

§ 18.5 微观粒子的波粒二象性



德布罗意像

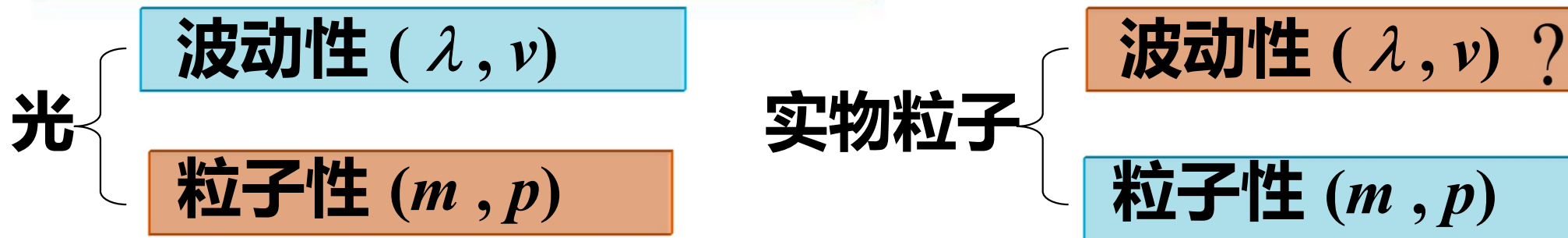
为什么讨论微观粒子的波粒二象性

微观粒子的波粒二象性是量子力学的最核心的概念之一

本讲基本要求

掌握微观粒子的波粒二象性

18.5.1 德布罗意假设



- 德布罗意假设(1924年): 实物粒子具有波粒二象性。

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = mc^2 = h\nu$$

$$\text{波长 } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

$$\text{频率 } \nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h} = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

与实物粒子相联系的波称为德布罗意波或物质波。

18.5.1 德布罗意假设

电子稳定轨道半径（驻波）

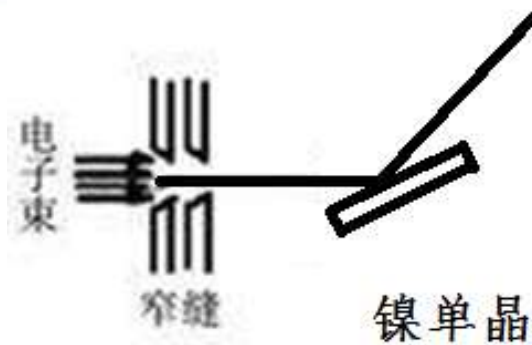
$$2\pi r = n\lambda \quad n=1,2,3,\dots$$

将 $\lambda = \frac{h}{mv}$ 代入：

$$mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

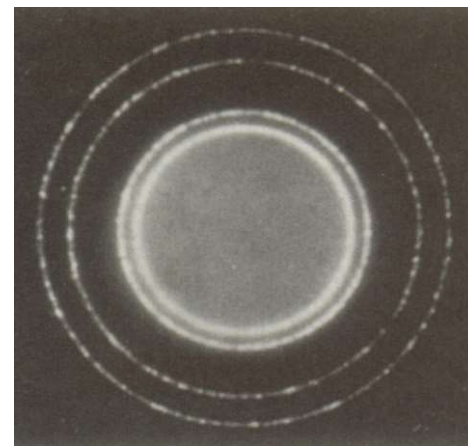
18.5.2 德布罗意波的实验验证

1. 戴维逊-革末实验

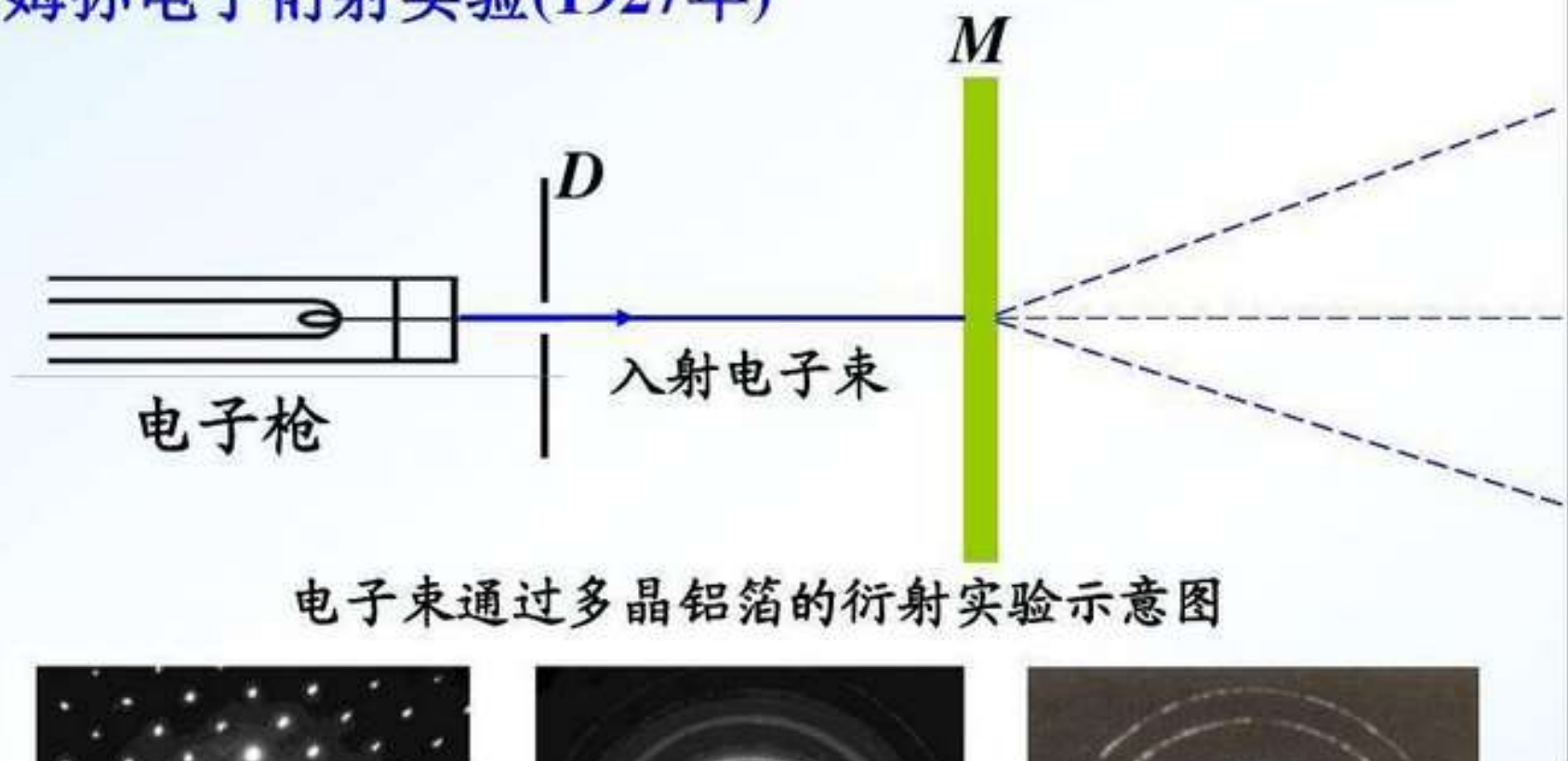


电子束的波长与**X**射线近似，
都选用晶体作为衍射器件。

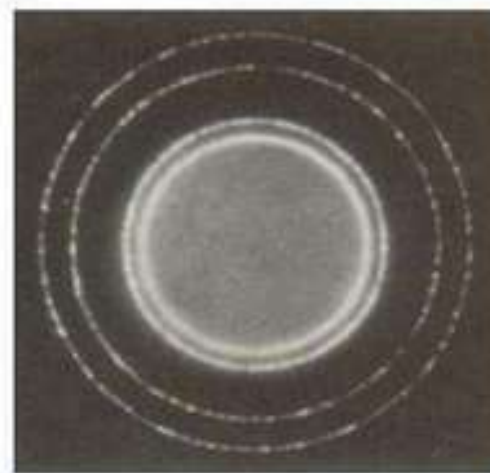
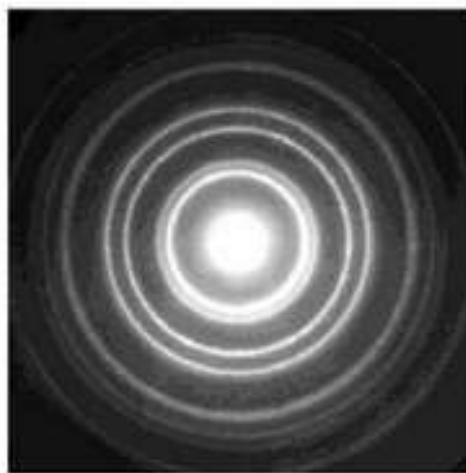
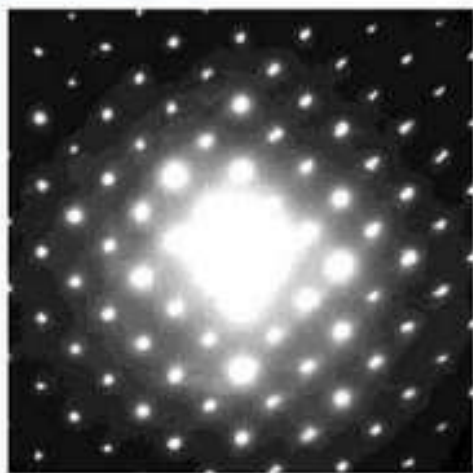
**X
射
线**



汤姆孙电子衍射实验(1927年)



电子束通过多晶铝箔的衍射实验示意图

(a) 电子在 MoO_3 单晶上的衍射图像 (b) 电子在金(Au)多晶上的衍射图像

电子在晶体上的衍射图

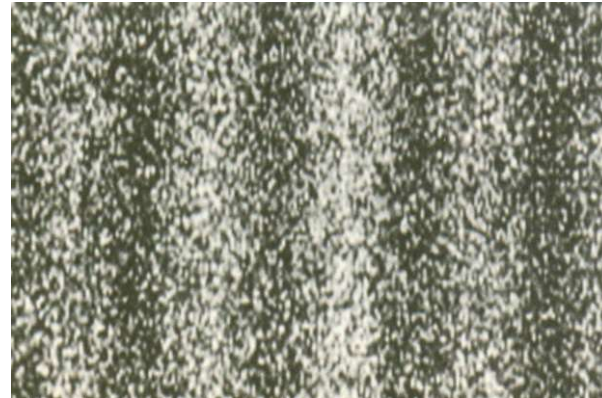
电子双缝干涉图样



双缝干涉图样

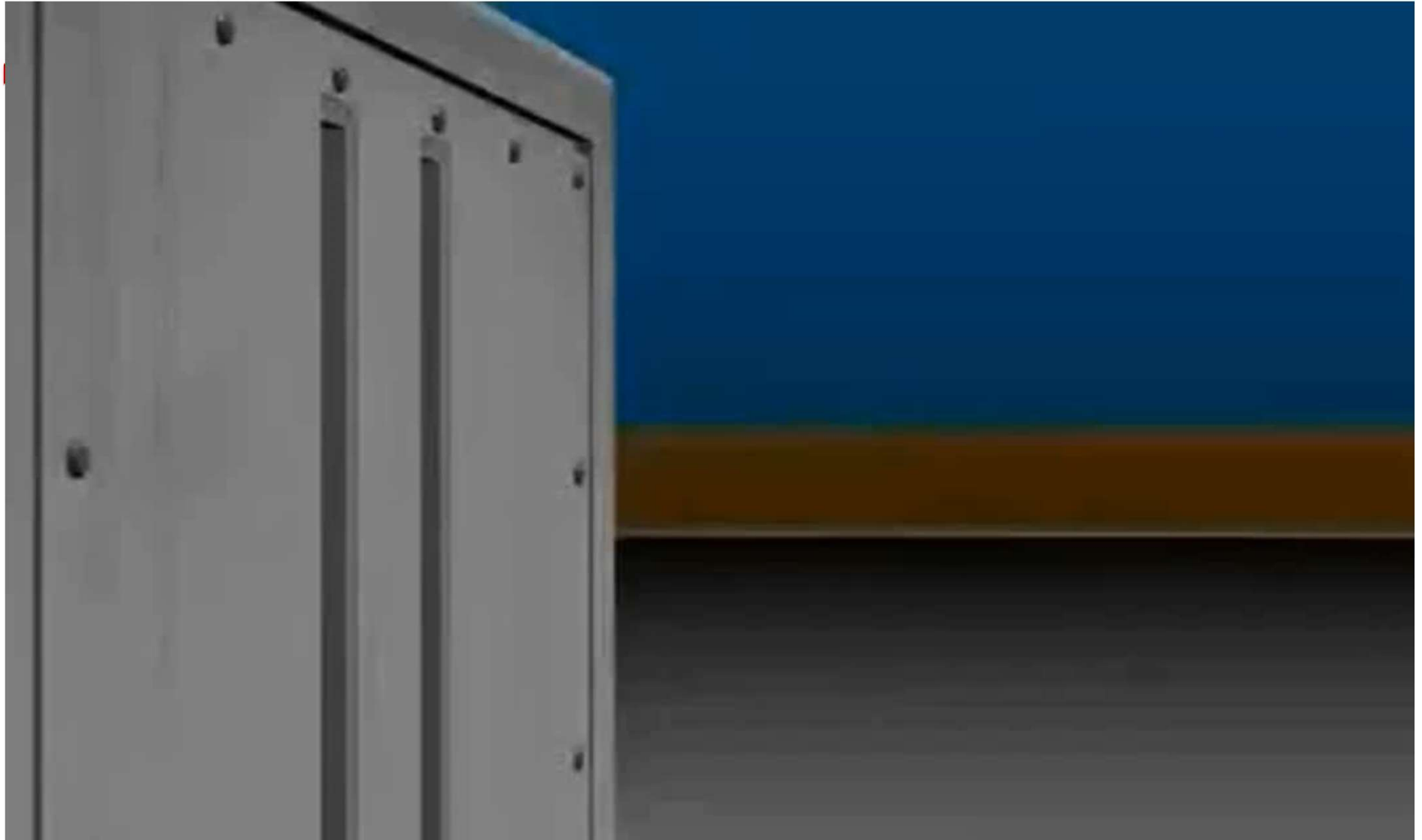


杨氏双缝干涉图样



电子双缝干涉图样





例 计算经过电势差 $U_1 = 150 \text{ V}$ 和 $U_2 = 10^4 \text{ V}$ 加速的电子的德布罗意波长（不考虑相对论效应）。

解 根据 $\frac{1}{2}m_0v^2 = eU$ ，加速后电子的速度为 $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}}$

根据德布罗意关系 $p = h / \lambda$ ，电子的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{m_0v} = \frac{h}{\sqrt{2m_0e}} \frac{1}{\sqrt{U}} = \frac{1.225}{\sqrt{U}} \text{ nm}$$

波长分别为 $\lambda_1 = 0.1 \text{ nm}$

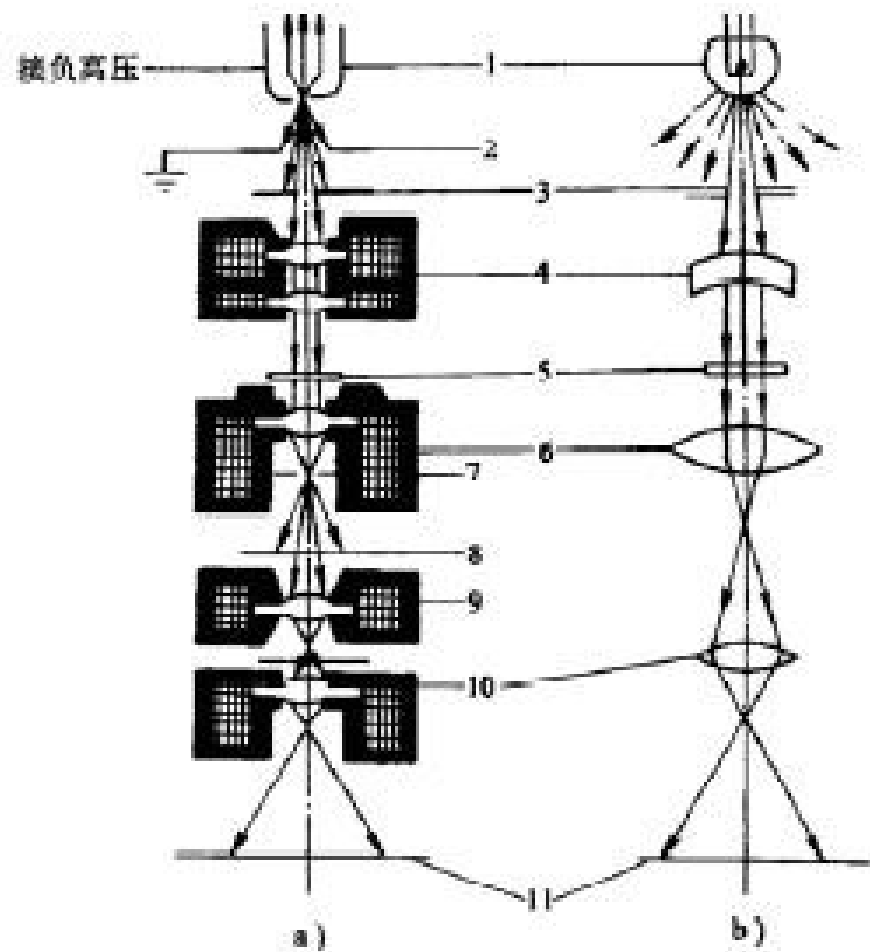
$$\lambda_2 = 0.0123 \text{ nm}$$

➤ **说明**

电子波波长 \ll 光波波长

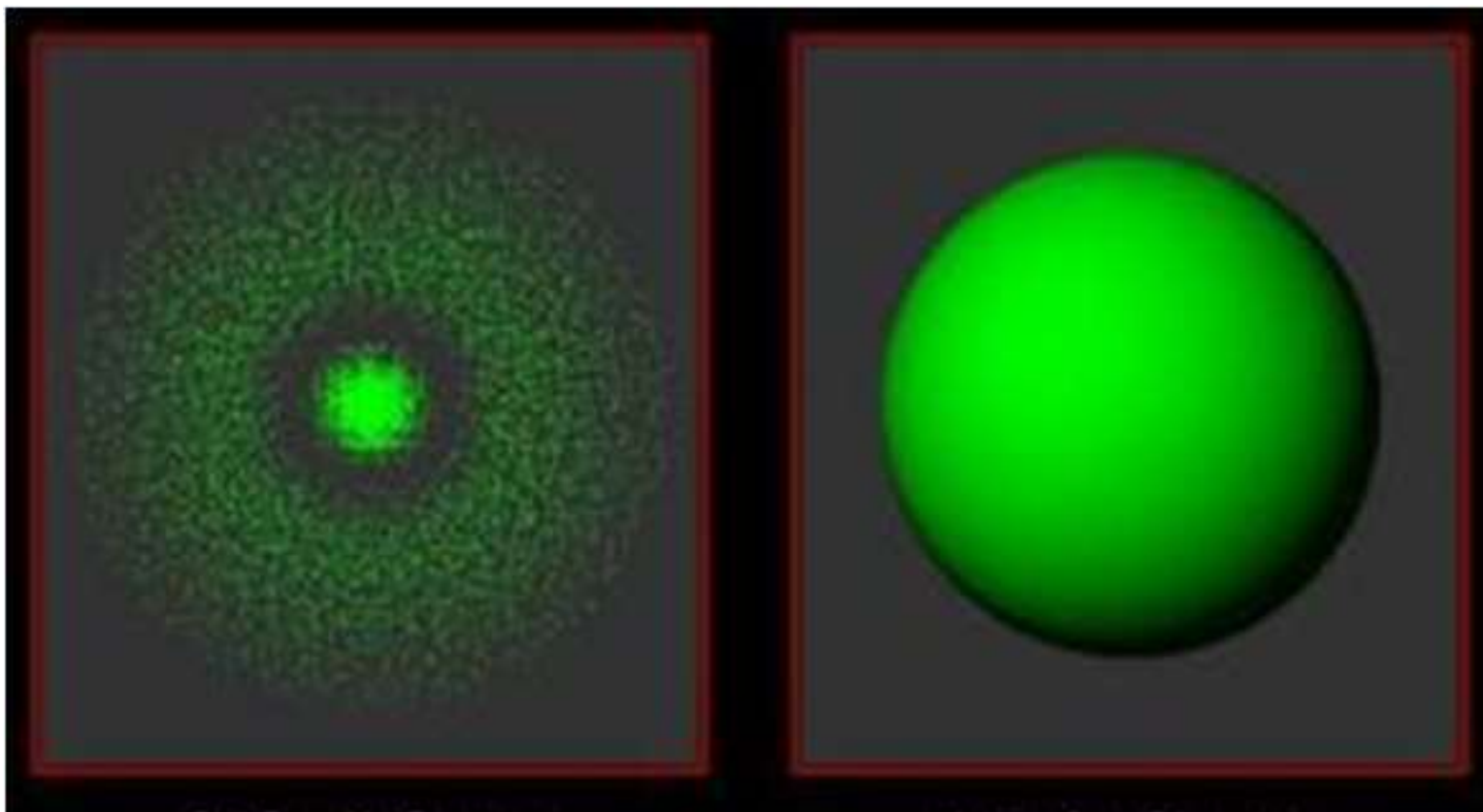


电子显微镜分辨率远大于光学显微镜



第19章 量子力学初步

19.1.1 不确定关系



为什么讨论不确定关系

不确定关系完全违背了我们的常识，但是它确实是物理事实。

本讲基本要求

掌握动量-坐标、能量-时间的不确定关系

19.1.1 不确定关系

1. 动量 — 坐标不确定关系

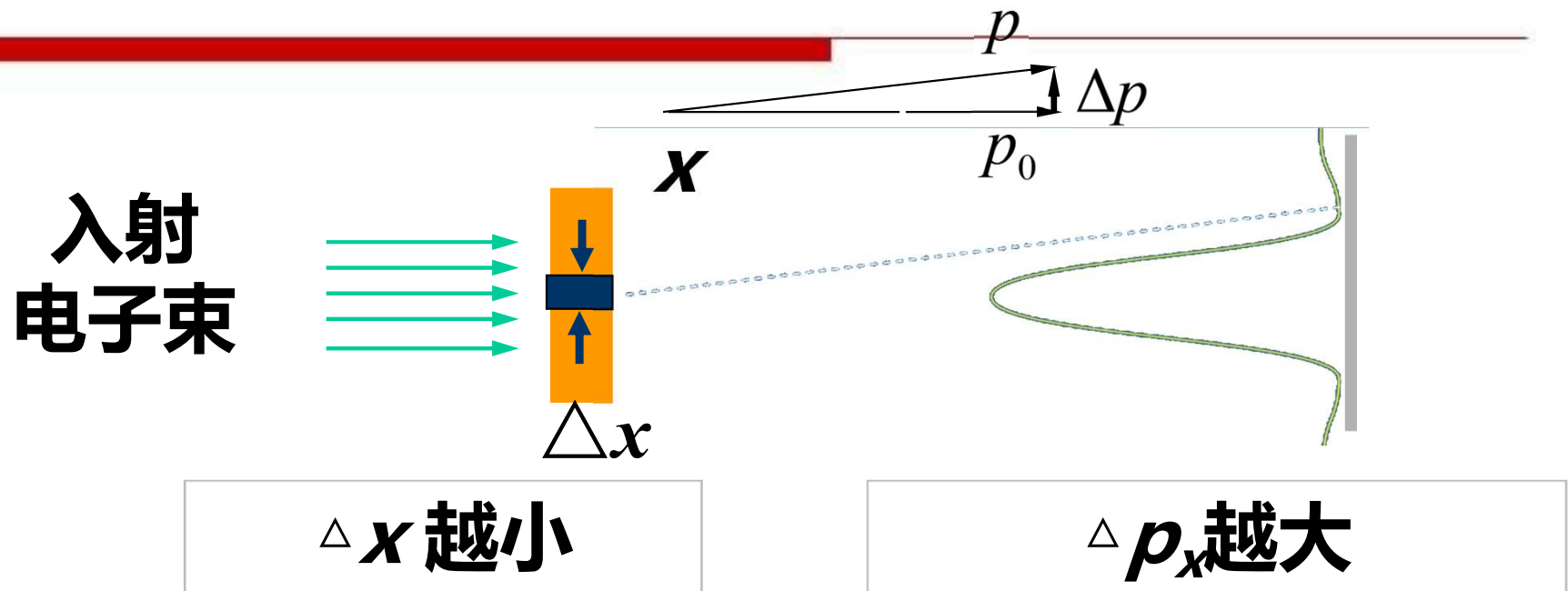
微观粒子的位置坐标 x 、动量分量 p_x 不能同时具有确定的值。

Δx 、 Δp_x 分别是 x 、 p_x 同时具有的不确定量

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

(海森伯坐标和动量的不确定关系)

19.1.1 不确定关系



粒子的波动性 → 不确定关系

- 结论：(1) 微观粒子没有确定的轨道；
(2) 微观粒子不可能静止。

例子弹 ($m = 0.10 \text{ g}$, $v = 200 \text{ m/s}$) 穿过 0.2 cm 宽的狭缝。

求 沿缝宽方向子弹的速度不确定量。

解 $\Delta x = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

子弹速度的不确定量为

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 0.1 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3}}$$
$$= 2.64 \times 10^{-28} \text{ m/s}$$

例 原子的线度约为 10^{-10} m，求原子中电子速度的不确定量。

解 原子中电子的位置不确定量 10^{-10} m，由不确定关系

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

电子速度的不确定量为

$$\begin{aligned}\Delta v_x &= \frac{\Delta p_x}{m} \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 10^{-10}} \\ &= 5.8 \times 10^5 \text{ m/s}\end{aligned}$$

➤ **说明**

氢原子中电子速率约为 10^6 m/s。速率不确定量与速率本身的数量级基本相同，因此原子中电子的位置和速度不能同时完全确定，也没有确定的轨道。

例 氦氖激光器所发红光波长 $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, 谱线宽度 $\Delta \lambda = 10^{-8} \text{ \AA}$ 。

求 当这种光子沿 x 方向传播时, 它的 x 坐标不确定度(波列长度)。

解

$$p_x = \frac{h}{\lambda}$$

$$\Delta p_x = \frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2} = \frac{h(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2} \approx \frac{h \Delta \lambda}{\lambda^2}$$

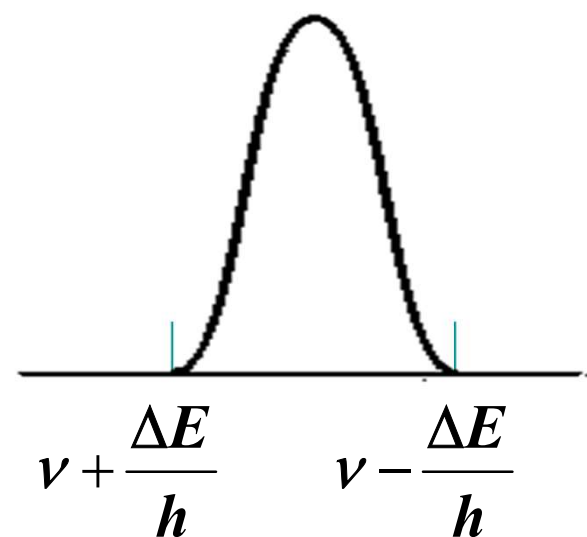
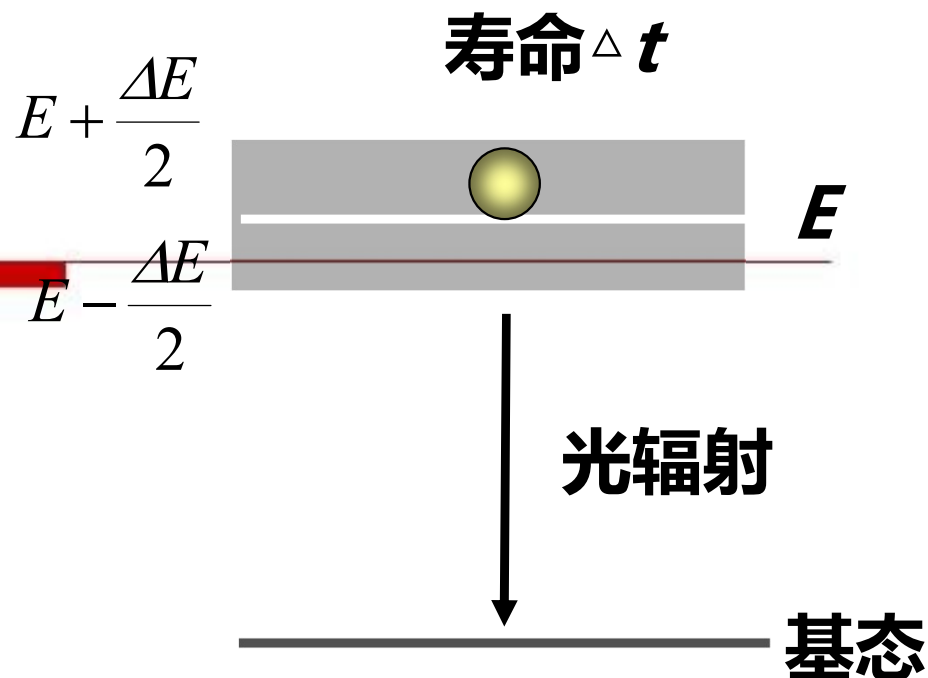
$$\Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \frac{\lambda^2}{2\pi \Delta \lambda} \approx 4 \times 10^5 \text{ m}$$

2. 能量 — 时间不确定关系

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

原子能级宽度 ΔE 和原子在该能级的平均寿命 Δt 之间的关系。

基态	平均寿命	$\Delta t \rightarrow \infty$
	能级宽度	$\Delta E \rightarrow 0$



辐射光谱线固有宽度

小结

- 德布罗意假设(1924年):

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = mc^2 = h\nu$$

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

思考题

1. 微观粒子的不确定关系表明：反应微观粒子的物理量是不确定的，这种不确定是有可能来源于我们的测试手段不够精确吗？