第12章 真空中的静电场

§12.1 电荷及其基本属性

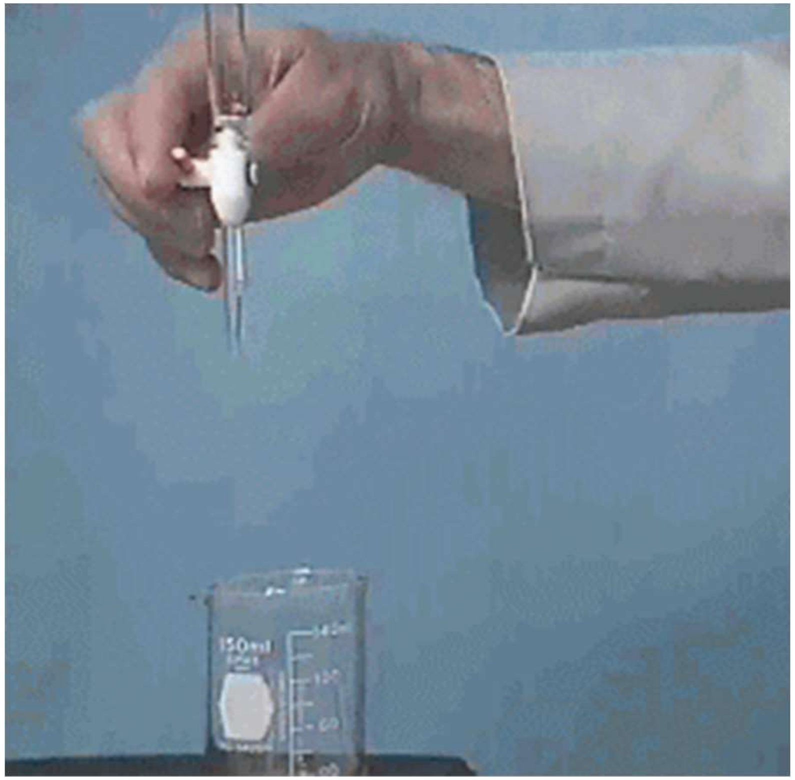
§12.2 电场　电场强度

§12.3 静电场的高斯定理

§12.4 静电场的环路定理　电势

§12.5 等势面　电场强度与电势的微分关系

§12.1 电荷及其基本属性



12.1.1 电荷的种类

自然界只存在两类电荷：正电荷和负电荷。

12.1.2守恒性

在一个孤立系统中，系统所具有的正负电荷的代数和保持不变，这一规律称为电荷守恒定律。

12.1.3. 量子性 $e = 1.602 \times 10^{-19}\mathrm{C}$

任何物体所带的电荷量都是e的整数倍：

$$q = \pm Ne$$

12.1.4 电荷之间具有相互作用力

1. 库仑定律

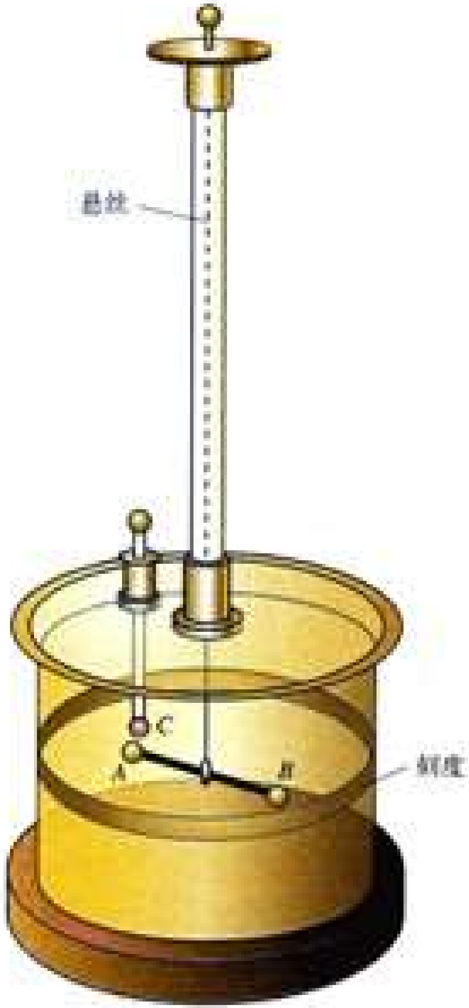
点电荷

（1）无大小和形状的几何点

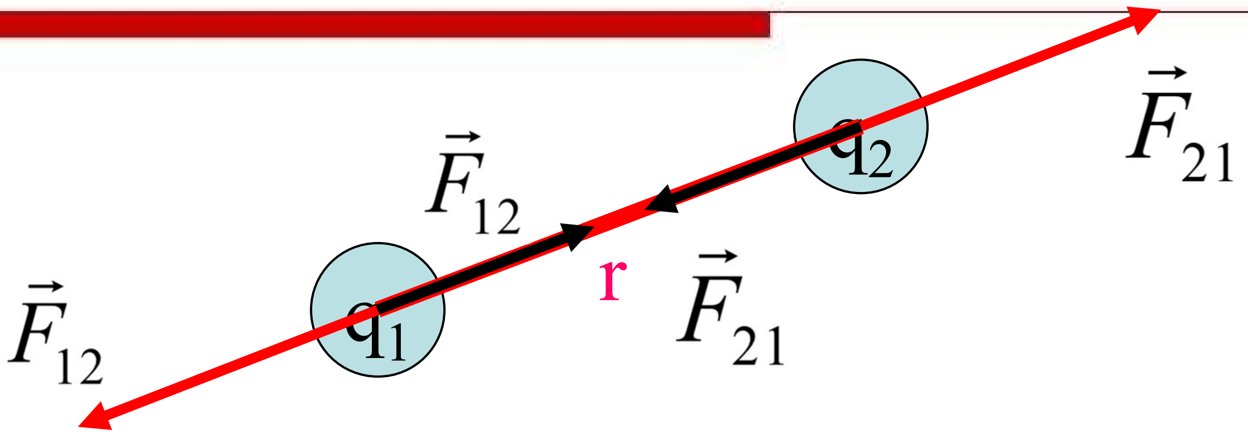
（2）具有电量（Q）

- 理想模型
- 对实际带电物体有条件的合理抽象

库伦



扭秤



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r$$

真空中库仑定律

ε_0: 真空电容率(介电常数)

(1) 库仑定律是物理学中著名的平方反比定律之一；

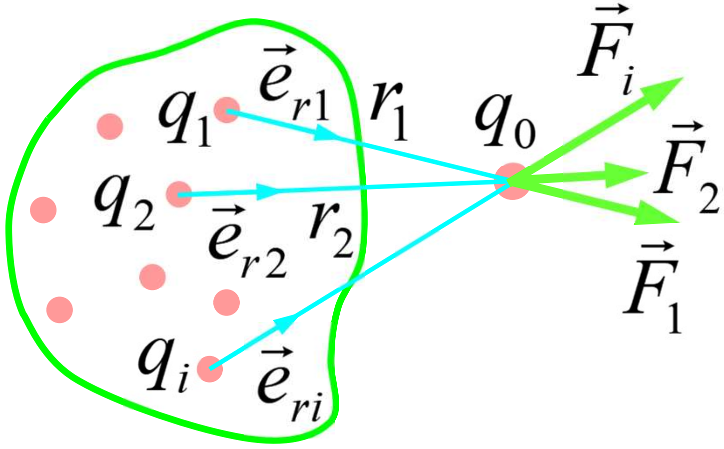
(2) 库仑定律适用于真空中的静止的点电荷；

2. 静电力叠加原理

电荷离散分布

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots\ldots + \vec{F}_n$$

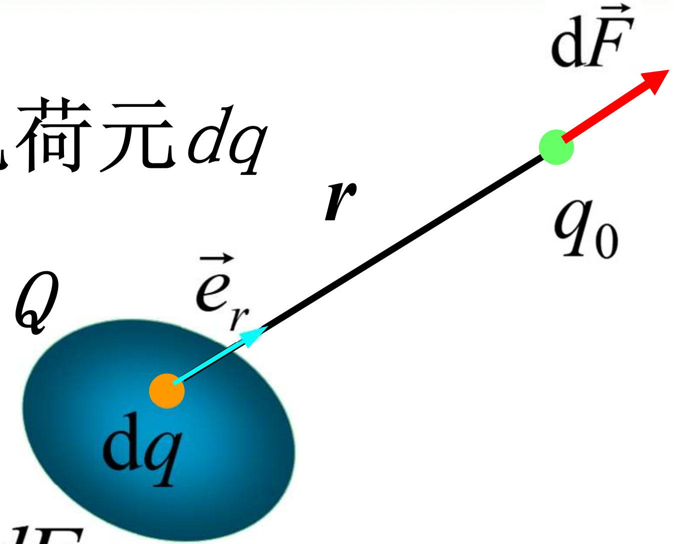
$$= \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_i^2} \vec{e}_{ri}$$



某点电荷受到来自其它点电荷的总静电力等于所有其它点电荷单独存在时的静电力的矢量和。

电荷连续分布的带电体（非点电荷）

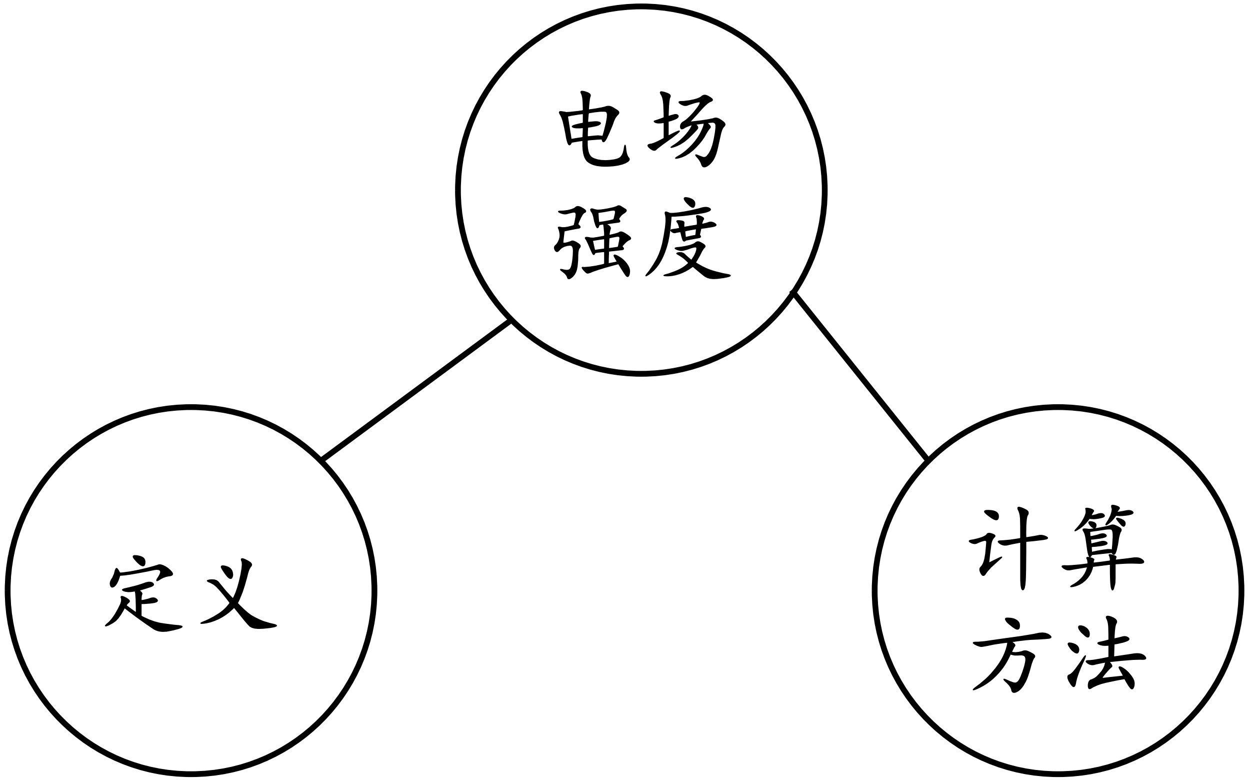
将带电体分解成许多无限小的电荷元dq



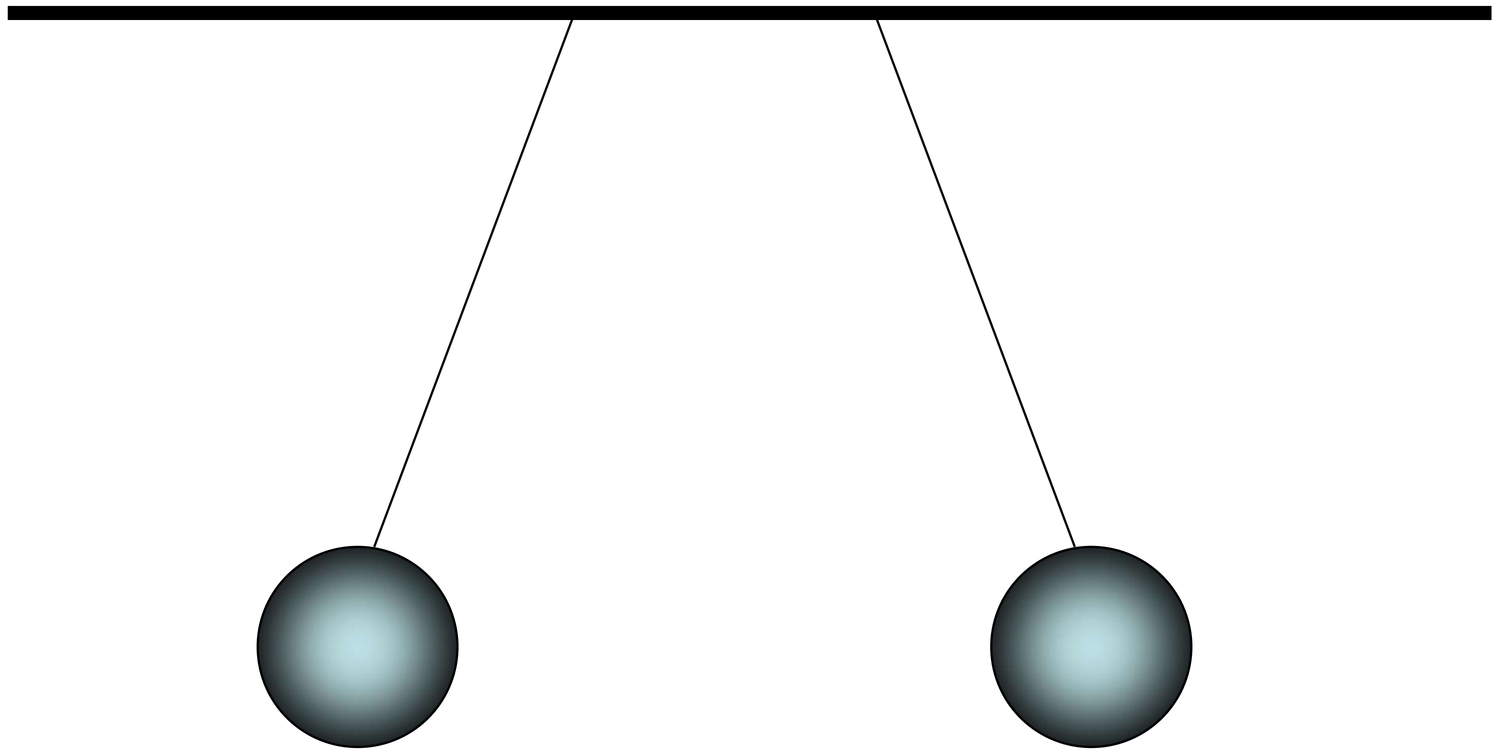
$$\mathrm{d}\vec{F} = \frac{q_0 \mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

$$\vec{F} = \vec{i}F_x + \vec{j}F_y + \vec{k}F_z \quad \begin{cases} F_x = \int dF_x \\ F_y = \int dF_y \\ F_z = \int dF_z \end{cases}$$

§12.2 电场 电场强度



问题的提出



很难想象，在没有任何接触的情况下，无生命的物质能够不通过另外的非物质媒介影响其它物质。某种遵循某规律做永恒运动的媒介引起了重力。这是肯定的。但是，这种媒介是物质的还是非物质的呢？

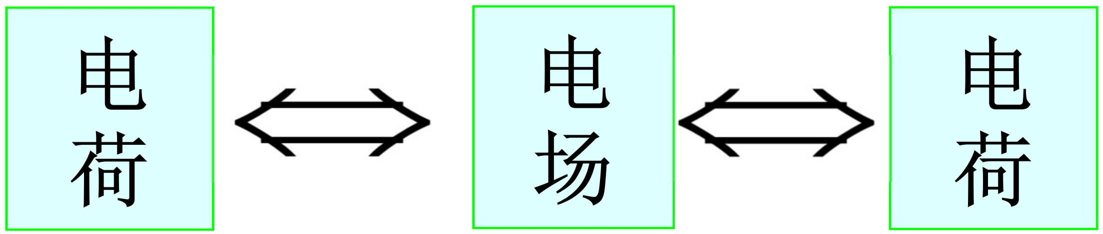
------牛顿发表万有引力定律后的疑惑

12.2.1 静电场

超距作用

12.2.1 静电场

法拉第的
观点:场



场是现代物理学的核心。

- 法拉第认为:

(1) 任何电荷都会在其周围空间激发电场.

(2) 电场对位于其中的带电体有力的作用(电场力).

12.2.2 电场强度

场源电荷q—— 产生电场的电荷

检验电荷q_0 $\begin{cases}\text{带电量足够小}\\ \text{点电荷}\end{cases}$

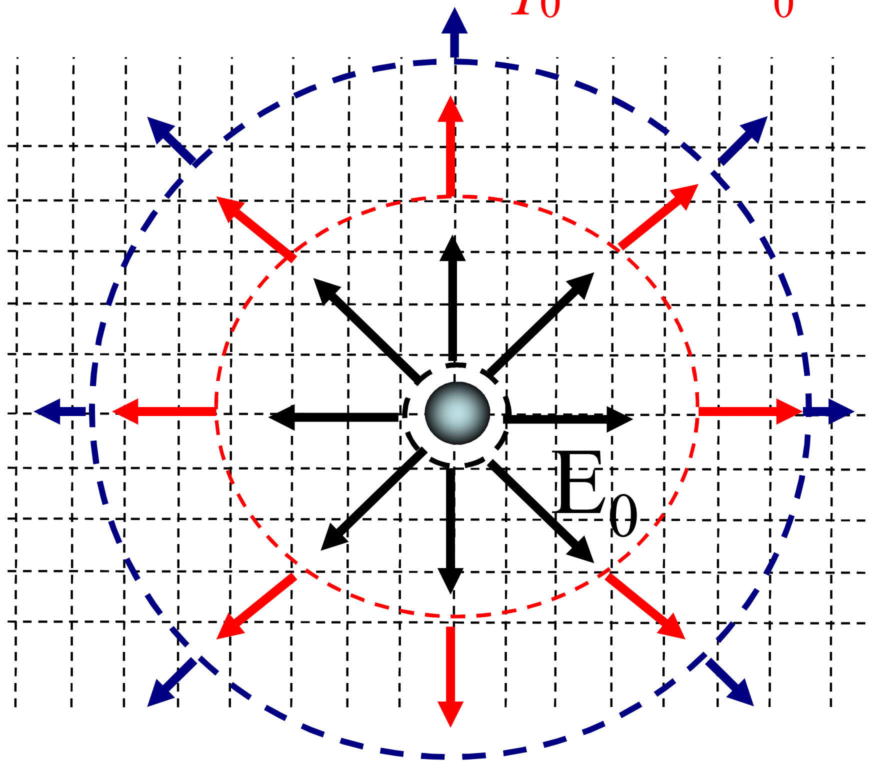
定义:电场中某点的电场强度等于单位正电荷在该点受到的力。

$$\boxed{\vec{E}=\vec{F}/q_0}$$

12.2.3 电场强度的计算

1. 点电荷的电场强度

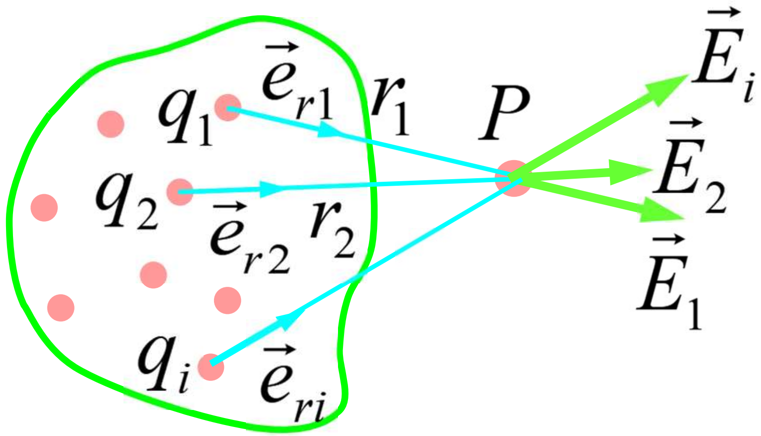
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\vec{e}_r \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r$$ （球对称）



2. 点电荷系的电场----电场强度叠加原理

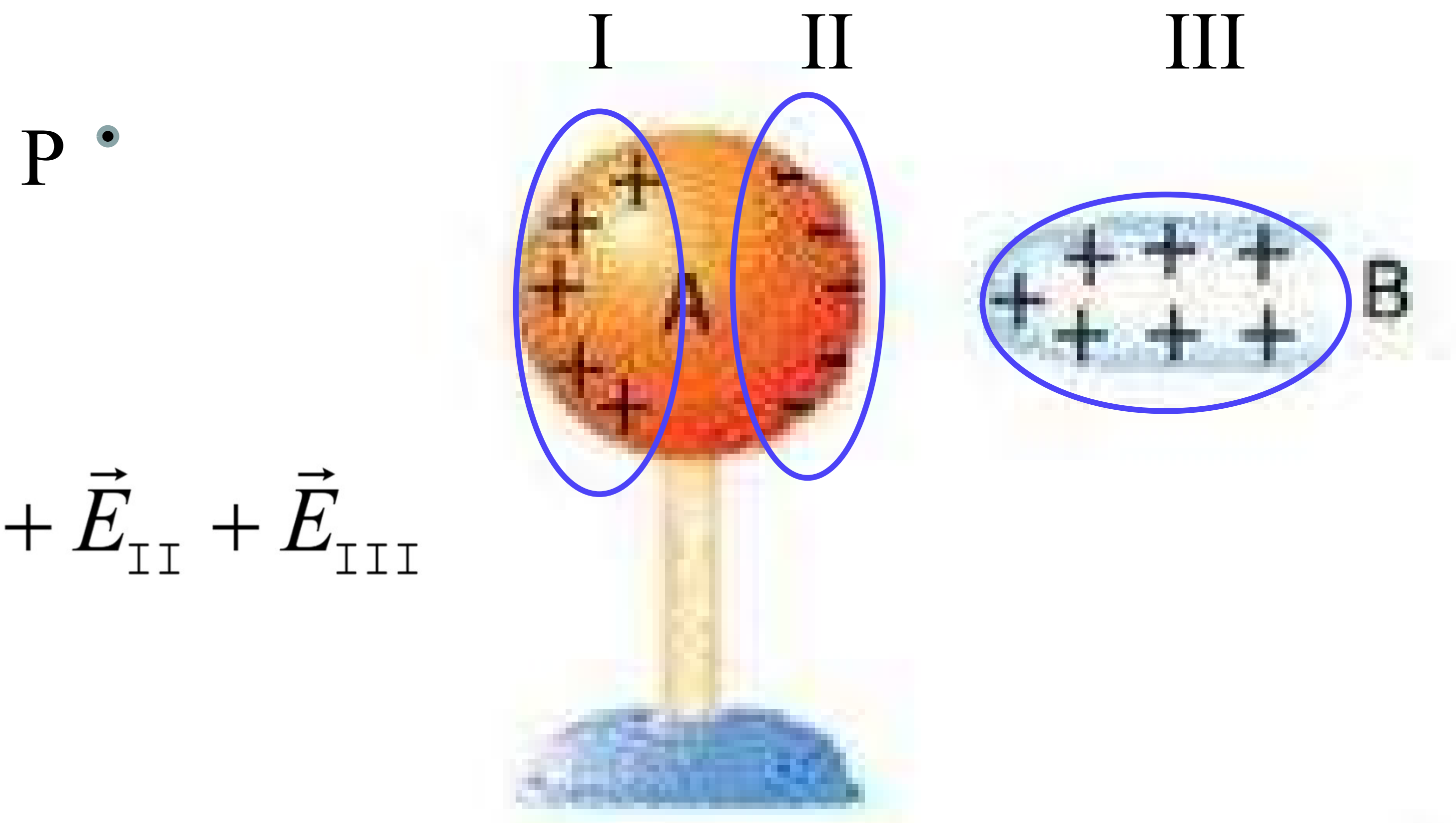
$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{ri}$$



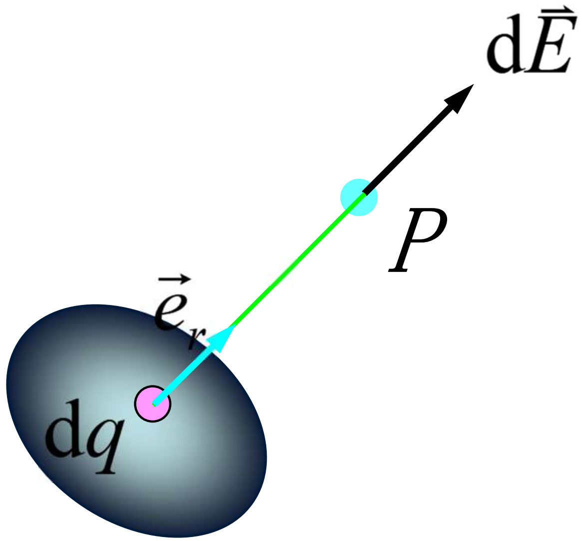
在点电荷系所激发的电场中，某点的电场强度等于各个点电荷单独存在时在该点产生的电场强度的矢量和。

电场强度的叠加原理：多个场源电荷激发的电场中，任意一点的电场强度等于各个场源电荷单独存在时在该点所产生的电场强度的矢量和。



$$\vec{E}_P = \vec{E}_{\mathrm{I}} + \vec{E}_{\mathrm{II}} + \vec{E}_{\mathrm{III}}$$

3. 电荷连续分布带电体的电场强度

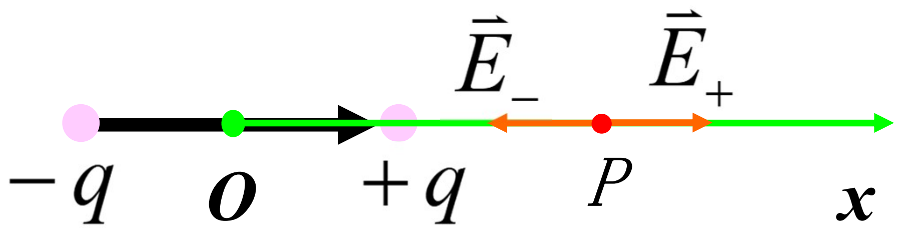


$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{e}_r \quad \begin{cases} E_x = \int dE_x \\ E_y = \int dE_y \\ E_z = \int dE_z \end{cases}$$

例 求电偶极子在延长线上和中垂线上一点产生的电场强度

解 电偶极矩：$\vec{p} = q\vec{l}$

对于延长线上任一点



$$\vec{E}_+ = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (x - l/2)^2}\vec{i}$$

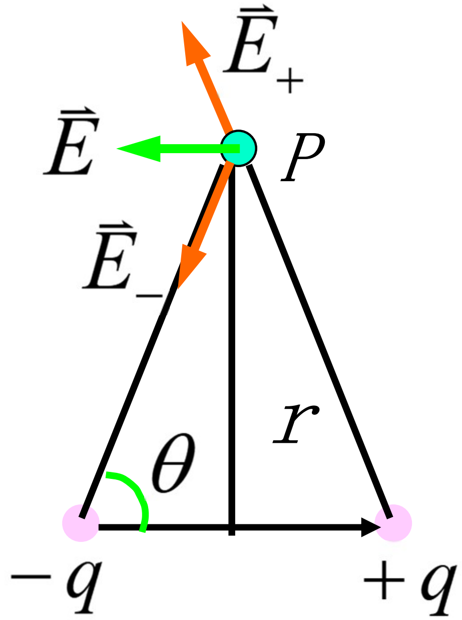
$$\vec{E}_- = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 (x + l/2)^2}\vec{i}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q \cdot 2xl}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 - l^2/4)^2}\vec{i} = \frac{2x\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 - l^2/4)^2}$$

◆ 若 $l \ll x$，则 $\vec{E} = \dfrac{\vec{p}}{2\pi\varepsilon_0 x^3}$

例 求电偶极子在延长线上和中垂线上一点产生的电场强度

对于中垂线上任一点



$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(r^2 + l^2/4)}$$

$$\begin{cases} E = 2E_+\cos\theta \\ \cos\theta = \dfrac{l/2}{\sqrt{r^2 + l^2/4}} \end{cases} \Rightarrow \vec{E} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0(r^2 + l^2/4)^{3/2}}$$

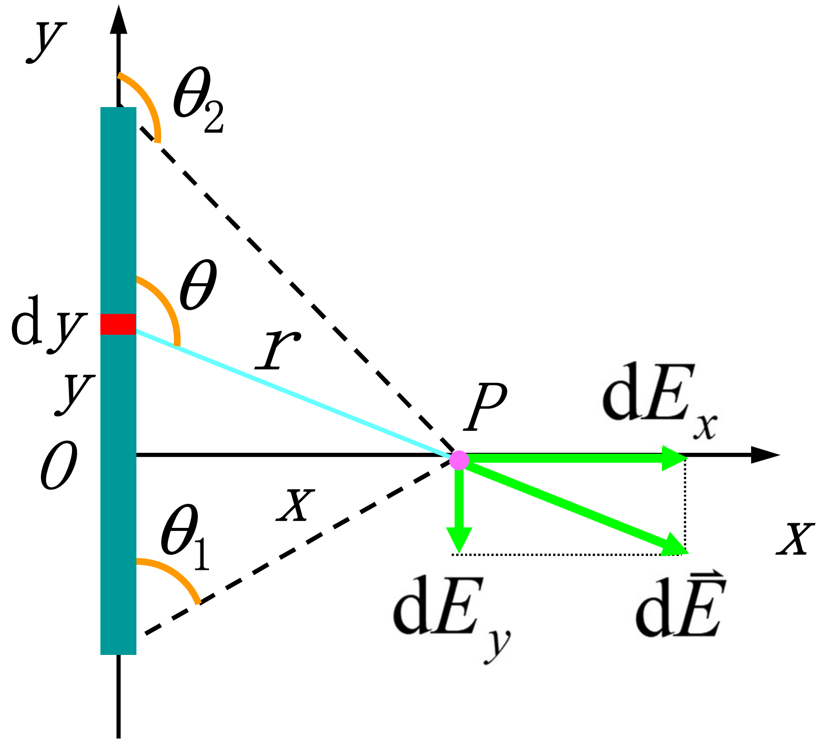
◆ 若 $l \ll r$，则 $\vec{E} = -\dfrac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

例　长为L，带电量为q 的均匀带电直杆

求　带电直杆在空间任一点P 处产生的电场强度

解　设带电直杆的电荷线密度为λ，

则 $\boldsymbol{\lambda = q / L}$



$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}y \qquad \mathrm{d}E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}y}{r^2}$$

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E \sin\theta \qquad \mathrm{d}E_y = \mathrm{d}E \cos\theta$$

由图上的几何关系

$$\begin{cases} r^2 = y^2 + x^2 = x^2 / \sin^2\theta \\ y = -x\cot\theta \qquad \mathrm{d}y = x\sin^{-2}\theta \mathrm{d}\theta \qquad \dfrac{\mathrm{d}y}{r^2} = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{x} \end{cases}$$

例　长为L，带电量为q 的均匀带电直杆

求　带电直杆在空间任一点P 处产生的电场强度

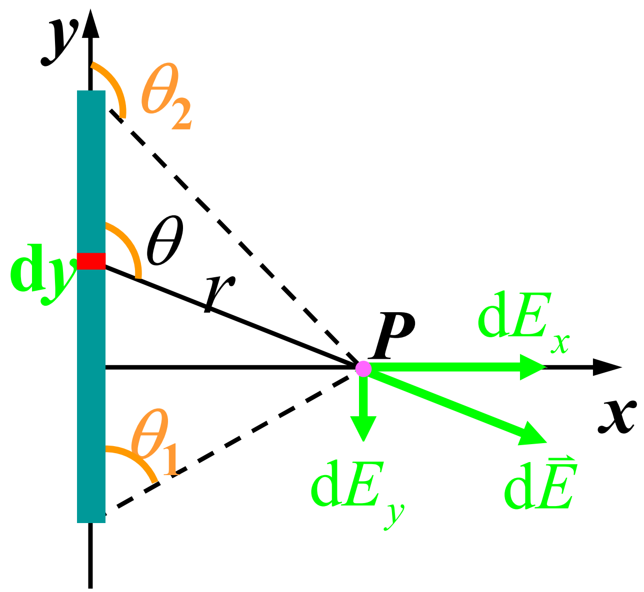
$$E_x = \int \mathrm{d}E_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x} \sin\theta \mathrm{d}\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

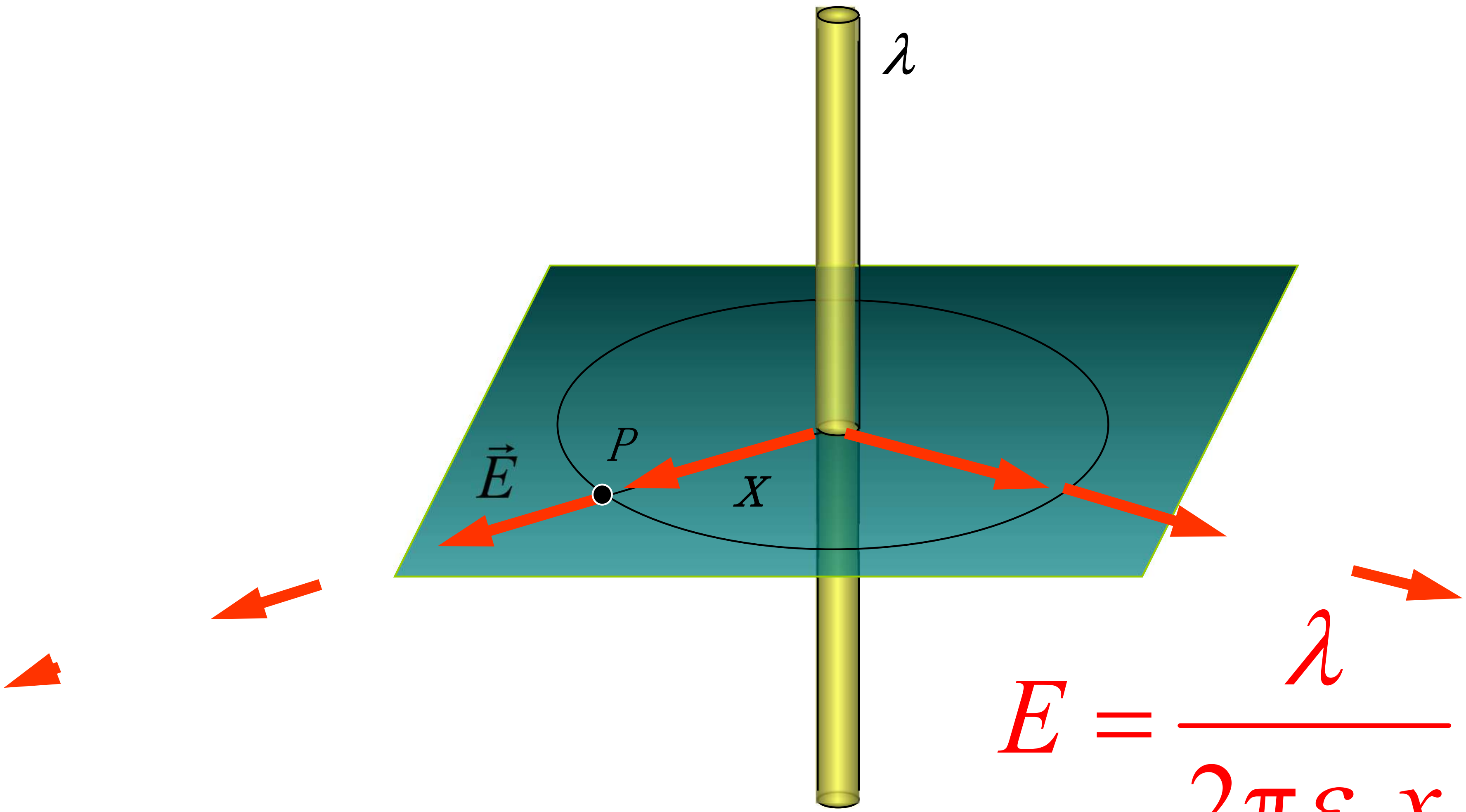
$$E_y = \int \mathrm{d}E_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x} \cos\theta \mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

- 讨论

无限长直导线

$$\theta_1 = 0 \qquad \theta_2 = \pi \quad \Rightarrow \quad E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} \qquad E_y = 0$$





$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

小结

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{e}_r$$