§14.5 安培环路定理

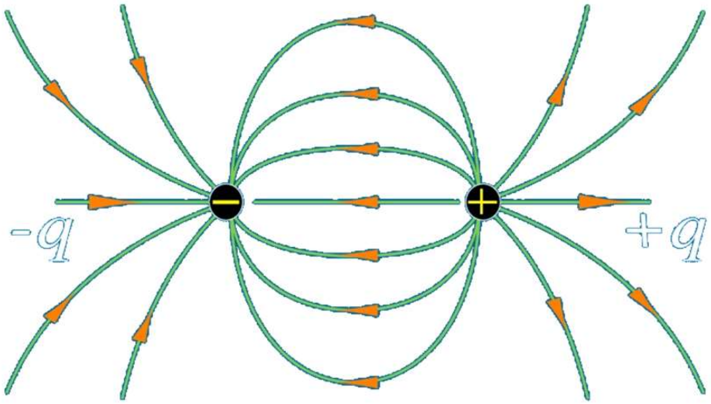
为什么要讨论安培环路定理

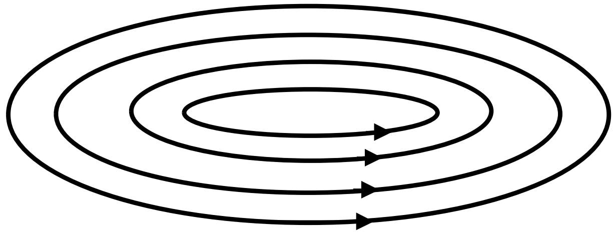
安培环路定理反映了磁场的另一个重要性质-----有旋性，它是组成麦克斯韦方程组的方程之一。

本讲基本要求

掌握安培环路定理的计算

§14.5 安培环路定理





$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

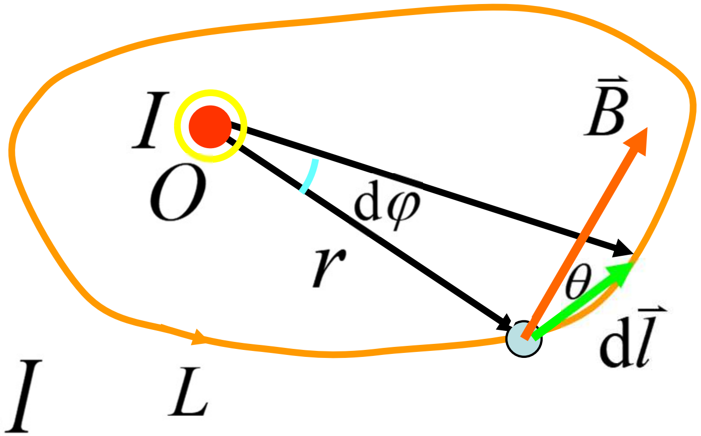
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$$

§ 14.5.1 安培环路定理

◆**无限长载流直导线**

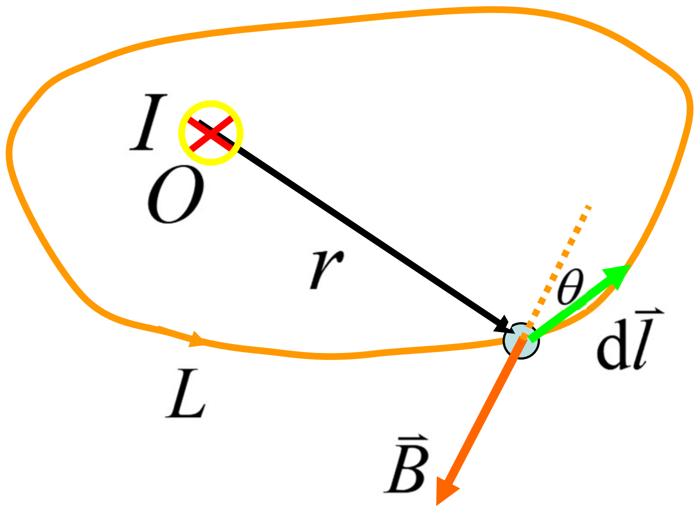
(1) 闭合路径包围电流

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos\theta \mathrm{d}l = \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r\mathrm{d}\varphi = \mu_0 I$$



电流反向

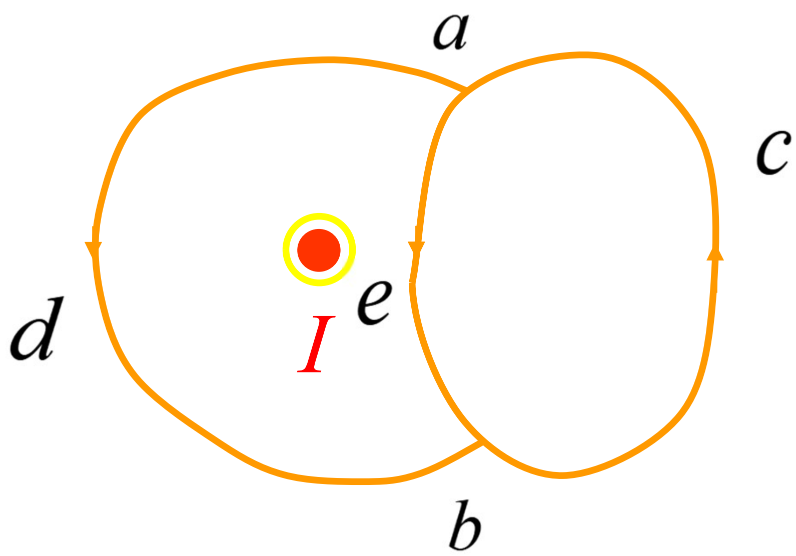
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos(\pi-\theta)dl = -\mu_0 I$$



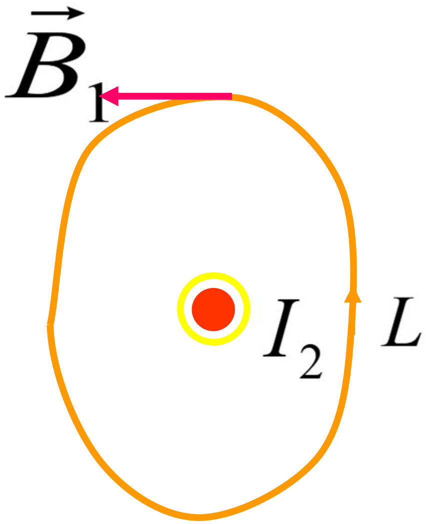
环流与包围的电流有关!!!

(2) 闭合路径不包围电流

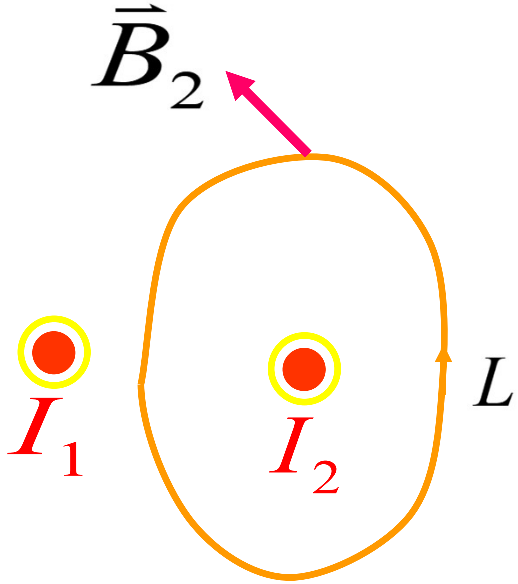
$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$



环路不包围电流，则磁场环流为零!!!



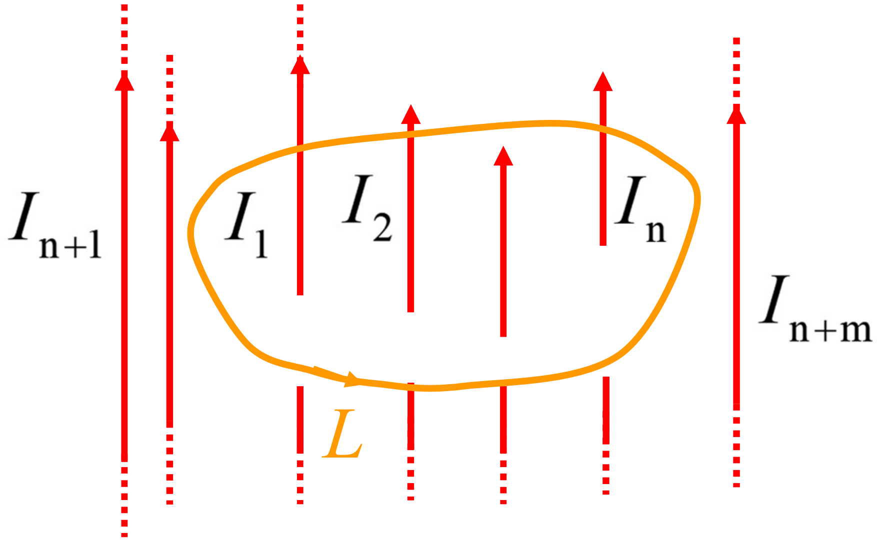
$$\vec{B}_1 \neq \vec{B}_2$$



$$\oint_L \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I_2 \qquad \oint_L \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I_2$$

(3) 闭合回路内外有多个直线电流

$$\begin{cases} I_1 \sim I_n & \textbf{在环路}L\textbf{中} \\ I_{n+1} \sim I_{n+m} & \textbf{在环路}L\textbf{外} \end{cases}$$



$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

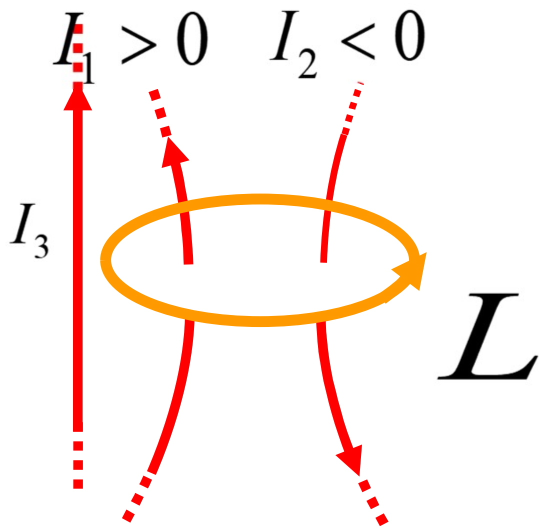
安培环路定理:在恒定磁场中，磁感应强度沿任一闭合路径的线积分，等于穿过该环路的所有电流的代数和的 μ_0倍.

➢ 讨论

(1) 回路与电流方向

满足右螺旋关系 $I_i > 0$

反之 $I_i < 0$



(2) 磁场是有旋场 —— 电流是涡旋轴心。

(3) 磁场为所有电流的贡献。

(4) 闭合载流导线；恒定磁场。

例 图中载流直导线，设 $\theta_1 = \theta_2 = \pi / 4$

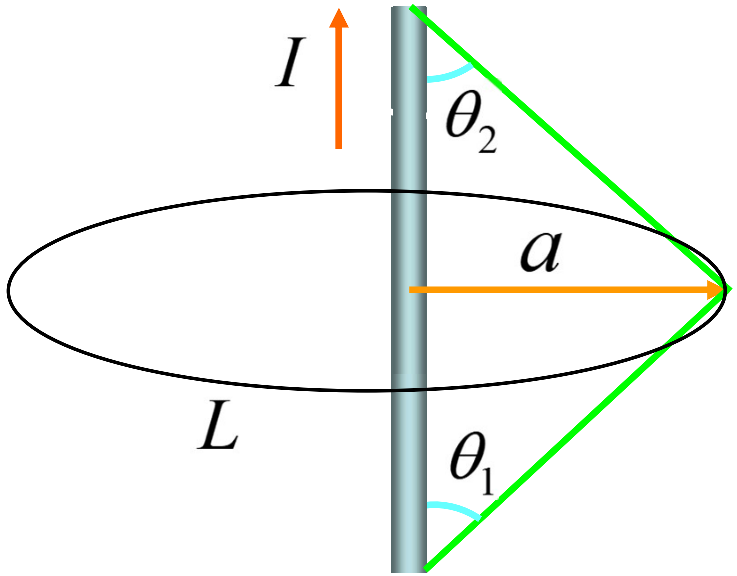
则 *L* 的环流为:

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)\mathrm{d}l$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} 2 \frac{\sqrt{2}}{2} 2\pi a$$

$$= \frac{\mu_0 \sqrt{2} I}{2}$$

$$\neq \mu_0 I$$



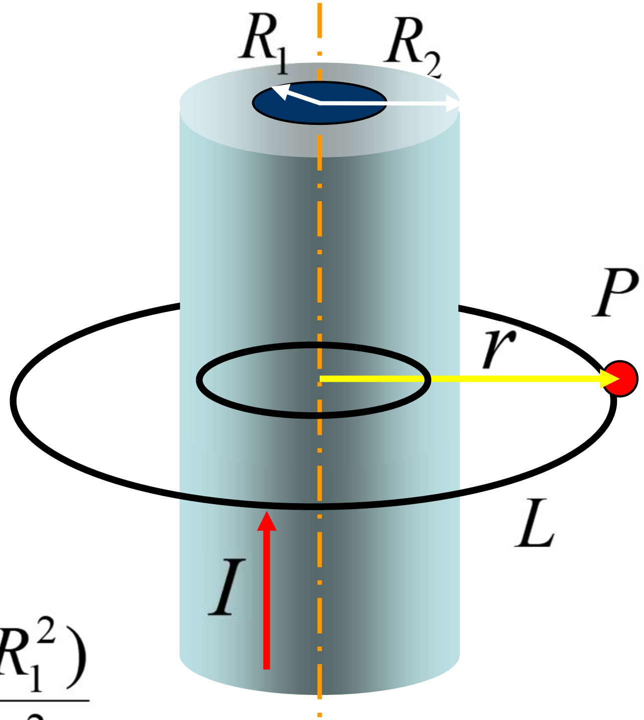
静电场和稳恒磁场比较、总结

电场的高斯定理	$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$	恒定、变化	有源
静电场的环路定理	$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	恒定	无旋
磁场的高斯定理	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	恒定、变化	无源
安培环路定理	$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I_i$	恒定	有旋

14.5.2 安培环路定理的应用举例

例 设无限长均匀载流空心圆柱导体的内外半径分别为R_1、R_2，电流沿轴向流动

求 圆柱导体内外的磁感应强度



解 $r > R_2$

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos 0 \mathrm{d}l = B2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$R_1 < r < R_2$

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos 0 \mathrm{d}l = B2\pi r = \mu_0 \frac{I(r^2 - R_1^2)}{R_2^2 - R_1^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi(R_2^2 - R_1^2)}\frac{r^2 - R_1^2}{r}$$

例 **设无限长均匀载流空心圆柱导体的内外半径分别为R_1、R_2，电流沿轴向流动**

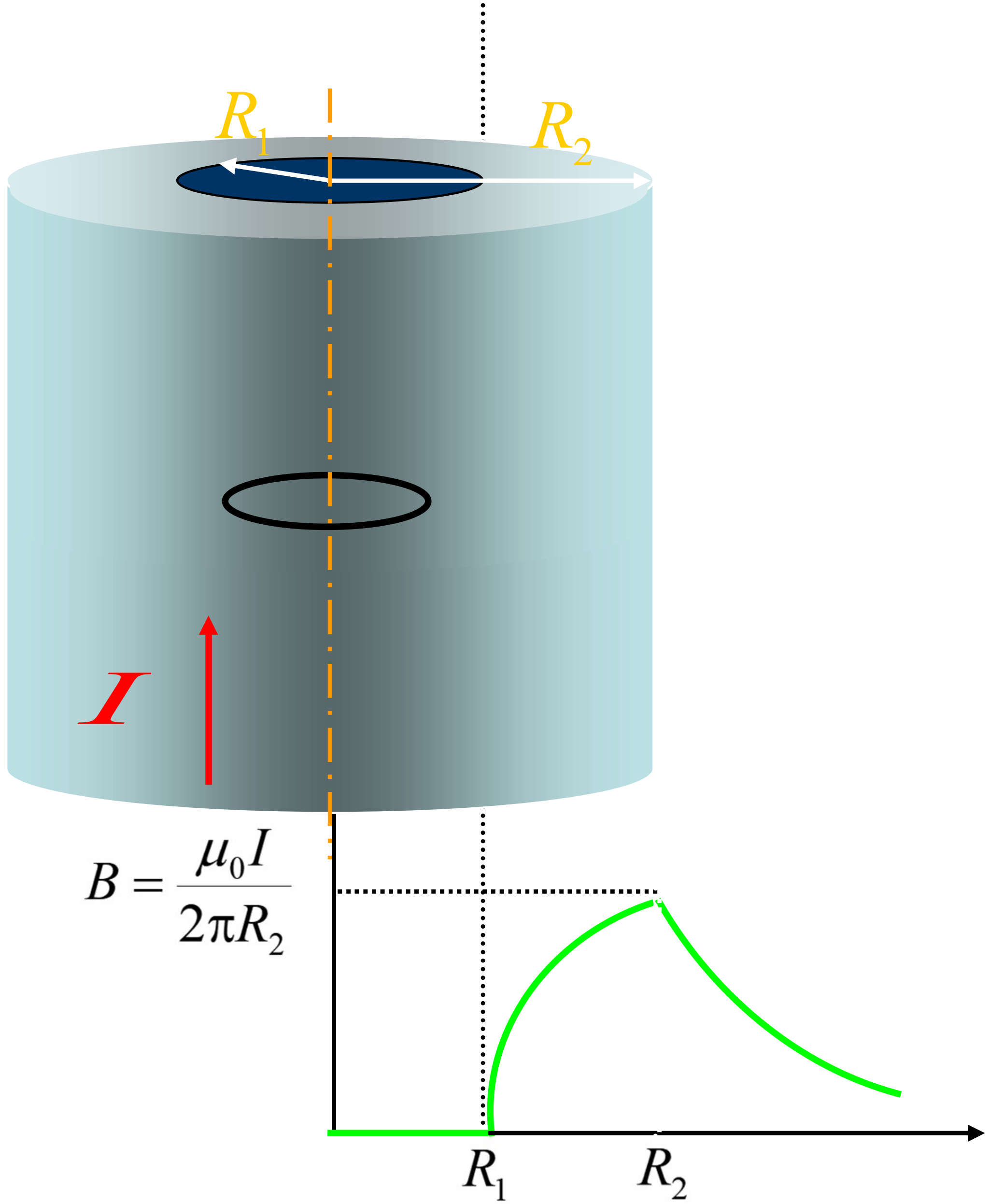
$r < R_1$

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos 0 \mathrm{d}l$$

$$= B 2\pi r$$

$$= 0$$

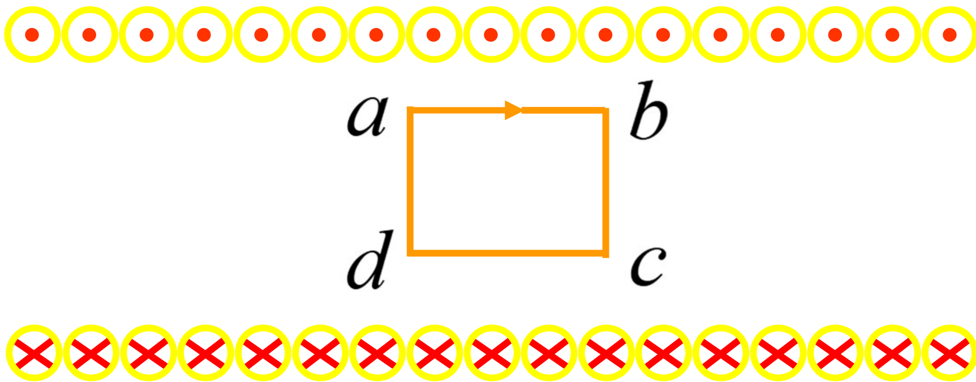
$$B = 0$$



例 无限长密绕螺线管导线中通有电流*I*，单位长度上的线圈匝数为*n*

求螺线管内外的磁场

解



$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b B\cos 0 \mathrm{d}l + \int_b^c B\cos\frac{\pi}{2}\mathrm{d}l + \int_c^d B\cos\pi \mathrm{d}l + \int_d^a B\cos\frac{\pi}{2}\mathrm{d}l$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B_{ab}ab - B_{cd}cd = 0$$

$$B_{ab} = B_{cd} = \mu_0 nI$$ （结合9-1讲例题）

例 无限长密绕螺线管导线中通有电流*I*，单位长度上的线圈匝数为*n*

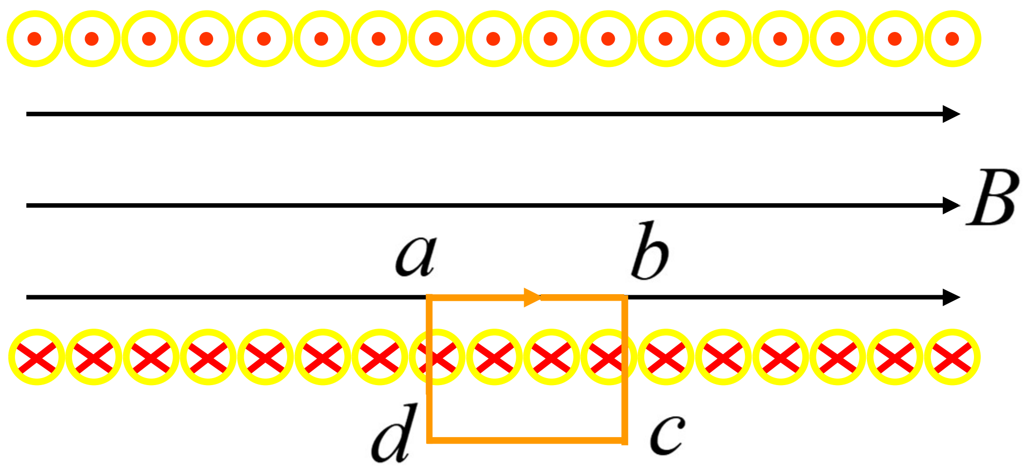
求螺线管内外的磁场

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b B\cos 0\mathrm{d}l + \int_b^c B\cos\frac{\pi}{2}\mathrm{d}l + \int_c^d B\cos\pi\mathrm{d}l + \int_d^a B\cos\frac{\pi}{2}\mathrm{d}l$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = Bab$$

$$Bab = \mu_0 nabI$$

$$B = \mu_0 nI$$



磁场全部集中在管内部且为匀强磁场

例 设有一螺绕环，环的平均半径为 $\bar{r}$ ，共绕有*N*匝线圈，导线中电流强度为*I*,

求 载流螺绕环的磁场

解 在螺绕环内部做一个环路，可得

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = B\oint_L \mathrm{d}l = B\cdot 2\pi r = \mu_0 NI \Rightarrow B = \mu_0 NI/2\pi r$$

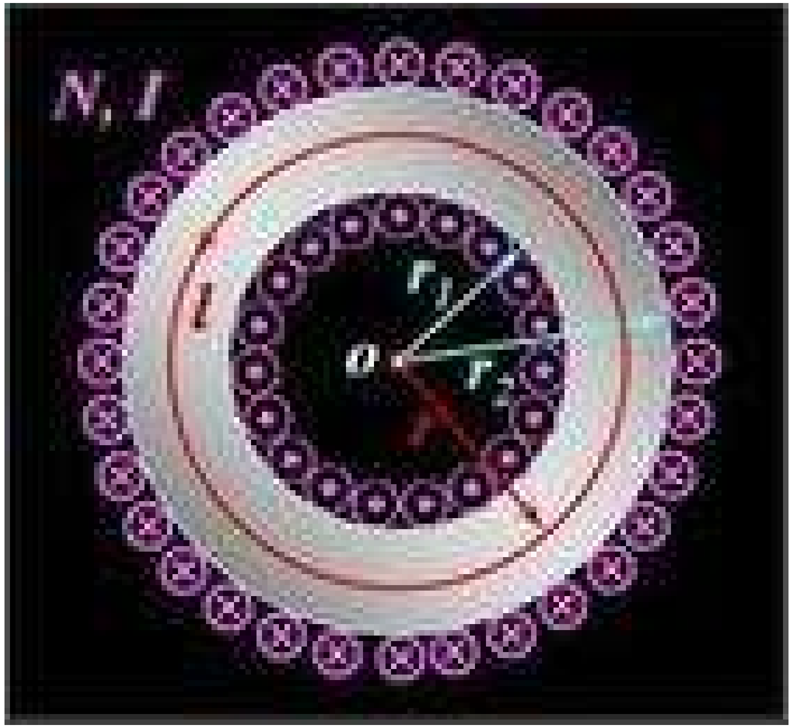
若螺绕环的截面很小， $r=\bar{r}$

$$B_{内} = \mu_0 \frac{N}{2\pi \bar{r}} I = \mu_0 nI$$

内部为均匀磁场

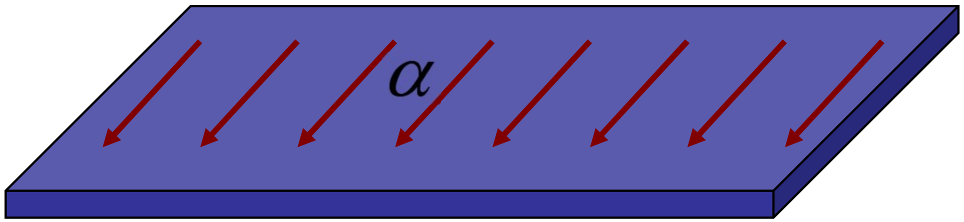
若在外部再做一个环路，可得

$$\sum I_i = 0 \Rightarrow B_{外} = 0$$

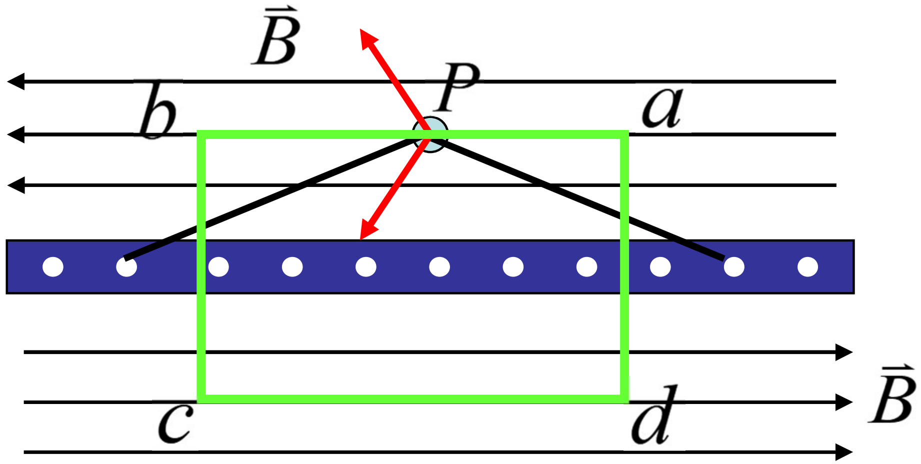


例 设有一无限大均匀载流平面，流过单位宽度的电流强度为α

求 载流平面周围的磁感应强度



解 面对称



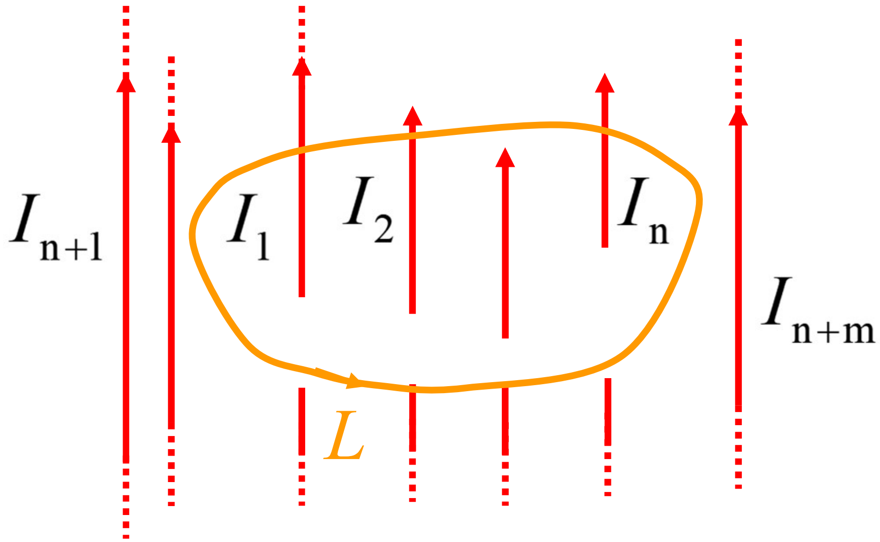
$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{ab}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{bc}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{cd}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{da}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= B\int_a^b \mathrm{d}l + B\int_c^d \mathrm{d}l$$

$$= 2Bab = \mu_0 ab\alpha$$

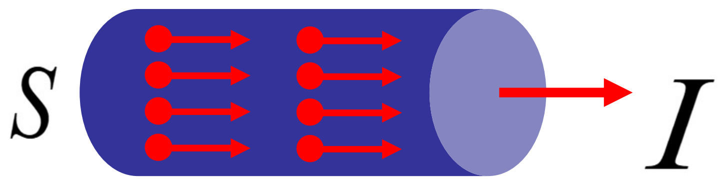
$$B = \mu_0\alpha/2$$

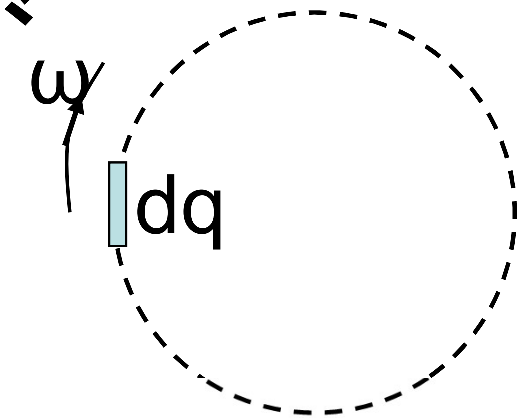
需要强调的几个问题：



1. 回路L只是几何回路
2. 与感应无关

- **运动电荷与电流之间的等效关系**





$$I = nqvS$$

$$dI = \frac{\omega}{2\pi} dq$$

小结

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

思考题

1. 如何理解“在安培环路定理中，环路上一点的磁场由空间的所有电流决定，而$\boldsymbol{B}$的环流仅与环路包围的电流有关”？