Regresie liniară

Ce ne așteaptă?

1. Regresie liniară simplă
2. Regresie liniară multiplă
3. Regresie polinomială
4. Regularizare Lasso, Ridge și ElasticNet

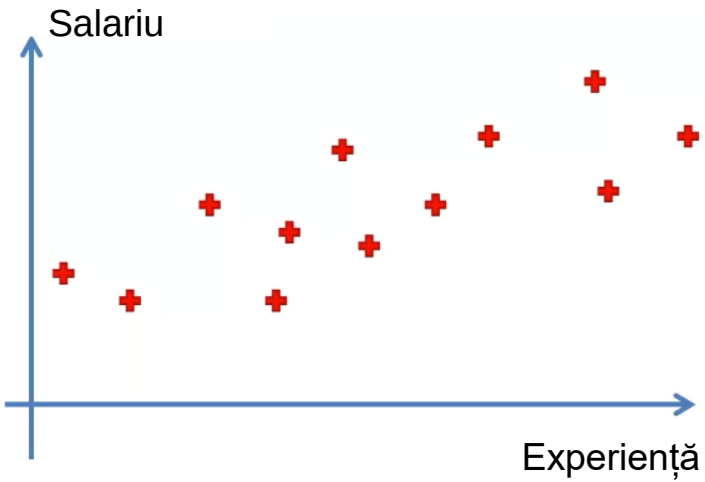
1. Regresie liniară simplă

- Datele dispun de o singura variabila independenta X și o variabila dependenta y
- Ecuația de predicție a lui y pe baza lui x:

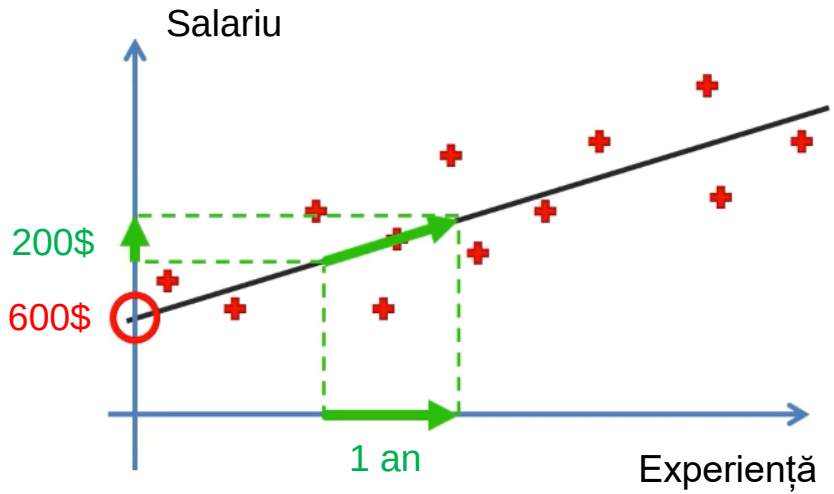
$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 * x_1$$

- unde:
  - $\hat{y}$ - variabila dependenta prezisa
  - x_1 - variabila independenta de intrare
  - β_1 - coeficientul panta (slope) numit si coeficient al modelului
  - β_0 - coeficientul de intersecție (intercept) numit si constanta modelului

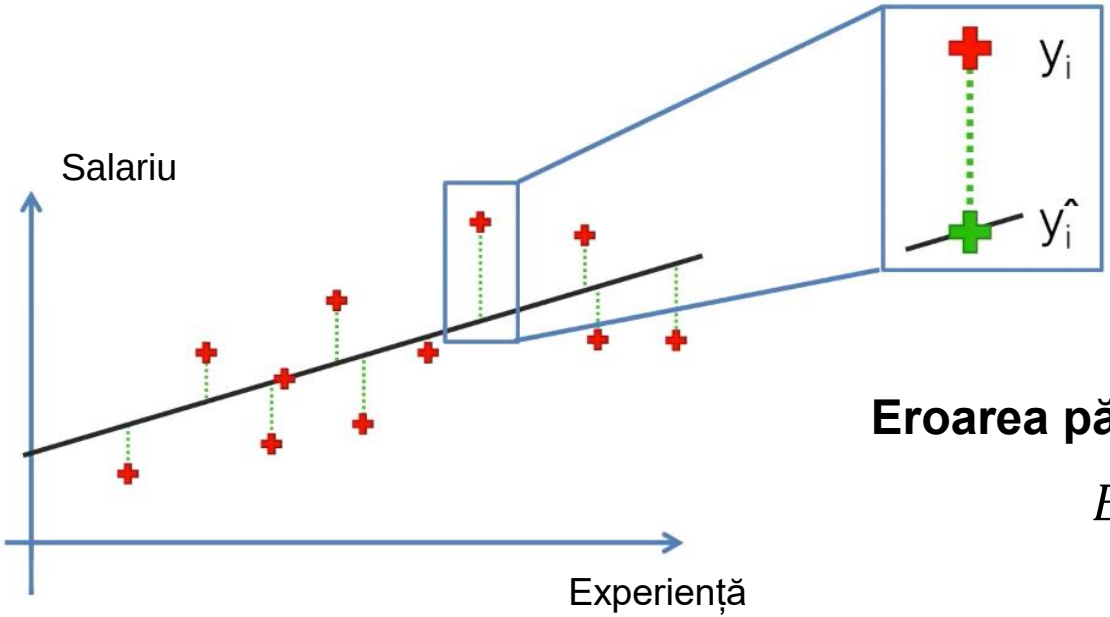
Datele istorice



Linia de predicție



$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 * x_1 \Rightarrow salariu = \beta_0 + \beta_1 * experienta$$



Eroarea pătratica (EP) a predicției *i*

$$EP = (y_i - \hat{y}_i)^2$$

- **Valorile coeficienților sunt determinate de valoarea minimă a sumei erorilor pătratice (SEP):**

$$SEP = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow min$$

2. Regresie liniară multiplă

- **Datele dispun de mai multe variabile independente X și o variabila dependenta y**
- **Ecuația de predicție a lui y pe baza valorilor lui X:**

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \cdots + \beta_3 * x_3$$

- **unde:**
  - $\hat{y}$ **- variabila dependenta prezisa**
  - $x_1, x_2, \ldots x_n$ **- variabile independente de intrare**
  - $\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n$ **- coeficienții modelului**
  - β_0 **- constanta modelului**

Instrumente Scikit-Learn pentru regresia liniară

- Se importa clasa modelului LinearRegression

```
from sklearn.linear_model import LinearRegression
```

- Se creează modelul ca o instanța a acestei clase cu parametrii impliciți

```
model = LinearRegression()
```

- Se realizează trainingul modelului pe datele de training

```
model.fit(X_train, y_train)
```

- Se vizualizează coeficienți modelului

```
model.coef_
```

- Se vizualizează constanta modelului

```
model.intercept_
```

- Se realizează predicția pe datele de test

```
y_pred = model.predict(X_test)
```

- Se determina eroare de predicție prin compararea valorii reale cu cea prezisă

```
er= y_test - y_pred
```

3. Regresia polinomială

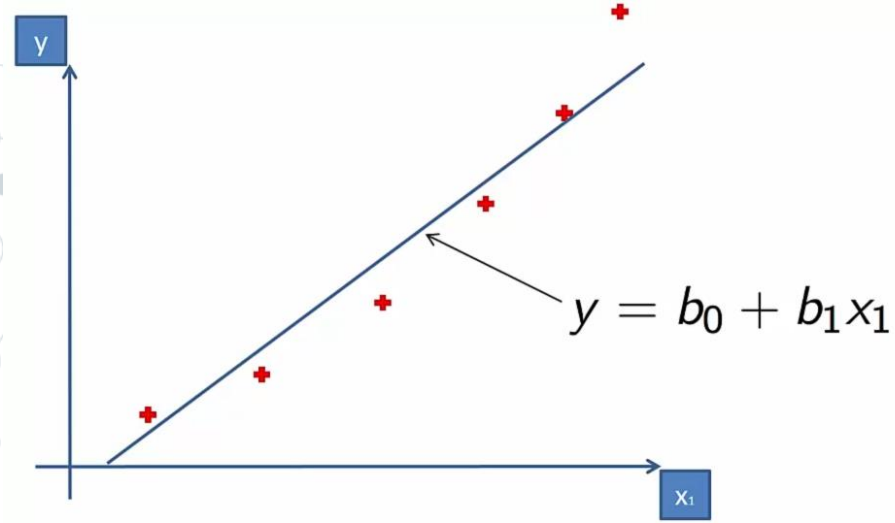
- Regresia polinomială permite:
  - Introducerea nelinialității pentru linia de predicția
  - Evaluarea interacțiunii variabilelor independente

- Ecuația generala de predicție a lui y pe baza unei singure valori x:

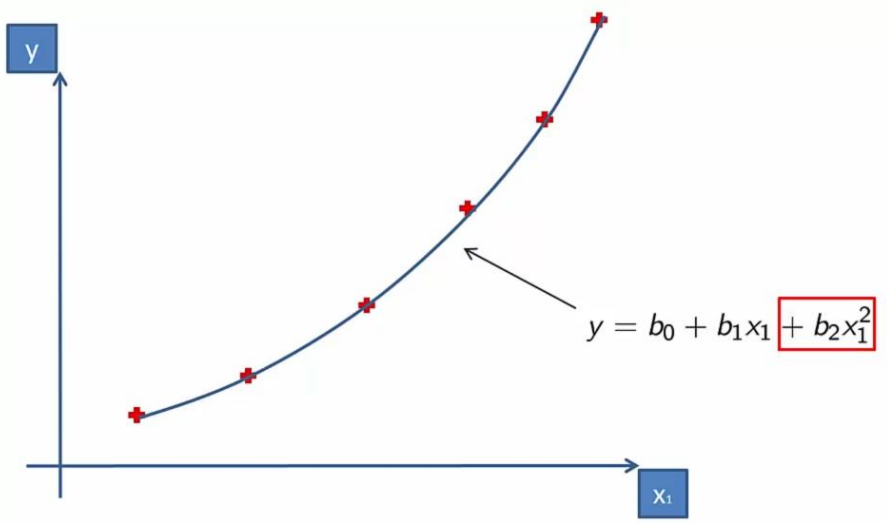
$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_1^2 + \cdots + \beta_d * x_1^d$$

- unde:
  - $\hat{y}$ - variabila dependenta prezisa
  - x_1- variabila independentă de intrare
  - $\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n$ - coeficienții modelului
  - β_0 - constanta modelului
  - d – ordinul polinomului

Regresie liniară simplă



Regresie polinomială



- În cazul prezenței mai multor variabile independente se va realiza înmulțirea între acestea.
- Exemplu ecuație de predicție pentru 2 variabile independente x_1 si x_2 cu polinom de gradul d=2

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \beta_3 * x_1^2 + \beta_4 * x_1 * x_2 + \beta_5 * x_2^2$$

- Variabilelor independente existente li se vor mai adaugă variabile polinomiale obținute prin combinarea acestora
- Variabile polinomiale adăugate se vor considerate noi variabile intendente si vor avea propriul coeficient

Instrumente Scikit-Learn pentru regresie polinomiala

- Se importa clasa convertorului ce va forma variabilele polinomiale

```
from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
```

- Se creează convertorul cu specificare ordinului (degree) și prezența constantei (include_bias)

```
polynomial_converter = PolynomialFeatures(degree=2, include_bias=False)
```

- Se determina parametrii convertorului și apoi acesta se aplica asupra datelor

```
poly_features = polynomial_converter.fit_transform(X)
```

- Se vizualizează forma noilor date

```
oly_features.shape
```

- Se formeaza setul de training si setul de test conform datelor convertite

```
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(poly_features, y,
test_size=0.3, random_state=9)
```

- Se urmează pașii creării modelului ca in cazul regresiei liniare cu datele convertite

```
om sklearn.linear_model import LinearRegression
model = LinearRegression()
model.fit(X_train, y_train)
model.coef_
y_pred = model.predict(X_test)
```

4. Regularizare Lasso, Ridge și ElasticNet

- **Regularizarea presupune includerea unei penalități în suma erorilor pătratice (SEP) ce determina valorile coeficienților β_j**
- **Regularizarea permite excluderea efectului de overfitting a modelului**

- **Regularizarea L1 numită și regularizarea Lasso presupune includerea unei penalități determinată de valorile absolute ale coeficienților β_j**

$$\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 + alpha * \sum_j |\beta_j|$$

- $alpha$ **– hiperparametru ce determina gradul de includere a penalității (**$alpha = 0 \div +\infty$**)**

- **Modelul Lasso permite selecția celor mai importante caracteristici atribuind un coeficient $\beta_j = 0$ pentru caracteristicile neesențiale**

- **Regularizarea L2 numită și regularizarea Ridge presupune includerea unei penalități determinată de valorile pătratice ale coeficienților β_j**

$$\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 + alpha * \sum_j \beta_j^2$$

- $alpha$ **– hiperparametru ce determina gradul de includere a penalității (**$alpha = 0 \div +\infty$**)**
- **Regularizarea ElasticNet include atât regularizarea Lasso cat și Ridge**

$$\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 + alpha * \left(\frac{1 - l_1\_ratio}{2} \sum_j \beta_j^2 + l_1\_ratio * \sum_j |\beta_j| \right)$$

- $alpha$ **– hiperparametru ce determina gradul de includere a penalității (**$alpha = 0 \div +\infty$**)**
- l_1_ratio**– hiperparametru ce determina gradul de includere a regularizării L1**

Instrumente Scikit-Learn pentru regresie cu regularizare

- **Se adauga caracteristicile polinomiale**

```
from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
polynomial_converter = PolynomialFeatures(degree=3,
include_bias=False)
poly_features = polynomial_converter.fit_transform(X)
```

- **Se formeaza setul de training si de test**

```
from sklearn.model_selection import train_test_split
X_train, X_test, y_train, y_test =
train_test_split(poly_features, y, test_size=0.3, random_state=9)
```

- **Se scaleaza caracteristicile datelor de training si de test**

```
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
scaler = StandardScaler()
X_train = scaler.fit_transform(X_train)
X_test = scaler.transform(X_test)
```

- **Regularizare Lasso cu parametrul alpha fix**
  - **Se importa clasa algoritmului Lasso**

    ```
    from sklearn.linear_model import Lasso
    ```
  - **Se creează un model cu fixarea valorii parametrului alpha**

    ```
    lasso_model = Lasso(alpha=1)
    ```
  - **Se realizează trainingul modelului pe datele de training**

    ```
    lasso_model.fit(X_train, y_train)
    ```
  - **Se vizualizează coeficienții modelului**

    ```
    lasso_model.coef_
    ```
  - **Se realizează predicția pe datele de test**

    ```
    y_pred = lasso_model.predict(X_test)
    ```

- **Regularizare Lasso cu parametrul alpha reglabil**
  - Se importa clasa algoritmului LassoCV

    ```
    from sklearn.linear_model import LassoCV
    ```
  - Se creează un model cu specificare diferitor valori a parametrului alpha

    ```
    lasso_CV_model = LassoCV(eps=0.001, n_alphas=100, cv=5, max_iter=1000000)
    ```
  - Se realizează trainingul modelului pe datele de training

    ```
    lasso_CV_model.fit(X_train, y_train)
    ```
  - Se vizualizează parametrul alpha selectat de model

    ```
    lasso_CV_model.alpha_
    ```
  - Se vizualizează coeficienții modelului

    ```
    lasso_CV_model.coef_
    ```
  - Se realizează predicția pe datele de test

    ```
    y_pred = lasso_CV_model.predict(X_test)
    ```

- Regularizare Ridge cu parametrul alpha fix
  - Se importa clasa algoritmului Ridge

    ```
    from sklearn.linear_model import Ridge
    ```
  - Se creează un model cu fixarea valorii parametrului alpha

    ```
    ridge_mode = Ridge(alpha=10)
    ```
  - Se realizează trainingul modelului pe datele de training

    ```
    ridge_mode.fit(X_train, y_train)
    ```
  - Se vizualizează coeficienții modelului

    ```
    ridge_mode.coef_
    ```
  - Se realizează predicția pe datele de test

    ```
    y_pred = ridge_mode.predict(X_test)
    ```

- Regularizare Ridge cu parametrul alpha reglabil
  - Se importa clasa algoritmului RidgeCV

    ```
    from sklearn.linear_model import RidgeCV
    ```
  - Se creează un model cu specificare diferitor valori a parametrului alpha

    ```
    ridge_CV_model = RidgeCV(alphas=(0.1, 1.0, 10), scoring =
    'neg_mean_absolute_error')
    ```
  - Se realizează trainingul modelului pe datele de training

    ```
    ridge_CV_model.fit(X_train, y_train)
    ```
  - Se vizualizează parametrul alpha selectat de model

    ```
    ridge_CV_model.alpha_
    ```
  - Se vizualizează coeficienții modelului

    ```
    ridge_CV_model.coef_
    ```
  - Se realizează predicția pe datele de test

    ```
    y_pred = ridge_CV_model.predict(X_test)
    ```

- **Regularizare ElasticNet cu parametri alpha și l1_ratio ficși**
  - **Se importa clasa algoritmului ElasticNet**

    ```
    from sklearn.linear_model import Ridge
    ```
  - **Se creează un model cu fixarea valorilor parametrilor alpha și l1_ratio**

    ```
    elasticnet_model = ElasticNet(alpha=1.0, l1_ratio=0.5)
    ```
  - **Se realizează trainingul modelului pe datele de training**

    ```
    elasticnet_model.fit(X_train, y_train)
    ```
  - **Se vizualizează coeficienții modelului**

    ```
    elasticnet_model.coef_
    ```
  - **Se realizează predicția pe datele de test**

    ```
    y_pred = elasticnet_model.predict(X_test)
    ```

- **Regularizare ElasticNet cu parametrii alpha și l1_ratio reglabili**
  - **Se importa clasa algoritmului ElasticNetCV**

    ```
    from sklearn.linear_model import ElasticNetCV
    ```
  - **Se creează un model cu specificare diferitor valori a parametrilor alpha și l1_ratio**

    ```
    elasticnet_CV_model=ElasticNetCV(l1_ratio=[0.1, 0.5, 0.7, 0.9, 0.95, 0.99, 1],
    eps=0.001, n_alphas=100, cv=5, max_iter=1000000)
    ```
  - **Se realizează trainingul modelului pe datele de training**

    ```
    elasticnet_CV_model.fit(X_train, y_train)
    ```
  - **Se vizualizează parametrul alpha selectat de model**

    ```
    elasticnet_CV_model.alpha_
    ```
  - **Se vizualizează parametrul l1_ratio selectat de model**

    ```
    elasticnet_CV_model.l1_ratio_
    ```
  - **Se vizualizează coeficienții modelului**

    ```
    elasticnet_CV_model.coef_
    ```
  - **Se realizează predicția pe datele de test**

    ```
    y_pred = elasticnet_CV_model.predict(X_test)
    ```