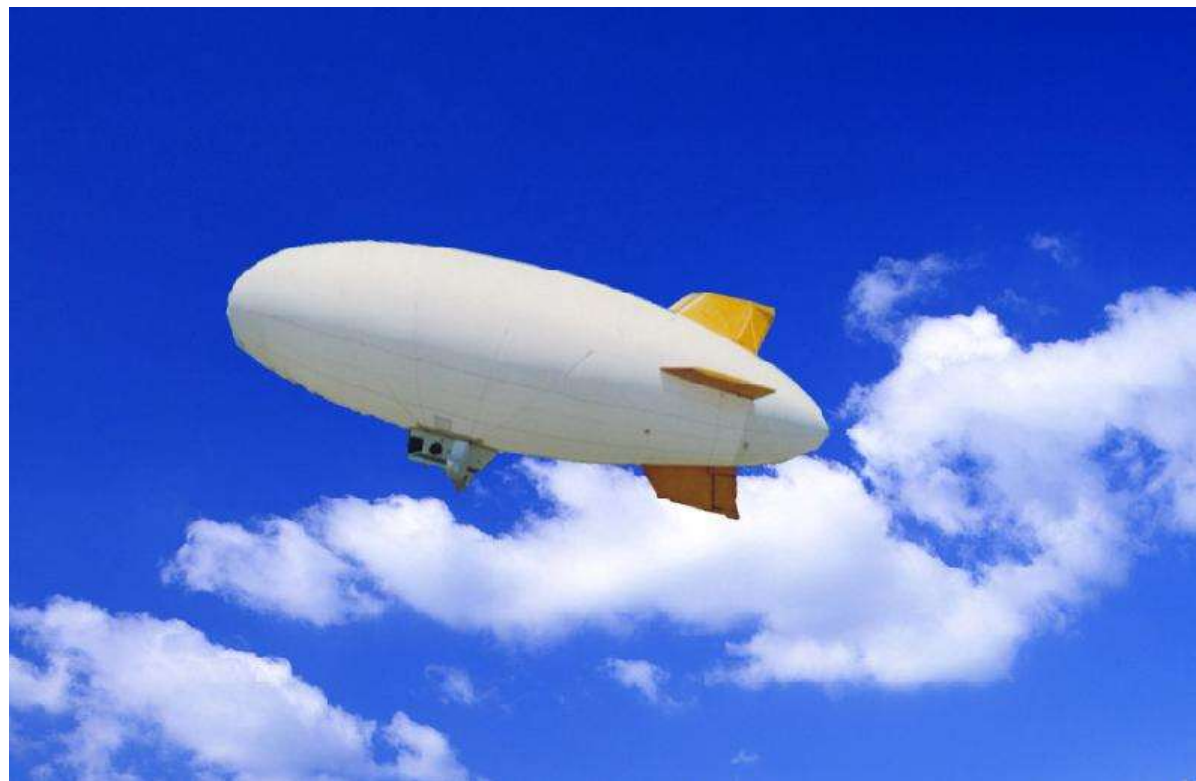


第十章 气体动理论



飞艇属于航空器的一种，利用轻于空气的气体来提供升力。飞艇对于环境的破坏较小，具有军事利用价值。

§ 10.1 统计规律性的基本概念

为什么要讨论统计规律？

气体动力论的基本方法是对大量的微观量进行统计平均，因此统计平均是必不可少的数学工具

基本要求

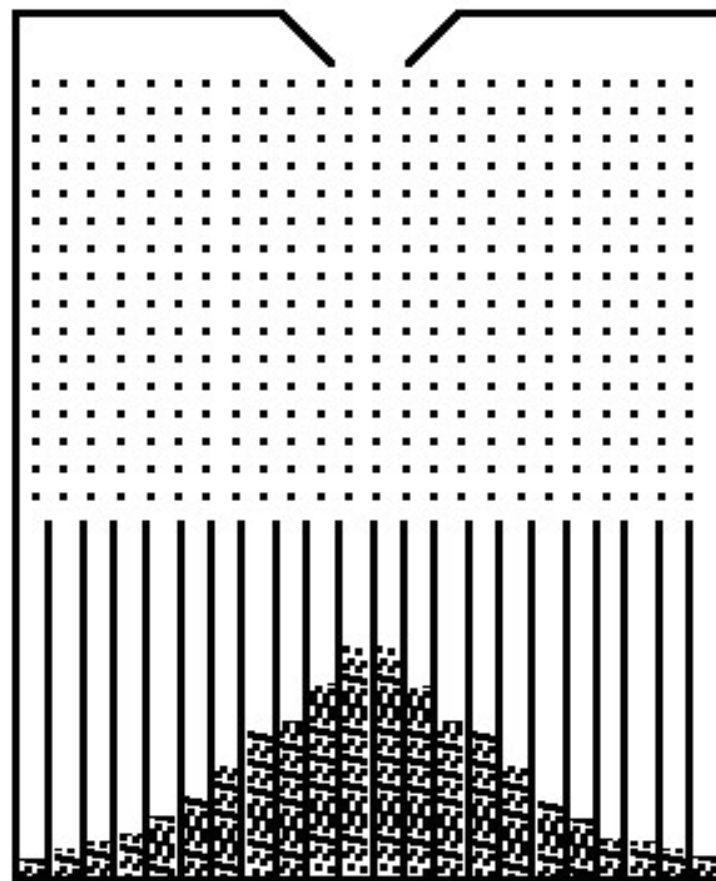
掌握概率、概率密度的涵义
掌握统计平均值的计算

10.1.1 统计规律

统计规律：大量偶然事件集体所遵从的规律。

加尔顿板实验

单个小球的运动服从力学规律，大量小球服从统计规律。



统计规律的特点：

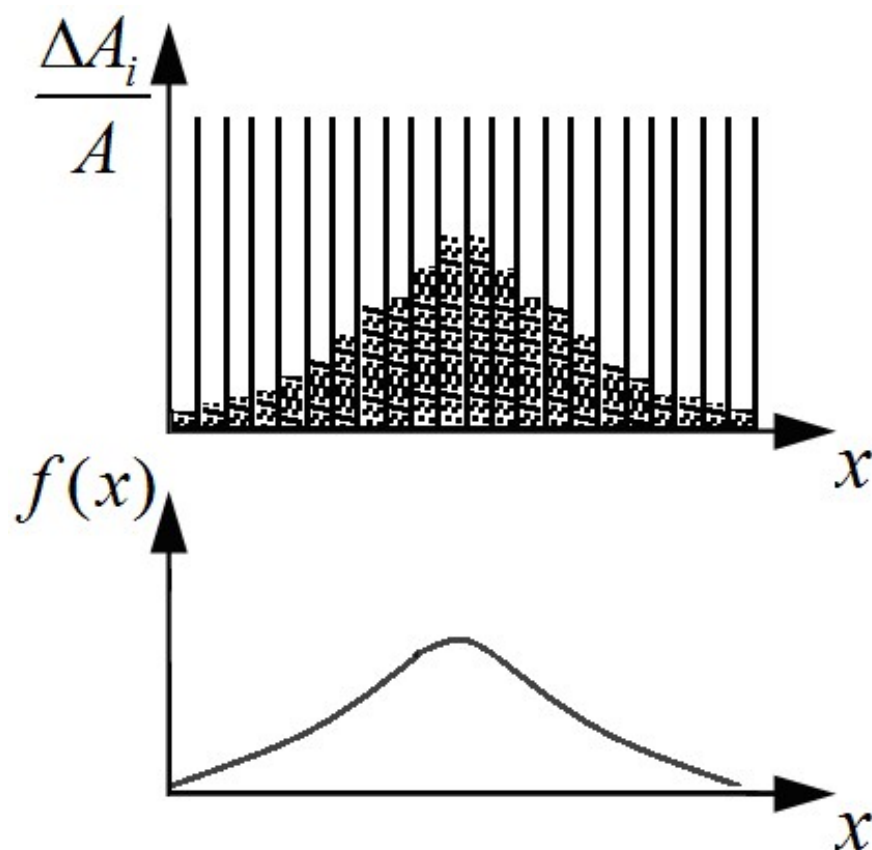
●统计规律只有对大量偶然事件的统计才是正确可信的，对少量偶然事件无统计规律可言。

●对随机事件所作的多次重复实验中，每次的实验结果与多次实验结果的平均值都有一定的偏差，这一偏差就是单个偶然事件相对于统计平均值的**涨落**。

涨落现象是统计规律的基本特征之一。统计事件的数目越多，涨落相对越小。

10.1.2 概率

定义：第*i*个事件发生的总次数与全部事件发生的总次数的比值称为第*i*个事件发生的概率。



在加尔顿板实验中，小球落入第*i*个狭槽的概率为：

$$P_i = \frac{\Delta A_i}{A} = \frac{\Delta N_i}{N}$$

在狭槽宽度趋于零极限下：

$$\frac{dN}{N} = \frac{dA}{A} = f(x) dx$$

$f(x)$ 表示小球在 x 附近、单位区间间隔内出现的概率，故称为**概率密度**。

概率密度满足归一化条件，对于离散分布：

$$\sum P_i = 1$$

对于连续分布：

$$\int_{\text{全区间}} f(x) \mathrm{d} x = 1$$

10.1.3 统计平均值

随机变量：某一物理量 M 在一定条件下的可能取值 M_1 、 M_2 、 M_3 ， \cdots ，称为随机变量。

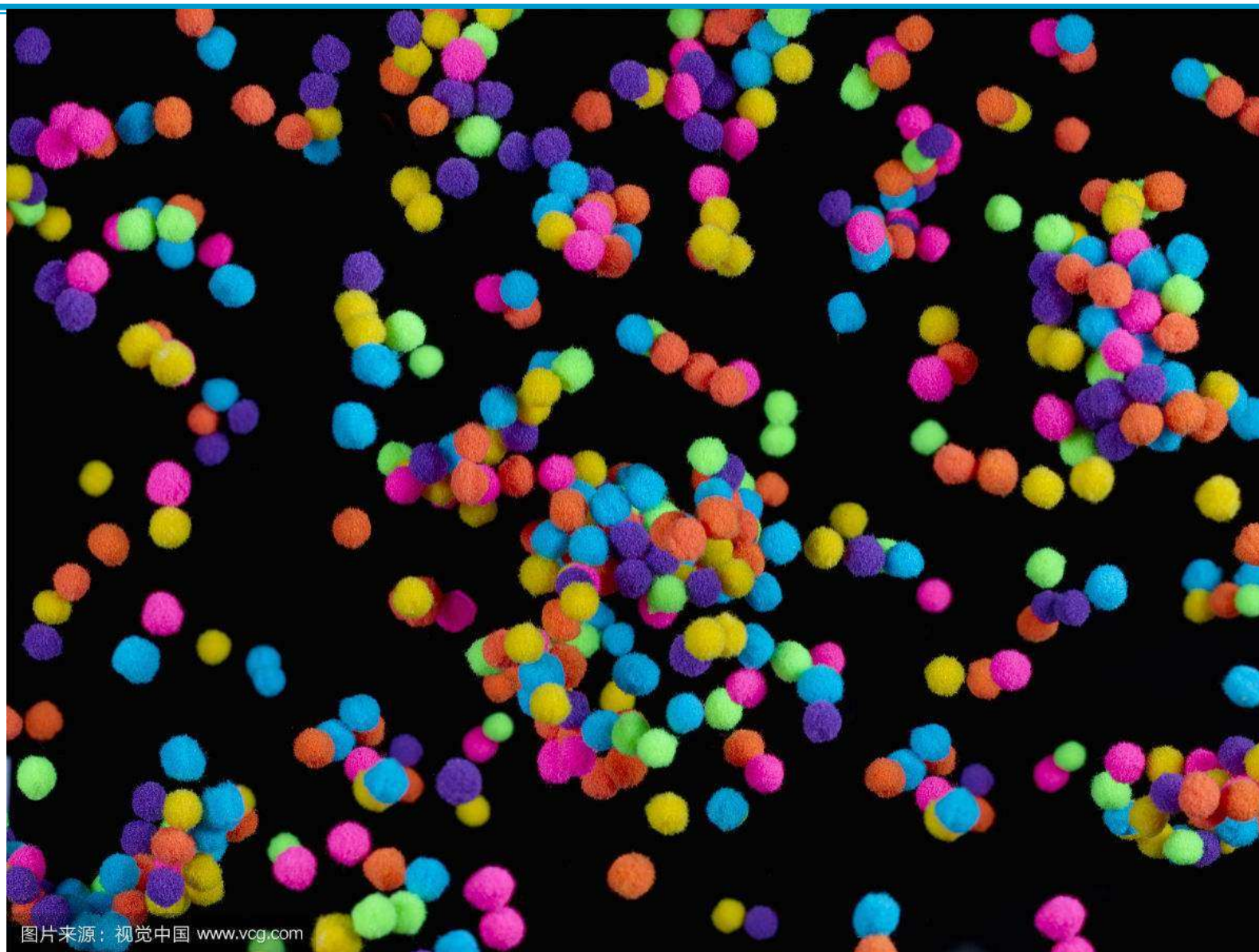
若随机变量 M_i 出现的概率为 P_i ，则其统计平均值为

$$\overline{M} = \sum_i P_i M_i$$

对于连续分布：

$$\overline{x} = \int_{\text{全区间}} x f(x) \mathrm{d} x$$

§ 10.2 系统的状态及其描述



基本要求

掌握理想气体的状态方程

10.2.1 热力学系统

系统： 热力学的研究对象

孤立系统：与外界没有任何相互作用的系统。

封闭系统：有能量交换，无物质交换。

开放系统：既有能量交换，又有物质交换。

10.2.2 平衡态

平衡态：没有外界影响的情况下，系统中各部分的宏观性质不随时间发生变化的状态。

10.2.3 状态参量

系统的状态参量：描述系统宏观性质的物理量。

气体系统的状态参量： (p , V , T)

10.2.4 理想气体的状态方程

$$pV = \frac{m}{M_{\text{mol}}} RT$$

气体的状态参量只有两个是独立的

◆ 理想气体状态方程的另一种表述

$$n = \frac{N}{V} \quad \text{气体分子数密度}$$

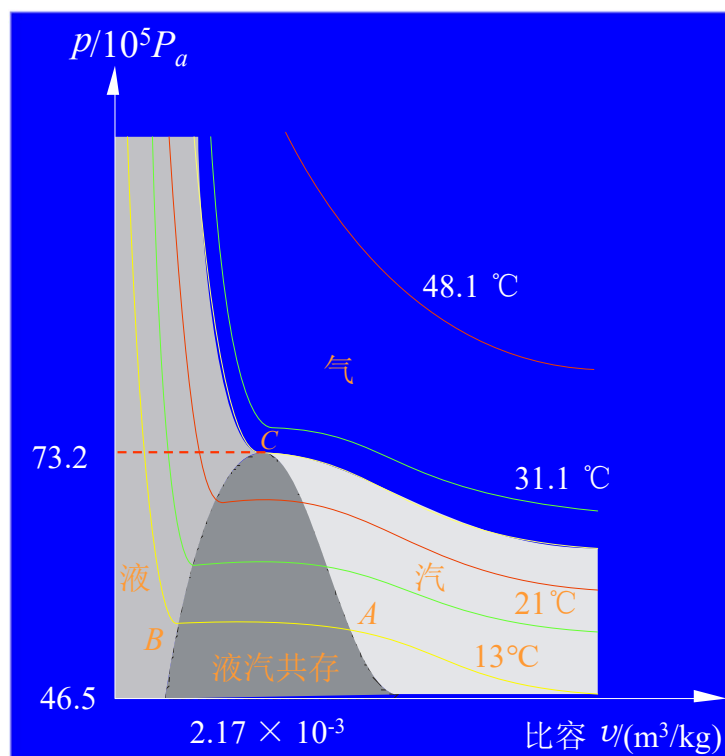
$$k = \frac{R}{N_A} \quad \text{波耳兹曼常量}$$

$$p = nkT$$

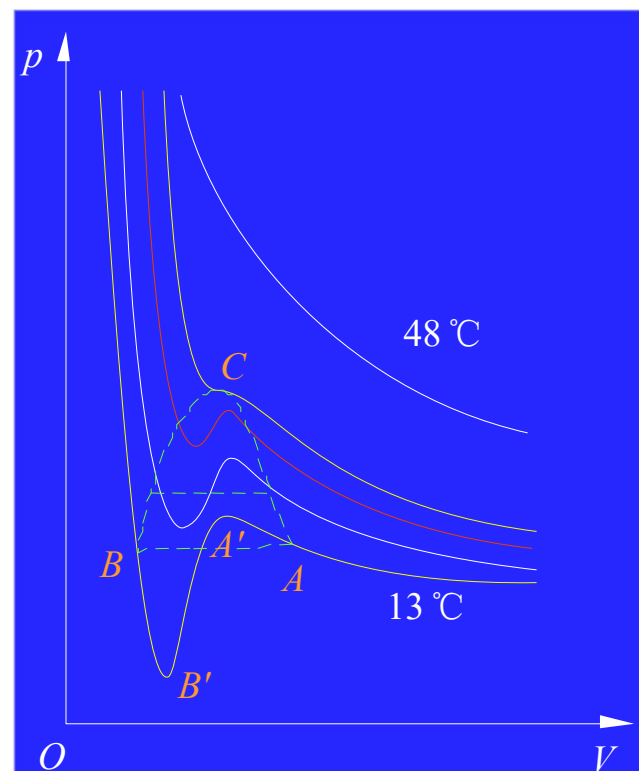
10.2.5 实际气体的状态方程

理想气体适用范围：温度不太低、压强不太大。

范德瓦尔斯方程：
$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$



实际气体 CO_2 的等温线



范德瓦耳斯等温线

§ 10.3 理想气体的压强和温度

为什么要讨论压强和温度？

空气可以看做理想气体，其压强、温度与我们的生活息息相关，本讲有助于从微观角度理解压强和温度的本质。

典型问题：压强的本质是什么？
“冷”和“热”的本质是什么？

基本要求

掌握压强和温度公式

10.3.1 理想气体的微观模型

系统由大量分子组成，单个分子遵从经典力学规律，大量分子遵从统计规律。

1. 单个分子力学性质的假设

- 分子可视为质点。
- 分子与分子，分子与器壁之间只考虑完全弹性碰撞相互作用。

2. 平衡态统计假设

- 每个分子取各种可能速率的概率相同。
- 每个分子在容器内空间各点出现的概率相等。
- 每个分子朝各个方向运动的概率相等。

10.3.2 气体压强的微观解释

1. 气体压强的微观本质

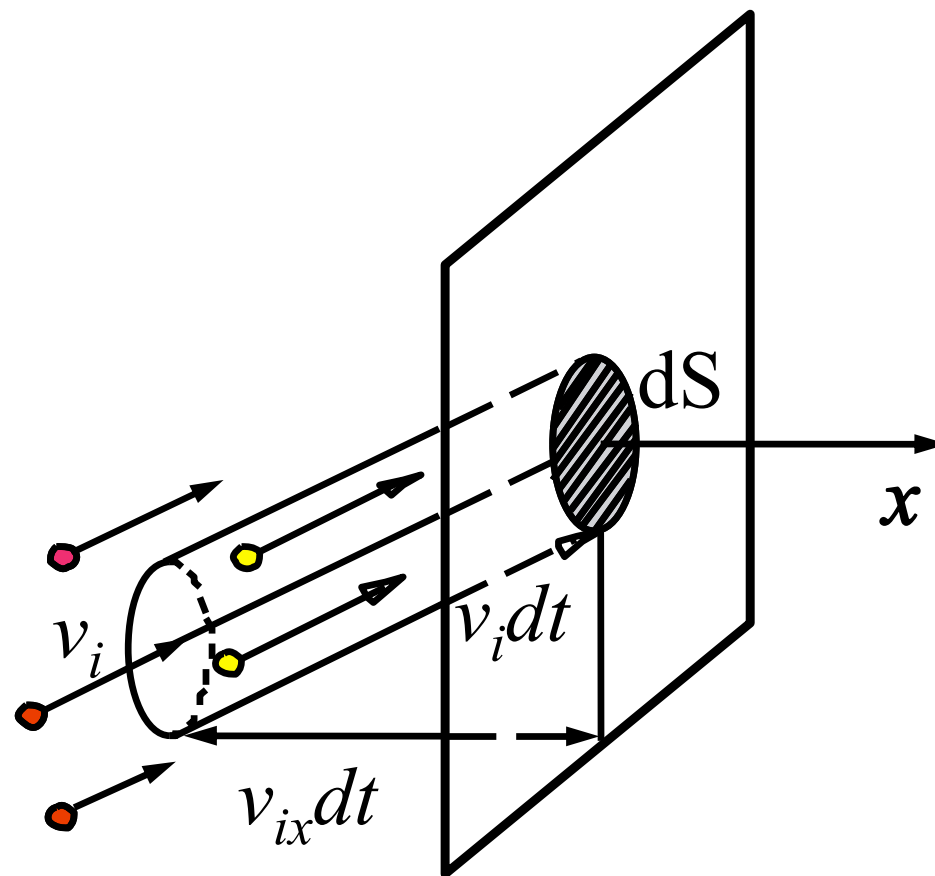
从宏观上看，容器中气体施于器壁的压强是指器壁单位面积上所受到的压力。

从微观上看，压强是无规则热运动的大量分子对器壁不断碰撞的平均结果。

2. 压强公式推导:

第一步, 单个分子, 发生一次碰撞, 施于器壁的动量为 $2m v_{ix}$

第二步, dt 时间内, 速度为 \vec{v}_i 的分子施于器壁的冲量 $n_i v_{ix} dt dS (2m v_{ix})$



第三步, 总冲量
$$dI = \sum_i 2m n_i v_{ix}^2 dS dt \quad (v_{ix} > 0)$$
$$= \sum_i m n_i v_{ix}^2 dS dt$$

讨论：

- 理想气体的压强公式反映了宏观量压强与微观量分子数密度和分子平动动能的统计平均值的关系。
- 气体的压强是一个具有统计意义的概念，它是大量分子热运动的集体表现，单个或少数几个分子具有多大的压强是没有意义的。

第四步，宏观压强

$$p = \frac{dI}{dSdt} = \sum_i mn_i v_{ix}^2 = m \sum_i n_i v_{ix}^2$$

$$\text{而 } \overline{v_x^2} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{n} \quad \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

$$\text{所以 } p = \frac{1}{3} nm \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$$

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E_k}$$

其中 $\overline{E_k} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$ 为分子的平均平动动能

10.3.3 温度的微观解释

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k \\ p = nkT \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$$

- (1) 温度是分子热运动的剧烈程度的量度。
- (2) 温度是大量分子热运动的集体表现，是气体分子的平均平动动能是一个统计平均值。

例 求在多高温下，理想气体分子的平均平动动能等于1 eV？

解 电子伏特是近代物理中常用的一种能量单位，用eV表示。

$$1\text{eV} = 1.6021892 \times 10^{-19}\text{J}$$

设气体的温度为 T 时，其分子的平均平动动能等于1 eV。

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT = 1.60 \times 10^{-19}\text{J}$$

$$T = \frac{2}{3} \frac{\overline{E_k}}{k} = \frac{2 \times 1.60 \times 10^{-19}}{3 \times 1.38 \times 10^{-23}} = 7.73 \times 10^3\text{K}$$

kT ：热运动的能量

例如室温**290 K**时 $kT = 1.38 \times 10^{-23} \times 290 = 4.0 \times 10^{-21}\text{J} \approx \frac{1}{40}\text{eV}$

小结

1. 理想气体状态方程 $pV = \frac{m}{M_{\text{mol}}}RT$

$$p = nkT$$

2. 理想气体压强公式 $p = \frac{2}{3}n\bar{E}_{\text{k}}$

思考题

1. 对于一个纳米团簇（约由几百个原子构成）
可以讨论其“冷”“热”吗？为什么？