

§ 13.2 静电场中的电介质



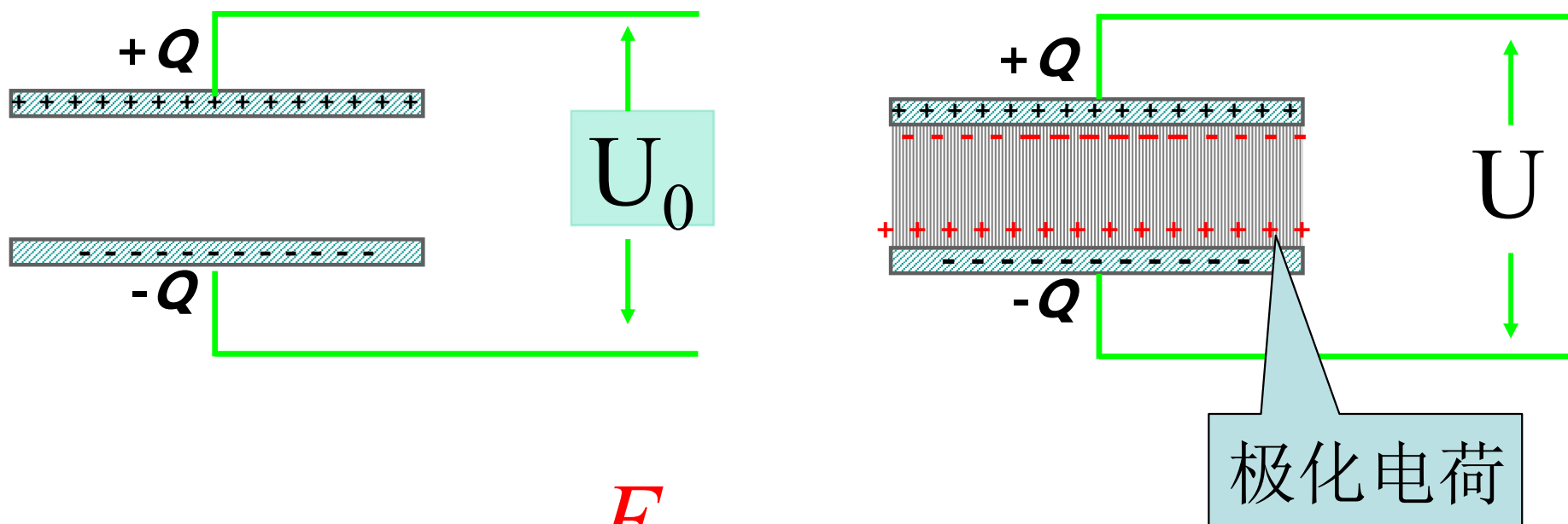
为什么要讨论电介质极化问题？

生活中，常见的电介质有陶瓷，云母，玻璃，塑料和各种金属氧化物。电容器中充入介质，可增大电容。

本讲基本要求

掌握有电介质时静电场的高斯定理

13.2.1 电介质的极化现象及其实验观察



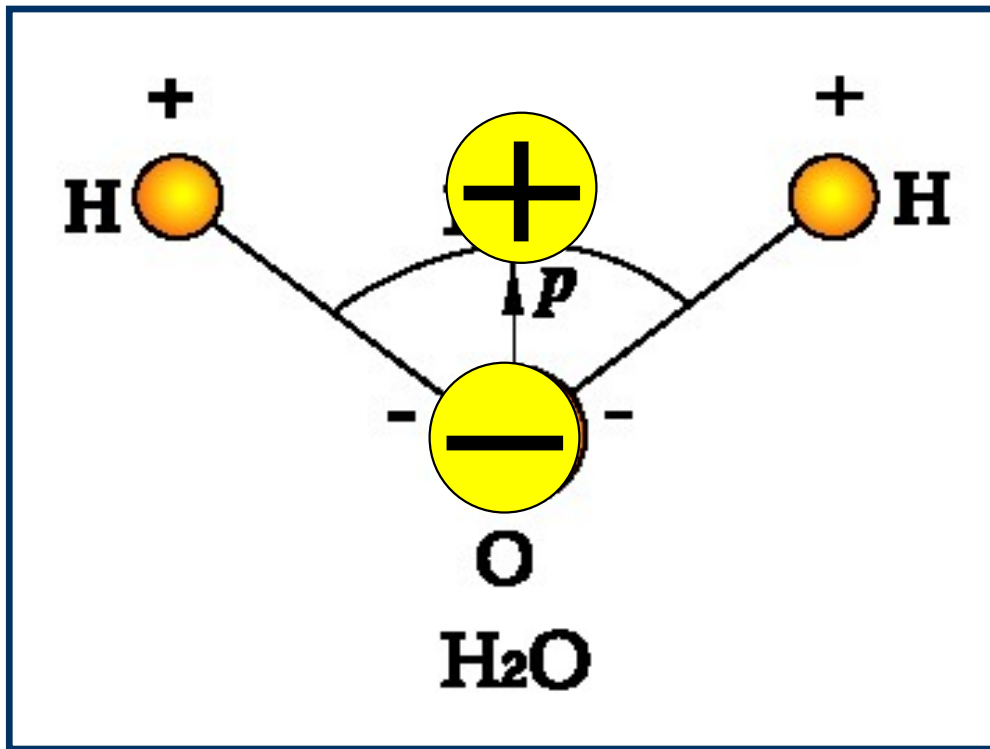
$$U = \frac{U_0}{\epsilon_r} \rightarrow E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

ϵ_r ----- 相对介电常数

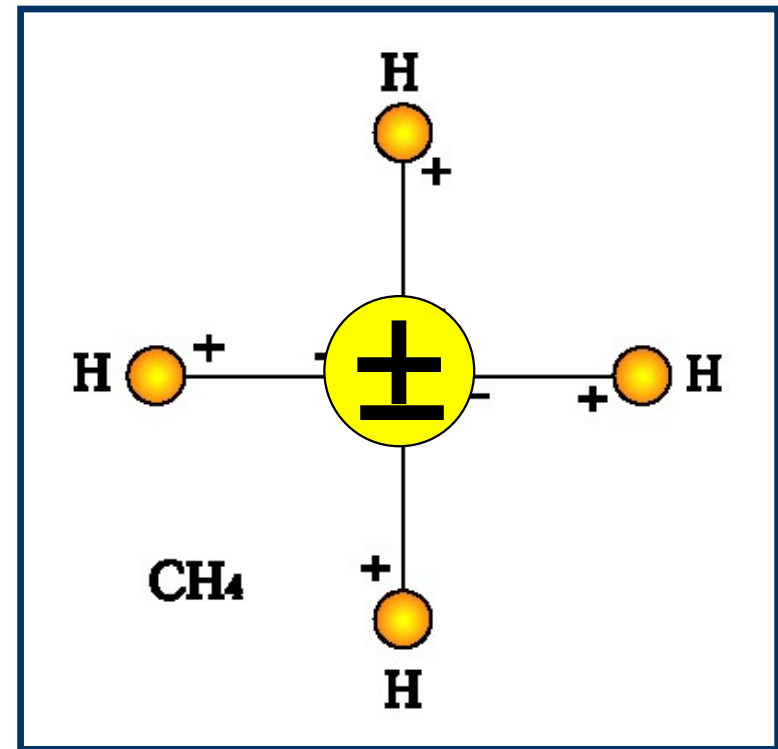
介质中场强减弱

13.2.2 电介质极化的理论解释

1 电介质分子电结构



有极分子



无极分子

2. 电介质极化的微观机制

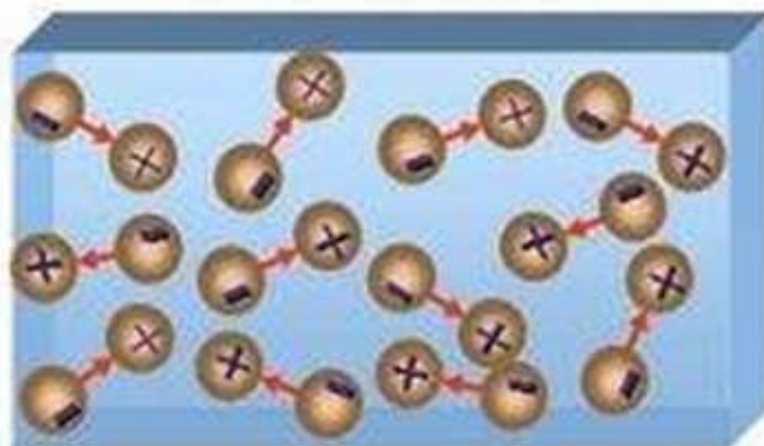
无极分子电介质的位移极化

有极分子电介质的取向极化

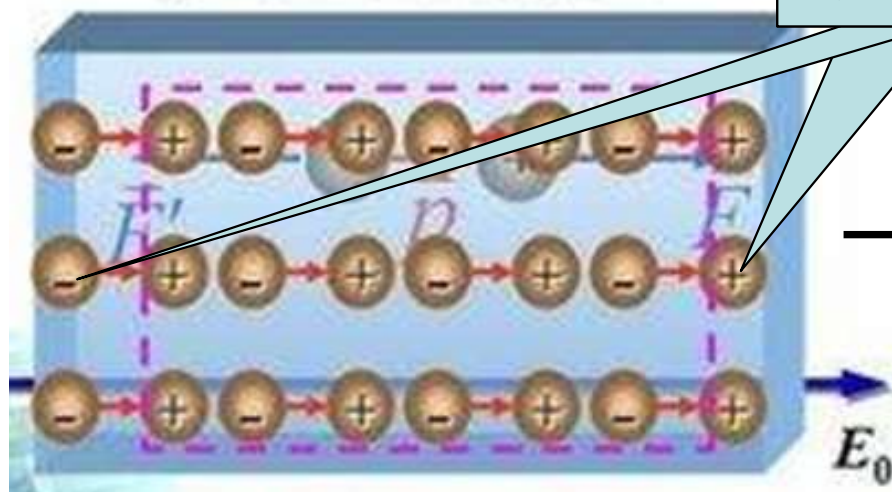
无外电场时



无外电场时



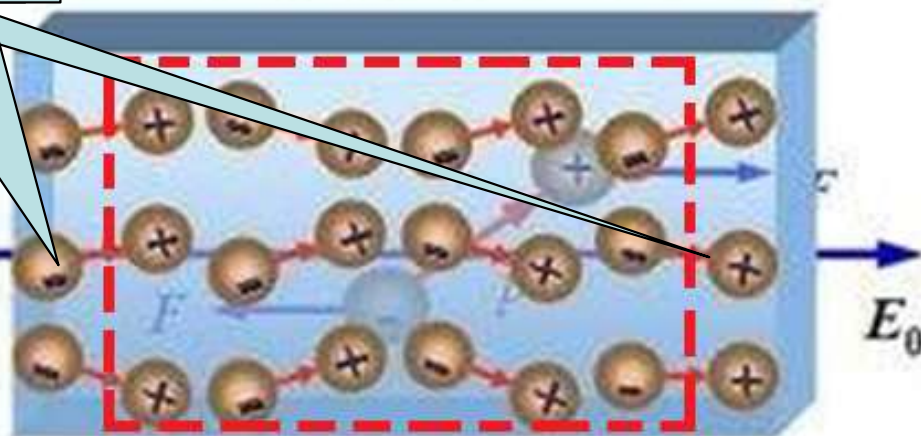
在外电场作用下



极化电荷 q'

E'
 E_0

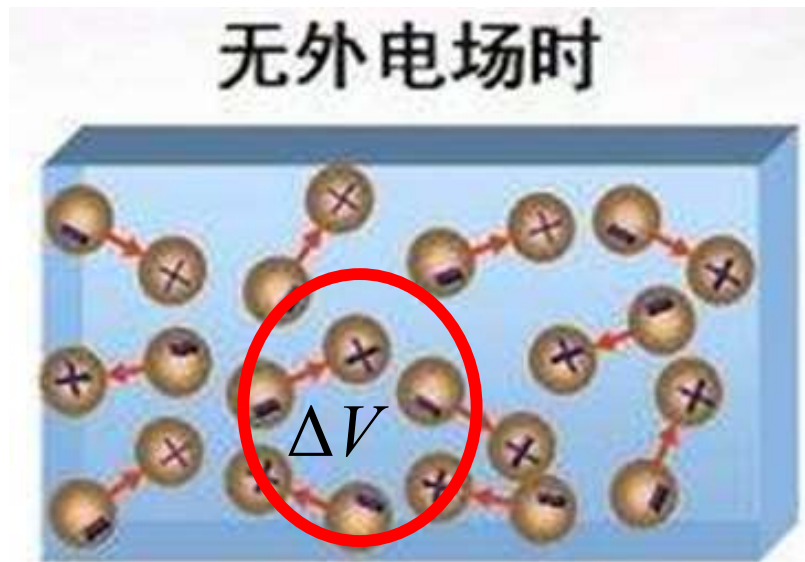
在外电场作用下



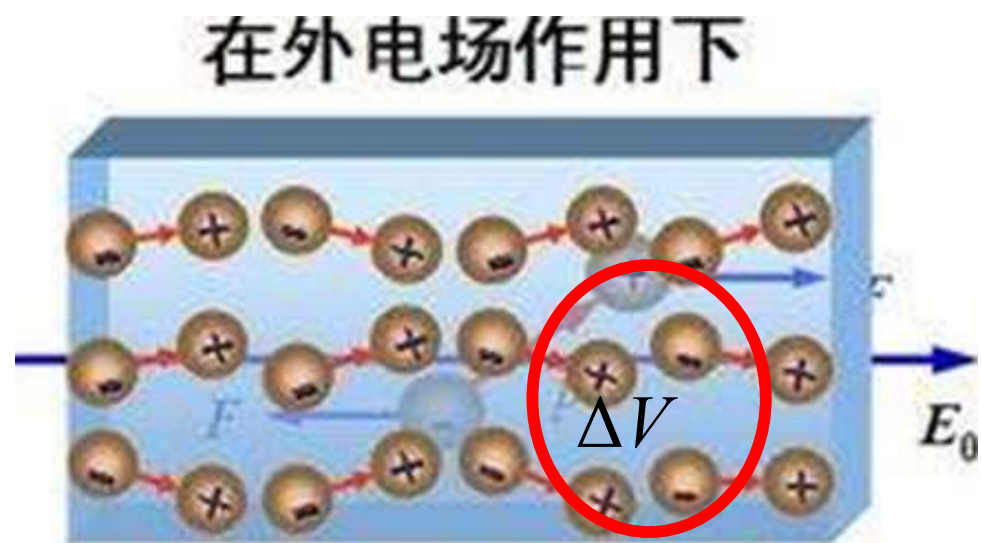
3. 极化状态的描述——电极化强度

电介质内某点附近单位体积内分子电偶极矩的矢量和为该点的电极化强度，以 \boldsymbol{P} 表示。

$$\boldsymbol{P} = \frac{\sum \boldsymbol{p}_{\text{分子}}}{\Delta V} \quad \boldsymbol{p}_{\text{分子}} = q\boldsymbol{l}$$

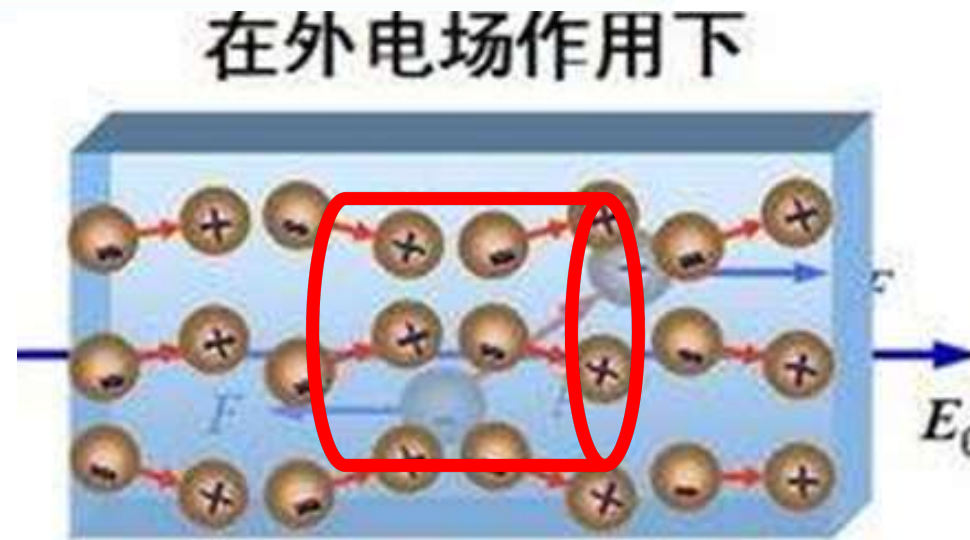


$$\boldsymbol{P} = 0$$



$$\boldsymbol{P} \neq 0$$

极化电荷与电极化强度的关系



$$\oint \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\sum q'$$

穿过任一闭合曲面的电极化强度通量等于该闭合面内极化电荷总量的负值

13.2.3 有电介质时的高斯定理

1. 有电介质存在时的静电场

电介质中任一点的电极化强度与该点的总场强有关

对于各向同性电介质

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

极化率，表征电
介质材料性质

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$$

13.2.3 有电介质时的高斯定理

静电场的高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_i q_{0i} + q' \right) \quad \text{电通量} \longleftrightarrow \text{自由、极化电荷}$$

一般情况下，极化电荷的分布未知，电极化强度的分布无法求出。

$$\oint_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i} + q' = \sum_i q_{0i} - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} \quad \oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$

定义：电位移矢量 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$

有电介质存在的高斯定理

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$

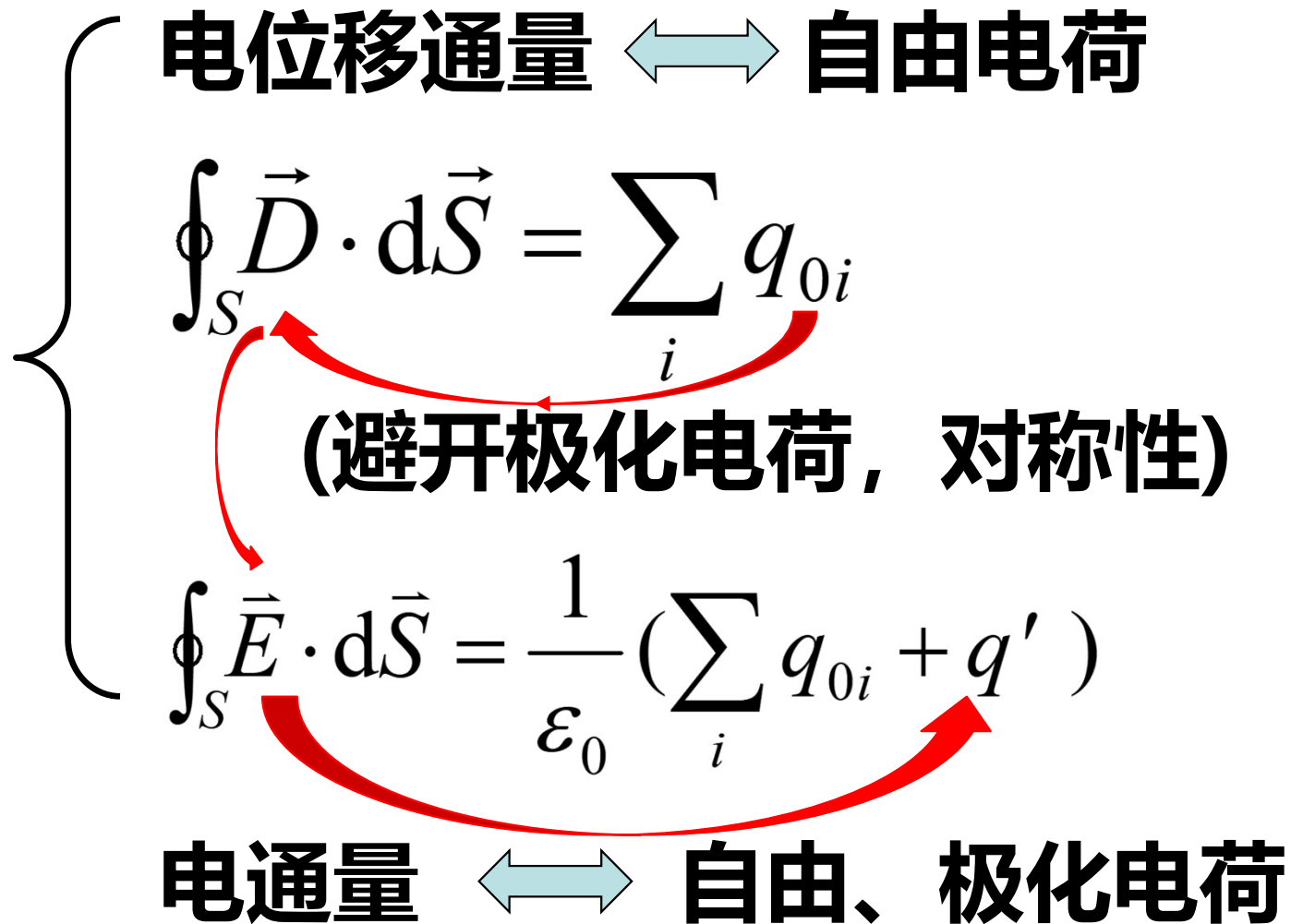
有电介质存在的高斯定理

通过任意闭合曲面的电位移通量，等于该闭合曲面内所包围的自由电荷的代数和。

对于各向同性电介质 $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

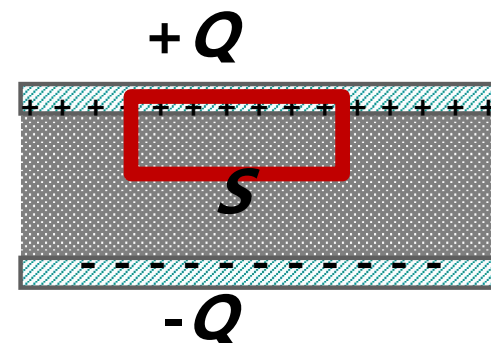
- 比较



例 两个无限大导体平板，极板间距为 d ，电量面密度为 σ ，在其中置以 ε_r 的各向同性均匀电介质，如图所示。

求 电场的分布和极板间电势差。

解 取如图所示圆柱高斯面，其上底面在导体板内，下底面在介质内，由电介质的高斯定理：



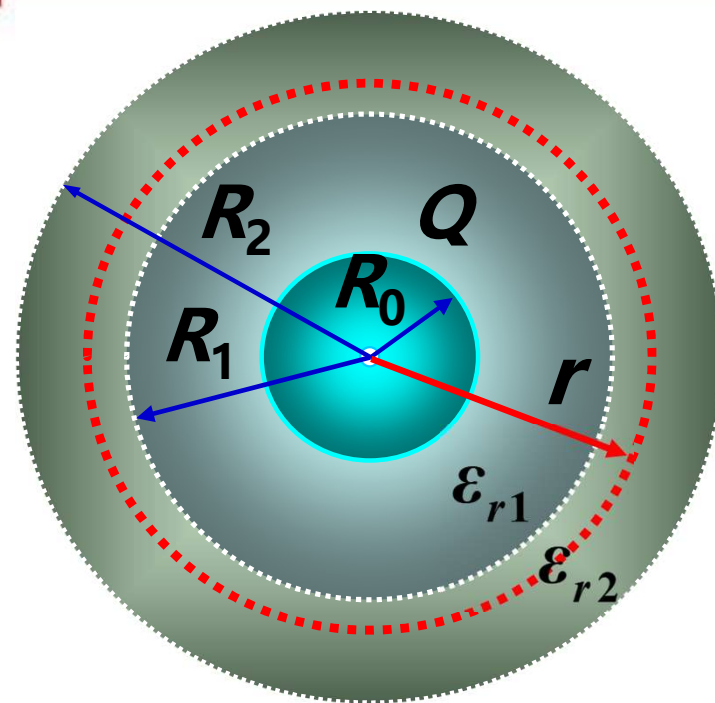
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$

得： $DS = \sigma S$ 即 $D = \sigma$

可得： $E = \sigma / \varepsilon_0 \varepsilon_r$ $\Delta U = \sigma d / \varepsilon_0 \varepsilon_r$

例 半径为 R_0 ，带电量为 Q 的导体球置于各向同性的均匀电介质中，如图所示，两电介质的相对电容率分别为 ϵ_{r1} 和 ϵ_{r2} ，外层半径分别为 R_1 和 R_2 。

求 电场的分布。

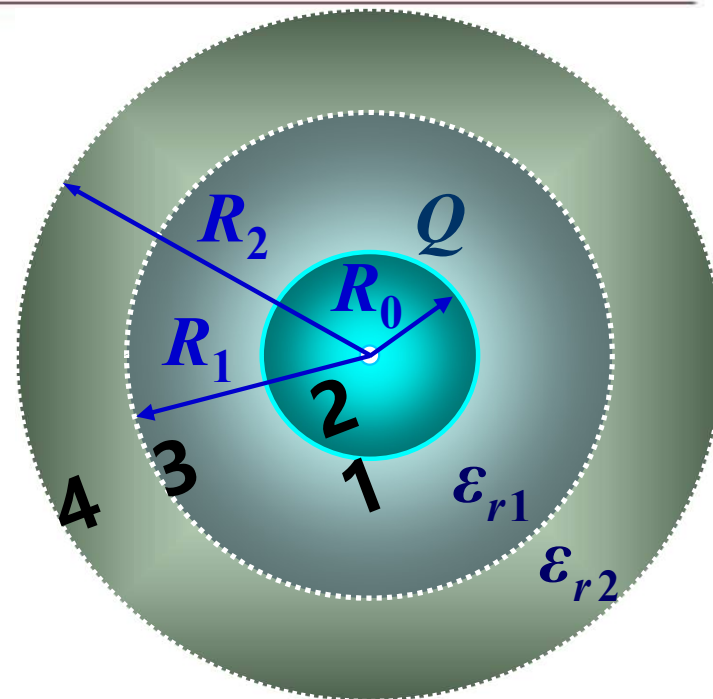


解 (1)电场的分布

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$
$$\Rightarrow 4\pi r^2 D = \begin{cases} Q & (R_0 < r) \\ 0 & (r < R_0) \end{cases} \Rightarrow D = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi r^2} & (R_0 < r) \\ 0 & (r < R_0) \end{cases}$$

由 $E = D/\epsilon$ 得

$$\left\{ \begin{array}{ll} E_1 = 0 & (r < R_0) \\ E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}r^2} & (R_0 < r < R_1) \\ E_3 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r2}r^2} & (R_1 < r < R_2) \\ E_4 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0r^2} & (R_2 < r) \end{array} \right.$$



§ 13.3 电容器的电容



为什么要讨论电容

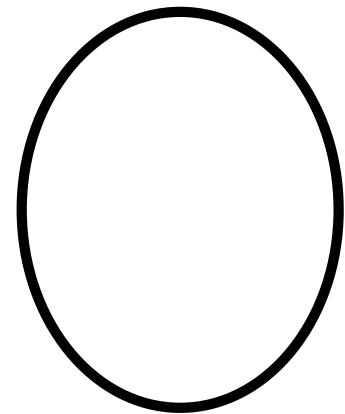
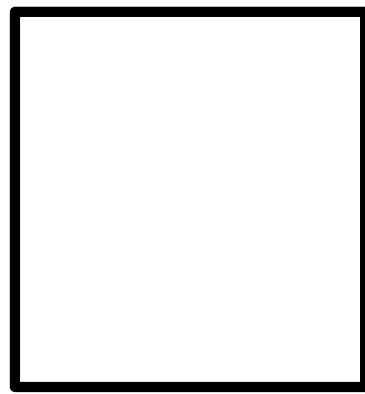
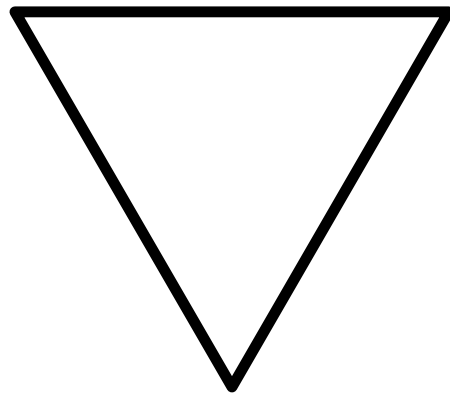
电容器可以容纳电荷，存储电能，电子设备中大量使用的电子元件之一，广泛应用于电路中的隔直通交，耦合，旁路，滤波，调谐回路，能量转换，控制等方面。

本讲基本要求

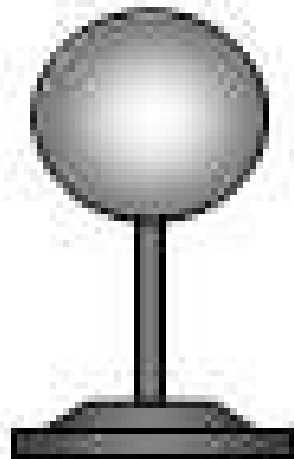
掌握电容的计算方法。

13.3.1 孤立导体（早期的电荷容器）的电容

容器储
水能力



电容器
储电力

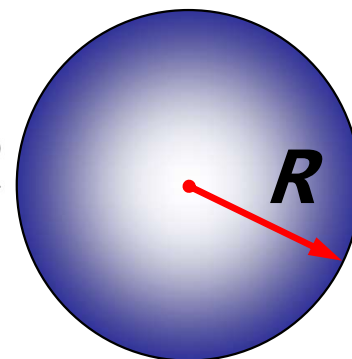


$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad V \propto q$$

13.3.1 孤立导体（早期的电荷容器）的电容

定义：孤立导体的电容 $C = \frac{q}{V}$ 法拉 (F)

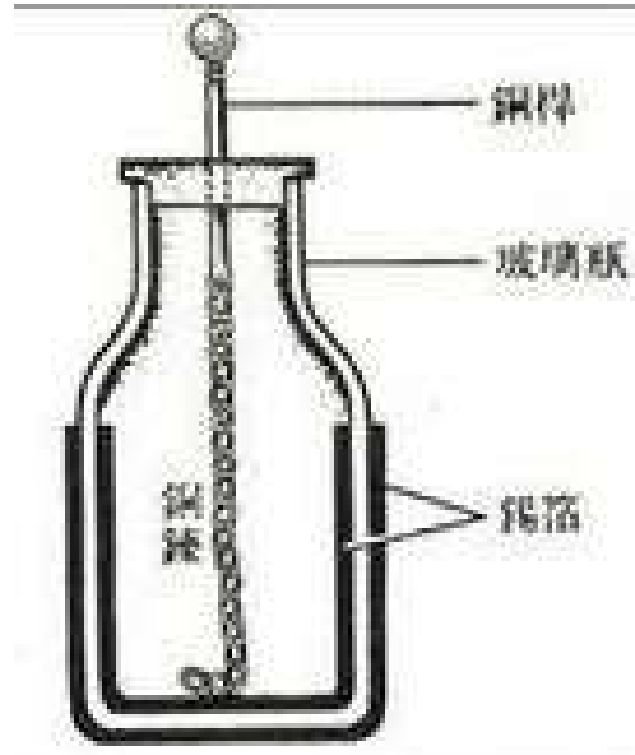
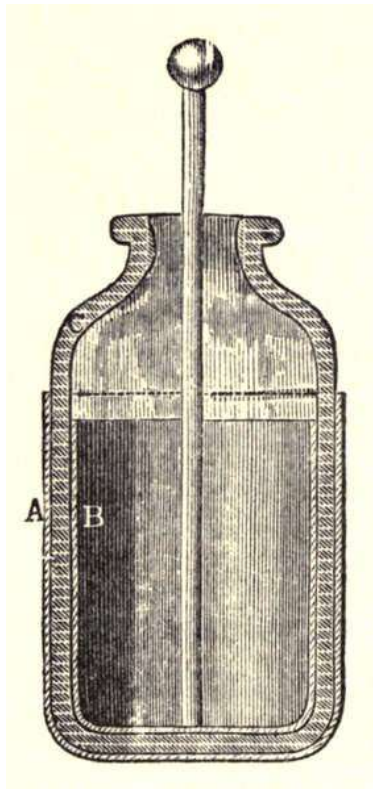
- 半径为 R 孤立导体球的电容 $C = 4\pi\epsilon_0 R$



电容只与导体的几何因素和介质有关，与导体是否带电无关。

孤立导体储电的缺点：无法屏蔽。

13.3.2 电容器的电容



莱顿瓶

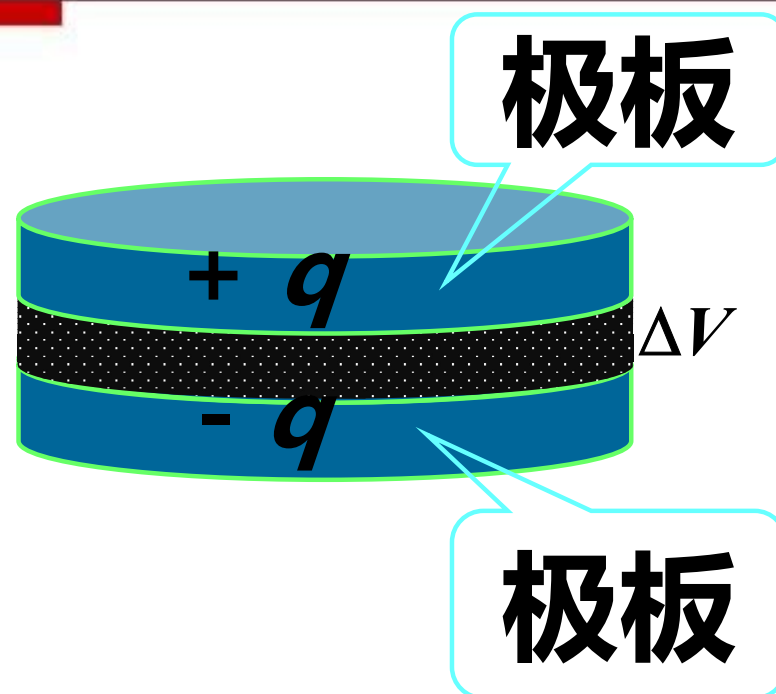
13.3.2 电容器（如莱顿瓶）的电容

1 电容器的电容

$$\Delta V \propto q$$

定义：电容器的电容

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$$



极板形状、大小、相对位置、介质

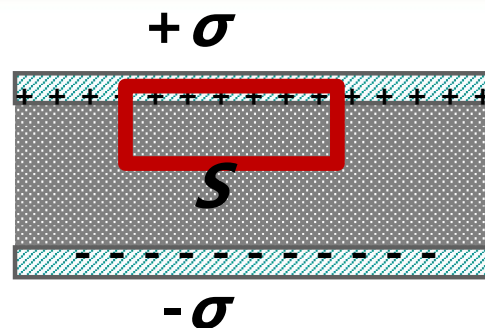
2 常用电容器电容的计算

(1) 平行板电容器

取如图所示圆柱高斯面，由电介

质的高斯定理： $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$

得： $DS = \sigma S$ 即 $D = \sigma$ 可得： $E = \sigma / \epsilon_0 \epsilon_r$



$$V_1 - V_2 = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$
$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma S}{\sigma d / \epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$$

真空

$$\longrightarrow C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

小结

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$

各向同性电介质 $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$$
