§15.5　自感与互感

主要内容：

1. 自感应
2. 互感应

亨利（1797-1878），以电感单位“亨利”留名的大物理学家。在电学上有杰出的贡献。他发明了继电器，发现了电子自动打火原理。

法拉第曾感慨道：“在电流自感研究方面，亨利遥遥领先于他的同时代人。”

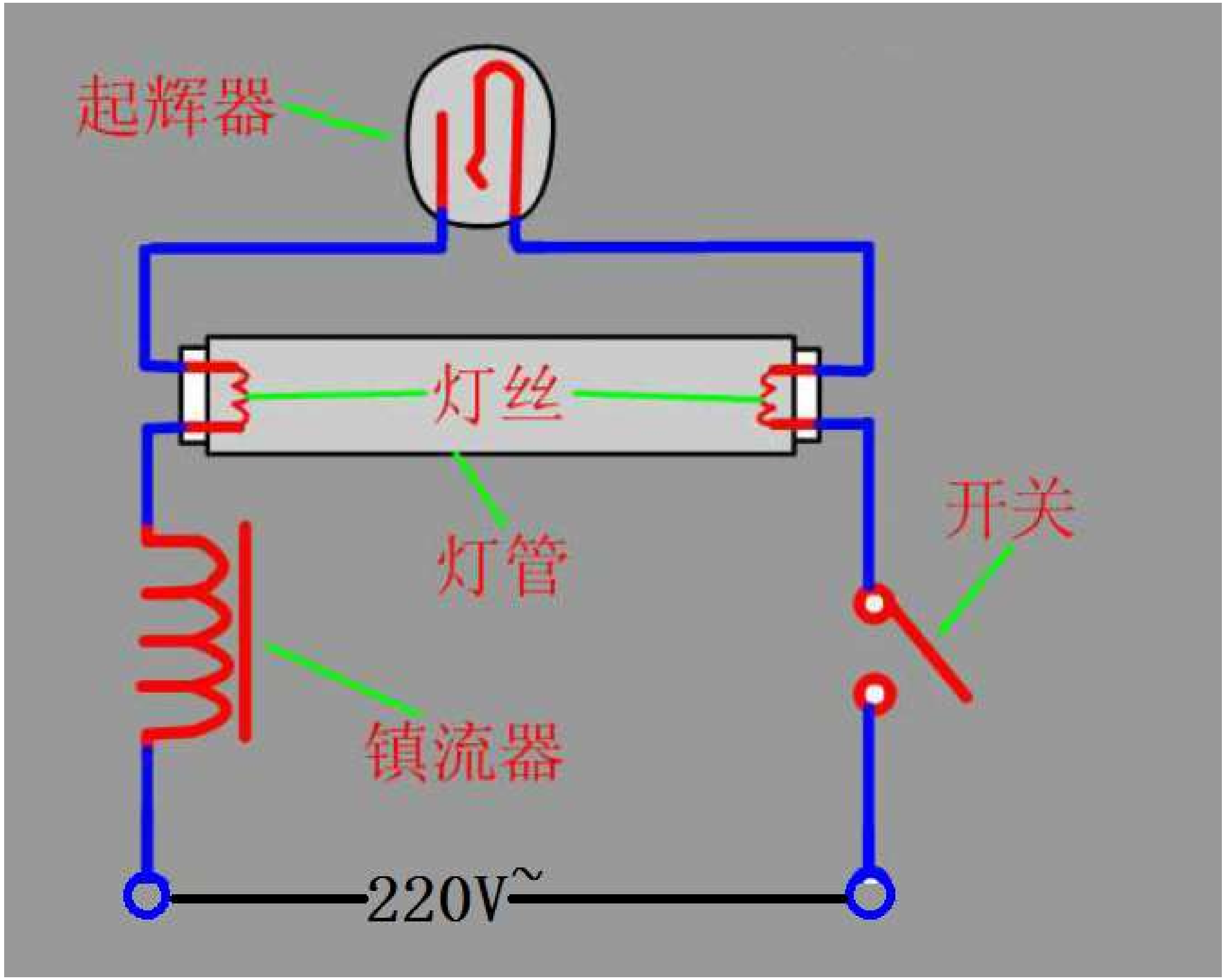
杰出的实验物理学家和科学活动家

约瑟夫·亨利

§ 15. 5. 1 自感

在1 ms的时间内，产生600V-1500V的脉冲电压

启辉器在开关闭合瞬间膨胀连通，产生高电压后断开，高电压将灯管中的气体电离



§15.5.1 自感

隔离刀闸带电分闸,线圈断电后产生极高的感应电动势

本讲基本要求

掌握自感与互感系数、自感与互感电动势的计算

15.5.1 自感应

自感原理：

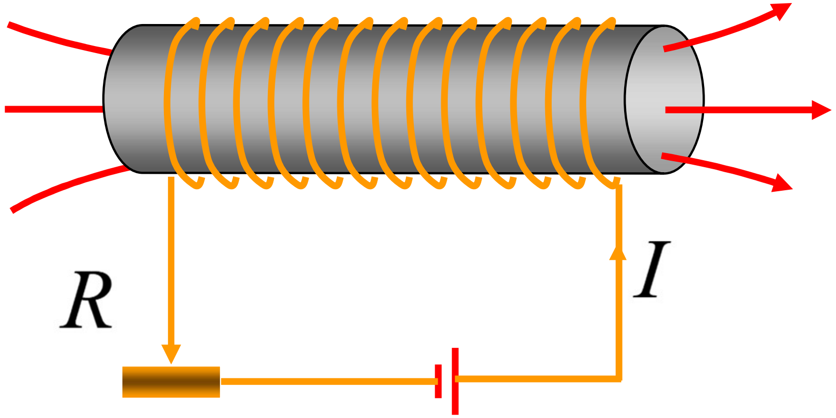
线圈电流变化dI

⇩

自身磁通变化

⇩

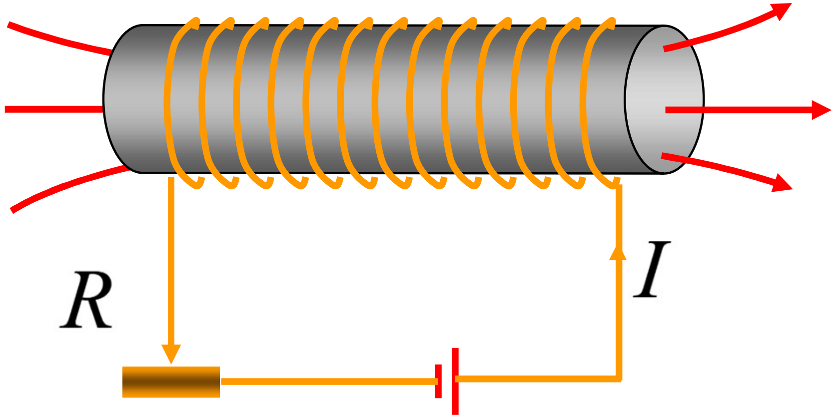
产生感应电动势 ε_L



15. 5. 1 自感应

$$\Psi = LI$$

(*L*：自感系数)



自感电动势:

$$\varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

15.5.1 自感应

- **讨论**

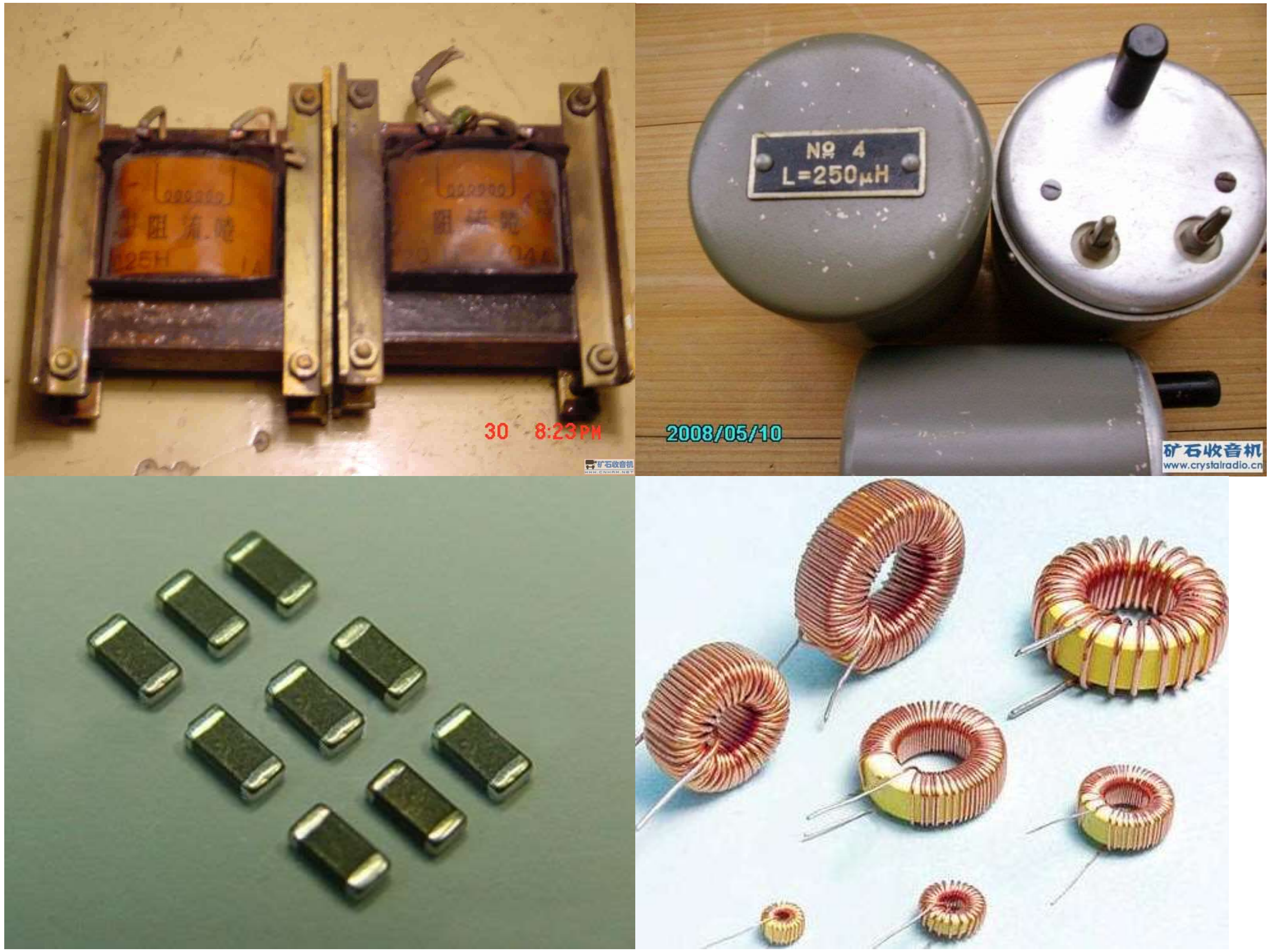
(1) 使回路电流保持不变的性质（电磁惯性**)**

(2) L**与系统的特性有关**

若回路周围无铁磁质，则L**与** I **无关。**

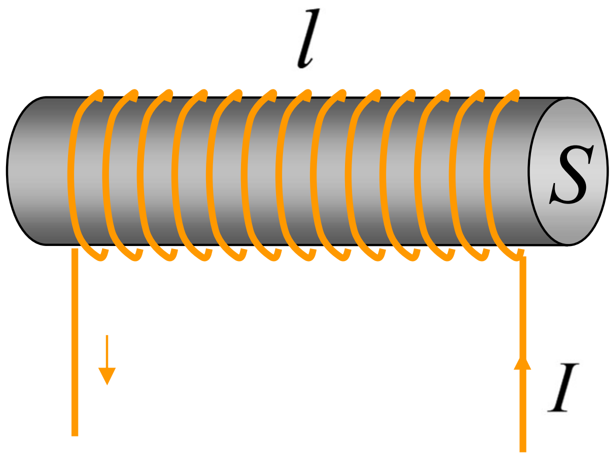
(3)L**的计算一般比较复杂，常采用实验方法测定。**

自感线圈



例 空心单层密绕长直螺线管,匝数为N,长为l,截面积为S。

求 螺线管的自感系数



解 螺线管内的磁感应强度

$$B=\mu_0 nI=\mu_0\frac{N}{l}I$$

磁通匝链数

$$\psi=NBS=\mu_0\left(\frac{N}{l}\right)^2 lIS$$

螺线管的自感系数

$$L=\frac{\psi}{I}=\mu_0\left(\frac{N}{l}\right)^2 lS=\mu_0 n^2 lS$$

例　同轴电缆由半径分别为R_1和R_2的两个无限长同轴导体和柱面组成

求 无限长同轴电缆单位长度上的自感

解　由安培环路定理可知

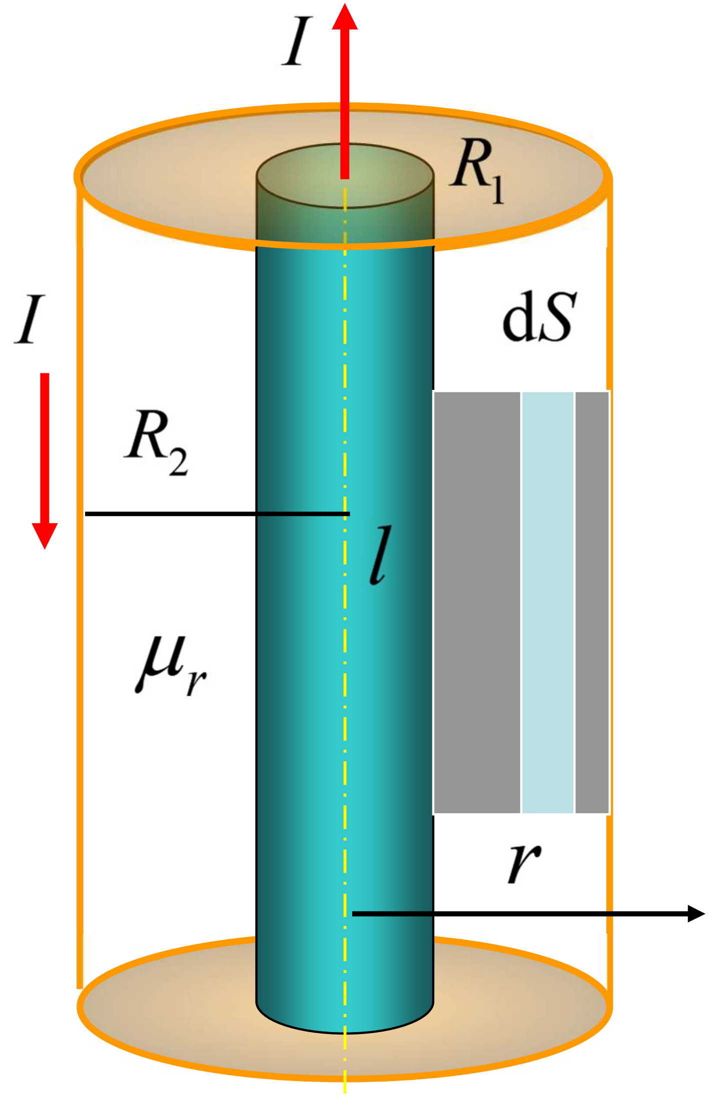
$$R_1 < r < R_2 \qquad B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

$$r < R_1, r > R_2 \qquad B = 0$$

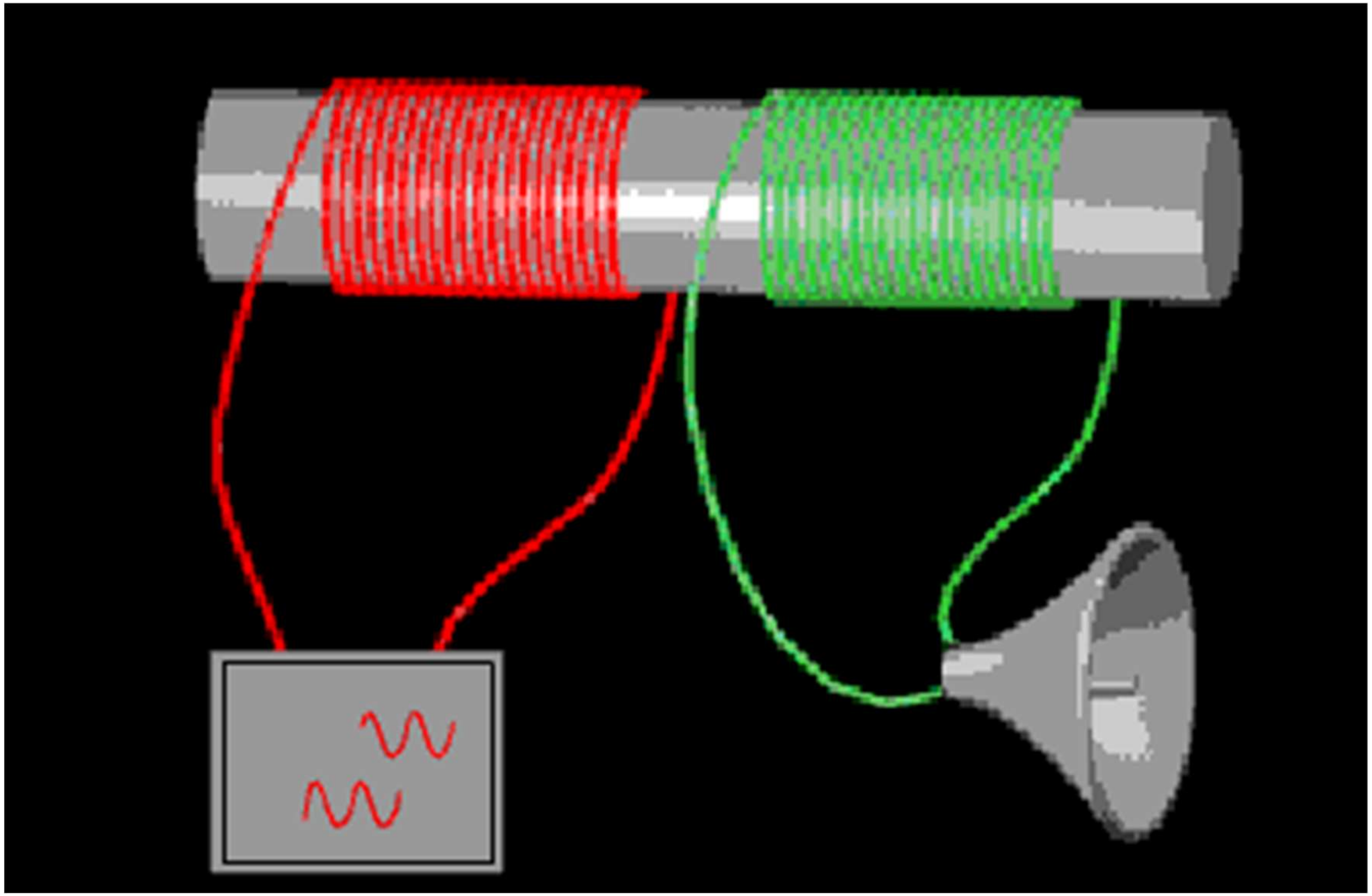
$$\mathrm{d}\phi_m = B\mathrm{d}S = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} l\mathrm{d}r$$

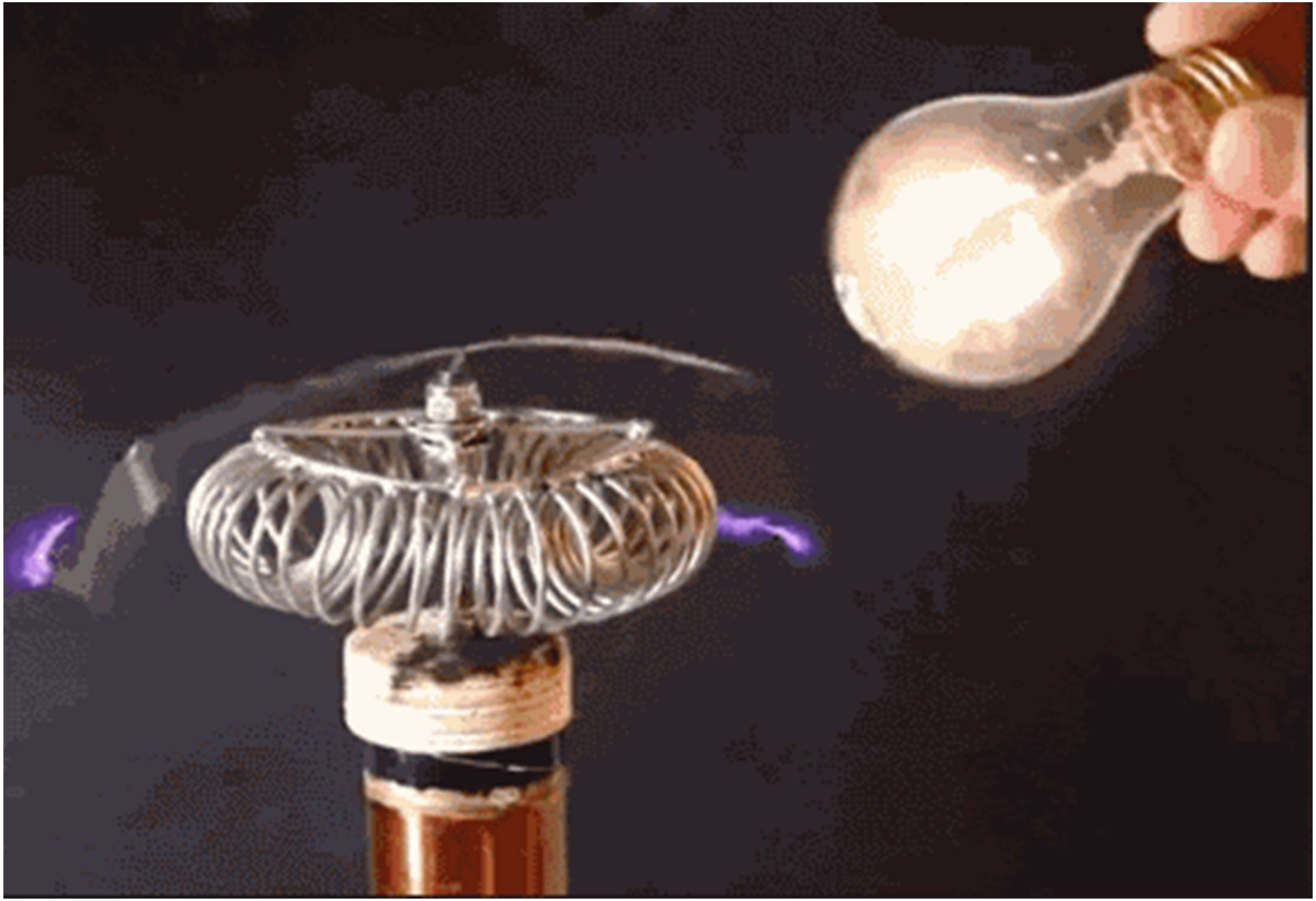
$$\phi_m = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} l\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 \mu_r I l}{2\pi} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$L = \frac{\phi_m}{Il} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

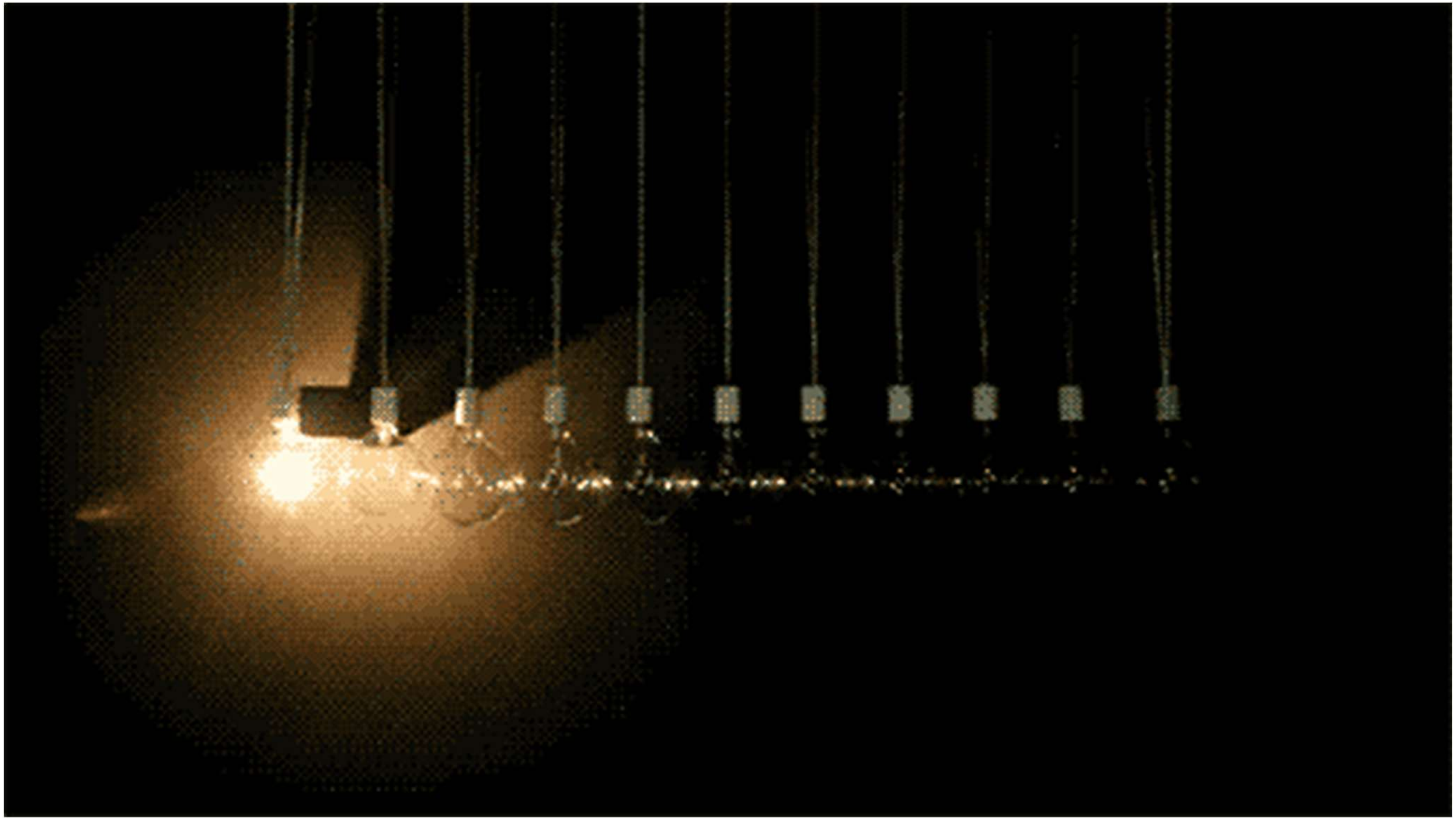


15.5.2 互感应



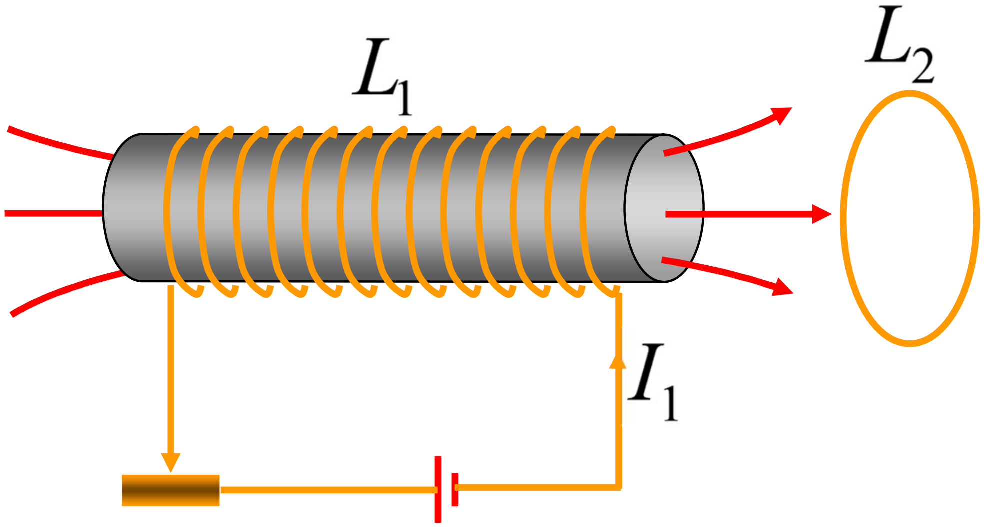


15.5.2 互感



15.5.2 互感

$$\Phi_{m21} = M_{21} I_1$$



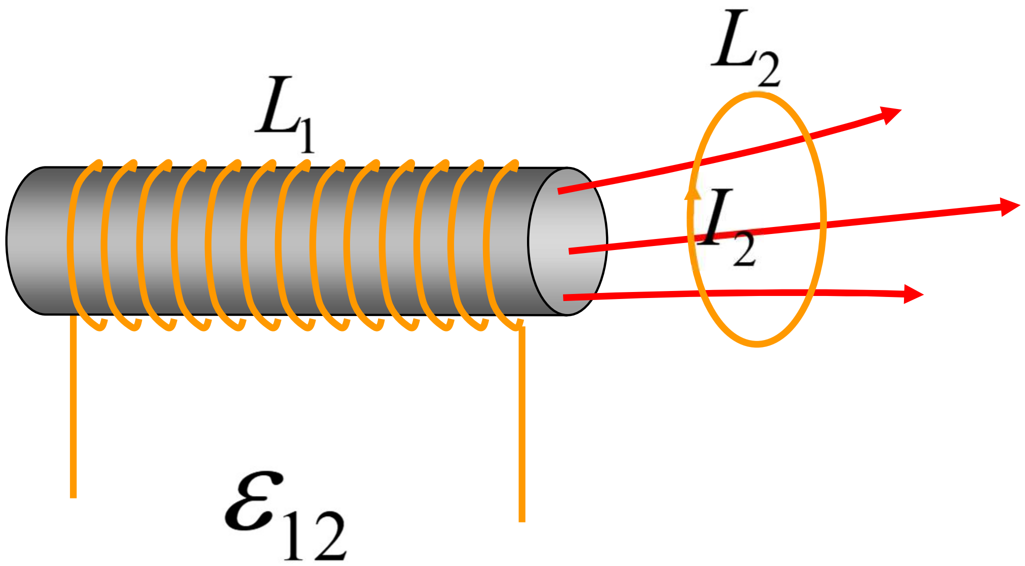
(M_{21}：1对2的互感系数)

互感电动势：

$$\varepsilon_{21} = -M_{21}\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

15.5.2 互感

$$\mathcal{E}_{12} = -M_{12}\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$



不存在铁磁质

两线圈结构不变

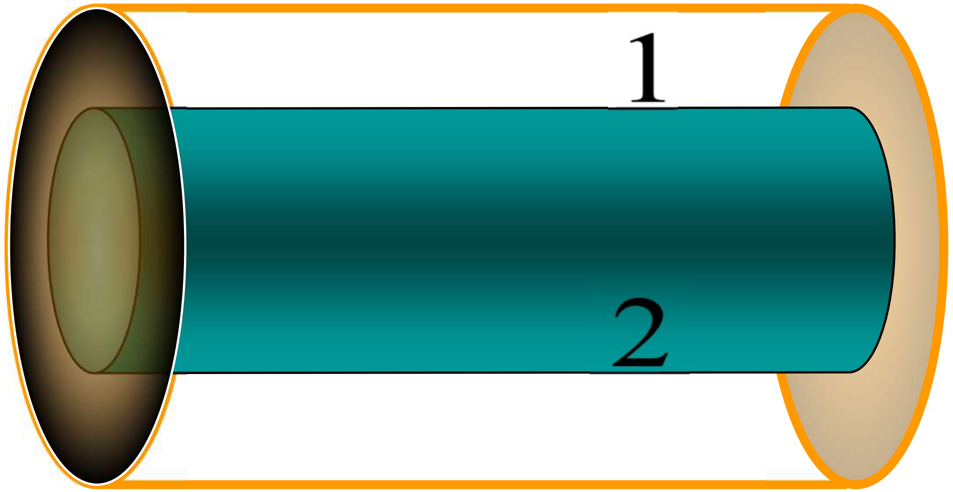
相对位置不变

周围介质分布不变

$$M_{21} = M_{12} = M$$

例 计算共轴的两个长直螺线管之间的互感系数

设两个螺线管的半径、长度、匝数为 R_1, R_2, l, l, N_1, N_2



解 设 $I_1 \Rightarrow B_1 = \dfrac{\mu_0 N_1 I_1}{l}$

$$\Psi_{21} = N_2 B_1 \pi R_2{}^2$$

$$= \frac{\mu_0 N_1 N_2}{l} \pi R_2{}^2 I_1$$

$$M_{21} = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{l} \pi R_2{}^2$$

设 $I_2 \Rightarrow B_2 = \dfrac{\mu_0 N_2 I_2}{l}$

$$\Psi_{12} = N_1 B_2 \pi R_2{}^2$$

$$M_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{l} \pi R_2{}^2$$

$$\boxed{M_{12} = M_{21} = M}$$

15.5.2 互感

两个线圈互感系数与各自自感系数的关系

$$M \le \sqrt{L_1 L_2}$$

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

k **为耦合系数**

$k < 1$ **反映有漏磁存在**

例 在相距为 $2a$ 的两根无限长平行导线之间，有一半径为 a 的导体圆环与两者相切并绝缘，

求 互感系数

解 $M_{12}=M_{21}=M$

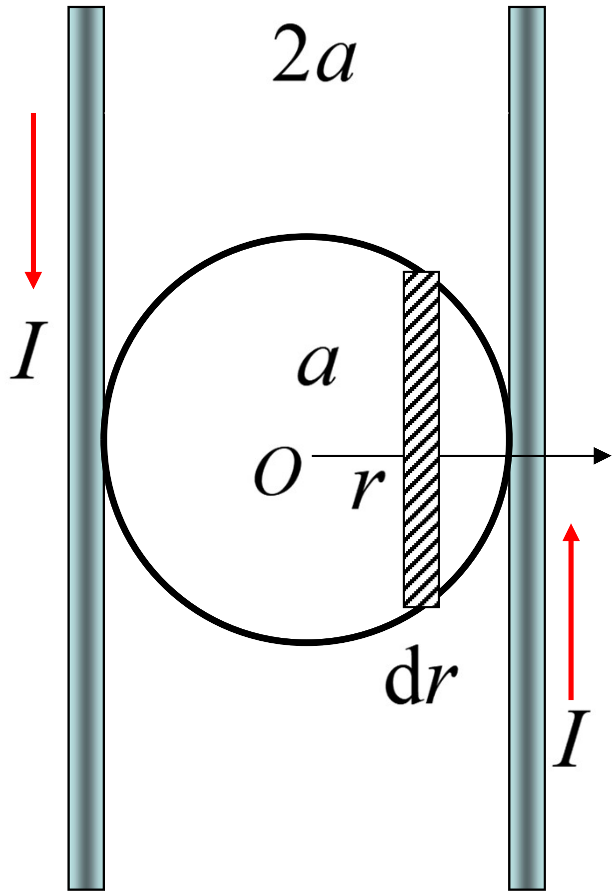
设电流 I $\Rightarrow$ $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\dfrac{1}{a+r}+\dfrac{1}{a-r}\right)$

$$\Phi=\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_S B\mathrm{d}S$$

$$=\int_{-a}^{a}\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{a+r}+\frac{1}{a-r}\right)2\sqrt{a^2-r^2}\mathrm{d}r$$

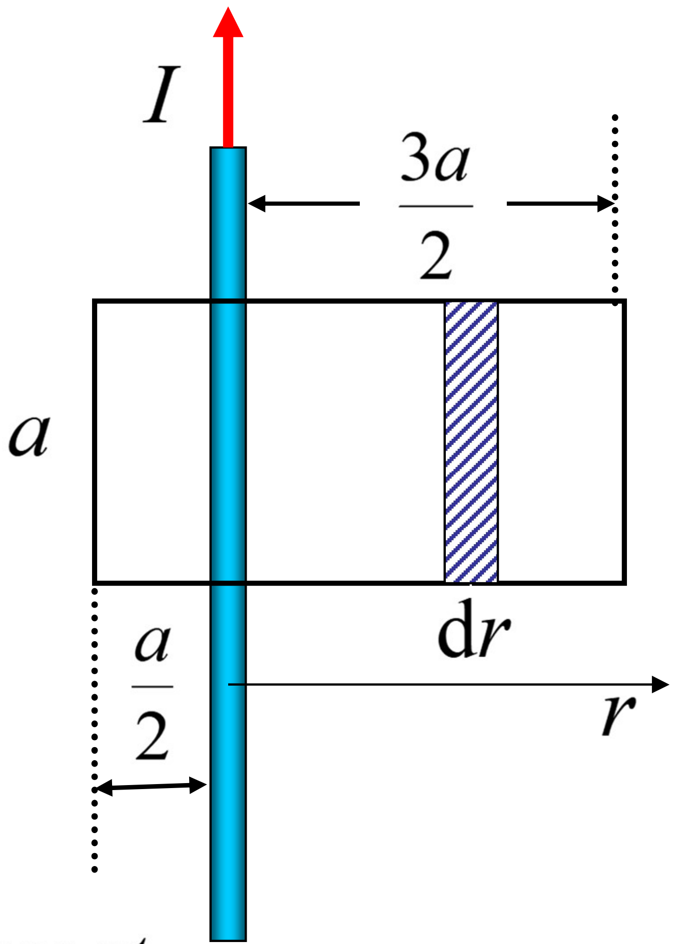
$$=2\mu_0 Ia$$

$$M=\frac{\Phi}{I}=2\mu_0 a$$



例 一无限长导线通有电流 $I = I_0 \sin \omega t$ 现有一矩形线框与长直导线共面。

求 互感系数和互感电动势



解 $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

穿过线框的磁通量

$$\Phi = \int_{a/2}^{3a/2} B \mathrm{d}S = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 3$$

互感系数 $M = \dfrac{\Phi}{I} = \dfrac{\mu_0 a}{2\pi} \ln 3$

互感电动势 $\varepsilon = -M \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mu_0 a}{2\pi} \ln 3 I_0 \omega \cos \omega t$

小结

自感 $\Psi = LI$

$$\varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

互感 $\Psi_{21} = MI_1$

$$\varepsilon_{21} = -M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t} \quad \Longleftrightarrow \quad \varepsilon_{12} = -M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

思考题

1. 如何理解“电感的大小和电感元件是否通电流无关”？