

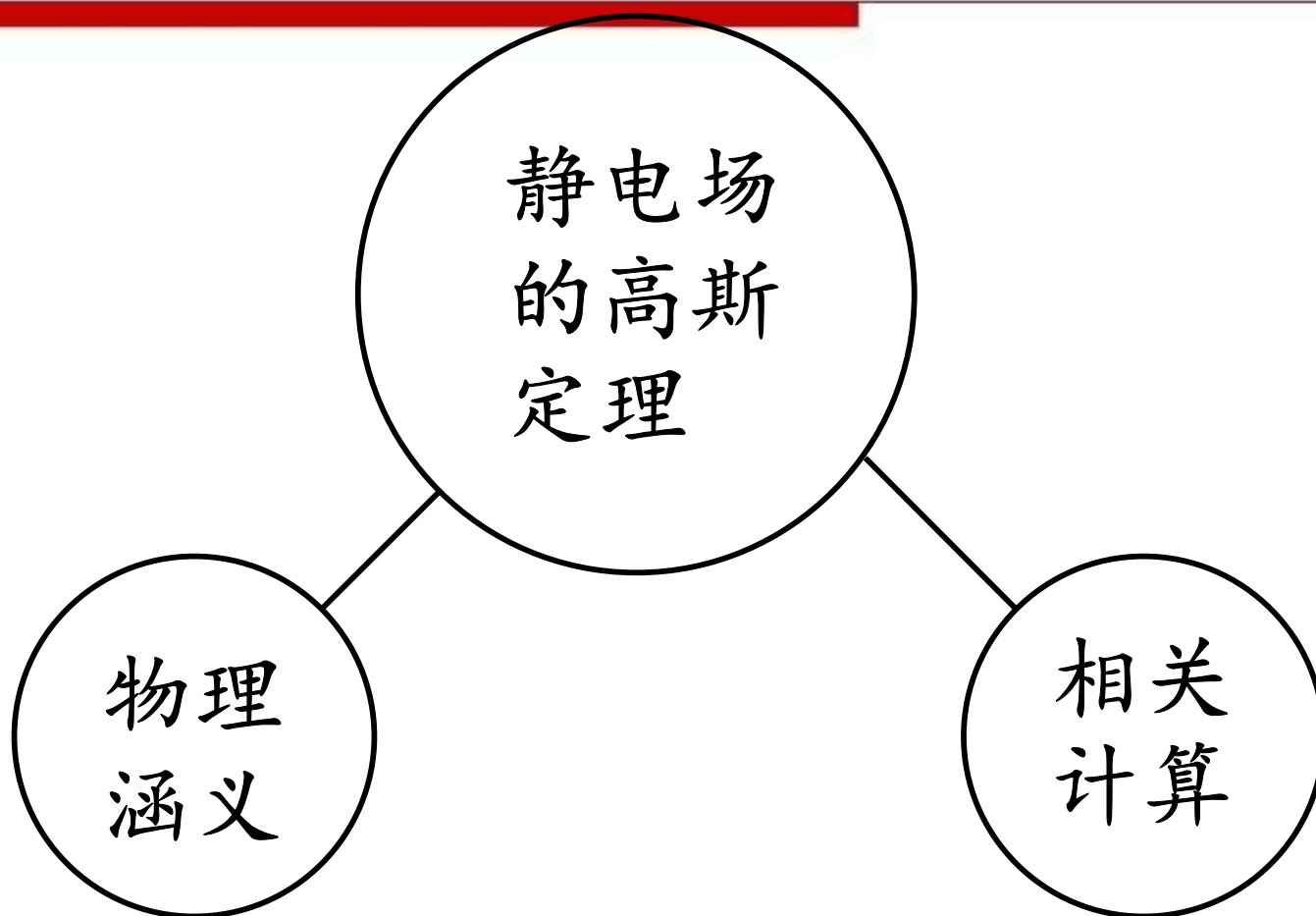
## § 12.3 静电场的高斯定理

为什么要讨论静电场的高斯定理？

静电场的高斯定理从数学上对静电场的“源”进行了说明，同时它也是麦氏方程组第一个方程的主体。

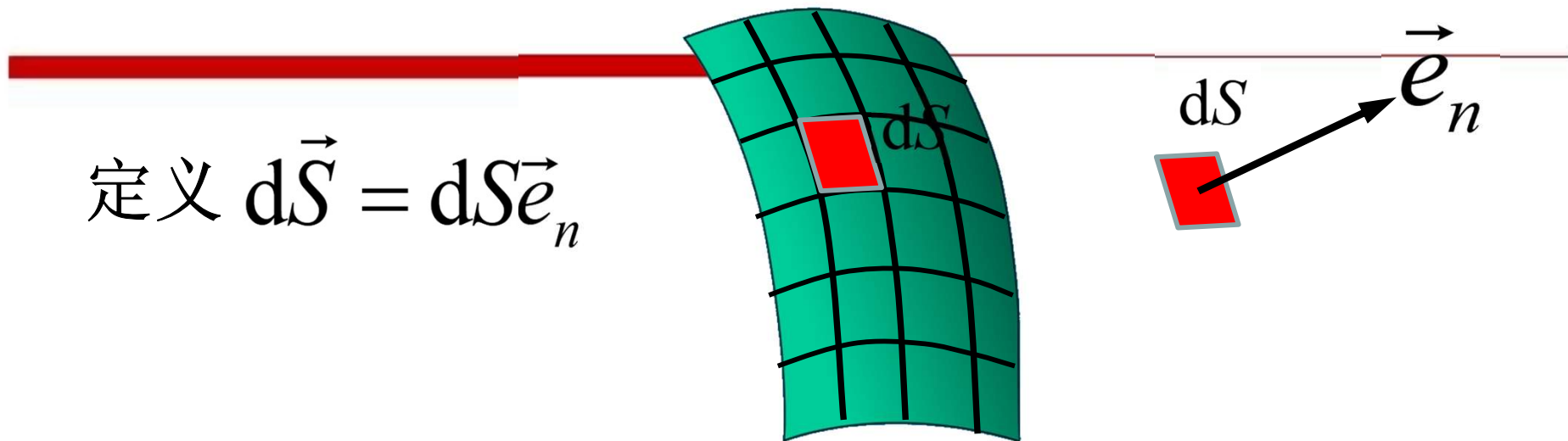
# 本讲基本要求

---



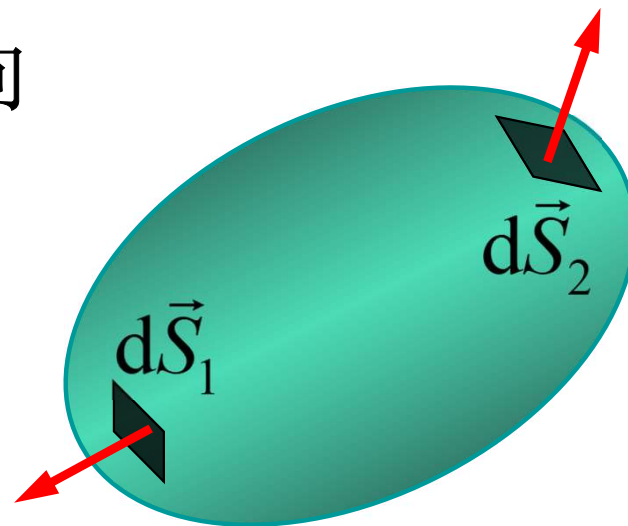
## 12.3.0 面积元矢量

定义  $d\vec{S} = dS\vec{e}_n$



对于非闭合曲面 凸面为正方向

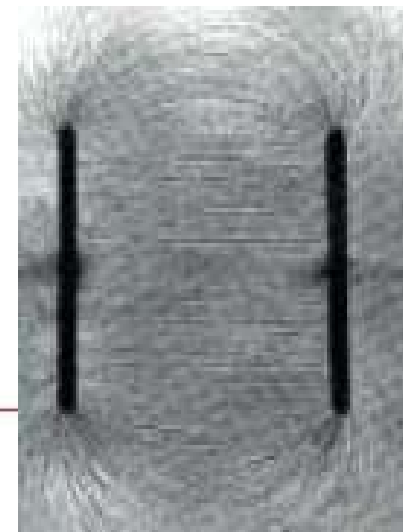
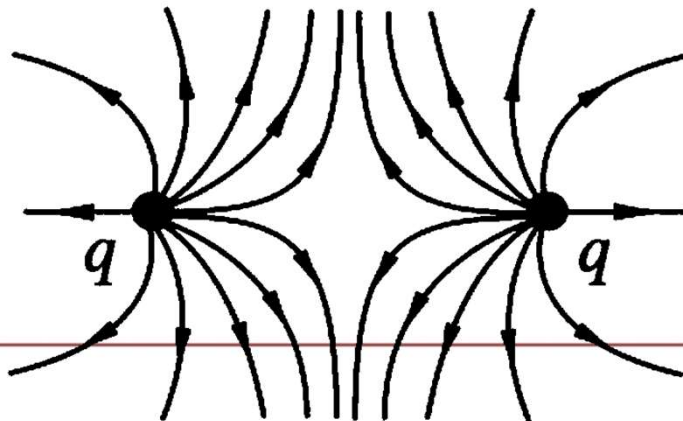
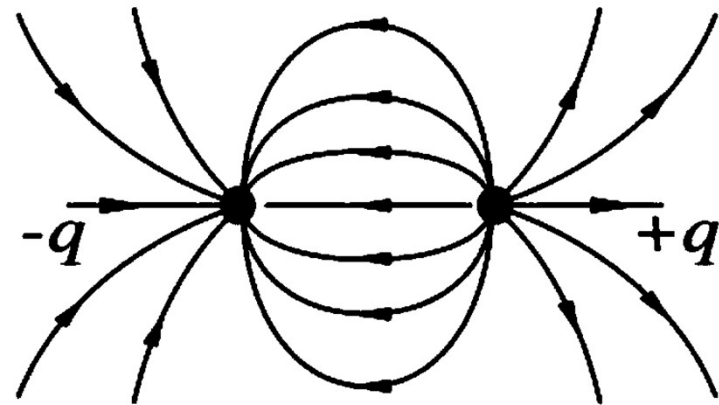
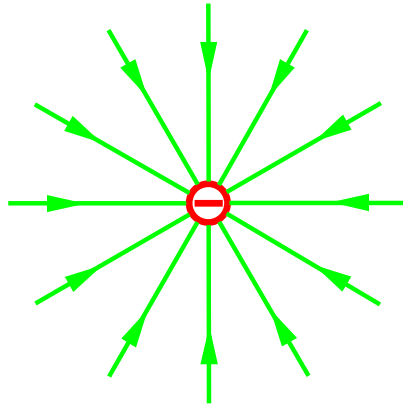
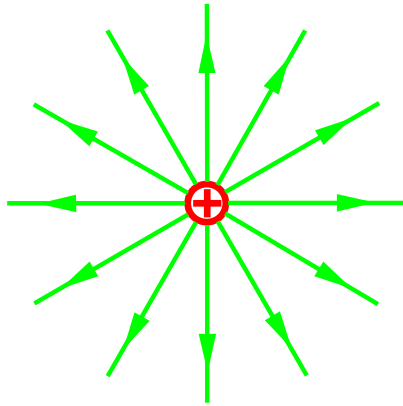
对于闭合曲面 向外为正方向



## 12.3.1 电场线

- 始于正电荷(或无穷远), 止于负电荷(或无穷远)。

- 非闭合曲线, 不相交。



## 12.3.1 电场线

电场线和电场强度 之间的关系：

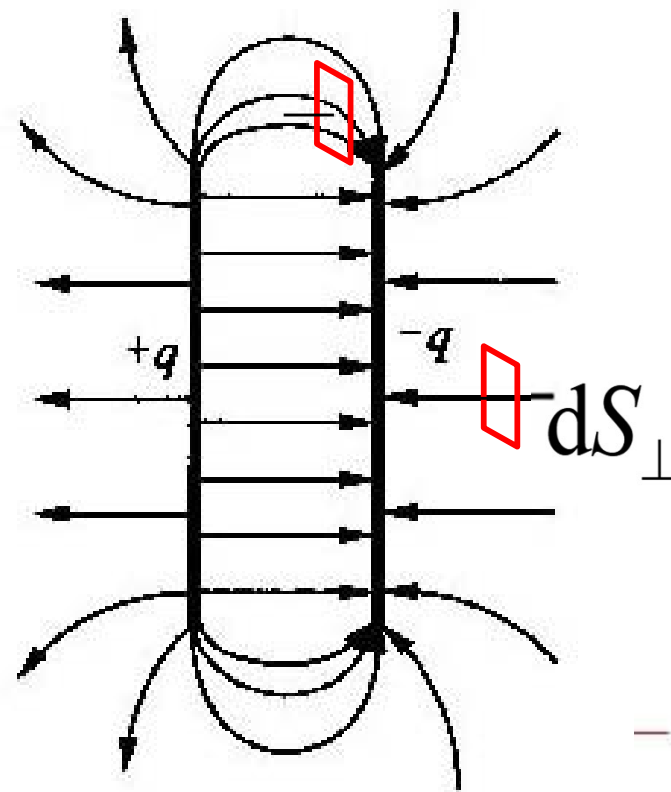
场强方向沿电场线切线方向，场强大小决定场力线的疏密。

数学描述：

$$E = \frac{d\phi_E}{dS_{\perp}}$$

穿过  $dS_{\perp}$  的电  
场线条数

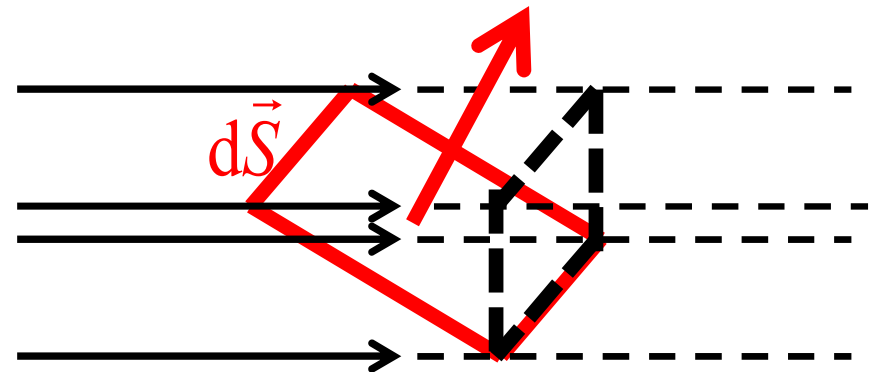
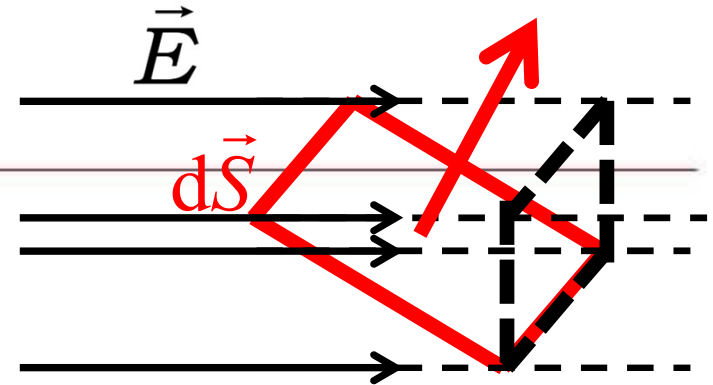
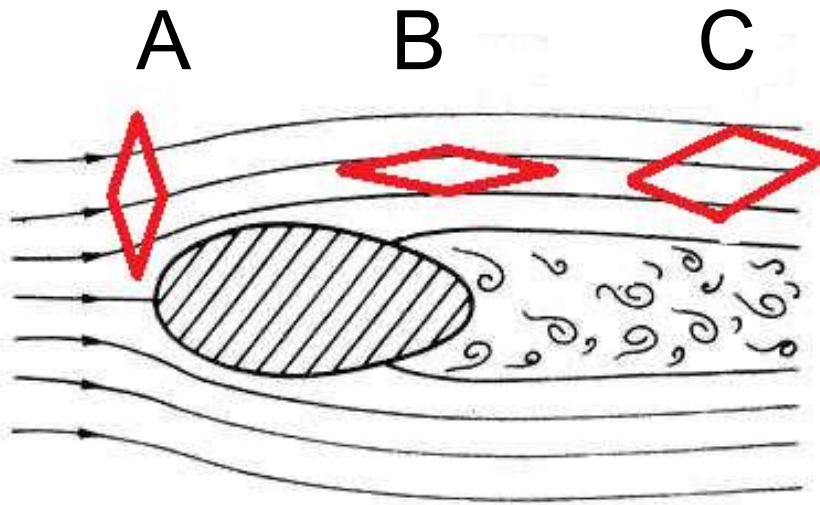
$$d\phi_E = E dS_{\perp}$$



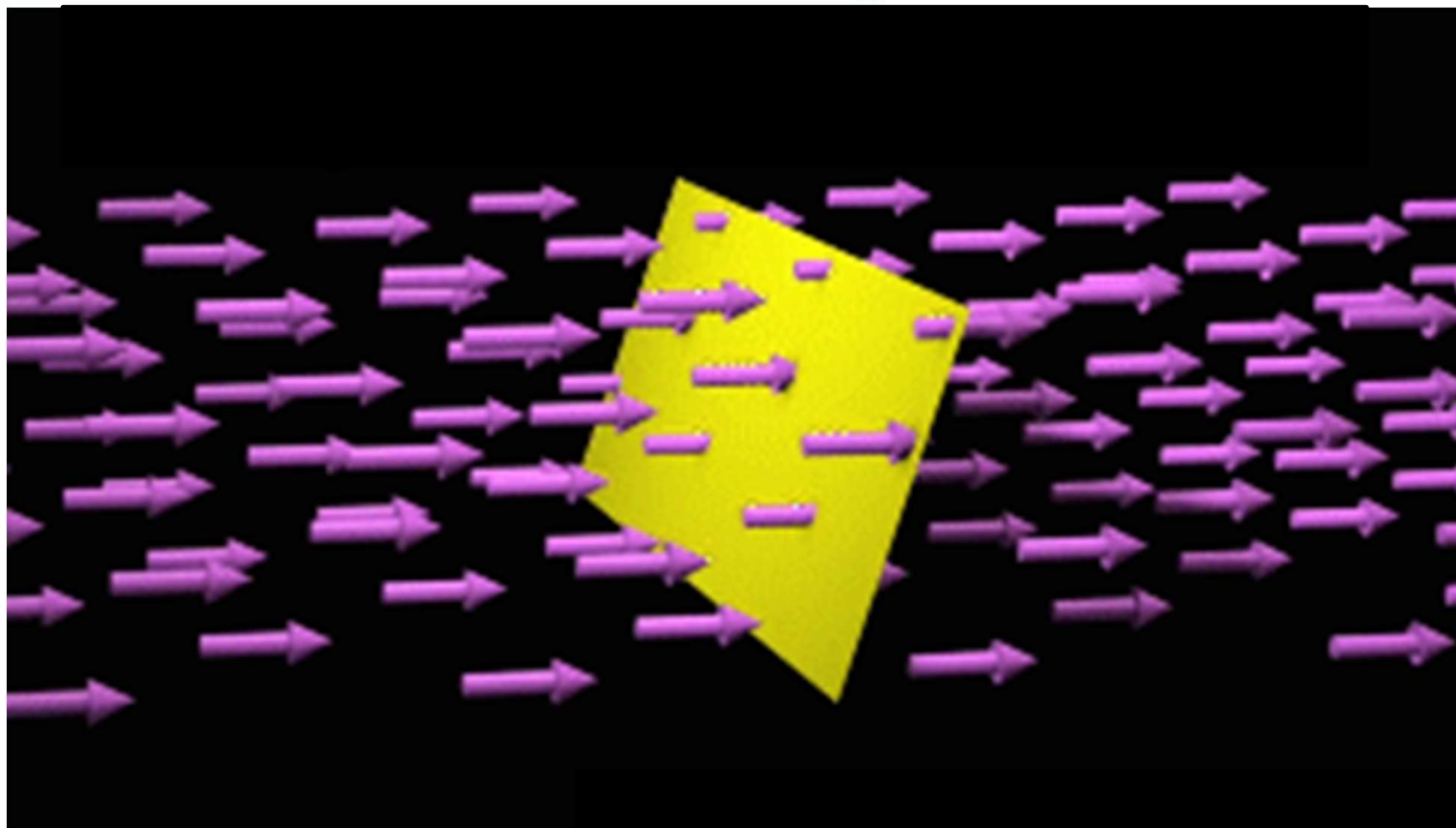
## 12.3.2 电场强度通量

(穿过该面元的) 电场强度通量  
( $d\Phi_e$ ): 在电场中穿过该曲面  $d\vec{S}$   
的电场线条数

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



# 曲面通量与其投影面通量相等



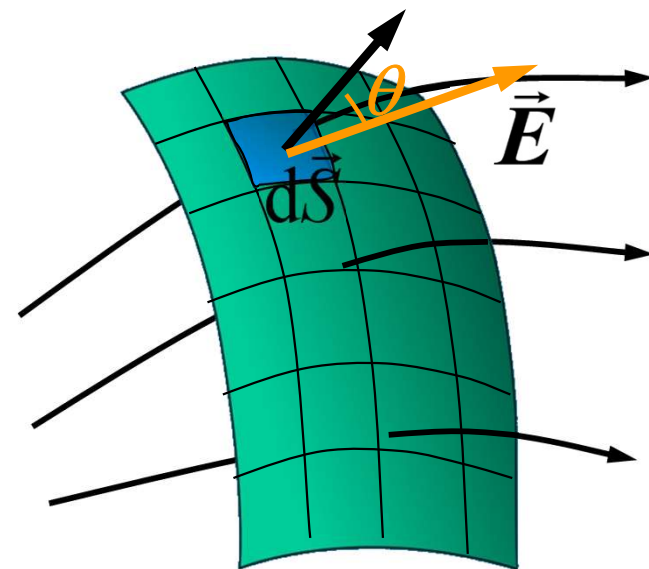
## 12.3.2 电场强度通量

(穿过曲面的) 电通量( $\Phi_e$ ):

$$\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

对闭合曲面

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$





## 12.3.2 电场强度通量

(1) 电通量是代数量，可取正负值。  $d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$

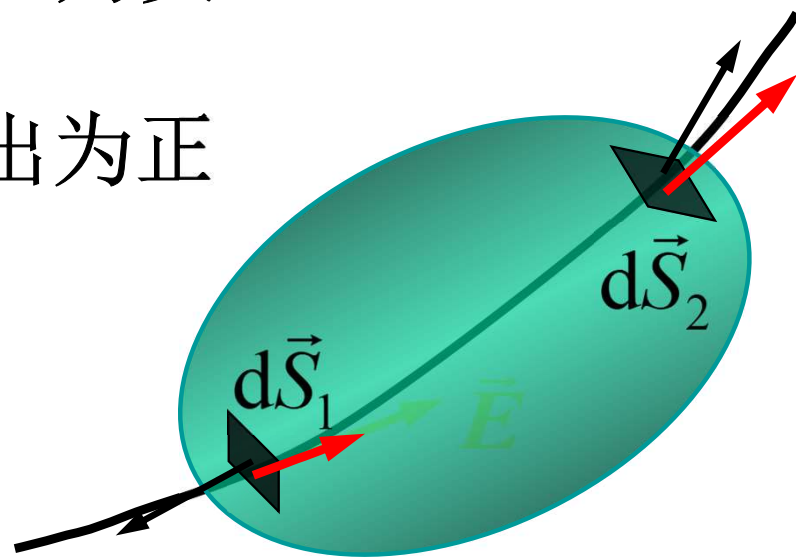
(2) 闭合曲面中的电通量

$$d\Phi_{e1} = \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 < 0 \quad d\vec{S}_1 \text{穿入为负}$$

$$d\Phi_{e2} = \vec{E} \cdot d\vec{S}_2 > 0 \quad d\vec{S}_2 \text{穿出为正}$$

$$\text{穿入} > \text{穿出} \quad \Phi_e < 0$$

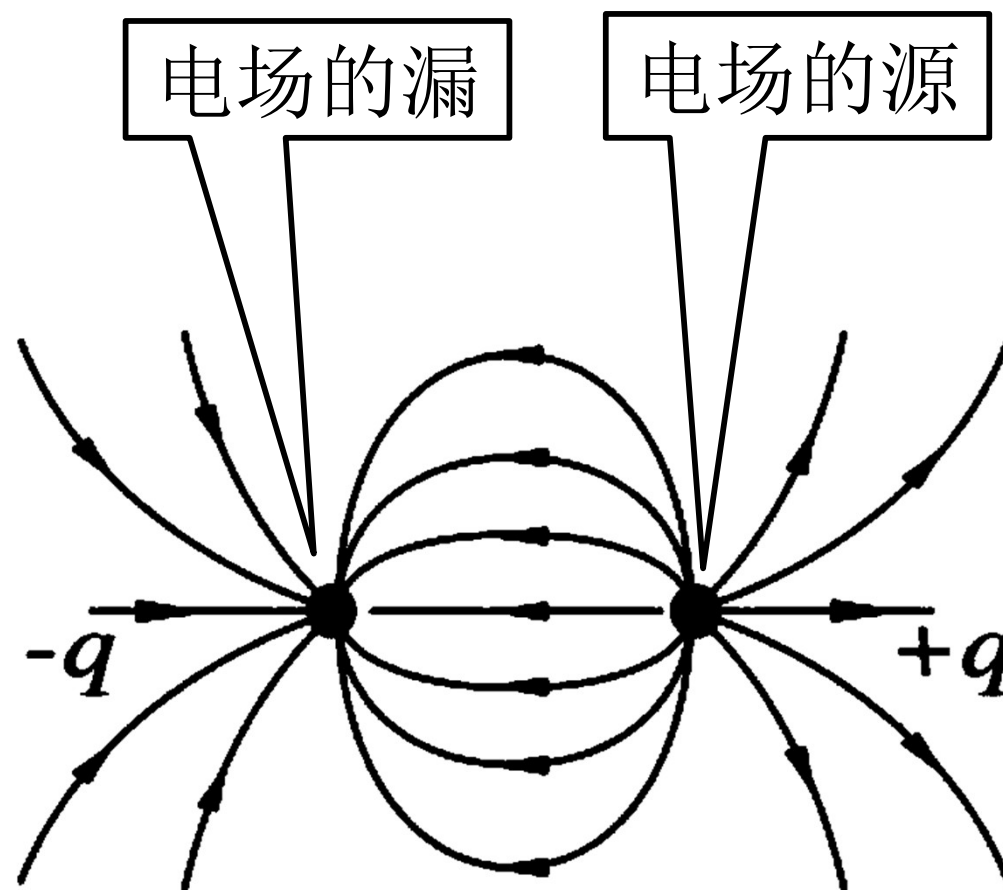
$$\text{穿出} > \text{穿入} \quad \Phi_e > 0$$



# 场的源和漏与通量

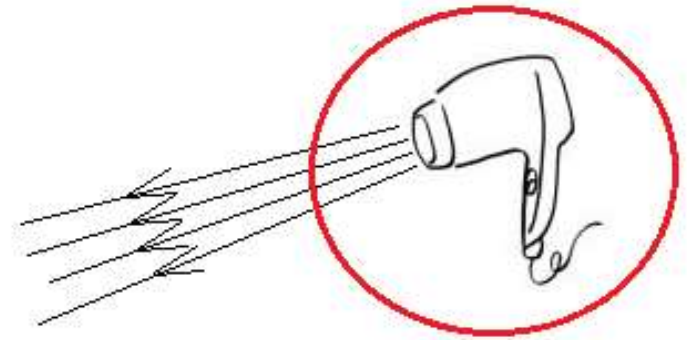


流场的源和漏



### 12.3.3 静电场的高斯定理

建立电通量和场源电荷的关系：



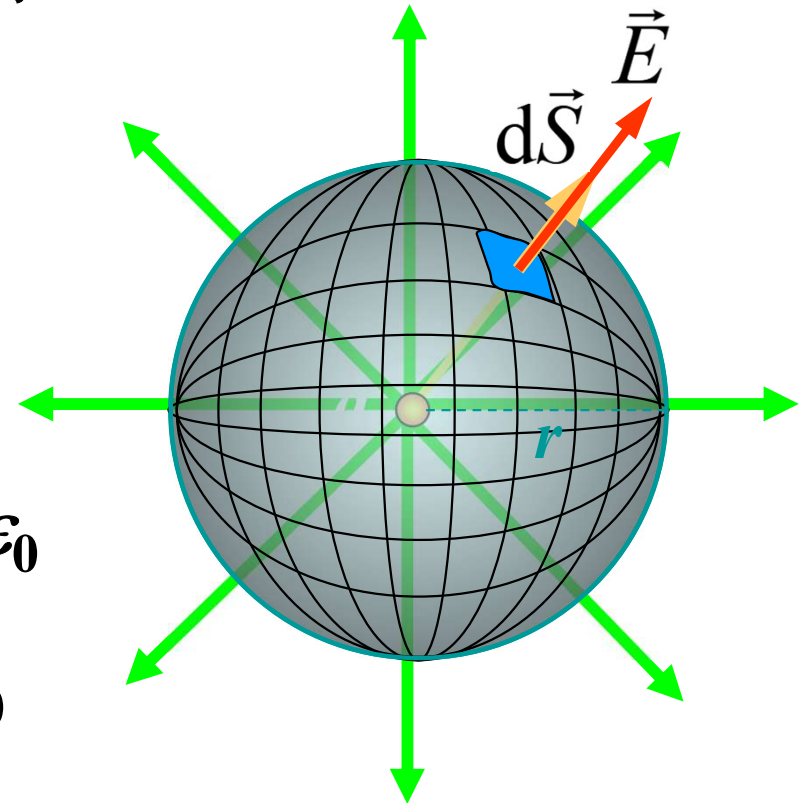
◆ 以点电荷为例，曲面包围电荷：

● 球面电通量为

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

穿过球面的电场线条数为  $q / \epsilon_0$

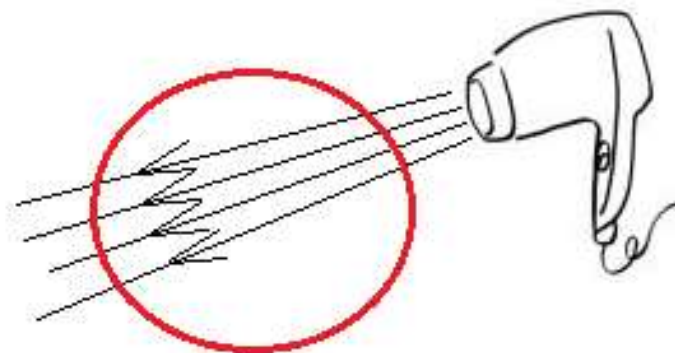
● 任意闭合面，电通量仍为  $q / \epsilon_0$



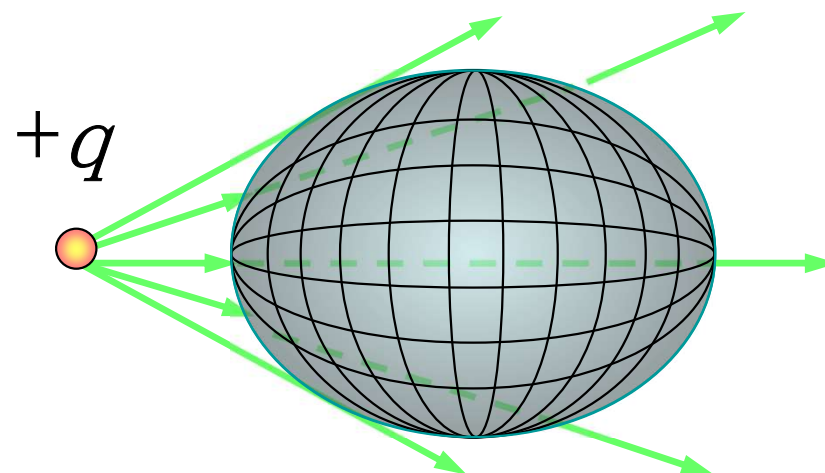
### 12.3.3 静电场的高斯定理

- $q$  在闭合面外

穿出、穿入电场线条数相等



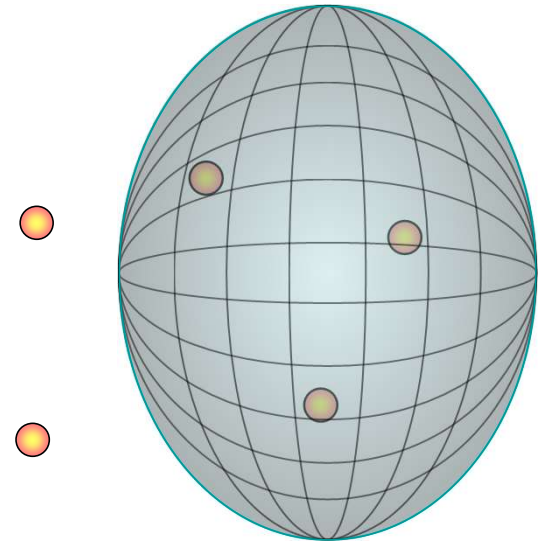
$$\Phi_e = 0$$



## 12.3.3 静电场的高斯定理

### ◆ 点电荷系

$$\begin{aligned}\Phi_e &= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 \\ &= \frac{q_1}{\varepsilon_0} + \frac{q_2}{\varepsilon_0} + \frac{q_3}{\varepsilon_0} + 0 + 0\end{aligned}$$

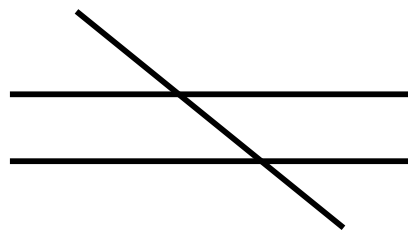


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\text{内}}$$

$\vec{E}$  是所有电荷产生的；  
 $\Phi_e$  只与内部电荷有关。

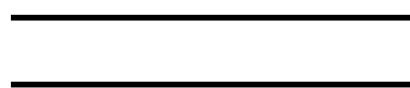
# 12.3.3 静电场的高斯定理

$$\int_{\Delta s} \vec{E}_x \cdot d\vec{s}$$

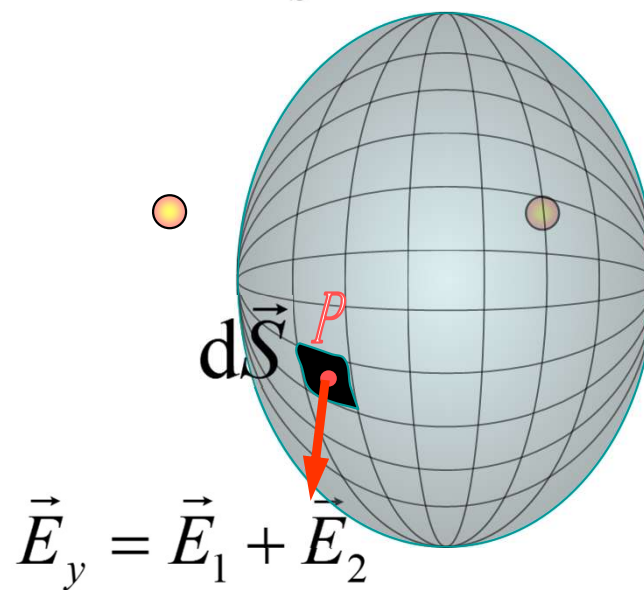
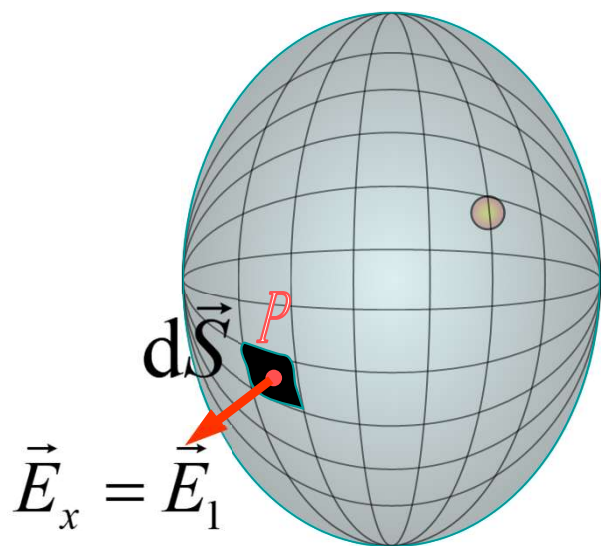


$$\int_{\Delta s} \vec{E}_y \cdot d\vec{s}$$

$$\oint_S \vec{E}_x \cdot d\vec{s}$$



$$\oint_S \vec{E}_y \cdot d\vec{s}$$



### 12.3.3 静电场的高斯定理

静电场高斯定理

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\text{内}}$$

真空中任何静电场中，穿过任一闭合曲面（高斯面）的电通量，等于该曲面所包围电荷电量的代数和乘以 $1/\varepsilon_0$

对于连续分布的源电荷

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int dq_{\text{内}}$$

意义：静电场是有源场

## 12.3.4 高斯定理的应用

---

当带电体的电荷分布具有一定的对称性时：

- 由场强的叠加原理可以求其电场分布，但计算往往比较复杂；
  - 利用静电场的高斯定理求其电场分布，计算过程将大为简化。
-



# 小结

---

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{\text{内}}$$