



APLICACIÓN ILUSTRATIVA SOBRE MÉTODOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA

Análisis numérico

Presentado a:
Prof. Eddy Herrera

Nicolás Peralta
Juan Pablo Rodríguez

Miércoles 23 de Mayo de 2018
BOGOTÁ D.C

DESCRIPCIÓN

Para la asignatura de Análisis numérico, más exactamente; para el proyecto final, nuestro grupo pretende crear un aplicativo educativo y didáctico, el cual mediante la utilización de los tres principales métodos de integración numérica demuestre de manera comparativa los resultados, de forma tanto numérica como gráfica, cotejando las respuestas y enseñando al usuario que método es el más efectivo para un polinomio que éste ha ingresado al inicio de la ejecución de nuestro aplicativo.

OBJETIVOS

- Nuestra aplicación debe instruir al usuario en los distintos métodos de integración numérica haciendo las veces de una “calculadora de integración”.
- Crear una aplicación capaz de demostrar los conceptos aprendidos a lo largo del semestre en la asignatura de análisis numérico.
- Nuestra aplicación debe utilizar los métodos principales para la solución de problemas de integración numérica y graficar comparativamente las respuestas de dichos métodos.
- El usuario debe poder guardar el archivo de resultados para su posterior utilización.

MARCO TEÓRICO

➤ Regla de Simpson:

Este método de integración consiste en la aproximación del cálculo del área plana bajo la curva utilizando trapecios curvilíneos a partir de una interpolación con una función cuadrática:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

Esta aproximación se le llama “simple” debido a que utiliza únicamente un polinomio. Para esto, requiere tres puntos equiespaciados: ambos extremos y un punto central. Aplicando esta expresión y utilizando la mayor cantidad de puntos medios, se puede definir la variante “compuesta” del método para el cual son utilizados N puntos correspondientes a $n=N-1$ intervalos. Además de esto, es necesario definir un valor h , correspondiente al ancho del subintervalo que existe entre los puntos. Esto se calcula de la forma $h=(b-a)/n$. Finalmente, la aproximación del área bajo la curva puede ser calculada como:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} \left[f(a) + f(b) + 4 \sum_{k=0}^{\frac{n-2}{2}} f(x_{2k+1}) + 2 \sum_{k=1}^{\frac{n-2}{2}} f(x_{2k}) \right]$$

Aquí, las sumatorias corresponden a los valores de la función en los puntos impares y pares respectivamente sin que sean contados los extremos. Esto se debe a que en los puntos impares se encuentra el factor de cuatro que introduce la regla de Simpson para los puntos intermedios y, en los puntos pares, es el factor 2 al que se le debe que ese punto sea compartido por los trapecios curvilíneos adyacentes.

➤ Regla del trapecio:

El método del trapecio, hace parte de la integración numérica que tiene como fin calcular aproximadamente el valor de una integral definida. La regla se basa en aproximar el valor de una integral en cuestión por el de una función lineal que pase a través de los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$. La integral de dicha función, es igual al **área del trapecio** bajo la gráfica de la función lineal.

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \frac{f(a) + f(b)}{2}$$

➤ Método de Romberg:

El método de Romberg, es una solución a las estimaciones numéricas de una integral definida, mediante la generación de una matriz triangular, cuyos elementos son las estimaciones mencionadas anteriormente.

El método de Romberg, hace uso de la extrapolación de Richardson de forma reiterativa con el método del trapecio. El de Romberg, evalúa la integración en puntos equiespaciados del intervalo de integración analizado. Vale la pena comentar, que para que el método sea viable, el integrando debe ser derivable de manera suficiente en el intervalo. El método puede definirse recursivamente de la siguiente forma:

$$R(0, 0) = \frac{1}{2}(b - a)(f(a) + f(b))$$

$$R(n, 0) = \frac{1}{2}R(n - 1, 0) + h_n \sum_{k=1}^{2^{n-1}} f(a + (2k - 1)h_n)$$

$$R(n, m) = R(n, m - 1) + \frac{1}{4^m - 1}(R(n, m - 1) - R(n - 1, m - 1))$$

FUNCIONAMIENTO

La aplicación, provee una interfaz inicial, como la presentada a continuación:

The screenshot shows a software window titled "Proyecto Analisis Numerico". It contains two identical sets of input fields and buttons. The first set, for the Simpson method, has "Limite inicio:" with a text box containing "0", a "Validar" button, and the text "limite inicial-> 0". The "Limite fin:" has a text box containing "pi", a "Validar" button, and the text "limite final-> pi". The "Funcion trigonometrica:" has a text box containing "sin", a "Validar" button, and the text "funcion trigonometrica-> sin". Below these is a "Simpson" button and a result display "Resultado--> 2.0943951023931953". The second set, for the Trapecios method, has "Limite inicio:" with a text box containing "0", a "Validar" button, and the text "limite inicial-> 0". The "Limite fin:" has a text box containing "pi", a "Validar" button, and the text "limite final-> pi". The "numero puntos:" has a text box containing "50", a "Validar" button, and the text "numero puntos-> 50". The "Funcion trigonometrica:" has a text box containing "sin", a "Validar" button, and the text "funcion trigonometrica-> sin". Below these is a "Trapecios" button and a result display "Resultado--> 1.9993419830762615". At the bottom of the second set is a "Gráfica comparativa" button.

Ilustración 1: Interfaz principal

En esta, el sistema presenta al usuario el almacenamiento de los datos necesarios para realizar el método de integración que se desee. Esto se logra, una vez el usuario presiona el botón “Simpson” para realizar la integración mediante la regla de Simpson, o también presionando el botón “Trapecio” para ejecutar la integración por medio de la regla del trapecio. Además de esto, vale la pena destacar el total funcionamiento de la expresión, sin importar el tipo de límites ingresados (Haciendo explícito la solución del inconveniente con la expresión “pi”).

Y, una vez hecho esto, el usuario puede seleccionar la opción de crear una gráfica comparativa entre los métodos escogido, tal y como se muestra en la ilustración 2

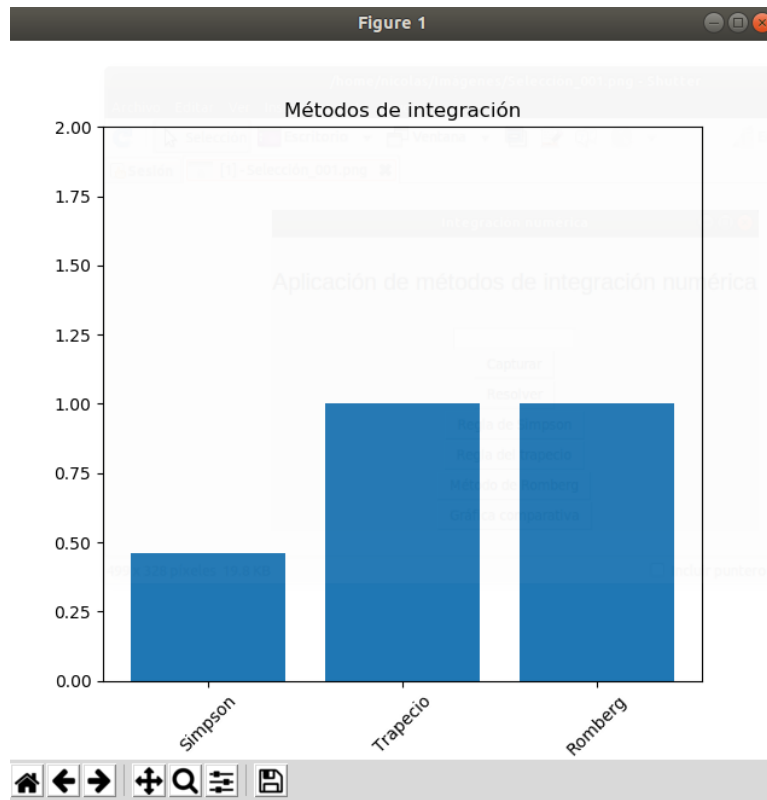


Ilustración 2: Gráfica comparativa

En esta interfaz, el usuario cuenta con la opción de observar en detalle las soluciones aportadas por los métodos, así como también, se cuenta con la opción de guardar dicha gráfica en el disco duro del equipo.

REFERENCIAS

- Larson, R., Hostetler, R. and Edwards, B. (2010). Calculus. Belmont, CA: Brooks/Cole, Cengage Learning.
- Método de Simpson 1/3. (n.d.). [ebook] Facultad de Ingeniería - U.N.M.d.P, p.1. Available at: <http://www3.fi.mdp.edu.ar/metodos/apuntes/simpson.pdf> [Accessed 20 May 2018].
- Mysovskikh, I. (2011). Romberg method - Encyclopedia of Mathematics. [online] Encyclopediaofmath.org. Available at: https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/Romberg_method [Accessed 20 May 2018].
- Sentdex (2014). Multiple Windows/Frames in Tkinter GUI with Python - Tkinter tutorial Python 3.4 p. 4. [video] Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=jBUppijYtCk> [Accessed 20 May 2018].
- Stack Overflow. (2015). Switch between two frames in tkinter. [online] Available at: <https://stackoverflow.com/questions/7546050/switch-between-two-frames-in-tkinter> [Accessed 20 May 2018].