§12.4 电势

为什么要讨论电势能和电势?

电势是从能量角度描述静电场的另一个重要概念。和日常生活息息相关，如闪电、电压等。

本讲基本要求

掌握电势的定义和计算方法。

12.4.4 电势 电势差

$$W_a = q_0 \int_a^{"0"} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

- 电势定义 $V_a = \dfrac{W_a}{q_0} = \int_a^{"0"} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

电场力对单位正电荷自$\boldsymbol{a}$(所求点)$\rightarrow$“电势零点”过程中所作的功。

(1) 标量。

(2) 单位:伏特(V)。

(3) 电势零点(相对值)
- 工程上：大地或仪器外壳
- 理论计算上
  - 有限区域：无限远
  - 无限区域：不能在无限远处

12.4.4 电势　电势差

- 电势差

$$U_{ab}=V_a-V_b=\frac{W_a}{q_0}-\frac{W_b}{q_0}$$

$$=\frac{A_{ab}}{q_0}=\int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

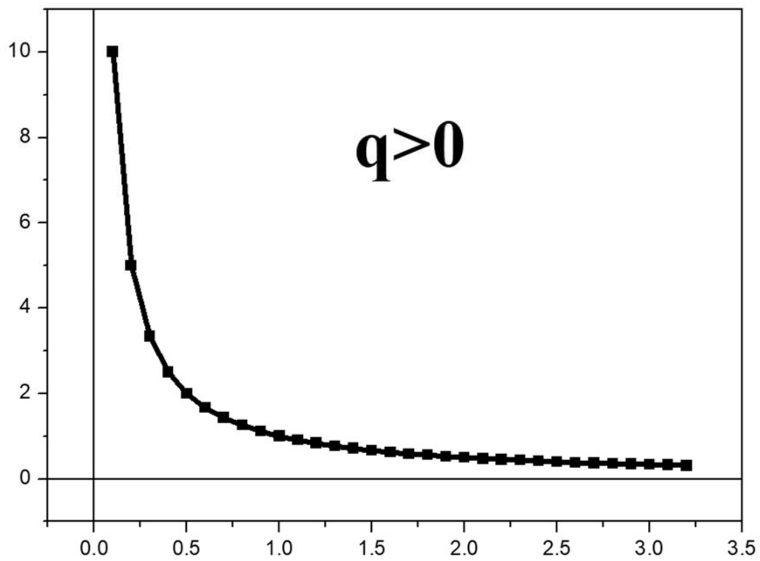
电场力对单位正电荷自$a \to b$ 过程中所作的功。

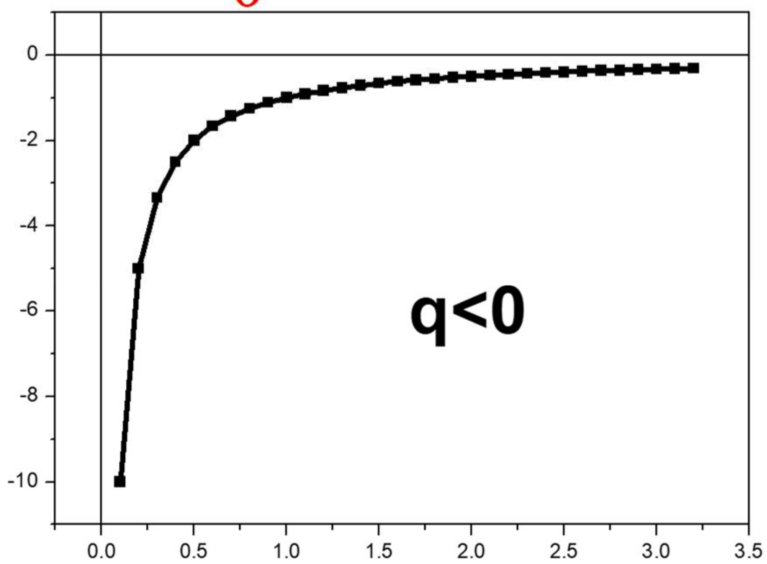
➢ 与电势零点的选择无关

12.4.5 电势的计算

（1） 点电荷电场中的电势（无穷远为电势零点）

$$V_a=\int_a^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_a^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\mathrm{d}r=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$





（2）点电荷系电场中的电势

$$V_a = \int_a^\infty \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^\infty (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_a^\infty \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_a^\infty \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \cdots + \int_a^\infty \vec{E}_n \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} V_{ai}$$

电势叠加原理（无穷远为电势零点）

（3）电荷连续分布带电体电场中的电势由电势叠加原理（无穷远为电势零点）

$$\mathrm{d}V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r} \qquad V = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

电势的计算

1 已知场强分布（定义）

$$V_a = \int_a^{"0"} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

2 已知电荷分布

$$V_a = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\mathrm{d}q}{r}$$

例 半径为$\boldsymbol{R}$，带电量为$\boldsymbol{q}$ 的均匀带电球面

求 带电球面的电势分布

解 根据高斯定律可得：

$$E_1 = 0 \qquad (r < R)$$

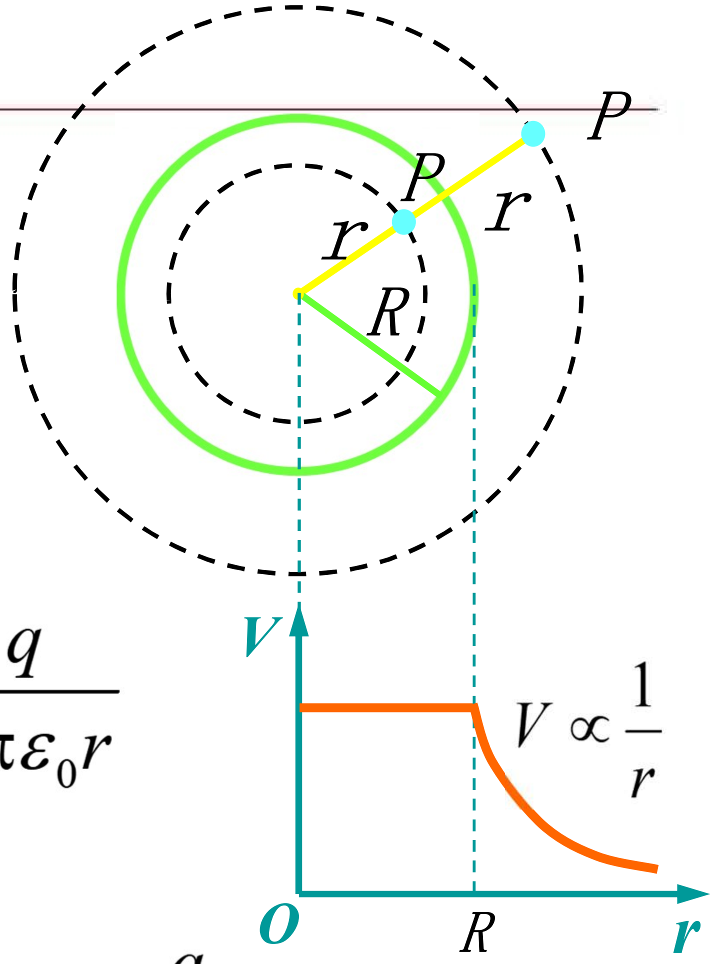
$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (r > R)$$

对球面外任一点$\boldsymbol{P}$（$\boldsymbol{r > R}$）

$$V_{out} = \int_p^\infty \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^\infty \frac{q\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

对球面内任一点$\boldsymbol{P}$（$\boldsymbol{r < R}$）

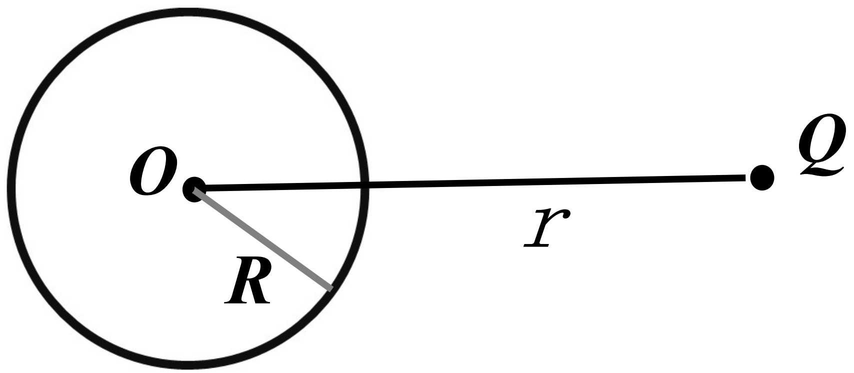
$$V_{in} = \int_p^\infty \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \underline{\int_r^R E_1 \mathrm{d}r + \int_R^\infty E_2 \mathrm{d}r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$



球内各点的电势相等，且等于球面上各点的电势。

例 有一半径为$\boldsymbol{R}$、带电量为$\boldsymbol{q}$ 的带电球面，在距其球心为r处放置一点电荷Q，球面上的电荷不再均匀分布。

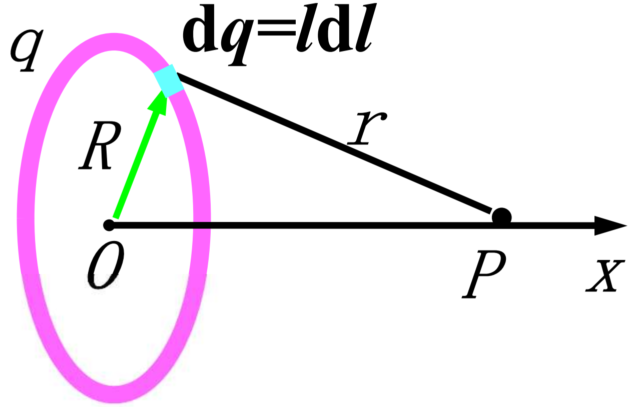
求 球心$\boldsymbol{O}$的电势分布



例 半径为R，带电荷为 q 的均匀带电圆环，

求 圆环轴线任一点 P 的电势。

解 建立如图坐标系，选取电荷元$\mathrm{d}q$



$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l, \qquad \lambda = \frac{q}{2\pi R}$$

以无穷远为电势零点

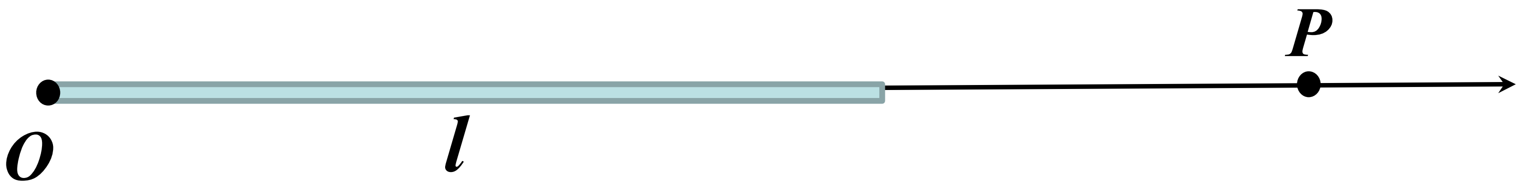
$$\mathrm{d}V = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$V_p = \int_0^{2\pi R} \frac{\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{1/2}}$$

- 当$\boldsymbol{x=0}$ 时，$V_O = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$
- 当 $\boldsymbol{x \gg R}$ 时，$V_p = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$

例 长度为l，带电荷为 q 的细导线，均匀带电

求 其延长线上任一点 P（距细导线右端的距离为a）的电势。

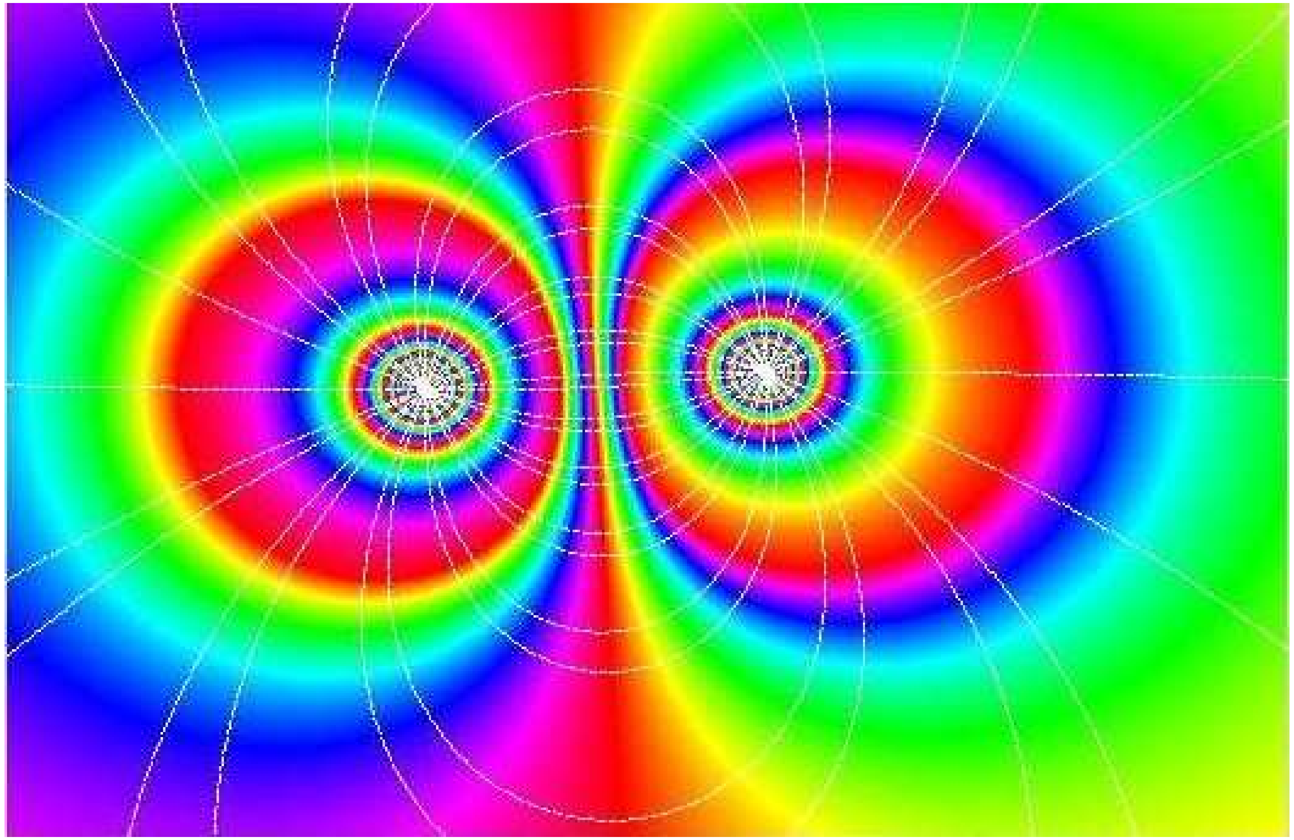


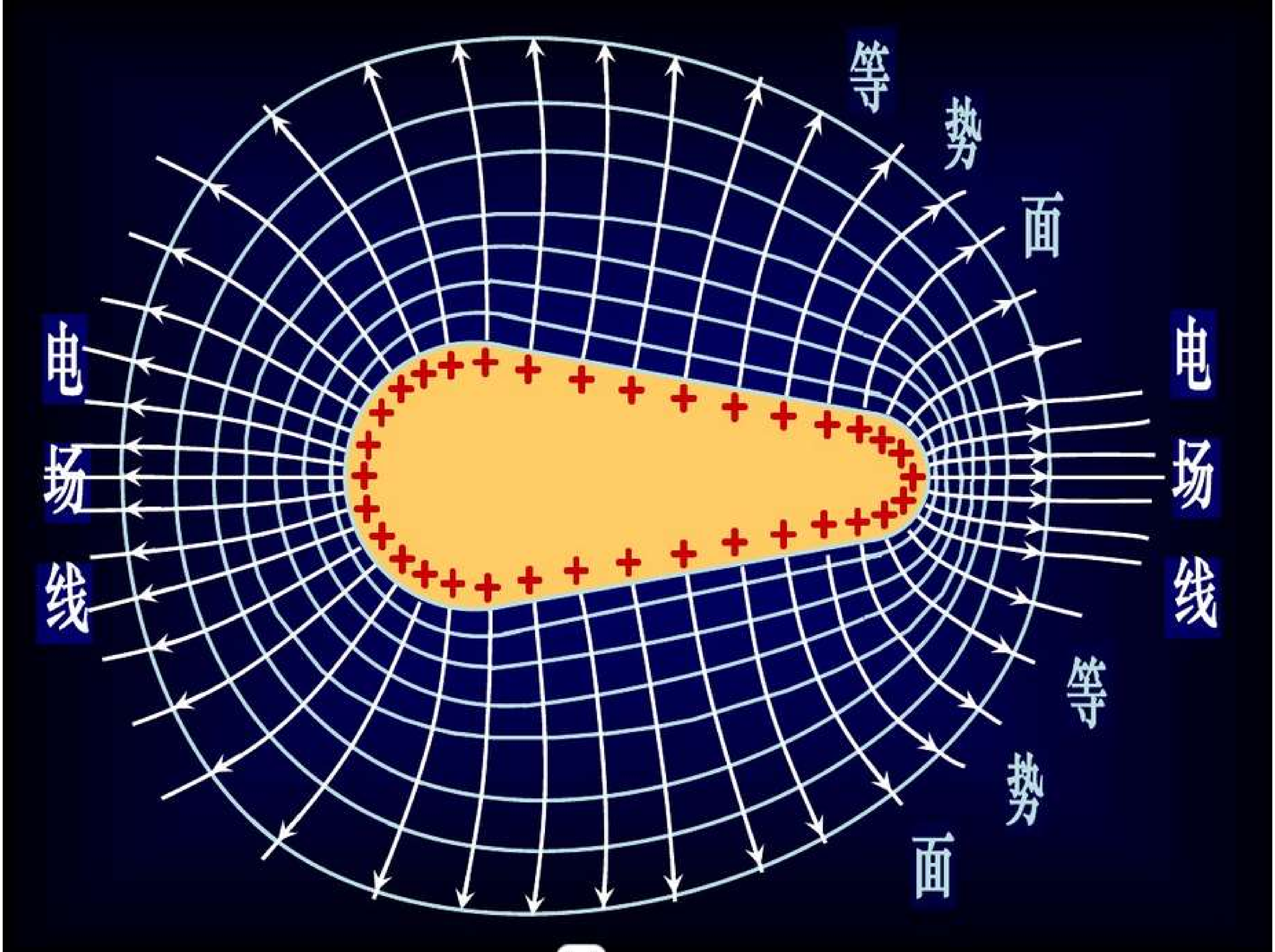
§12.5　等势面
电场强度与电势的微分关系

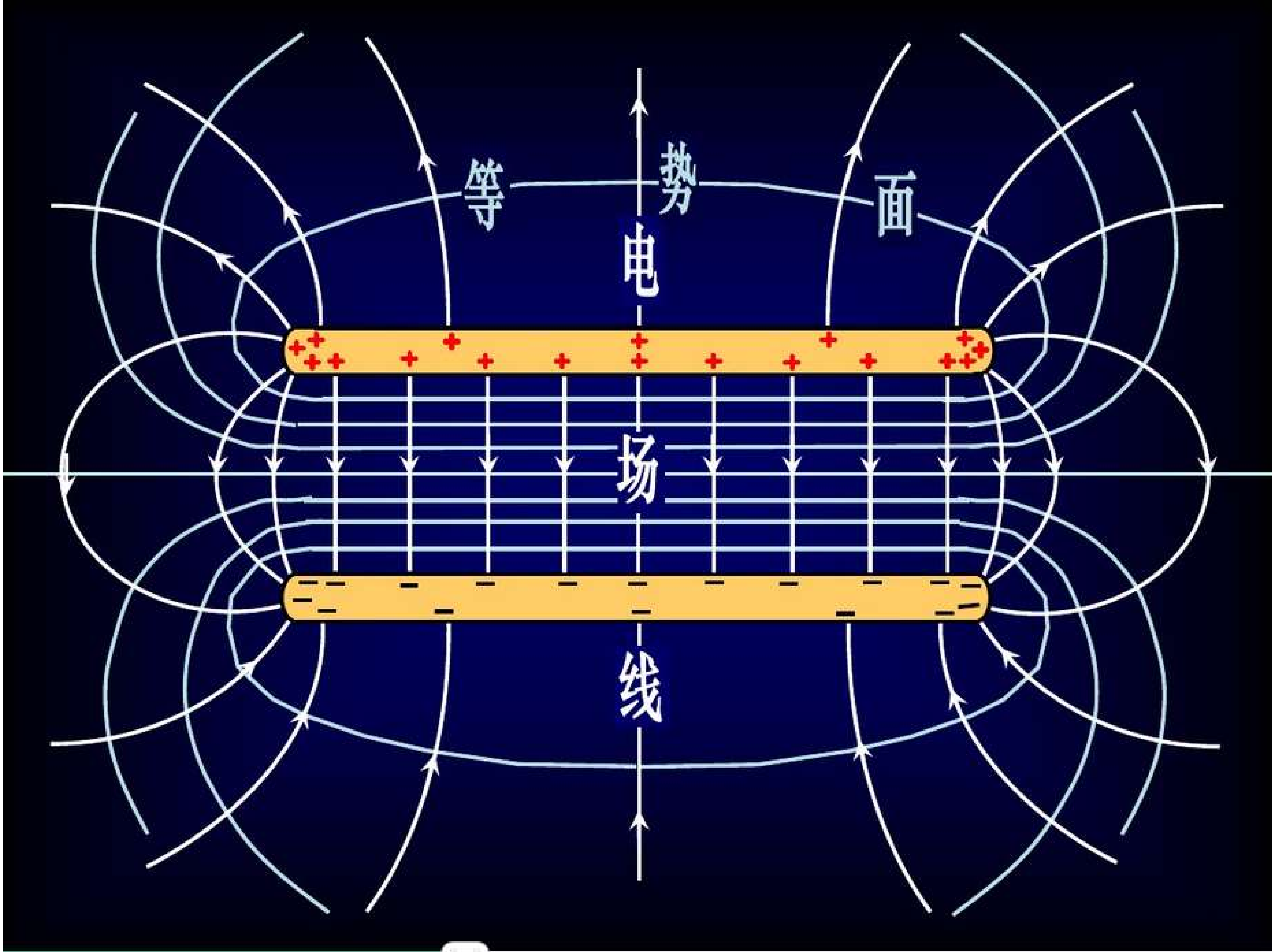
电势已知，如何确定场强？

12.5.1 等势面

电场中电势相等的点连成的面称为等势面。




等势面
电场线
电场线
等势面



等势面
电场线

12.5.1 等势面

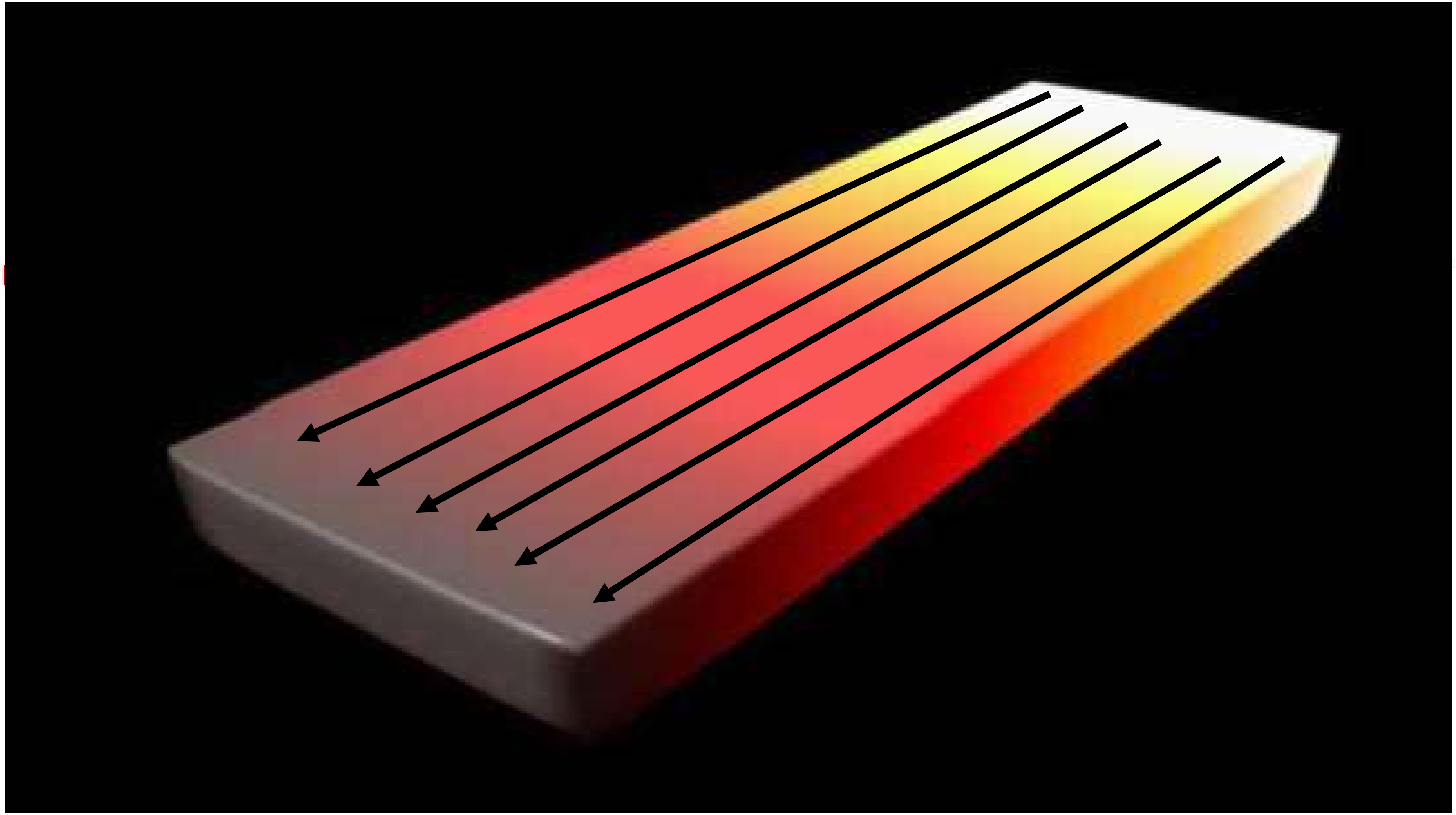
等势面的性质:

(1) 电场线与等势面处处正交。

沿等势面移动电荷时，电场力所作的功为零。

(2) 规定相邻两等势面间的电势差都相同

等势面密 $\longrightarrow$ $\vec{E}$大　　　等势面疏 $\longrightarrow$ $\vec{E}$小



温度场-------标量场；热流场-------矢量场。

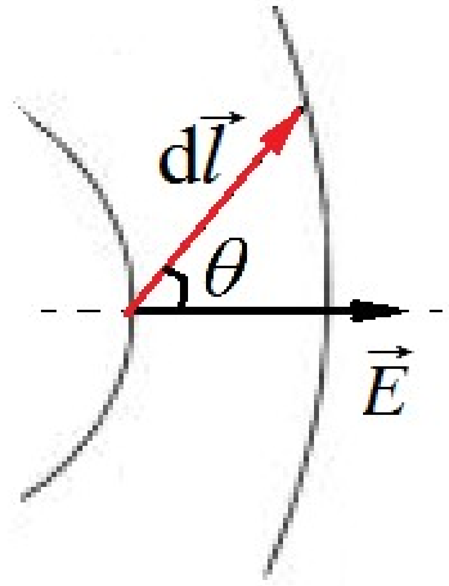
静电场电势-------标量场；静电场场强-------矢量场。

12.5.2 电场强度与电势的微分关系

（空间各点电势已知）

$$-\mathrm{d}V = \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = E\cos\theta \mathrm{d}l = E_l \mathrm{d}l$$

$E_l = E\cos\theta$ 为场强在 $\mathrm{d}\vec{l}$ 方向上的分量

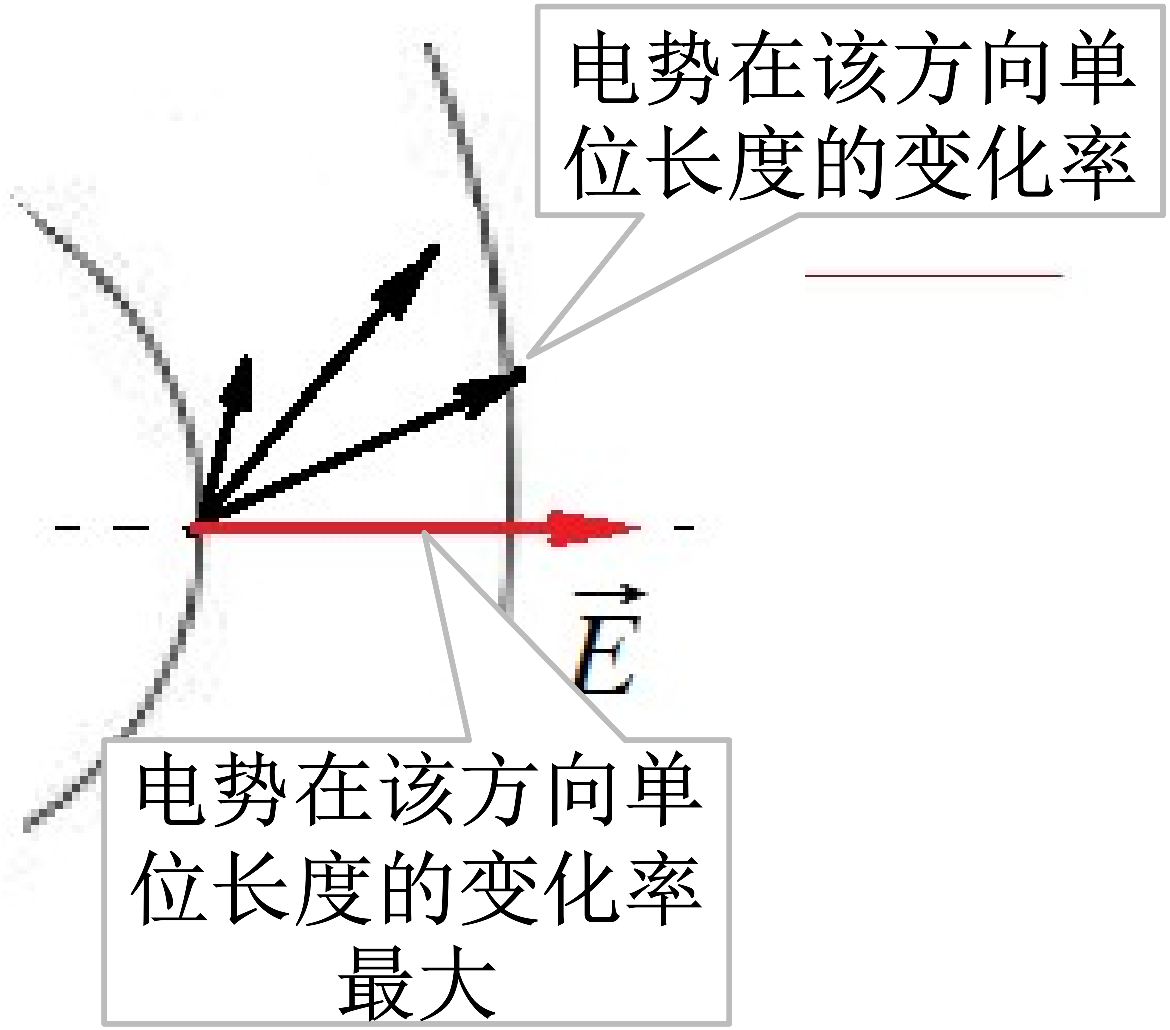


$$E_l = -\frac{\partial V}{\partial l}$$

场强沿任一方向的分量，等于该点电势沿该方向的单位长度变化量的负值。

梯度

若空间各点电势已知，则场强的方向沿**电势减小最快的方向**，大小等于该方向电势的**单位长度变化量**。



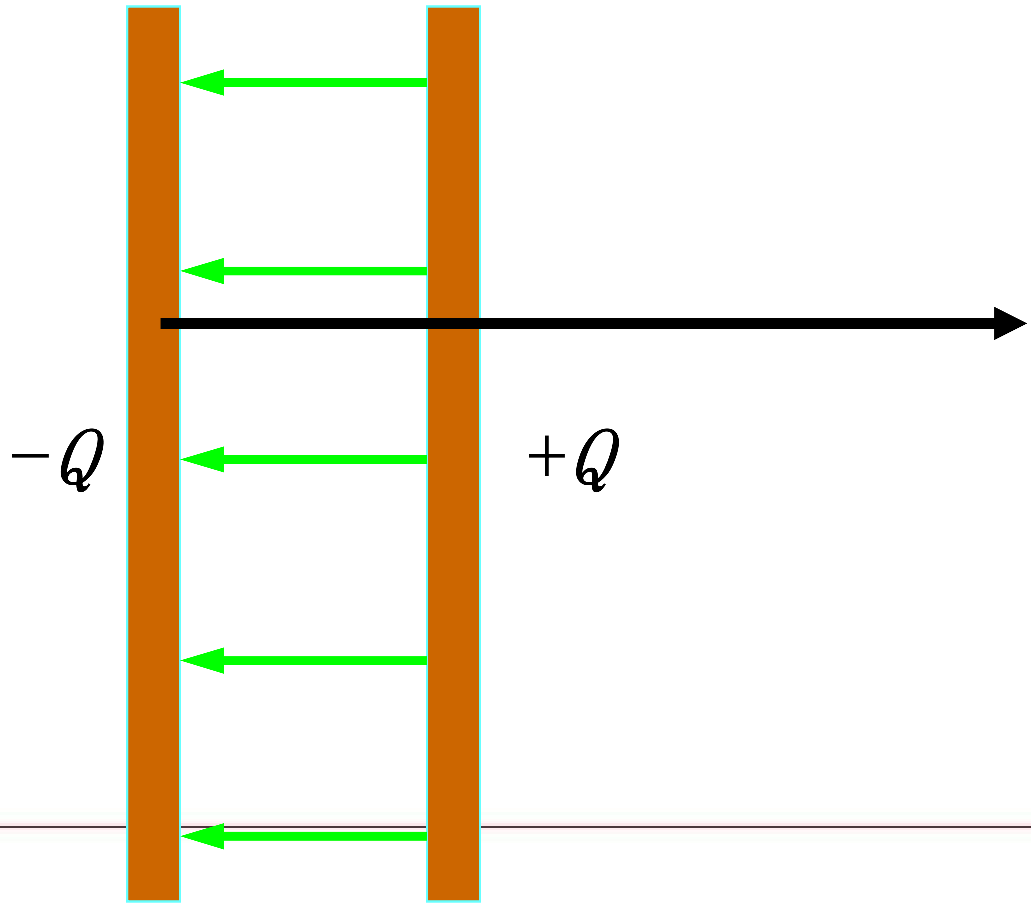
在直角坐标系中

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) = -\nabla V$$

例 已知 $V = 10^5 x \qquad 0 < x < 10^{-2}$

求 电场强度的分布。

解 $$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -10^5 \qquad E_y = 0 \qquad E_z = 0$$



小结

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0}$$

电势计算：

(1) $$V_a = \int_Q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ （无限远处为电势零点）

(2) $$V_a = \int_a^{"0"} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) = -\nabla V$$