§18.3　康普顿散射

为什么要讨论康普顿散射

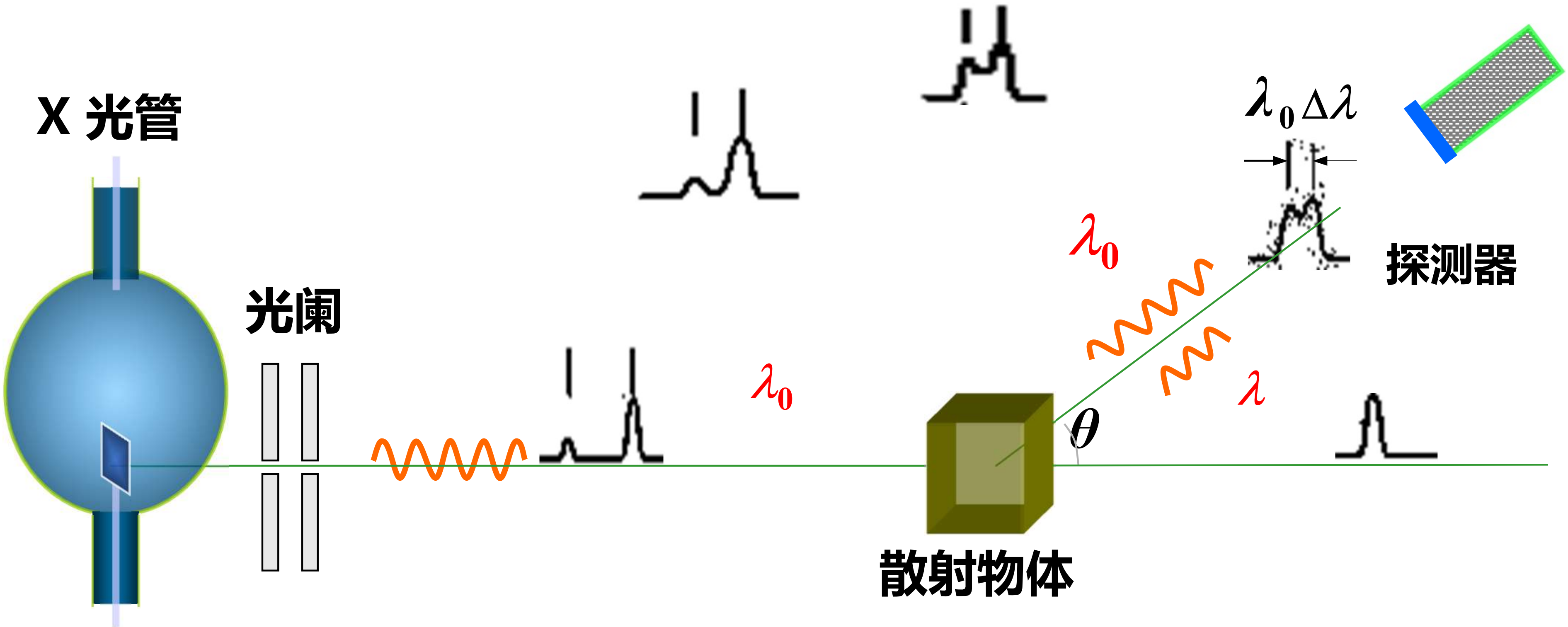
康普顿散射进一步证明了光子的粒子性

本讲基本要求

掌握康普顿散射的实验规律

会使用康普顿公式作相关计算

18.3.1 康普顿散射的实验规律



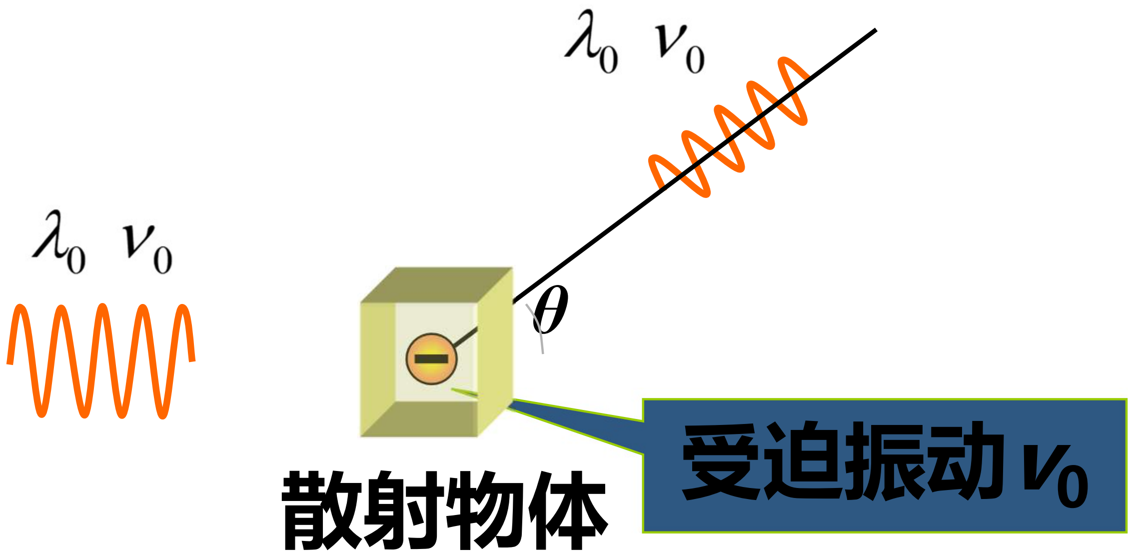
（1）散射线中有两种波长 λ_0、λ，$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$。

（2） $\theta\uparrow$ $\Delta\lambda\uparrow$ λ_0**强度**$\downarrow$

（3）散射角相同，$\Delta\lambda$与散射物无关，Z增大，λ_0 强度增大。

18.3.2 康普顿效应与经典理论的矛盾

经典物理无法解释康普顿散射实验规律



18.3.3 光子理论对康普顿效应的解释

- **入射光子与外层电子完全弹性碰撞**

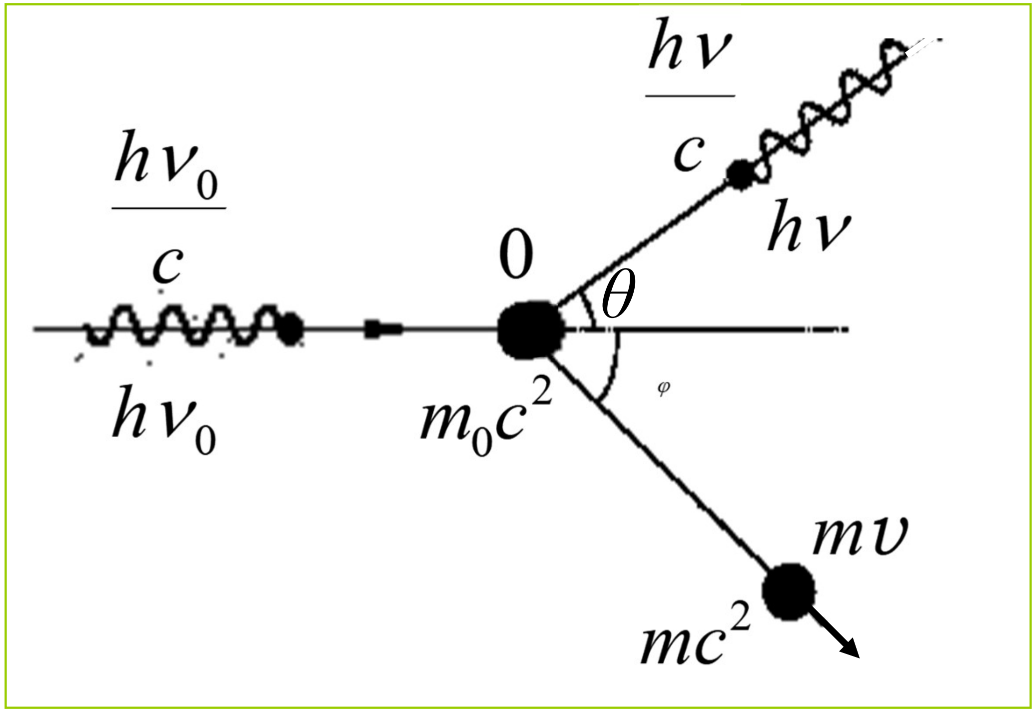
弱束缚电子 → **束缚较弱** → **近似自由** → **静止自由电子**

弱束缚电子 → **动能＜＜光子能量** → **近似静止** → **静止自由电子**

能量、动量守恒

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

$$\begin{cases} \dfrac{h\nu_0}{c} = \dfrac{h\nu}{c}\cos\theta + m\upsilon\cos\varphi \\ \dfrac{h\nu}{c}\sin\theta = m\upsilon\sin\varphi \end{cases}$$



运算推导:

$$m^2\upsilon^2c^2 = h^2(\nu_0^2 + \nu^2 - 2\nu_0\nu\cos\theta) \Leftarrow \begin{cases} \dfrac{h\nu_0}{c} = \dfrac{h\nu}{c}\cos\theta + m\upsilon\cos\varphi \\ \dfrac{h\nu}{c}\sin\theta = m\upsilon\sin\varphi \end{cases}$$

$$mc^2 = h(\nu_0 - \nu) + m_0c^2 \Leftarrow h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

$$m_0c^2(\nu_0 - \nu) = h\nu_0\nu(1-\cos\theta)$$

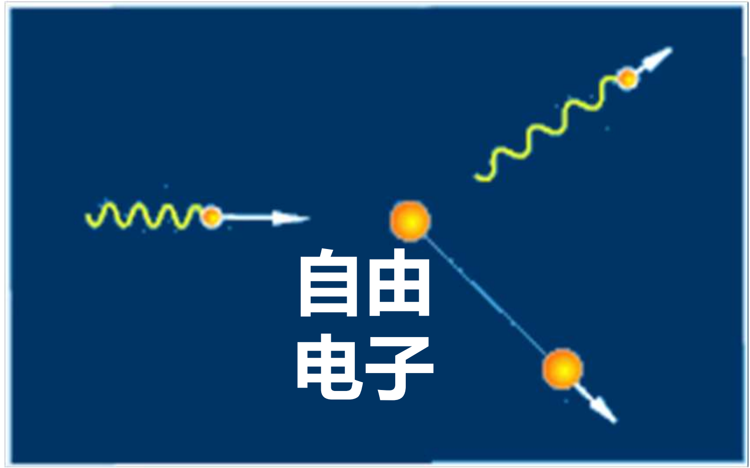
$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta) = 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}$$

其中 $\lambda_c = h/m_0c = 0.0024\ \mathrm{nm}$ **(电子的康普顿波长)**

18.3.3 光子理论对康普顿效应的解释

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\lambda_C = 0.0024nm$$



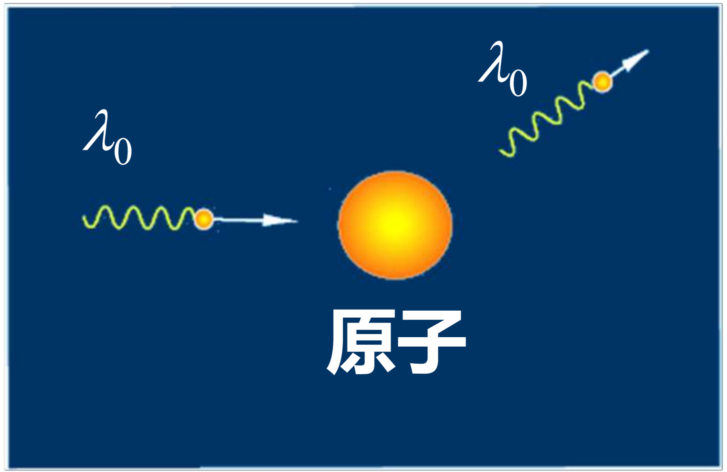
(1) $\lambda > \lambda_0$

(2) $\Delta\lambda$ 与 λ_0 无关，与材料无关

(3) $\theta \uparrow$ $\Delta\lambda \uparrow$

18.3.3 光子理论对康普顿效应的解释

- x 射线光子和原子内层电子相互作用



内层电子被紧束缚，光子相当于和整个原子发生碰撞。

光子质量远小于原子，碰撞时光子不损失能量，波长不变。

18.3.3 光子理论对康普顿效应的解释

- **结论**

● **波长变化**

● **强度变化**

光子 → 内层电子 → 波长不变

光子 → 外层电子 → 波长变大

	λ_0	λ
轻物质（弱束缚）	弱	强
重物质（强束缚）	强	弱

例λ_0 = 0.02nm 的X射线与静止的自由电子碰撞, 若从与入射线成90^0的方向观察散射线。

求 (1) 散射线的波长λ; (2) 反冲电子动能; (3) 反冲电子动量。

解 (1) 散射线的波长λ:

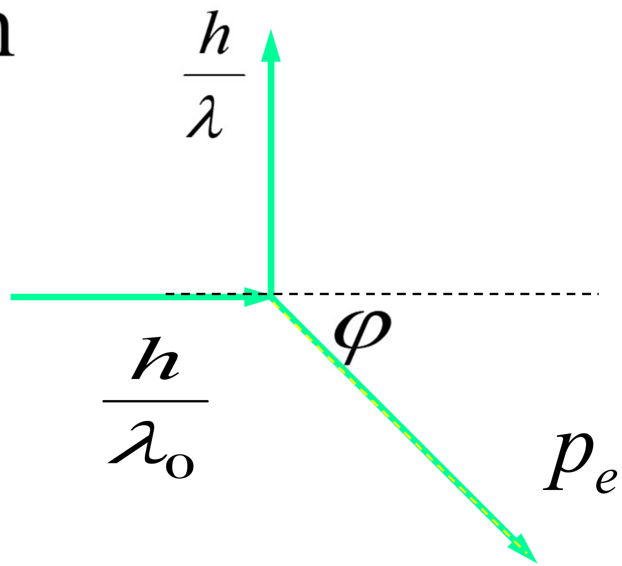
$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2} \qquad \lambda_c = h/m_0c = 0.0024\ \text{nm}$$

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_c = 0.0224\ \text{nm}$$

(2) 反冲电子动能:

$$E_k = h\nu_0 - h\nu = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda}$$

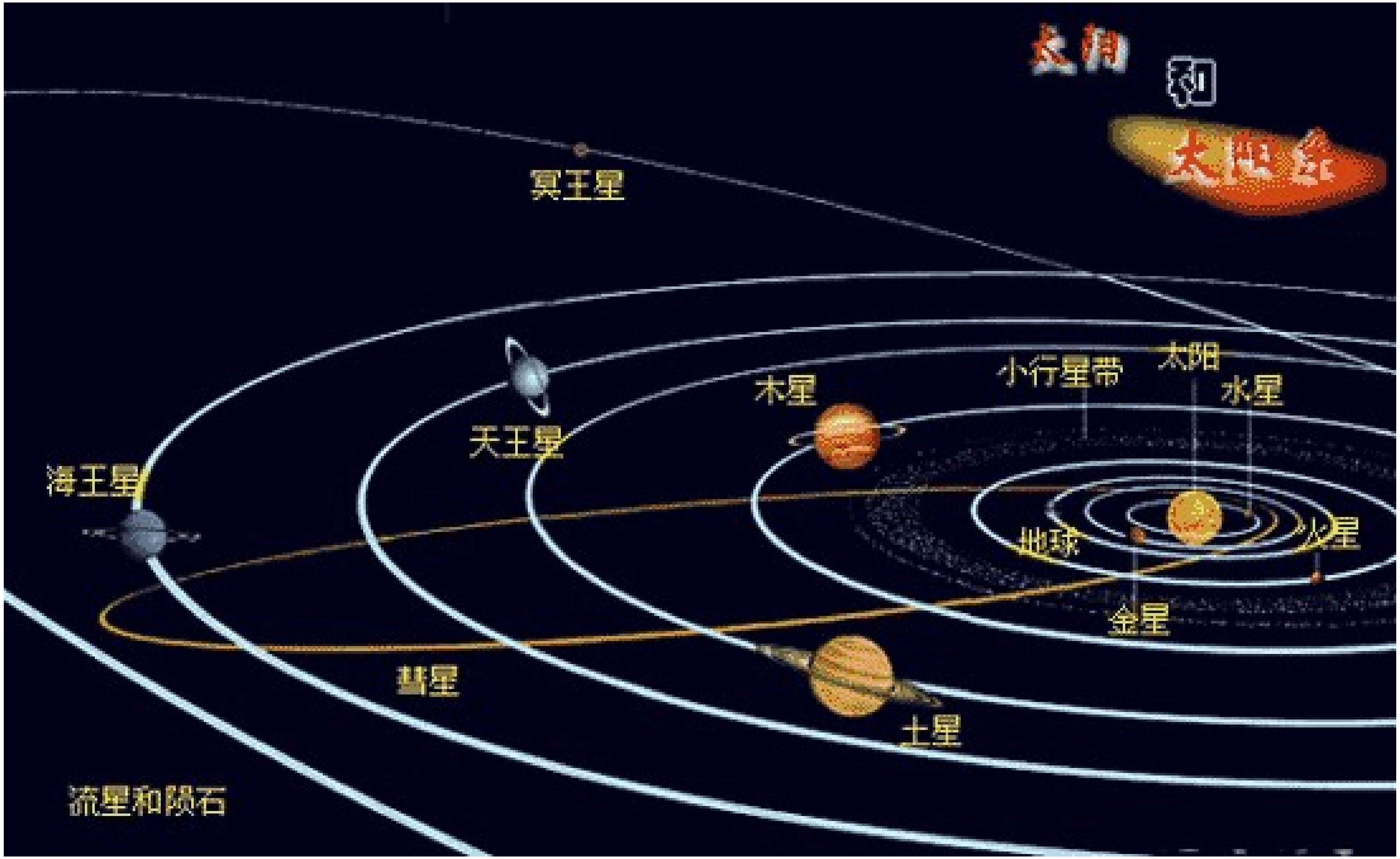
$$= 1.08\times10^{-15}\ \text{J} = 6.8\times10^{3}\ \text{eV}$$



(3) 反冲电子的动量:

$$p_e = h\sqrt{\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda^2}} = 4.5\times10^{-23}\ \text{kg}\cdot\text{m/s} \qquad \varphi = \arctan\frac{\lambda_0}{\lambda} = 42^\circ 18'$$

§18.4　玻尔的氢原子理论



为什么要讨论玻尔的氢原子理论

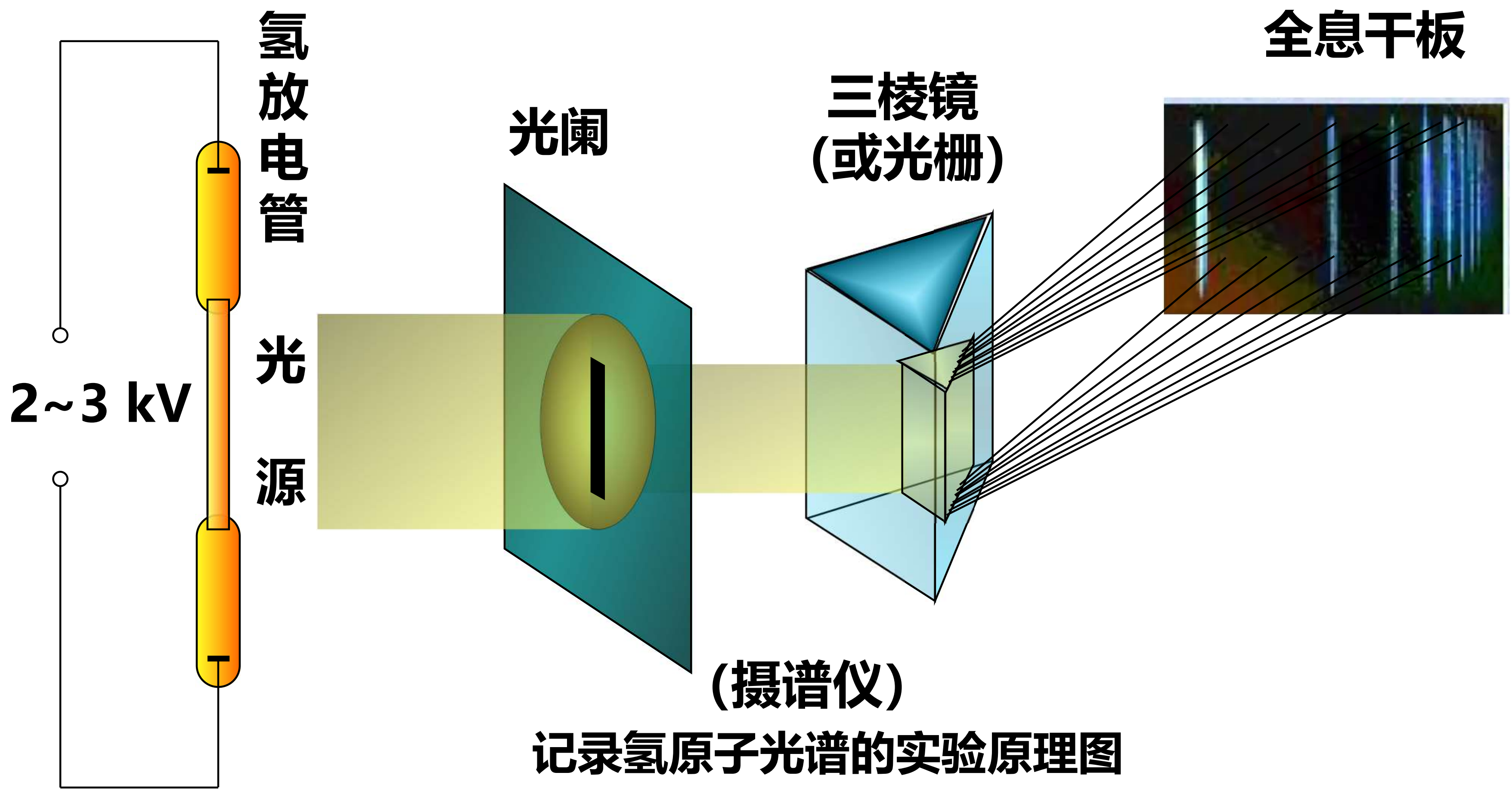
氢原子的相关实验现象是经典物理学无法解释的，甚至是互相矛盾的。

波尔是量子理论的奠基人，其氢原子理论是人们第一次从量子化的角度理解微观现象。

本讲基本要求

掌握氢原子理论的三个假设

18.4.1 氢原子光谱的实验规律



记录氢原子光谱的实验原理图

氢原子光谱：

赖曼系 巴耳末系 帕邢系 λ

◆ 实验规律

(1) 分立线状光谱

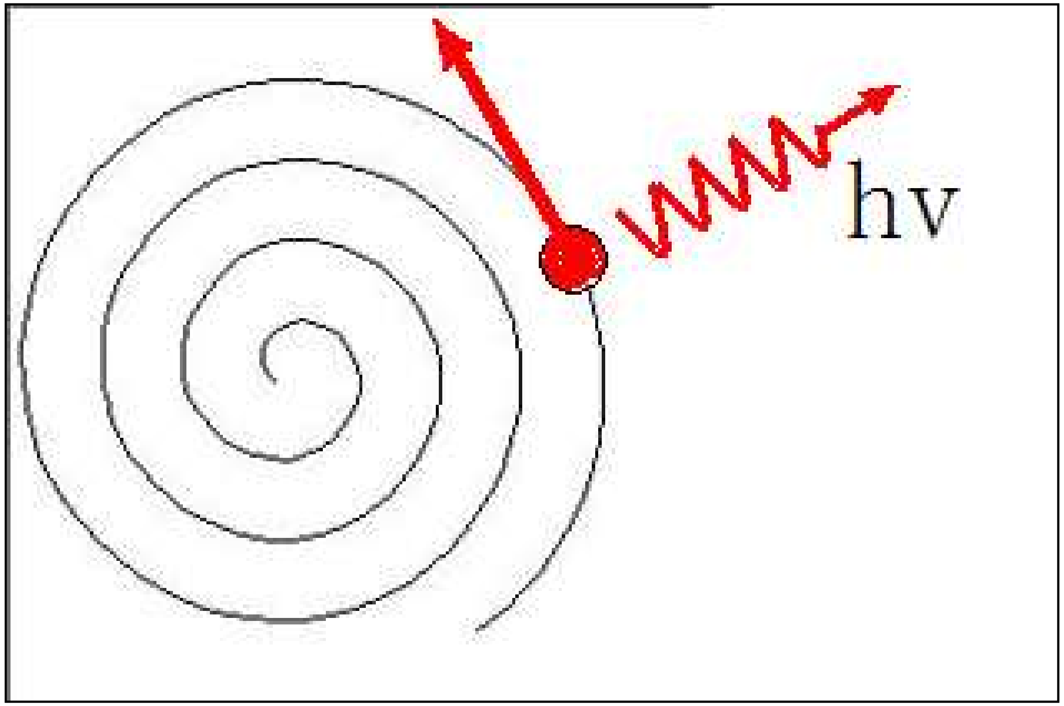
(2) 谱线的波数可表示为 $\tilde{\nu} = \dfrac{1}{\lambda} = R_H\left(\dfrac{1}{k^2} - \dfrac{1}{n^2}\right)$

$R_{H实验} = 1.096\,775\,8 \times 10^7\ \mathrm{m}^{-1}$ （里德伯常量）

(3) $k = 2\ (n = 3, 4, 5, \dots)$ —— 赖曼系

$k = 1\ (n = 2, 3, 4, \dots)$ —— 巴耳末系

18.4.2 原子光谱的实验规律以及原子的核式模型与经典理论的矛盾



原子光谱应是连续的带状光谱

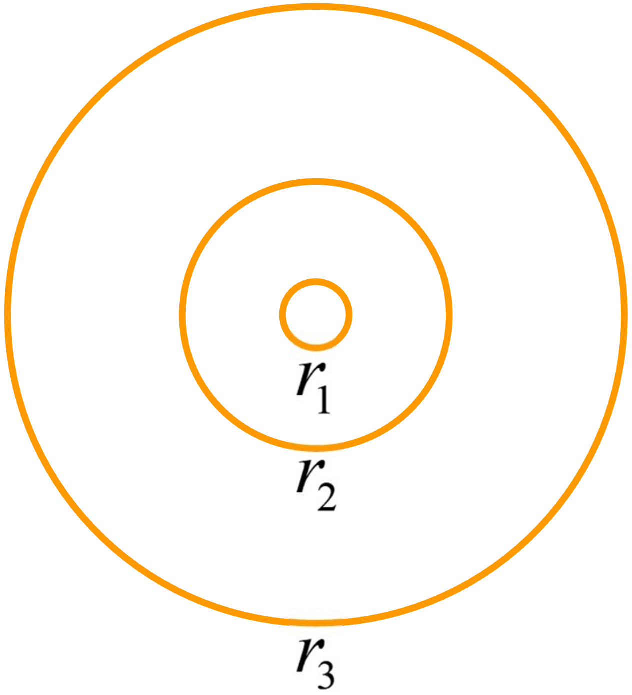
不可能存在稳定的原子

18.4.3 玻尔的氢原子理论

(1) 定态假设

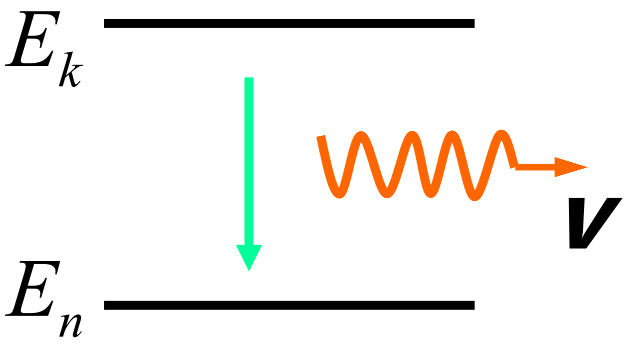
稳定状态（定态）

- 电子作圆周运动
- 不辐射电磁波
- 这些定态的能量不连续



(2) 跃迁假设

$$\nu = \frac{|E_k - E_n|}{h}$$



(3) 角动量量子化假设

$$L = m\upsilon r = n\frac{h}{2\pi}$$

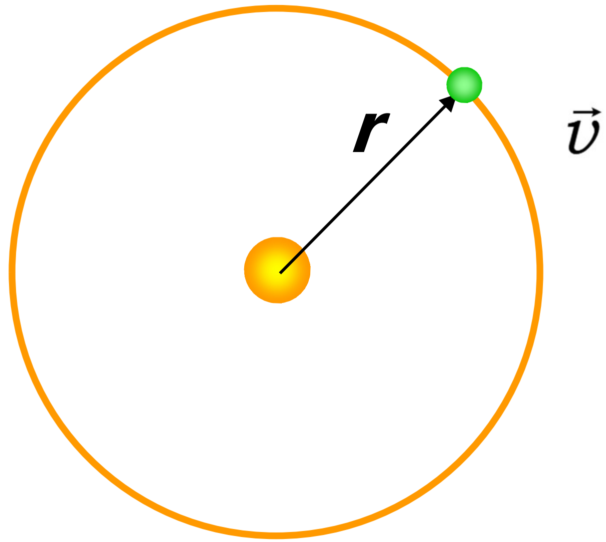
18.4.3 玻尔的氢原子理论

◆ **玻尔假设应用于氢原子**

(1) 轨道半径量子化：

$$r_n = n^2 r_1 \quad n = 1,2,3,\cdots$$

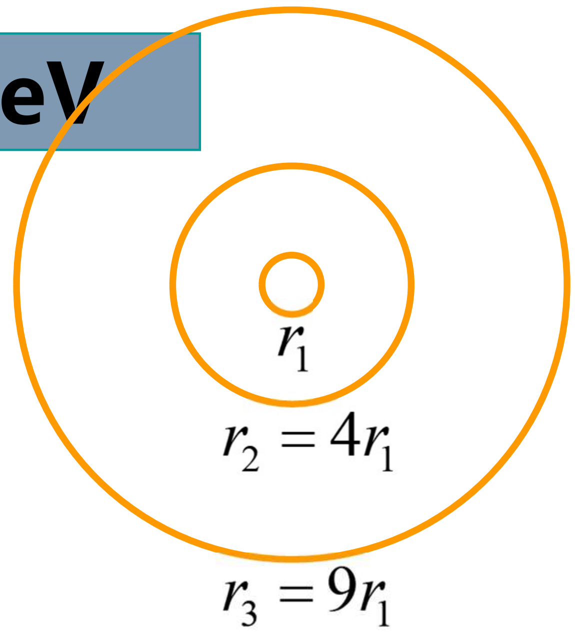
玻尔半径 $r_1 = 0.0529\ \mathrm{nm}$



(2) 能量量子化

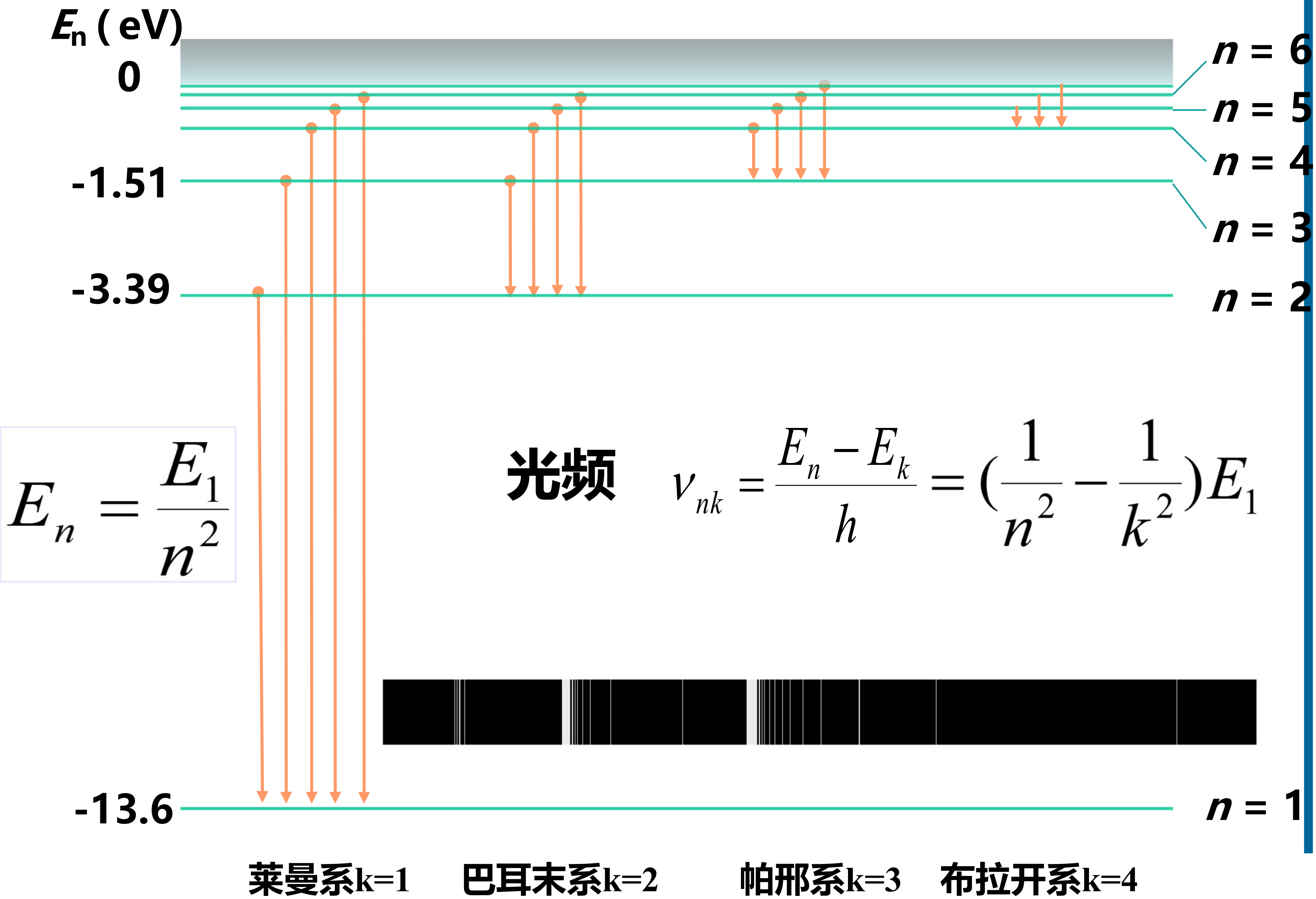
-13.6 eV

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$



能级　基态

氢原子能级图



$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

光频 $$\nu_{nk} = \frac{E_n - E_k}{h} = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)E_1$$

18.4.3 玻尔的氢原子理论

(3) 波数(与实验对比)

$$\tilde{\nu}_{nk}=\frac{1}{\lambda_{nk}}=\frac{\nu_{nk}}{c}=\frac{E_1}{hc}(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2})=R_{H理论}(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2})$$

其中计算得到 $R_{H理论}=1.097\,3731\times10^{7}\ \mathrm{m}^{-1}$

当时实验测得 $R_{H实验}=1.096\,775\,8\times10^{7}\ \mathrm{m}^{-1}$

18.4.3 玻尔理论的缺陷意义

- **意义: 氢原子结构 ⟺ 光谱线结构**

  微观体系量子化规律，量子力学奠定了基础。

- **缺陷: 以经典理论为基础, 是半经典半量子的理论;**

  完全没涉及谱线的强度、宽度等特征;

  不能处理复杂原子的问题。

小结

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$$

玻尔的氢原子理论：

(1) 定态假设

(2) 跃迁假设

(3) 角动量量子化假设