Ejemplo: Dist. Binomial

Para un control de calidad se toman (10) piezas al azar. Sabiendo que la probabilidad de falla es 0,02 calcular la probabilidad de que a lo sumo 2 estén falladas.

X: nº de piezas falladas → éxito

$p: 0{,}02$
$q: 0{,}98$
$p+q = 1$

$X \sim Bi(n, p)$ — n: nº de veces; p: p. éxito

$P(X=k) = C_{n,k} \cdot p^{k} \cdot q^{n-k}$

$X \sim Bi(10;\ 0{,}02)$

$P(\text{a lo sumo 2 fallas}) = P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$= \boxed{0{,}999}$

$P(X=0) = C_{10,0} \cdot \overbrace{0{,}02^{0} \cdot 0{,}98^{10}}^{n} \cong 0{,}817$

$P(X=1) = C_{10,1} \cdot 0{,}02^{1} \cdot 0{,}98^{9} \cong 0{,}167$

$P(X=2) = C_{10,2} \cdot 0{,}02^{2} \cdot 0{,}98^{8} \cong 0{,}015$

Distribución de Poisson   V.A.D

fenómenos raros

- nº de llamadas en espera durante 1 hora
- nº de accidentes en un cruce de rutas en 1 mes
- nº de enfermos que ingresan a un hospital en 1 día
- nº de bacterias en 1 cm³

⋮

$Y \sim P_{\lambda}$ λ = "promedio"   λ lambda $Y: 0, 1, 2, 3, \ldots, n$

El nº de llamadas que ingresa a una central telefónica es de (4) en promedio por hora.

Y: nº de llamadas que ingresan en 1 hora
$Y \sim P_{\lambda=4}$

a) probabilidad de que en 1 hora ingresen al menos 2 llamadas.

$P(\text{al menos } 2) = P(Y \geq 2) = P(Y=2) + P(Y=3) + \ldots + P(Y=n)$

a) Probabilidad de que en 1 hora ingresen al menos 2 llamadas.

$$P(\text{al menos } 2) = P(Y \geq 2) = P(Y=2) + P(Y=3) + \dots + P(Y=n)$$

Y	0	1	2	...

$$\sum_{i=1}^{n} P(x = x_i) = 1$$

$$P(Y \geq 2) = 1 - [P(Y=0) + P(Y=1)]$$

0 1 2 3 ...

$$Y \sim P_\lambda \rightarrow \boxed{P(Y=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}}$$

$$P(Y \geq 2) = 1 - [P(Y=0) + P(Y=1)]$$

$$= 1 - \underbrace{\left[\frac{e^{-4} \cdot 4^0}{0!} + \frac{e^{-4} \cdot 4^1}{1!}\right]}_{0{,}091578} \simeq \boxed{0{,}90842}$$

b) Probabilidad de que en 2 horas no ingresen llamadas

A: nº de llamadas en 2 horas $\quad A \sim P_{\lambda=8}$

$$P(A=0) = \frac{e^{-8} \cdot 8^0}{0!} = \boxed{0{,}000335} \qquad 3{,}35 \cdot 10^{-4}$$

$$\begin{cases} E(Y) = \lambda \\ V(Y) = \lambda \end{cases}$$

Aproximación de la dist. de Poisson a la Binomial

condiciones $\rightarrow$ $X \sim Bi(n, p)$

$\quad \hookrightarrow p \rightarrow 0$

$\quad \hookrightarrow n \rightarrow \infty$

$$\boxed{n \cdot p \leq 5}$$

$X \sim Bi(1000; 0{,}003)$

Se toma un grupo de 1000 personas para estudiar una nueva vacuna. Se sabe que la probabilidad de que reaccionen desfavorablemente es 0,003

$X \sim Bi(1000, 0{,}003)$

Se toma un grupo de 1000 personas para estudiar una nueva vacuna. Se sabe que la probabilidad de que reaccione desfavorablemente es 0,003.

Calcular la prob. de que una persona reaccione desfavorablemente

X: nº de personas que reaccionan desfavorablemente

Éxito: reacciona mal $\quad p = 0{,}003 \quad q = 0{,}997$

$$P(X=1) = \underbrace{C_{1000,1}}_{1000} \cdot 0{,}003^{1} \cdot 0{,}997^{999} \cong 0{,}14936|6 \quad \text{(Binomial)}$$

Aproximando por Poisson

X: nº de personas que reaccionan mal $\quad X \sim P_{\lambda = n \cdot p}$

$\lambda = 1000 \cdot 0{,}003$

$\boxed{\lambda = 3}$

$$P(X=1) = \frac{e^{-3} \cdot 3^{1}}{1!} \cong 0{,}14936|120 \quad \text{(Poisson)}$$

Para 1º Parcial