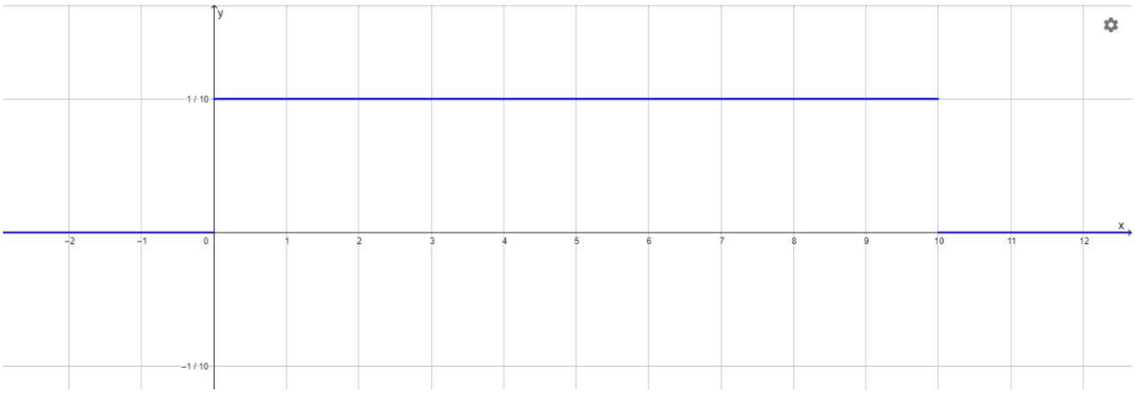
4.1 El tiempo de espera (en minutos) de un medio de transporte, T, es una variable aleatoria que sigue una distribución uniforme cuya función de densidad viene dada por:

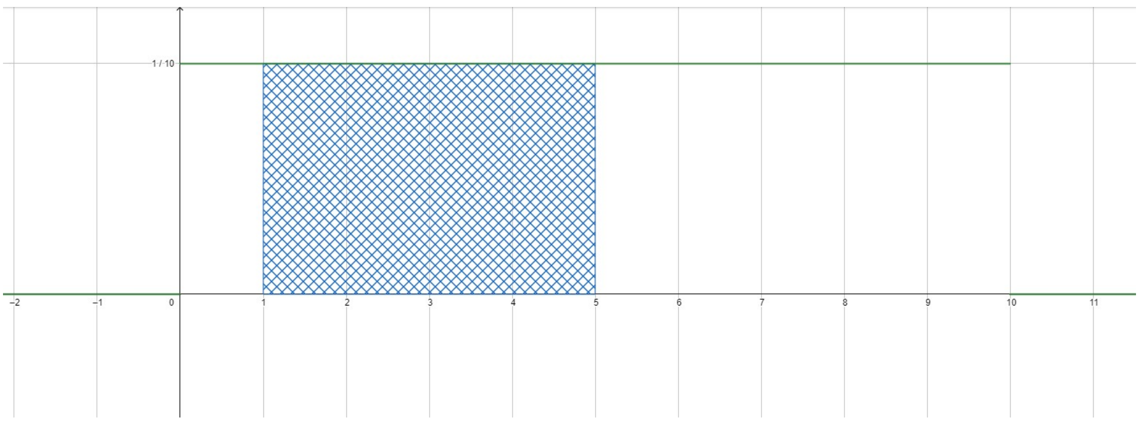
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10} & si\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Realice un gráfico de la función de densidad de probabilidad.



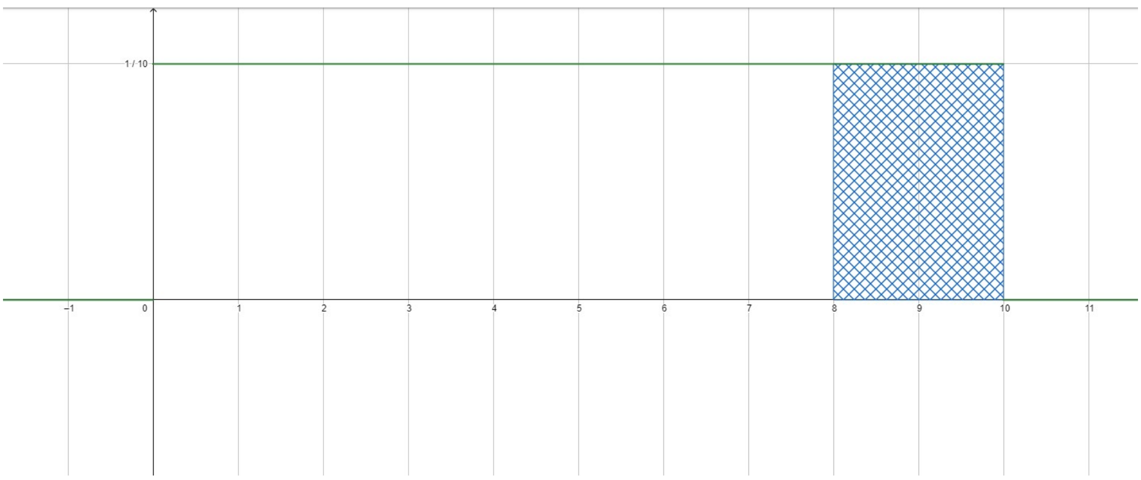
A partir del gráfico encuentre las siguientes probabilidades:

(a) P(1 <T < 5)



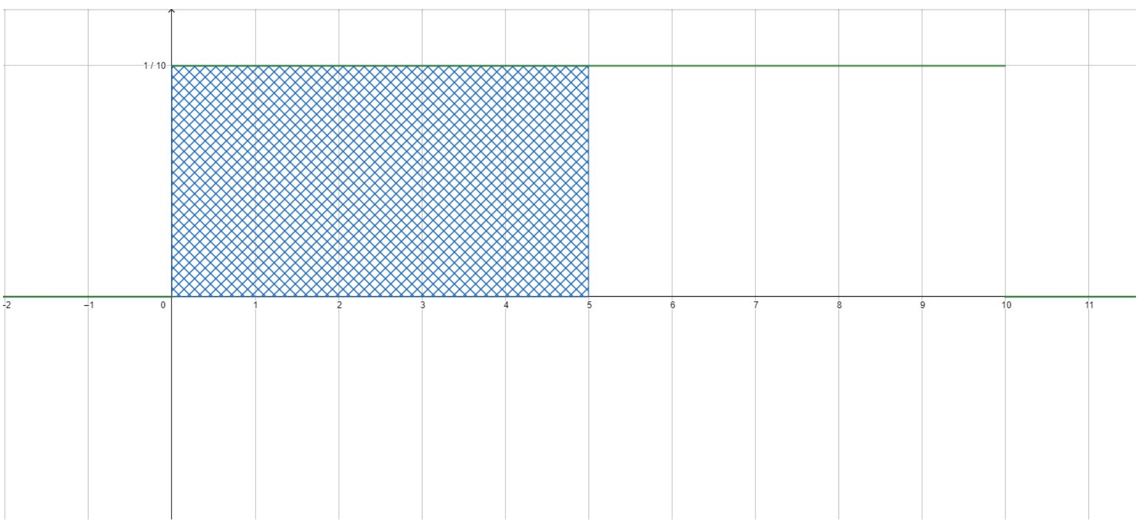
$$P(1 < t < 5) = base * altura = (5 - 1) * \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0.4$$

(b) P(T > 8)



$$P(t > 8) = (10 - 8) * \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0.2$$

(c) ¿Cuál es la probabilidad de tener que esperar menos de 5 minutos el arribo de un medio de transporte?

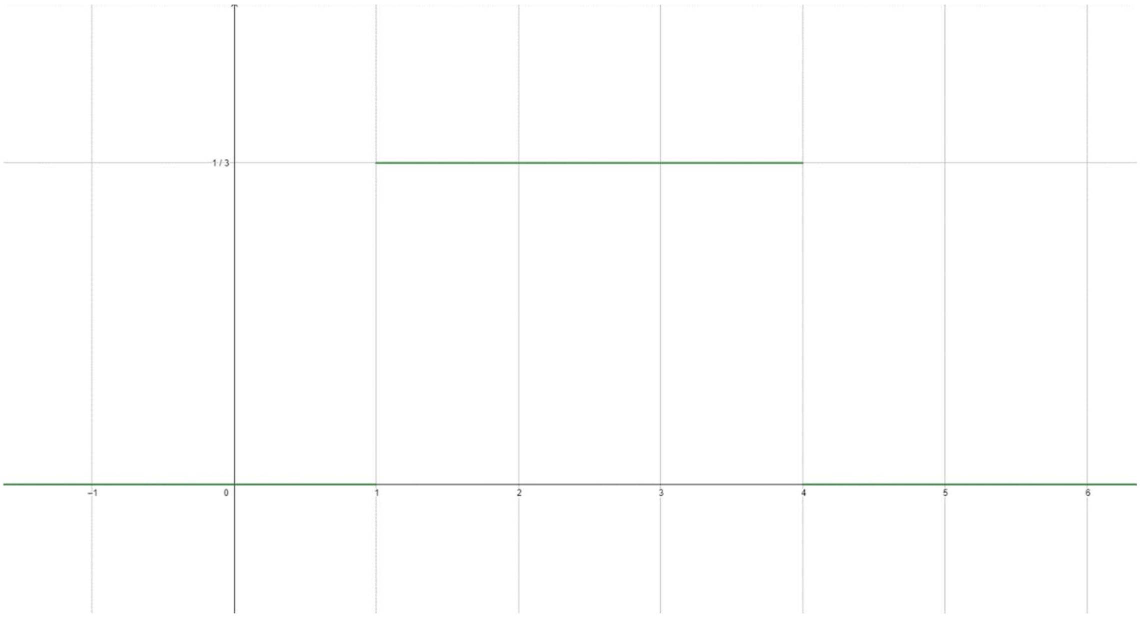


$$P(t < 5) = 5 * \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.5$$

4.2 La distancia (en metros) que salta un atleta es una variable aleatoria que sigue una distribución uniforme cuya función de densidad viene dada por:

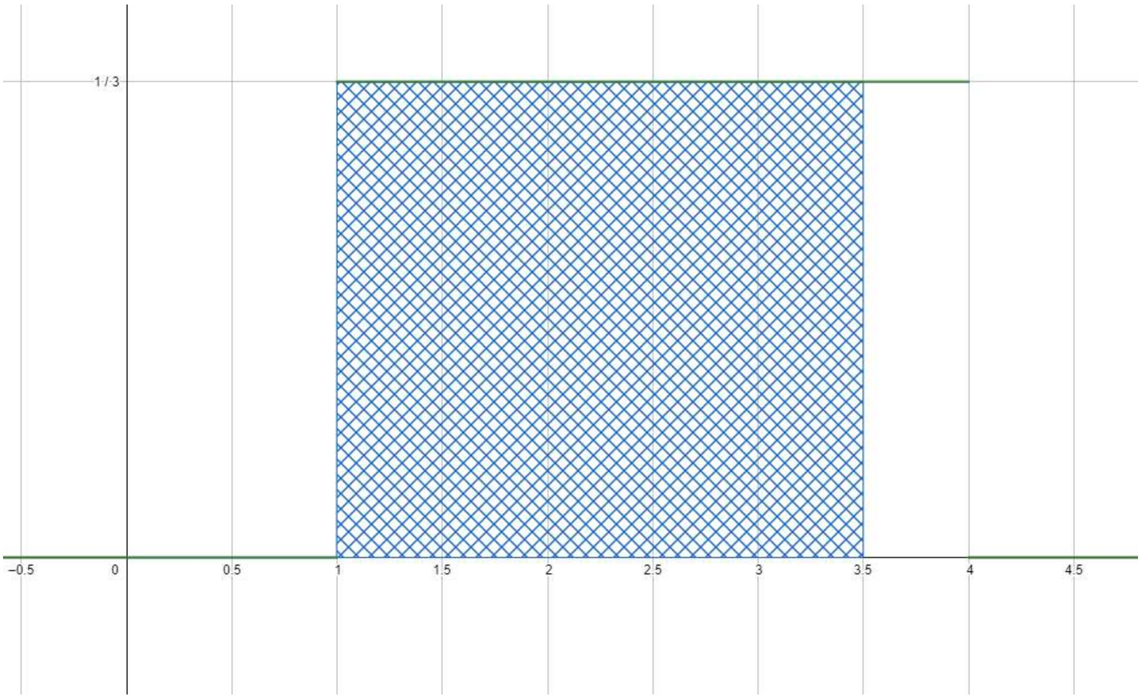
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3} & si\ 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Realice un gráfico de la función de densidad de probabilidad.



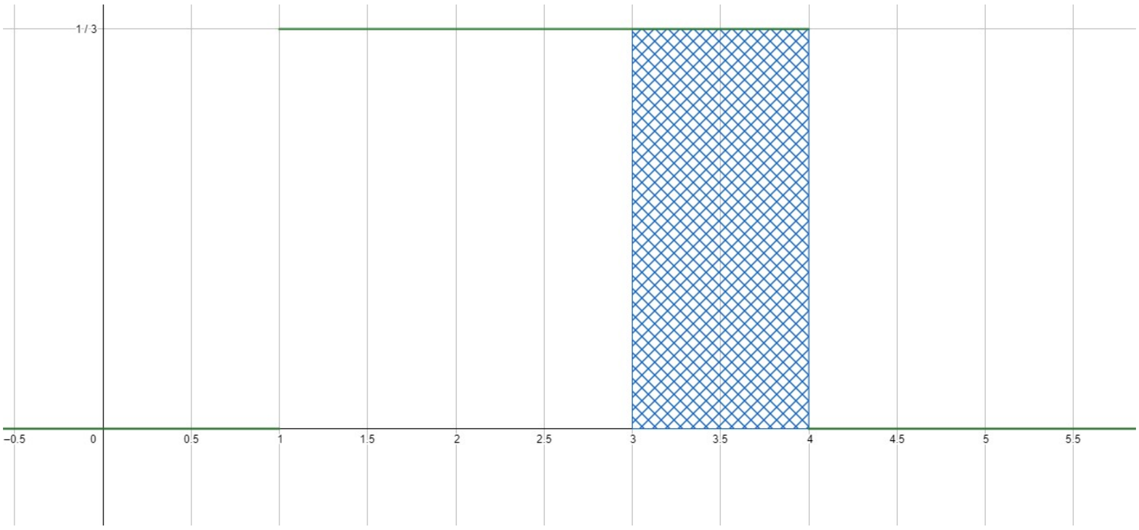
A partir del gráfico encuentre:

(a) La probabilidad de que salte menos de 3.5 metros.



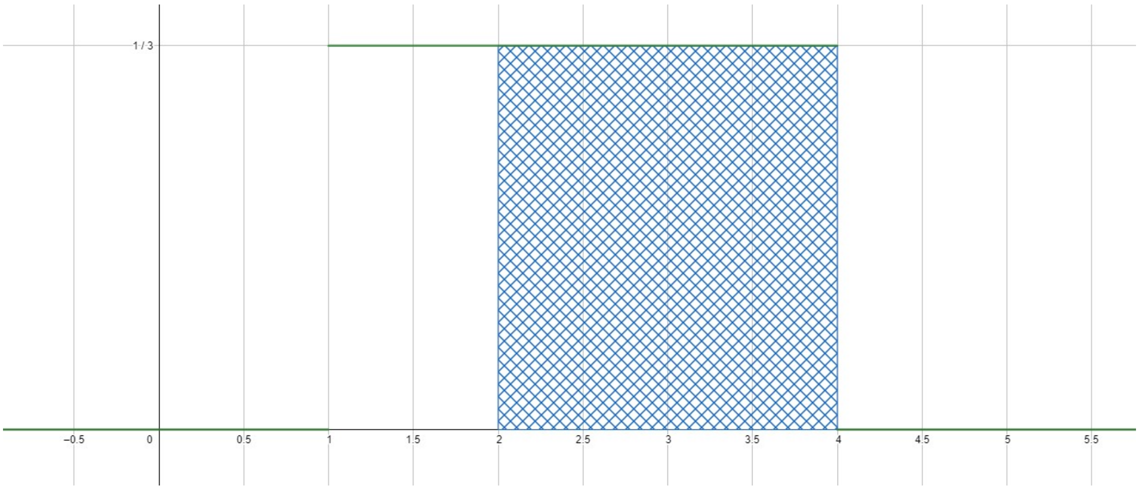
$$P(x < 3.5) = (3.5 - 1) * \frac{1}{3} = \frac{2.5}{3} = \frac{5}{6} = 0.8\hat{3}$$

(b) La probabilidad de que salte más de 3 metros.



$$P(x > 3) = (4 - 3) * \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = 0.\hat{3}$$

(c) La probabilidad de que salte entre 2 y 4 metros.

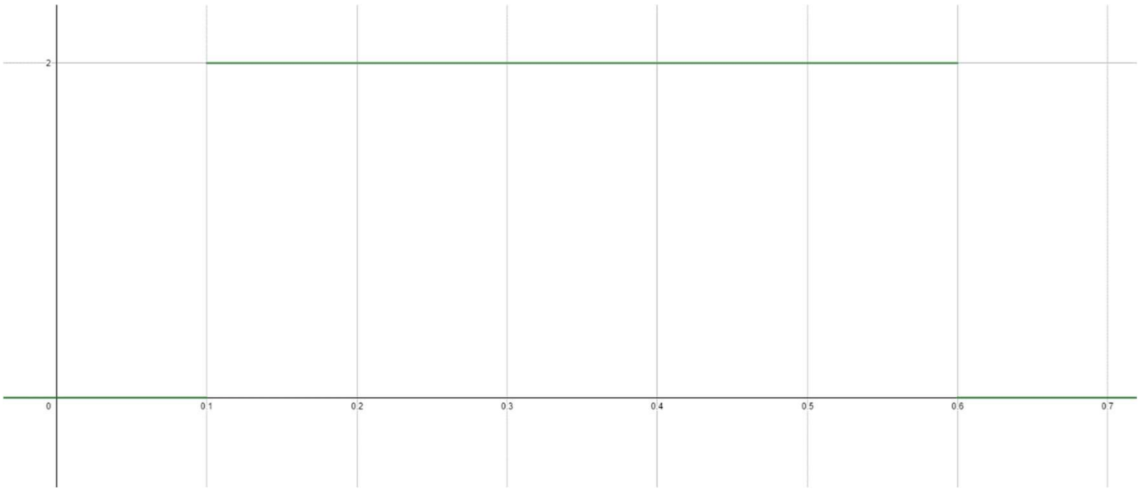


$$P(2 < x < 4) = (4 - 2) * \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0.\hat{6}$$

4.3 El error de una magnitud es una variable aleatoria que sigue una distribución uniforme cuya función de densidad de probabilidad viene dada por:

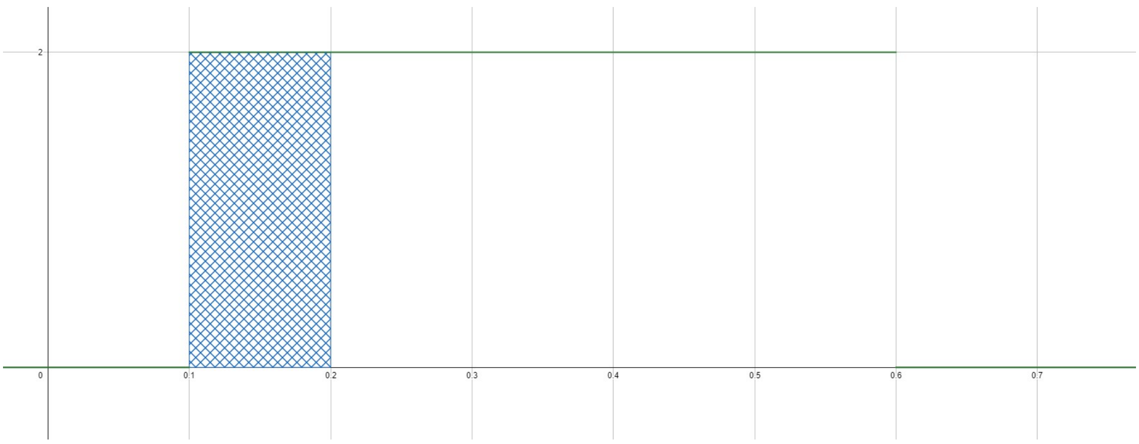
$$f(x) = \begin{cases} 2 & si\ 0.1 \leq x \leq 0.6 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Realice un gráfico de la función de densidad de probabilidad.



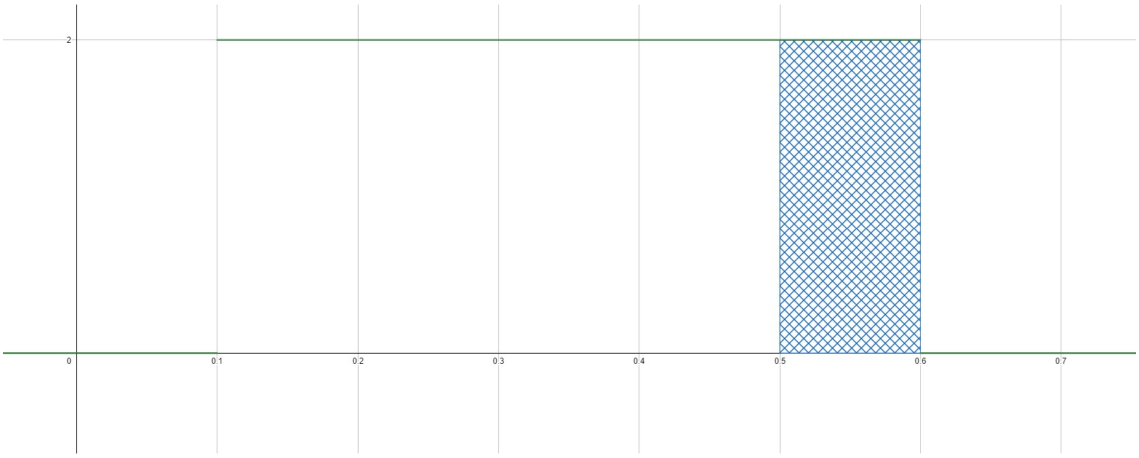
A partir del gráfico encuentre:

(a) la probabilidad de cometer un error menor que 0.2.



$$P(x < 0.2) = (0.2 - 0.1) * 2 = 0.1 * 2 = 0.2$$

(b) La probabilidad de cometer un error mayor a 0.5.



$$P(x > 0.5) = (0.6 - 0.5) * 2 = 0.1 * 2 = 0.2$$

4.4 Una variable aleatoria, X, tiene una función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{8} & si\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Calcular:

a. $P(x < 3)$

$$P(x < 3) = \frac{base * altura}{2} = \frac{x * f(x)}{2} = \frac{3 * f(3)}{2} = \frac{3 * \left(\frac{3}{8}\right)}{2} = \frac{\frac{9}{8}}{2} = \frac{9}{16} = 0.5625$$

b. $P(3 < x < 4)$

$$P(3 < x < 4) = P(x < 4) - P(x < 3)$$
$$P(x < 4) = 1 \quad (ya\ que\ es\ todo\ el\ area\ bajo\ la\ función)$$
$$P(3 < x < 4) = 1 - 0.5625 = 0.4375$$

c. $P(x < 4/x > 2)$

$$P(x < 4/x > 2) = \frac{P(x < 4) \cap P(x > 2)}{P(x > 2)}$$

$$P(x < 4) \cap P(x > 2) = P(x < 4) - P(x < 2) = 1 - P(x < 2)$$

$$P(x > 2) = 1 - P(x < 2)$$

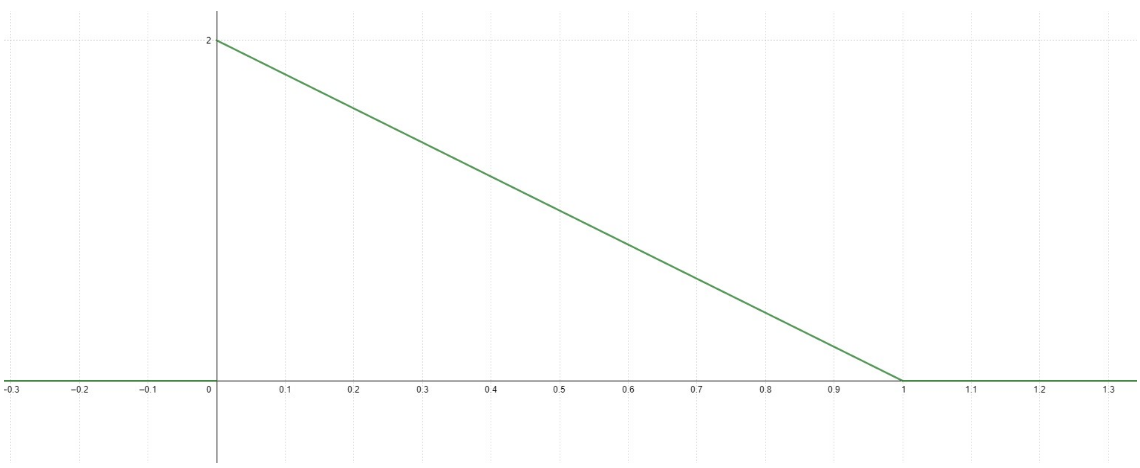
$$P(x < 4/x > 2) = \frac{1 - P(x < 2)}{1 - P(x < 2)} = 1$$

4.5 Dada la variable aleatoria X, con función de densidad de probabilidad:

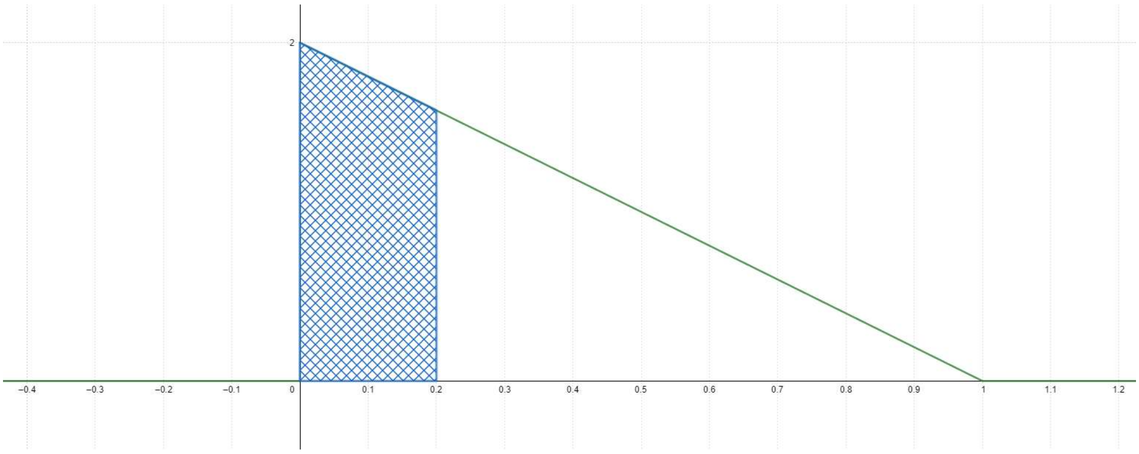
$$f(x) = \begin{cases} 2 * (1 - x) & si\ 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

a. hallar la función de distribución acumulada y representarlas.

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & si\ 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$



b. hallar la probabilidad de que la variable tome un valor inferior a 0.2

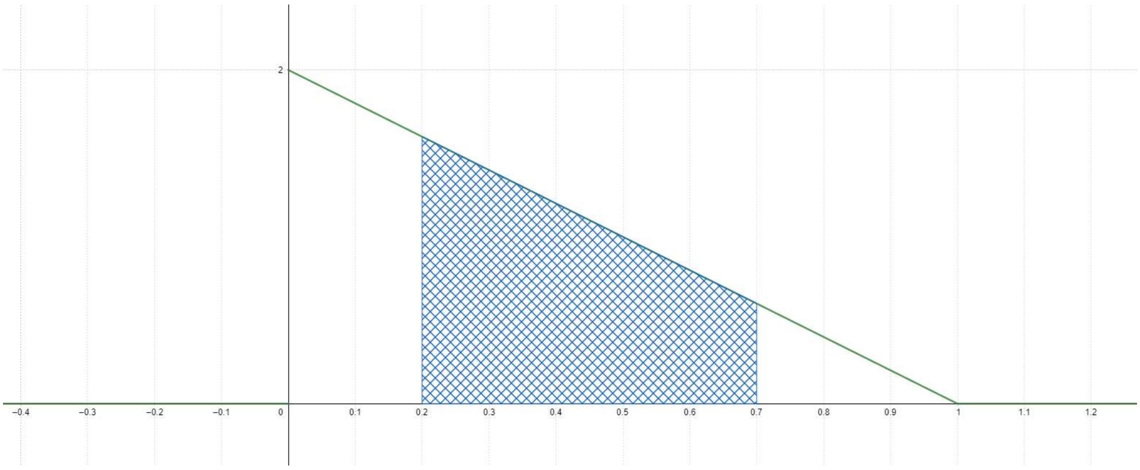


$P(x < 0.2) = 1 - P(x > 0.2)$

$P(x > 0.2) = \frac{(1 - 0.2) * (-2 * 0.2 + 2)}{2} = 0.64$

$P(x < 0.2) = 1 - 0.64 = 0.36$

c. hallar la probabilidad de que la variable este comprendida entre 0.2 y 0.7



$P(0.2 < x < 0.7) = P(x > 0.2) - P(x > 0.7)$

$P(x > 0.7) = \frac{(1 - 0.7) * (-2 * 0.7 + 2)}{2} = \frac{0.3 * 0.6}{2} = \frac{0.18}{2} = 0.09$

$P(0.2 < x < 0.7) = 0.64 - 0.09 = 0.55$

d. Si se estima que la variable NO es inferior a 0.7, hallar la probabilidad de que sea mayor que 0.8

$$P(x > 0.8/x > 0.7) = \frac{P(x > 0.8) \cap P(x > 0.7)}{P(x > 0.7)}$$

$$P(x > 0.8) \cap P(x > 0.7) = P(x > 0.8)$$

$$P(x > 0.8) = \frac{(1 - 0.8) * (-2 * 0.8 + 2)}{2} = \frac{0.2 * 0.4}{2} = 0.04$$

$$P(x > 0.8/x > 0.7) = \frac{0.04}{0.09} = 0.\hat{4}$$