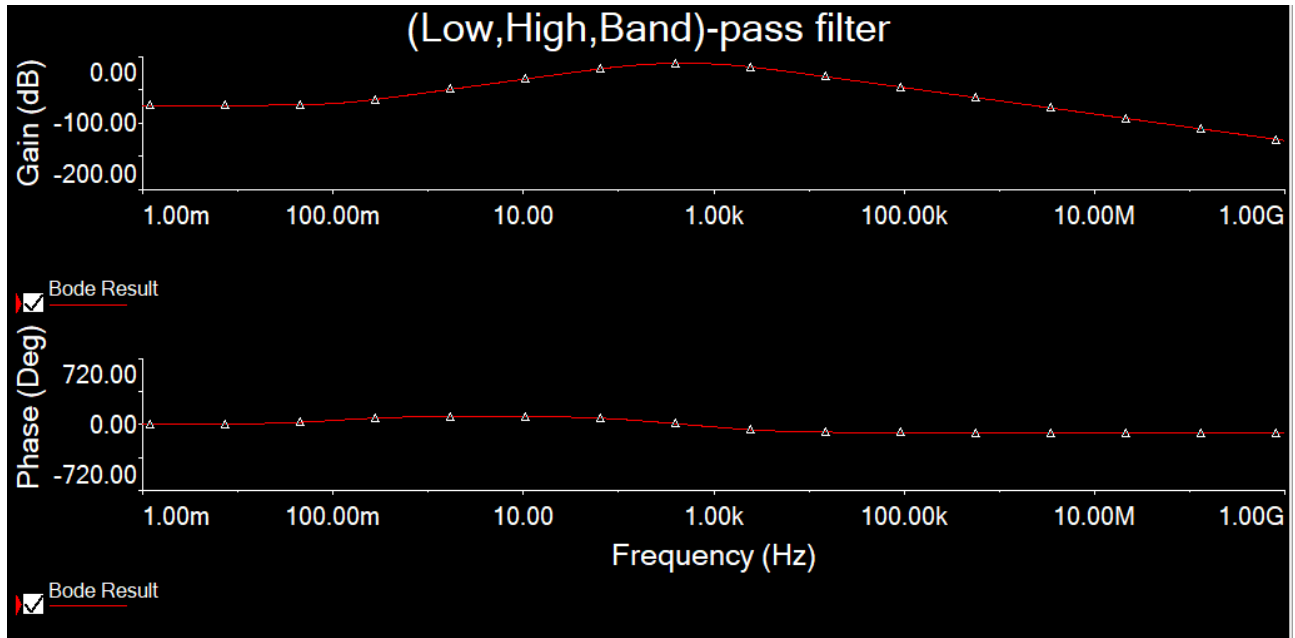


Рисунок 13. АЧХ та ФЧХ смугового фільтра.

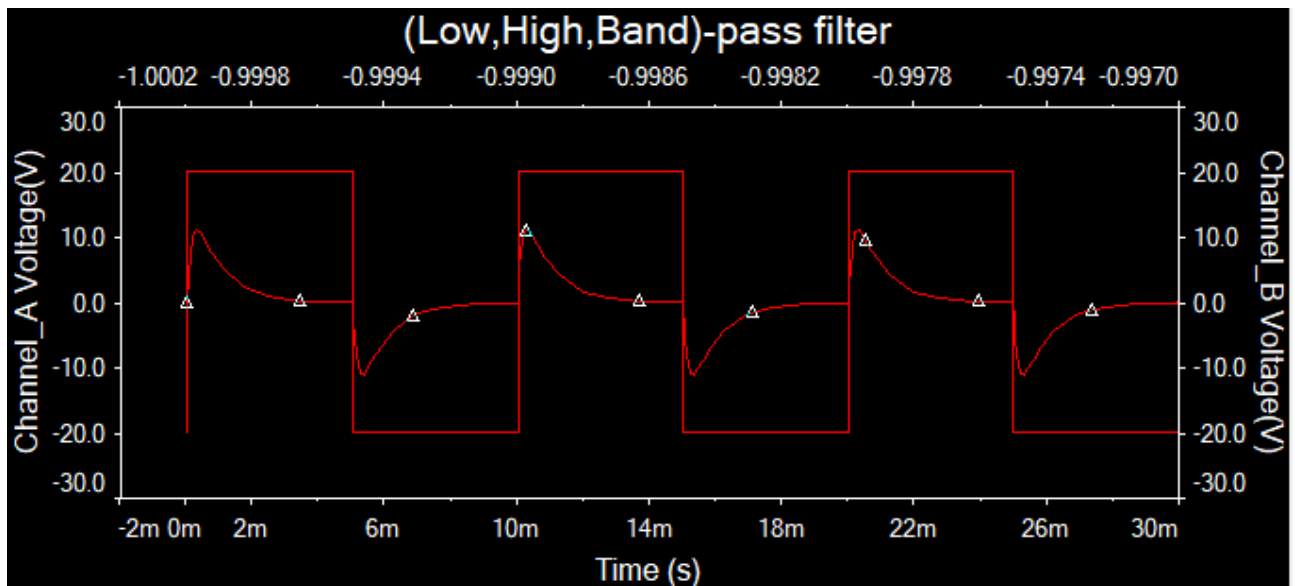


Рис. 14. Графіки вхідного та вихідного сигналів смугового фільтра на екрані осцилографа, якщо вхідний сигнал є прямокутним.

## 2.4. Загороджувальний фільтр.

Для моделювання загороджувального фільтра було використано джерело змінної (синусоїдальної) напруги на частоті 100 Гц та з амплітудою 20 В, два резистори опором 22 кОм, два конденсатори ємністю 15 нФ та один конденсатор ємністю 30 нФ (див. рис. 15).

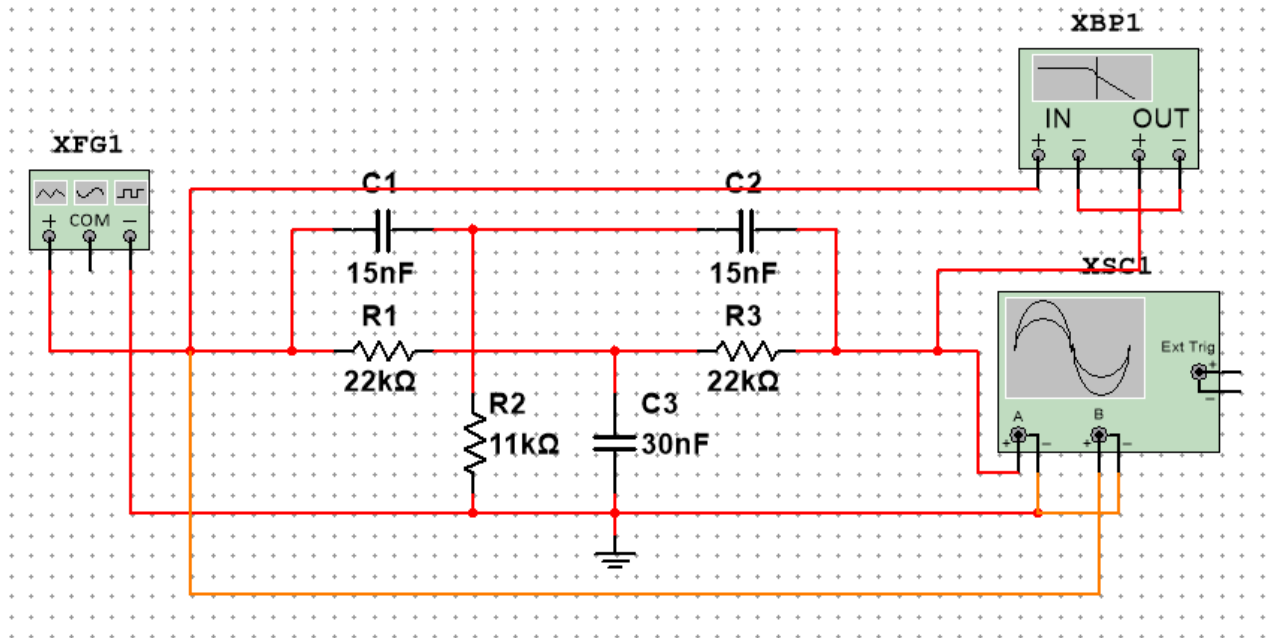


Рисунок 15. Схема загороджувального фільтра з під'єднаними осцилографом та Bode-plotter.

На рисунку 16 можна побачити графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів на екрані осцилографа. Сигнал на виході має трохи меншу амплітуду та від'ємний зсув фаз у порівнянні із сигналом на вході. Це співпадає з обчисленнями. Такі ж висновки можна зробити і по відповідній фігурі Лісажу, що на рисунку 17.

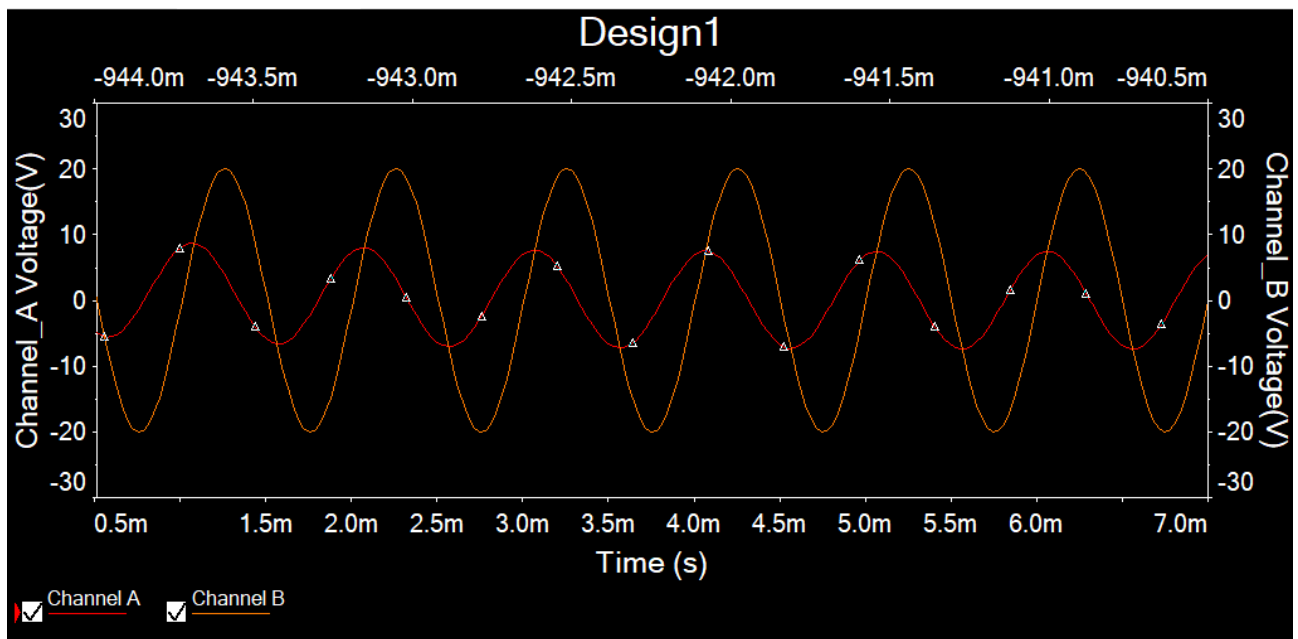


Рисунок 16. Графіки вхідного та вихідного синусоїдальних сигналів загороджувального фільтра на екрані осцилографа.

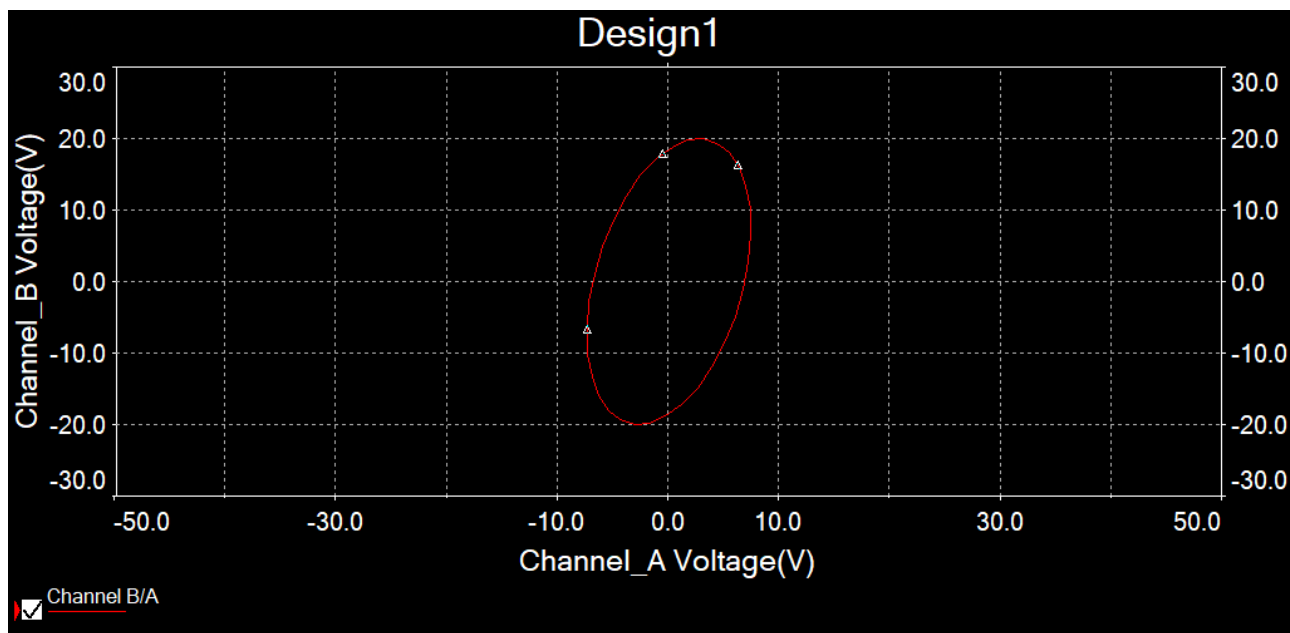


Рис. 17. Фігура Лісажу для загороджувального фільтра.

На рисунку 18 зображені АЧХ та ФЧХ загороджувального фільтра, отримані за допомогою Bode-plotter. Графік відповідає очікуванням. На рисунку 19 видно вхідні та вихідні хвилі загороджувального фільтра, якщо вхідна хвиля є прямокутною з аналогічними до попередньої частотою та амплітудою. Знову ж таки, отримані результати відповідають очікуванню.

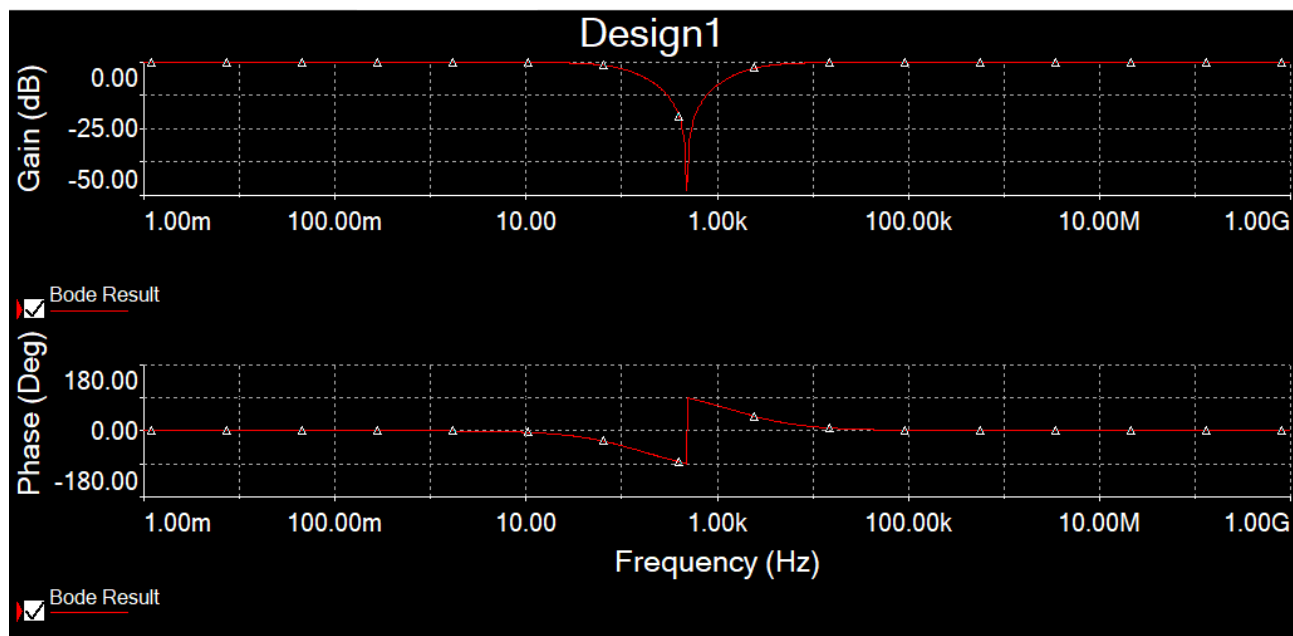


Рисунок 18. АЧХ та ФЧХ загороджувального фільтра.

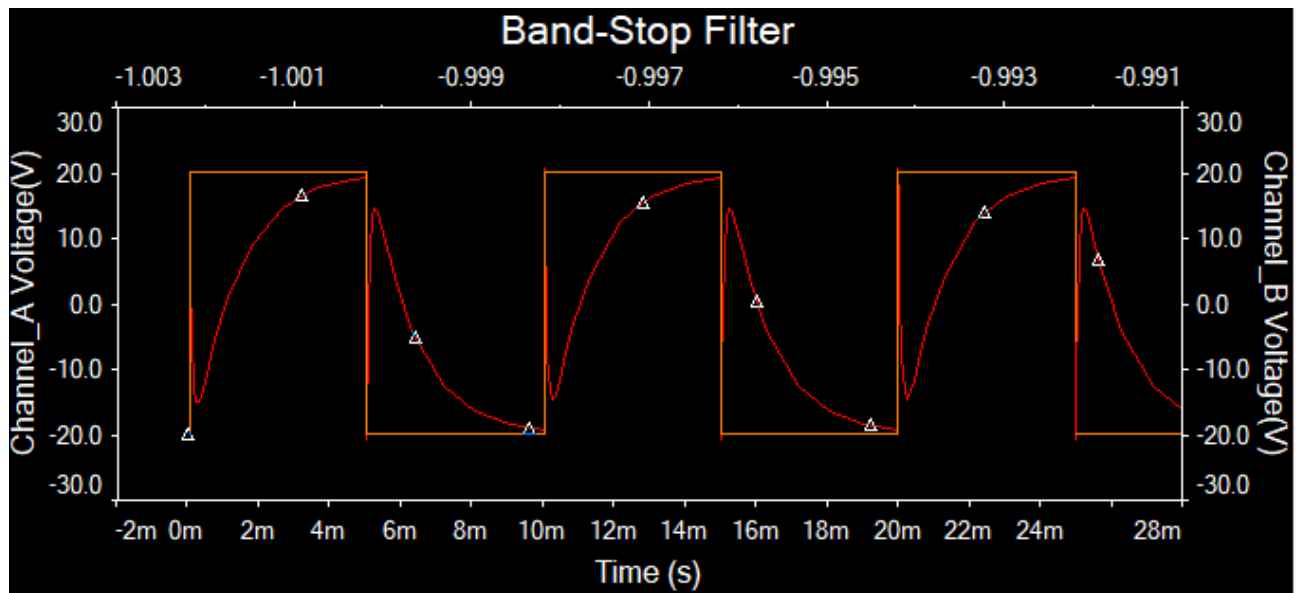


Рисунок 19. Графіки вхідного та вихідного сигналів загороджувального фільтра на екрані осцилографа, якщо вхідний сигнал є прямокутним.

## ВИСНОВКИ

У ході виконання цієї лабораторної роботи було досліджено зміну параметрів гармонічних сигналів та прямокутних імпульсів при їх проходженні через пасивні лінійні чотириполюсники. Для цього було освоєно методи вимірювання амплітудно-частотних та фазо-частотних характеристик пасивних RC-фільтрів та їх перехідних характеристик. Вказані вище дії було виконано шляхом 1) одночасного спостереження вхідного та вихідного сигналів на екрані двоканального осцилографа із наступним вимірюванням і порівнянням їх параметрів та 2) використання методу фігур Лісажу.

Отримані результати для ФВЧ, ФНЧ, смугового та загороджувального фільтрів (спостерігаючи проходження крізь них лише виділеної частини сигналу) корелюють з теоретично розрахованими залежностями.

## ВІДПОВІДІ НА КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Чотириполіусник — це електричне коло (ділянка електричного кола) з чотирма полюсами, зажимами, клемами або іншими засобами приєднання до нього інших електричних кіл чи ділянок електричних кіл.

Лінійний чотириполіусник — це такий, для якого залежність між струмами, що течуть крізь нього, та напругами на його зажимах є лінійною.

Нелінійний чотириполіусник — це такий, для якого згадані залежності між струмами та напругами при деяких їх величинах перестають бути лінійними, а на виході можуть з'являтися гармоніки частот вхідних сигналів.

Активний чотириполіусник дозволяє збільшувати потужність вихідного сигналу порівняно з потужністю вхідного сигналу за рахунок внутрішніх або зовнішніх джерел енергії.

Пасивний чотириполіусник — це такий чотириполіусник, який не здатний збільшувати потужність вхідного сигналу за рахунок додавання енергії від якогось іншого джерела енергії.

2. З математичного аналізу відомо, що будь-який періодичний сигнал можна представити у вигляді тригонометричного ряду Фур'є:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

де

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$T$  — період періодичного сигналу, що розкладається.

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T S(t) \cos n\omega t \cdot dt, b_n = \frac{2}{T} \int_T S(t) \sin n\omega t \cdot dt$$

3. З теоретичної та інформативної точок зору всі три способи опису властивостей чотириполіусника рівноправні і, маючи одну з характеристик, можна однозначно перейти до іншої.

Частотна характеристика  $K(\omega)$  є Фур'є-образом імпульсної характеристики  $g(t)$  і навпаки:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega) e^{i\omega t} d\omega, K(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt$$

Імпульсна характеристика  $g(t)$  є першою похідною від перехідної  $h(t)$ , а перехідна — інтегралом імпульсної.

$$h(t) = \int_0^t g(t') dt', h(t) = 0 \text{ при } t < 0$$

Застосування тієї чи іншої характеристики зумовлено лише зручністю їх експериментального одержання та використання.



4. Спектр сигналу — це сукупність значень амплітуд усіх гармонічних складових  $|U_{n0}|$  для усіх циклічних частот  $n\omega$  або сукупність значень амплітуд усіх гармонічних складових  $|U_{0\omega}|$  для усіх циклічних частот  $\omega$ .

Якщо множина частот гармонічних коливань, на які розкладено сигнал, дискретна, то і спектр дискретний; якщо множина частот неперервна, то і спектр неперервний, тобто:

Дискретний при

$$S(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t + \Phi_n)$$

Неперервний при

$$S(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) \cos(\omega t + \Phi(\omega)) d\omega$$

5. В схемотехніці пасивні лінійні чотириполюсники, призначені для виділення певних спектральних складових електричних сигналів, називають фільтрами електричних сигналів.

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) — залежність відношення модулів амплітуд вихідного і вхідного гармонічних сигналів від їх частоти, яка є не чим іншим як залежністю модуля коефіцієнта передачі від частоти  $\omega$ .  $\phi$

Фазо-частотна характеристика (ФЧХ)  $\Phi(\omega)$  — залежність аргумента комплексного коефіцієнта передачі від частоти, тобто різниці фаз між вихідним і вхідним гармонічними сигналами на частоті  $\omega$ .

6. 1)ФНЧ

Запишемо відношення напруги на вході та виході:

$$K_{RC} = \frac{U_a}{U_e} = \frac{Z_C}{R + Z_C} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{T^2 \omega^2 + 1} - j \cdot \frac{T\omega}{T^2 \omega^2 + 1},$$

Модуль коефіцієнта передачі:

$$|K_{RC}| = \sqrt{\frac{1}{\omega^2/\omega_0^2 + 1}}, \text{ де } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Розглянувши ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\Im \frac{1}{1 + j\omega RC}}{\Re \frac{1}{1 + j\omega RC}}\right) = \arctan(-\omega RC)$$

Повністю аналогічно:

2)ФВЧ

АЧХ.

Співвідношення напруг на виході та вході:

$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC}$$

$$|K(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

ФЧХ.

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

3) Смуговий фільтр  
АЧХ.

Співвідношення напруг на виході та вході:

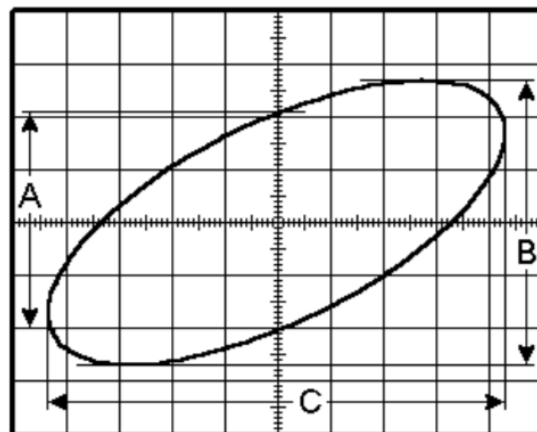
$$|K(\omega)| = \left| \frac{U_{out}}{U_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{9 + \left( \frac{1 - (\omega RC)^2}{3\omega RC} \right)^2}}$$

ФЧХ.

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{1 - (\omega RC)^2}{3\omega RC}\right)$$

7. На виході відповідного фільтра синусоїда напруги зміщена вправо, якщо це фільтр нижніх частот, для верхніх - навпаки.

8. Якщо в режимі X-Y на канал I осцилографа (відповідає відхиленню вздовж осі X) подати вхідний гармонічний сигнал певної частоти  $U_{BX}(t)$ , а на канал II (відповідає відхиленню вздовж осі Y) сигнал з виходу фільтра  $U_{ВХ}(t)$ , то на екрані осцилографа отримаємо еліпс, за допомогою якого можна визначити коефіцієнт передачі K і зсув фаз  $\Phi$  для певної частоти гармонічного сигналу.



$$K = \frac{B}{C}$$

$$\Phi = \arcsin\left(\frac{A}{B}\right)$$

9. Якщо на такий же одноланковий фільтр подати сходинкоподібну напругу, то напруга на виході, яка дорівнює різниці потенціалів  $U_C$  між обкладками конденсатора C, буде змінюватися відповідно до рівняння, що пов'язує швидкість зміни напруги на конденсаторі з величиною зарядного струму I.

$$U_C = U_{BX} [1 - \exp(-t / RC)].$$

Рівняння описує перехідну характеристику фільтра нижніх частот. Добуток  $\tau_{RC} = RC$  називають сталою часу цього електричного кола. Якщо вимірювати  $R$  в омах, а  $C$  – в фарадах, то добуток  $\tau_{RC}$  буде вимірюватися в секундах.

Якщо через час  $t \gg \tau_{RC}$  вимкнути вхідну напругу, тобто  $U_{BX} = 0$ , то вихідна напруга буде змінюватись за законом:

$U_C = U_{BX} \exp(-t / RC)$ . Спробуємо якісно розглянути фізичні явища, що відбуваються в колі. Коли ключ під'єднує схему до джерела напруги  $U_{BX}$ , конденсатор  $C$  заряджається через опір  $R$ . Коли ключ розімкнено ( $U_{BX} = 0$ ), конденсатор розряджується – напруга на ньому експоненційно спадає з часом. За час, що дорівнює  $\tau_{RC}$ , напруга на конденсаторі зменшується в  $e \approx 2,71$  разів.

Існує одне корисне правило: за час, що дорівнює п'яти сталим часу  $\tau_{RC}$ , конденсатор заряджається або розряджується на 99%. Очевидно, що для заданого  $\tau_{RC}$  форма вихідної напруги буде залежати від швидкості перемикань ключа.

При  $(t-t') \ll \tau_{RC}$  вихідна напруга буде пропорційна інтегралу від вхідної. Тому розглянуте коло іноді називають інтегрувальною ланкою. Справді, якщо розглянути початкову ділянку зміни вихідної напруги, тобто в околі  $t = 0$ , то виявимо функцію, дуже близьку до лінійної. Наведена умова інтегрування також означає, що швидкість зміни вхідного сигналу набагато більша за швидкість заряджання конденсатора. З АЧХ видно, що область частот вхідного сигналу повинна бути більшою за частоту зрізу, тобто розташовуватися в області похилої ділянки діаграми Бode.

Фільтр верхніх частот відрізняється лише тим, що вихідна напруга знімається не з конденсатора, а з резистора. Так що значення цієї напруги буде прямо пропорційне струмові заряду конденсатора. При миттєвому стрибку постійної напруги на вході ( $t = 0$ ) вихідна напруга стане рівною вхідній, оскільки реактивний опір конденсатора для таких високочастотних гармонік близький до нуля (або, іншими словами, заряд конденсатора в початковий момент часу рівний нулю: його заряджання відбувається за експоненційним законом зі сталою часу  $\tau_{RC} = RC$ ). Таким чином, вихідна напруга пропорційна швидкості зміни вхідного сигналу. Таке коло одержало назву диференціювальної ланки. Розглянута умова, за якої швидкість зміни вхідного сигналу суттєво менша за швидкість заряджання конденсатора, також відповідає похилій ділянці амплітудно- частотної характеристики, але протилежного знаку.

## **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Методичні вказівки до практикуму «Основи радіоелектроніки» для студентів фізичного факультету / Упоряд. О.В.Слободянюк,
2. Ю.О.Мягченко, В.М.Кравченко.- К.: Поліграфічний центр «Принт лайн», 2007.- 120 с.
3. Ю.О. Мягченко, Ю.М. Дулич, А.В.Хачатрян “Вивчення радіоелектронних схем методом комп’ютерного моделювання” : Методичне видання. – К.: 2006.- с.
4. Спектр сигнала. [Електронний ресурс.] Режим доступу:  
[https://kpfu.ru/staff\\_files/F1700343876/SPEKTRY\\_02.01.15.pdf](https://kpfu.ru/staff_files/F1700343876/SPEKTRY_02.01.15.pdf)