

IMPLEMENTACIÓN DE FILTRO ADAPTATIVO PARA ANÁLISIS DE PREDICCIÓN DE SEÑAL CON RUIDO

ATÍN MAITE ¹, ORTEGA RIERA PAULA² Y PELELLA NICOLÁS ³

Universidad Nacional de Tres de Febrero, Buenos Aires, Argentina.
Procesamiento Digital de Señales, Ingeniería de Sonido.

maite.atin@gmail.com¹, pauortegariera@gmail.com², nicolaspelella@gmail.com³

RESUMEN – En este trabajo se adapta un filtro tipo Kalman para predecir el nivel de presión sonora en un punto del espacio donde la medición está sujeta a niveles de ruido altos. Para determinar los estimadores de niveles de presión sonora se utiliza una medición a un metro de la fuente, una medición a dos metros de la fuente con ruido, el modelo matemático de divergencia de una onda esférica y el modelo matemático de las variaciones en el tiempo de la amplitud de la señal emitida por la fuente. Se crea un algoritmo que permite obtener el nivel de presión sonora a una distancia de 2 metros de la fuente como consecuencia de un filtrado iterativo en conjuntos de muestras. Se obtiene como resultado un nivel continuo equivalente medido a un metro de 91.9 dB. La medición a dos metros con ruido tiene un nivel de 86.9 dB y, luego del filtrado, se obtienen 85.8 dB. La varianza en la medición a dos metros con ruido es de 0.196 y para la señal filtrada es de $2.988 \cdot 10^{-8}$. Se demuestra que el filtro Kalman es una herramienta óptima para el filtrado de mediciones que se ven afectadas por ruido.

ABSTRACT – In this assignment a Kalman type filter is adapted to predict the sound pressure level at a point in the space where the measurement is subject to high noise levels. To determine the sound pressure level estimators, different units of measure are used: a measurement in one meter of the source, a measurement in two meters of the source with noise, the mathematical model of divergence of a spherical wave and the mathematical model of the variations in the time of the amplitude of the signal emitted by the source. An algorithm is created in order to obtain the sound pressure level at a distance of 2 meters from the source as a result of iterative filtering in sample sets. An equivalent continuous level measured in a meter of 91.9 dB is obtained. The two-meter measurement with noise has a level of 86.9 dB and, after filtering, the results recorded were 85.8 dB. The variance in the two-meter measurement with noise is 0.196 and for the filtered signal is $2.988 \cdot 10^{-8}$. It is shown that the Kalman filter is an optimal tool for filtering measurements that are affected by noise.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de estimar fenómenos que no pueden medirse a partir de parámetros estadísticos, utilizando datos observados, como por ejemplo mediciones de sensores, es un escenario común en el estudio de sistemas físicos dinámicos [1]. Al momento de estimar un estado desconocido desde una serie de mediciones del proceso aleatorio involucrado, debe considerarse la influencia de ruido en las medidas. Lo mismo sucede cuando se desea conocer el estado de una variable física en un momento dado de la cual se tiene una medición, pero la misma se encuentra afectada por ruido. Este ruido es estadístico por naturaleza (o puede ser modelado efectivamente como tal) lo cual determina la necesidad de utilizar métodos estocásticos para la implementación de herramientas que permitan obtener el resultado que se desea.[2].

El filtro de Kalman es un método de filtrado que permite estimar variables de estado no observables a partir de variables observables que pueden contener algún error de medición.

Su principal característica es que tiene carácter recursivo. De esta forma, la estimación de las variables de estado utiliza toda la información disponible hasta ese momento de manera óptima [3]. Por lo anterior, el filtro de Kalman tiene numerosas aplicaciones en tecnología que abarcan desde el sector aeroespacial, a la navegación marítima, la modelización demográfica, la ciencia meteorológica, entre otras. Además, se utiliza ampliamente en campos como el procesamiento de señales y la econometría.

En este trabajo se estudia la aplicación de un filtro adaptativo tipo Kalman para predecir el nivel de presión sonora en un punto del espacio donde la medición está sujeta a niveles de ruido altos. Para determinar los estimadores de niveles de presión sonora se utiliza una medición a un metro de la fuente, una medición a dos metros de la fuente con ruido, el modelo matemático de divergencia de una onda esférica y el modelo matemático de las variaciones en el tiempo de la amplitud de la señal emitida por la fuente.

2. CONCEPTOS TEÓRICOS

El filtro de Kalman es un algoritmo que se basa en el modelo de espacio de estados de un sistema para estimar el estado futuro y la salida futura filtrando la señal de salida. El filtro utiliza la propagación de la densidad de probabilidad condicional para problemas en los cuales el sistema se describe mediante un modelo lineal y el los cuales el ruido de la medición es de tipo blanco y gaussiano [4].

Al tratarse de un algoritmo recursivo, puede ejecutarse en tiempo real usando únicamente las mediciones de entrada actuales, el estado calculado previamente y su matriz de incertidumbre, y no requiere ninguna otra información adicional.

Su algoritmo se divide en dos pasos: predicción y corrección. En el proceso de predicción se pretende estimar las variables de estado utilizando su propia dinámica. Para ello se realiza la estimación a priori dada por (1) y se obtiene la covarianza del error asociada a la estimación a priori, que viene dada por (2).

$$\hat{x}^-[k] = A\hat{x}^-[k-1] + Bu[k] \quad (1)$$

$$P^-[k] = AP^-[k-1]A^T + Q \quad (2)$$

A y B son matrices del modelo de estados mientras que Q es la varianza del ruido del proceso [5]. Luego se ingresa en el proceso de corrección, donde el objetivo es mejorar esa primera estimación utilizando la información de las variables observables y, viene dado por las ecuaciones (3), (4) y (5). En este caso se calcula la ganancia de Kalman $K[k]$, la estimación a posteriori $\hat{x}[k]$ y la covarianza asociada a la estimación a posteriori $P[k]$.

$$K[k] = P^-[k]H^T(HP^-[k]H^T + R)^{-1} \quad (3)$$

$$\hat{x}[k] = \hat{x}^-[k] + K[k](Z[k] - H\hat{x}^-[k]) \quad (4)$$

$$P[k] = (I - K[k]H)P^-[k] \quad (5)$$

3. DISEÑO DEL FILTRO Y DEFINICIÓN DE VARIABLES

3.1 DEFINICIÓN DE VARIABLES

A continuación, se definen las principales variables del modelo entre las que se encuentran la medición a 1 metro de la fuente $x[n_1]$ y la medición a 2 metros de la fuente con ruido $x[n_2]$.

Con el fin de adaptar el filtro para cumplir con los objetivos de este trabajo, se implementan dos modelos matemáticos para la obtención de los estimadores óptimos. Uno de ellos es el modelo de divergencia de una onda esférica, donde la onda se propaga de acuerdo a la ley cuadrática inversa, lo que implica que,

al doblar la distancias, su nivel de intensidad disminuye 6 dB [6]. Lo anterior viene dado por la ecuación (6)

$$\Delta dB = 20 \log\left(\frac{2d}{d}\right) \quad (6)$$

Respecto al modelo matemático asociado a la señal emitida por la fuente, se evalúan sus variaciones en el tiempo, donde la señal viene dada por (7).

$$y(t) = \sum_{r=1}^R A_r \cos(2\pi r f t) \quad (7)$$

donde f es la frecuencia fundamental de la señal, r es el número de parcial superior, t es el tiempo, A es la amplitud de cada parcial y la fase es cero en los parciales involucrados.

A partir de la medición a 1 metro de la fuente y un estimador del nivel de presión sonora, basado en la divergencia de las ondas esféricas, se pretende obtener un estimador a priori del nivel de presión sonora a 2 metros de la fuente $\hat{x}^-[n_2]$. Lo anterior viene dado por (8).

$$\hat{x}^-[n_2] = x[n_1] - \Delta dB \quad (8)$$

con ΔdB la diferencia en dB de la estimación dado por la divergencia de la fuente esférica entre la medición a 1 metro y la estimación a 2 metros.

Con el estimador $\hat{x}^-[n_2]$, la medición a 2m con ruido $x[n_2]$ y un factor de corrección de ganancia k_2 se obtienen un estimador a posteriori, es decir, un estimador óptimo del nivel de presión sonora a 2 metros como se observa en (9).

$$\hat{x}[n_2] = \hat{x}^-[n_2] + k_2(x[n_2] - \hat{x}^-[n_2]) \quad (9)$$

$$k_2 = \frac{\sigma_{\hat{x}^-[n_2]}^2}{\sigma_{\hat{x}^-[n_2]}^2 + \sigma_{x[n_2]}^2} \quad (10)$$

donde $\sigma_{\hat{x}^-[n_2]}^2$ es la varianza del estimador a priori de la medición a 2 metros con ruido y $\sigma_{x[n_2]}^2$ es la varianza de la medición a 2 metros con ruido.

Del procedimiento anterior, se obtiene un valor estimado del nivel de presión sonora a dos metros de la fuente para un primer conjunto de muestras. A partir de este nuevo estimador óptimo $\hat{x}[n_2]$, y de las variaciones de amplitud en el tiempo de la señal de la fuente, se propone un cambio en la metodología de cálculo de los estimadores para los conjuntos de muestras siguientes.

Para tal caso, de $\hat{x}[n_2]$ y de la variación temporal de la señal, se obtiene un nuevo estimador a priori para el siguiente conjunto de muestras, dado por (11).

$$\hat{x}^-[n_3] = \hat{x}[n_2] - \Delta_2 dB \quad (11)$$

Donde $\Delta_2 dB$ representa el modelo matemático de la variación de la señal de la fuente en el tiempo.

Finalmente, el estimador óptimo será $\hat{x}[n_4]$, como se observa en (12) con su respectivo factor de corrección (13)

$$\hat{x}[n_4] = \hat{x}[n_3] + k_3(x[n_3] - \hat{x}[n_3]) \quad (12)$$

$$k_2 = \frac{\sigma_{\hat{x}[n_3]}^2}{\sigma_{\hat{x}[n_3]}^2 + \sigma_{x[n_4]}^2} \quad (13)$$

El procedimiento se repite para cada conjunto de muestras que se tomen en adelante.

3.2 SECUENCIA DE FILTRADO

En la figura 1 se expone la secuencia del algoritmo que se diseña para filtrar la señal.

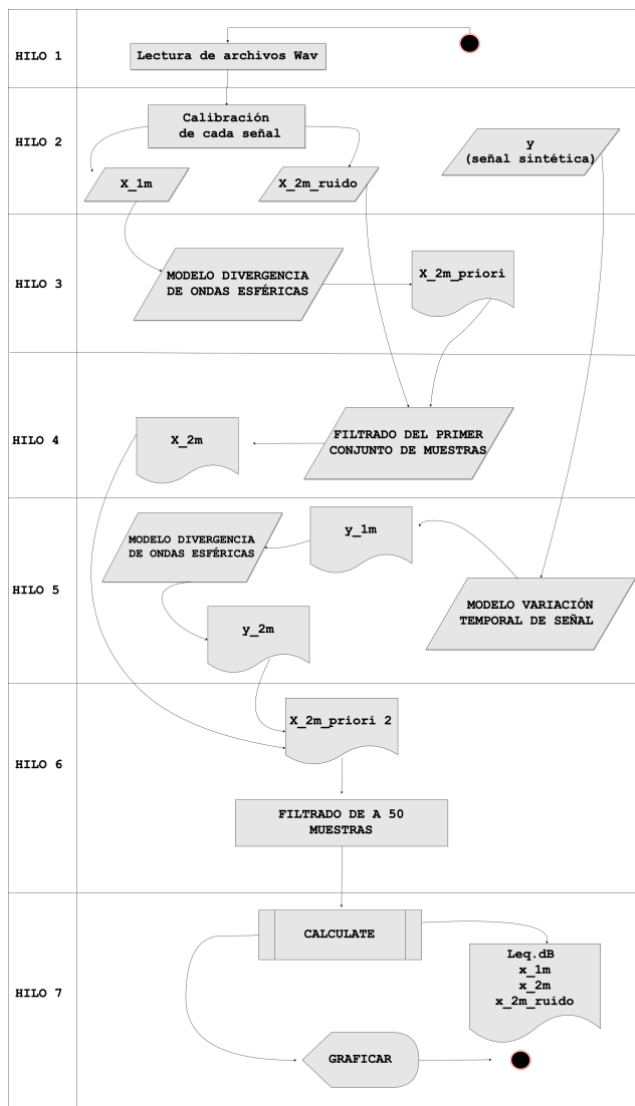


Figura 1. Esquema del algoritmo de filtrado.

En el hilo 1 se leen los archivos .wav que corresponden con las mediciones conocidas, medición a 1 metro de la fuente (x_{1m}), medición a 2 metros de la fuente con ruido (x_{2m}).

A continuación, en el hilo 2 se calibran las señales cargadas mediante una conversión a pascles y luego a dB. Por otro lado, se genera de manera sintética la señal que se emitió y se grabó.

El hilo 3 consiste en utilizar el modelo de divergencia de una onda esférica y obtener, a partir de la medición a 1 metro, un estimador a priori (x_{2m_priori}) de la medición a 2 metros. En este caso, de acuerdo al modelo que se plantea, debe existir una diferencia de 6 dB entre la medición a 1 metro y la medición a 2 metros.

Se realiza el filtrado del primer conjunto de muestras a partir del estimador de la medición a 2 metros a priori (x_{2m_priori}) y de la medición a dos metros con ruido (x_{2m_ruido}) con lo cual, en el hilo 4, se obtiene un estimador óptimo de la medición a 2 metros (x_{2m}).

El hilo 5 determina las amplitudes de la señal sintética (y) en los dos puntos de medición. Se obtiene a 1 metro (y_{1m}) a partir del modelo de la variación temporal de la señal y , a 2 metros (y_{2m}), a partir del modelo de divergencia de ondas esféricas. Como consecuencia, en el hilo 6, se crea un vector ($x_{2m_priori2}$) que contiene las primeras 50 muestras que corresponden al estimador óptimo a 2 metros (x_{2m}), y el resto de las muestras corresponden a la señal sintética a 2 metros (y_{2m}). Este vector resultante ingresa al ciclo "for" donde es filtrado con una ventana de 50 muestras.

En el hilo 7 se concluye por obtener para cada estimador el nivel continuo equivalente en dB. Además se realizan gráficos de comparación espectral de la señal, que se calculan mediante el algoritmo de FFT.

4. RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN

Se exponen en la Tabla 1 los resultados que se obtienen a partir del algoritmo, de nivel continuo equivalente para cada señal.

Niveles de presión sonora (dB)

Leq 1 m	91.9 dB
Leq 2 m con ruido	86.9 dB
Leq 2 m	85.8 dB

Tabla 1. Leq en dB para cada señal.

En la tabla 2 se exponen las varianzas obtenidas.

Varianza

Var(2m_r)	0.196
Var(2m)	2.988×10^{-8}

Tabla 2. Varianzas de la señal medida a 2 metros con ruido y de la señal a 2 metros.

El nivel continuo equivalente de la medición de referencia a 1 metro es de 91,9 dB y la medición a 2 metros ruidosa tiene un nivel de presión sonora de 86,9 dB. Esta diferencia de niveles entre ambos puntos de medición, donde la segunda distancia es el doble de la primera, no cumple con la ley cuadrática inversa que implicaría un decaimiento de 6 dB. Sin embargo, el nivel equivalente de la medición a 2 metros filtrada con el filtro Kalman diseñado es de 85,8 dB. Por lo tanto, la diferencia entre la medición a 1 metro y la medición a 2 metros filtrada es de 6,1 dB, una variación muy cercana a la esperada.

En cuanto a la varianza, en los resultados expuestos en la Tabla 2 se puede ver que, con la implementación del filtro diseñado, la varianza de la medición se redujo de manera significativa.

En las figuras 2 se observa la señal medida a 1 metro de distancia en un conjunto de muestras determinada. La figura 3 muestra la señal medida a 2 metros con ruido en comparación con la señal filtrada por el algoritmo.

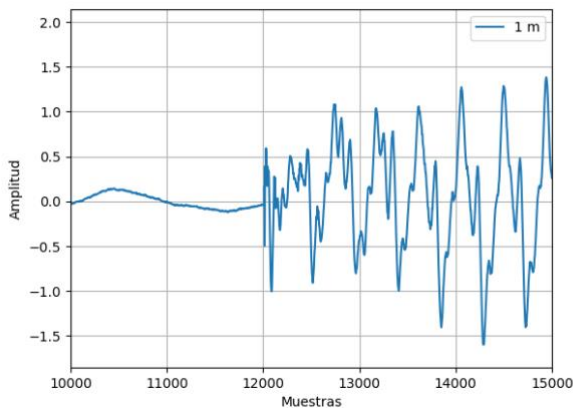


Figura 2. Señal medida a 1 metros de la fuente.

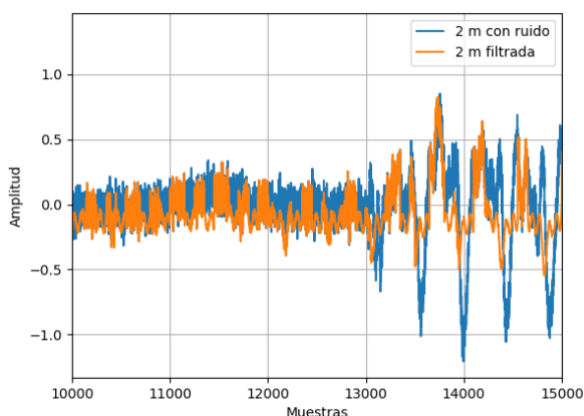


Figura 3. Señal medida a 2 metros de la fuente con ruido y a 2 metros filtrada.

La figura 4 finalmente, muestra una comparación espectral de las tres señales involucradas: las

mediciones originales a 1 metro y 2 metros de distancia, y la señal filtrada por el filtro Kalman.

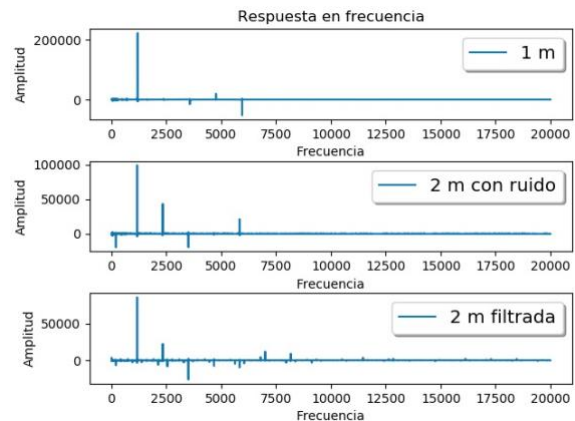


Figura 4. Comparación espectral de las señales involucradas.

Se observa que el espectro de la señal a 2 metros filtrada reduce las componentes frecuenciales del ruido de la señal a 2 metros original. Sin embargo, también se puede observar la aparición de información espectral de baja amplitud inexistente en la medición de referencia a 1 metro

5. CONCLUSIONES

Se obtiene una estimación óptima y esperada de un nivel sonoro continuo equivalente para la medición de la posición a 2 metros mediante la implementación de un filtro Kalman a partir de una medición óptima a un metro.

Específicamente, mediante el algoritmo, se espera lograr una reducción de 6 dB de acuerdo al modelo de divergencia de una onda esférica, a partir del nivel sonoro continuo equivalente de la medición a un metro. Sin embargo, a la hora de hacer una comparación espectral de la medición a un metro y la medición a dos metros filtrada, se puede apreciar componentes frecuenciales de ruido.

Esta problemática puede mejorarse de dos maneras. Una alternativa es diseñar un algoritmo en donde la señal se filtre completamente sin realizar un ventaneo de la señal en cuestión. Además, si este filtrado fuera recursivo, se puede elegir la cantidad óptima de iteraciones para así lograr un estimador óptimo final. La desventaja de este algoritmo alternativo es que el proceso de filtrado no se podría lograr en tiempo real. Esto introduce otra posible mejoría, que es hacer ajustes en el modelo matemático propuesto con el fin de reducir el ruido captado por la medición a dos metros con ruido.

6. REFERENCIAS

[1] Narayan Kovvali, Mahesh Banavar, Andreas Spanias. "Introduction to Kalman Filtering with MATLAB examples".

[2] Dialnet. “Análisis y aplicación del filtro de Kalman a una señal con ruido”.

[3] Roger R Labbe Jr. “Kalman and Bayesian Filters in Python”.

[4] Maybeck “Stochastic Models, Estimation and Control”. (Chapter 1).

[5] Ramsey Faragher. “ Understanding the basis of the Kalman filter via simple and intuitive derivation”.

[6] Masson F. “*Apuntes de la cátedra de acústica y psicoacústica F*”. Capítulo 2, pp. 28. 2018.