

§ 14.4 磁场的高斯定理



本讲基本要求

理解磁场高斯定理的物理涵义

14.4.1 磁场线

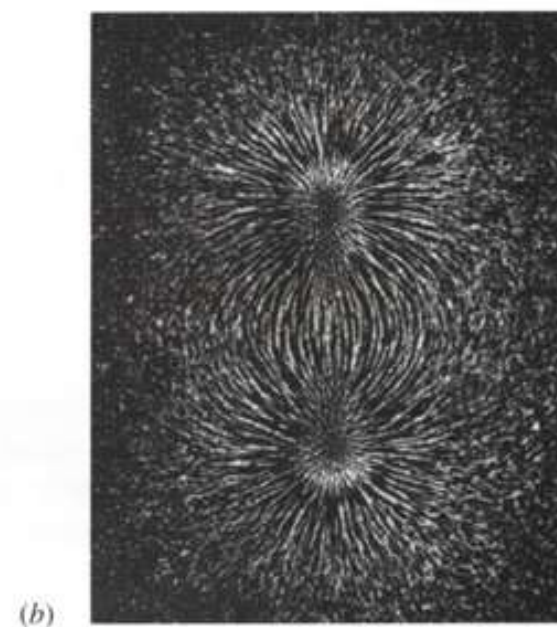
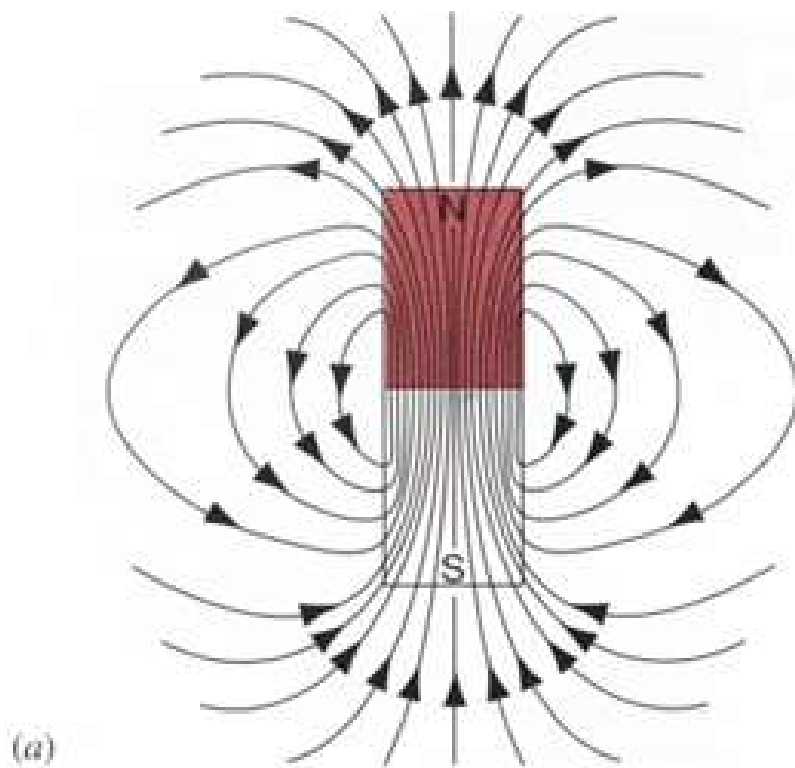


FIGURE 32-6. (a) The magnetic field lines for a bar magnet. The lines form closed loops, leaving the magnet at its north pole and entering at its south pole. (b) The field lines can be made visible by sprinkling iron filings on a sheet of paper covering a bar magnet.

14.4.1 磁场线



14.4.1 磁场线

1. 磁场线的特征

(1) 闭合曲线。

(2) 与电流相互套连，右手螺旋。

(3) 不相交。

14.4.2 磁通量

(1) 切线方向: \vec{B} 的方向

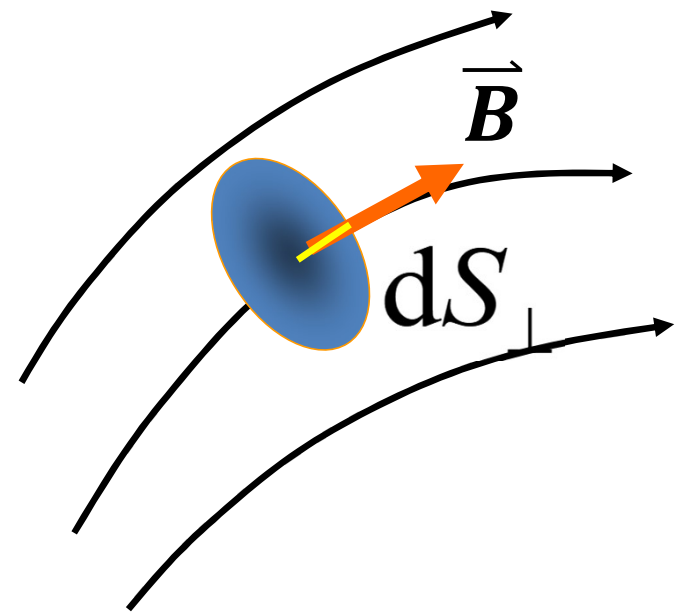
(2) 疏密: 磁场的强弱

$$B = \frac{d\Phi_m}{dS_{\perp}}$$

磁场线
条数

垂直元
面积

$$d\Phi_m = B dS_{\perp} = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



14.4.2 磁通量 Φ_m

穿过任意曲面的磁场线条数

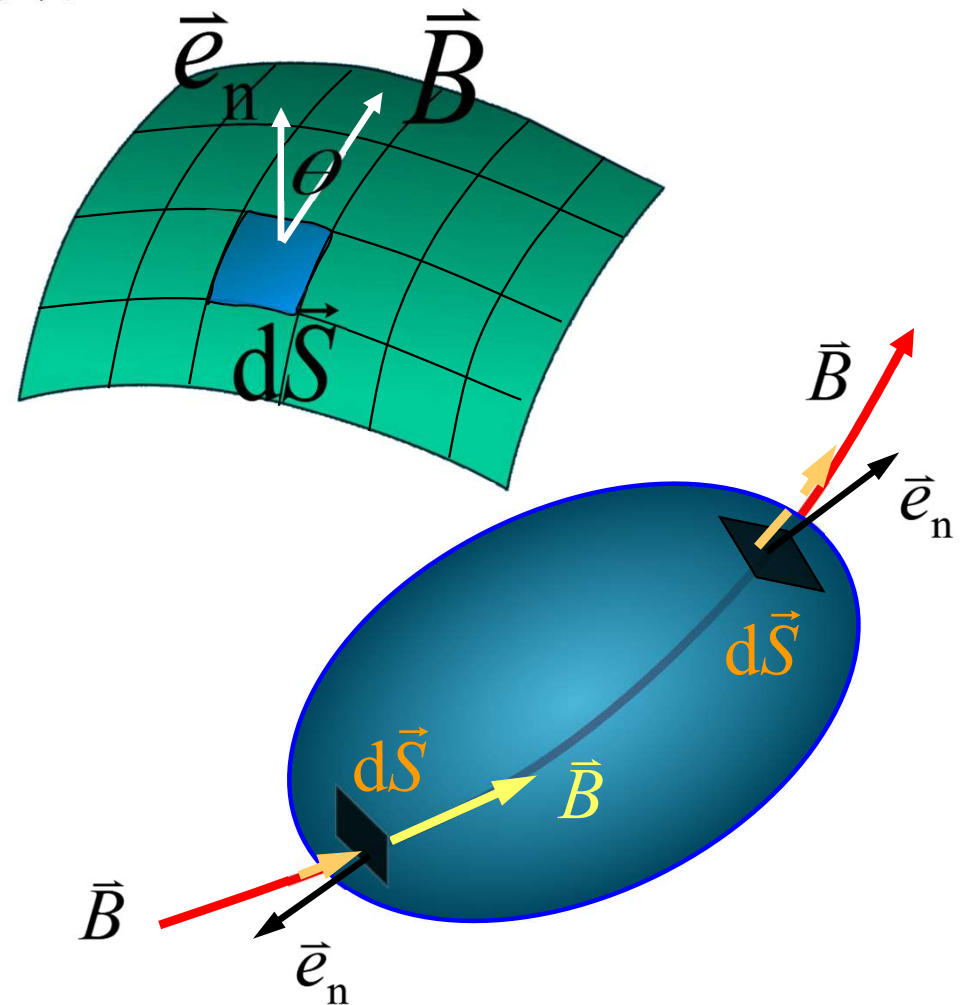
$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

有限曲面 $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

闭合曲面 $\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

穿入 $\Phi_m < 0$

穿出 $\Phi_m > 0$

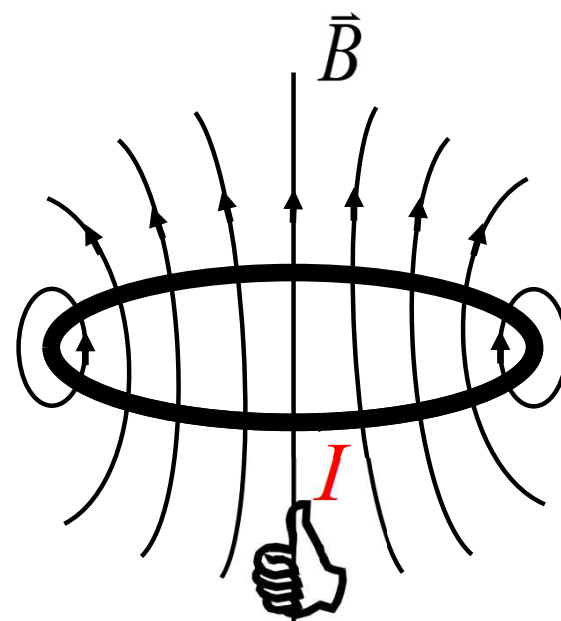
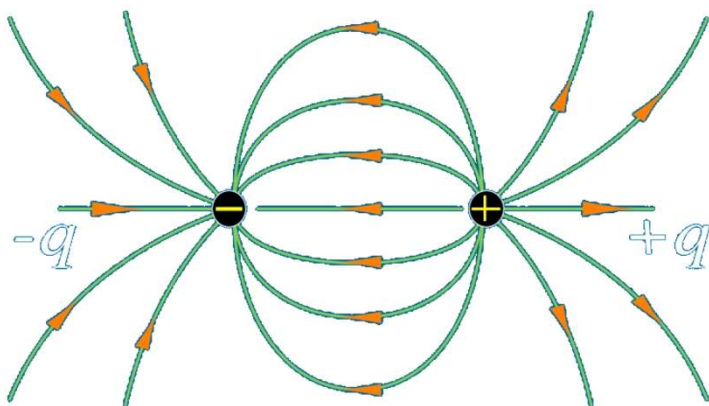


14.4.3 磁场的高斯定理

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

磁场线既没有源头，也没有尾闾 —— 无源场。

无源场的根源：磁单极子不存在



§ 14.7 磁场对载流导线的作用

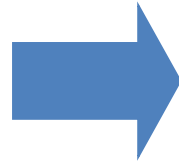


本讲基本要求

掌握安培力公式的相关计算

14. 7. 1 安培力

载流导体产生磁场

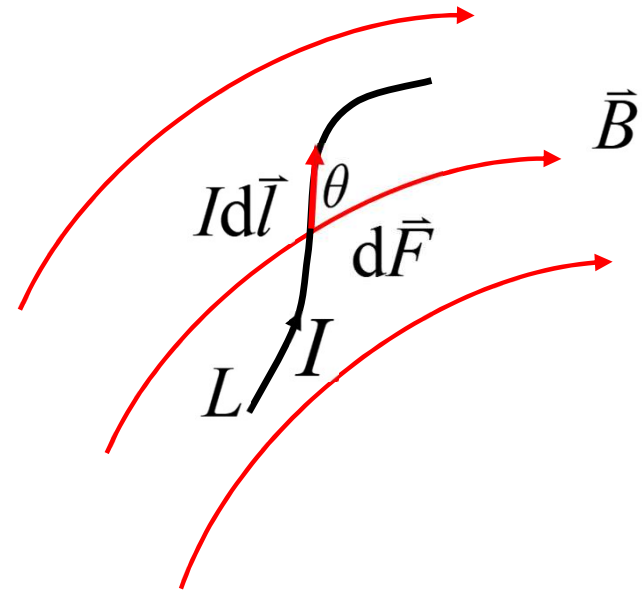


磁场对电流有作用

安培力

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}$$



➤ 讨论

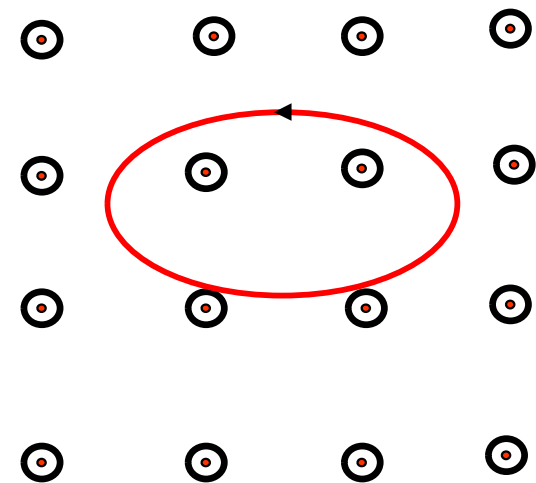
(1) 矢量叠加

$$d\vec{F} \Rightarrow dF_x, dF_y, dF_z$$

(2) 匀强磁场中的闭合电流

$$\vec{F} = \left(\oint I d\vec{l} \right) \times \vec{B} = 0$$

安培力为零



例 载流为 I_1 的无限长直导线,沿一半径为 R 的圆电流 I_2 的直径 AB 放置

求 (1) 半圆弧 ACB 受到的安培力;

(2) 整个圆电流受到的安培力.

解 (1) 在半圆弧 ACB 上任取一电流元 $I_2 d\vec{l}$

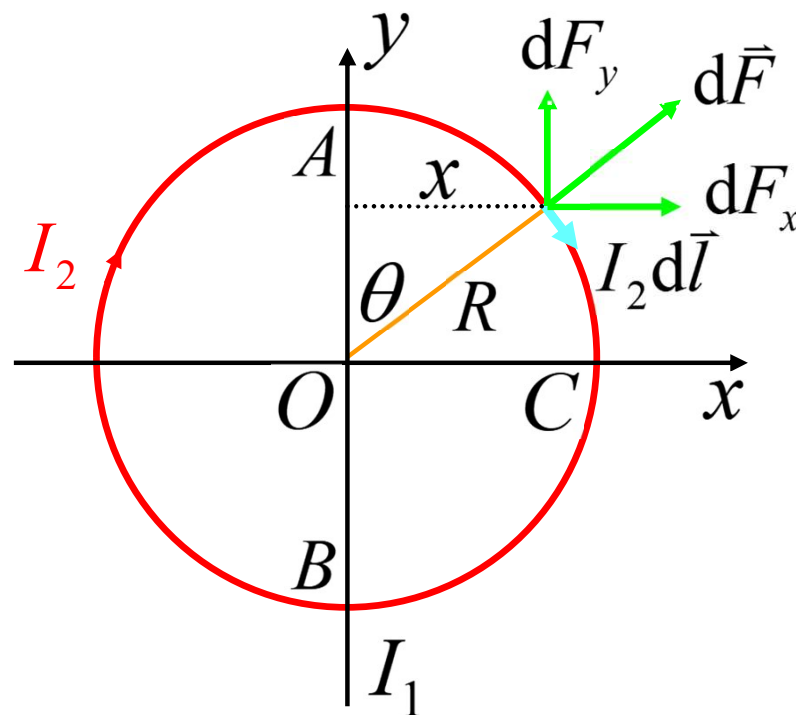
$$dF = BI_2 dl \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R \sin \theta} dl$$

$$dF_x = dF \sin \theta$$

$$dF_y = dF \cos \theta$$

由对称性

$$F_y = \int_{ACB} dF_y = 0$$



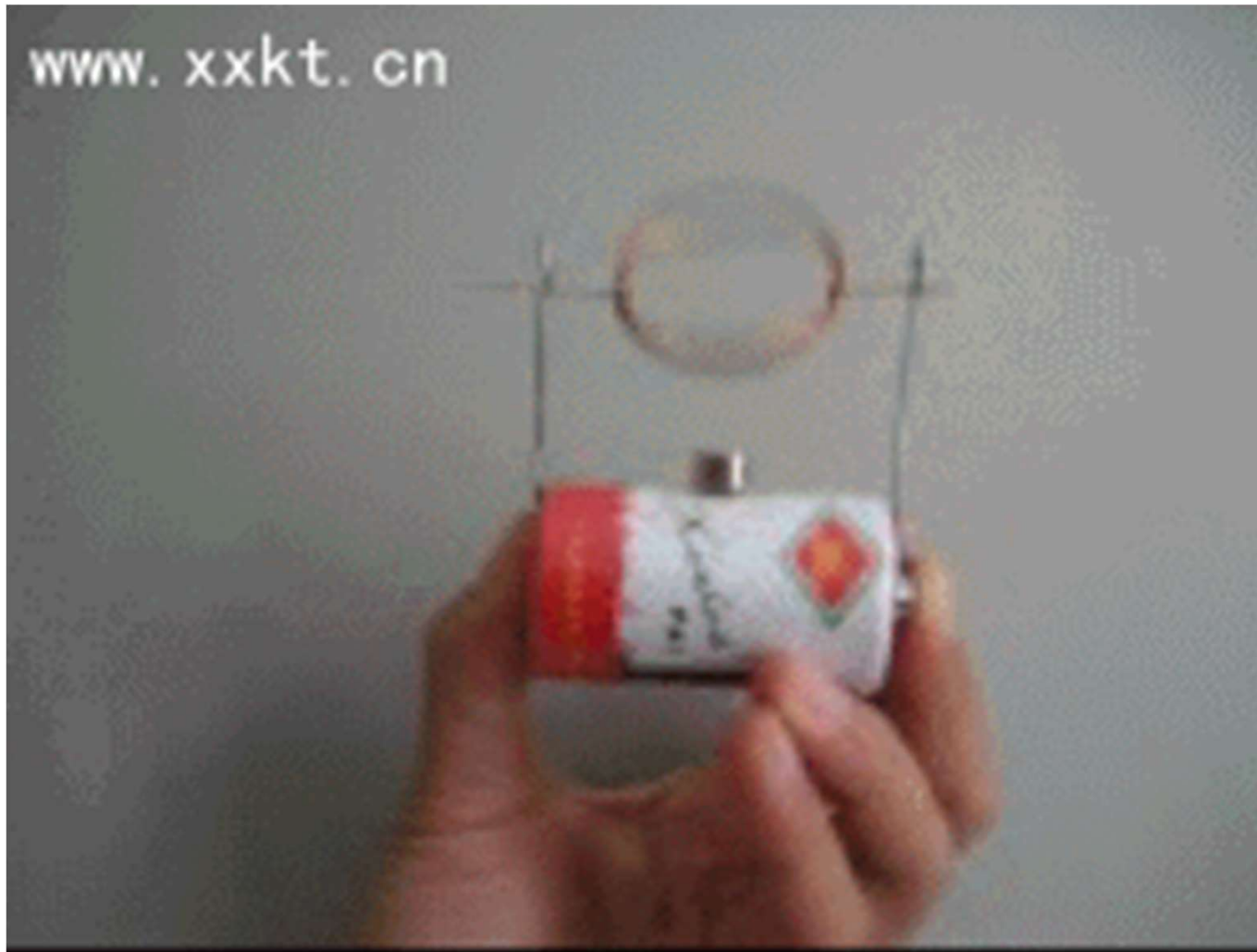
半圆弧 ACB 受到的安培力

$$F_{ACB} = F_x = \int_{ACB} dF_x = \int_0^{\pi R} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl = \frac{1}{2} \mu_0 I_1 I_2$$

(2)整个圆电流受到的安培力

$$F = \mu_0 I_1 I_2$$

14. 7. 2 磁场对平面载流线圈的作用



1. 均匀磁场对平面载流线圈的作用

在均匀磁场中的刚性矩形载流线圈

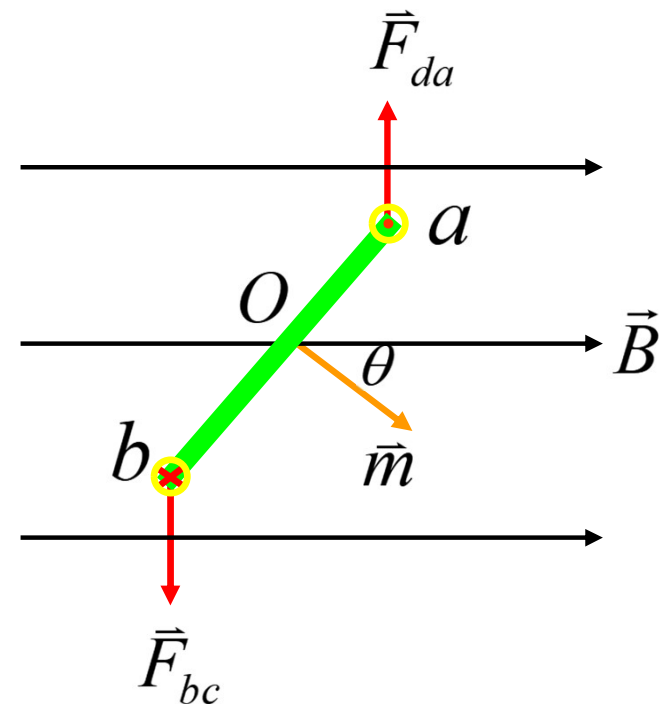
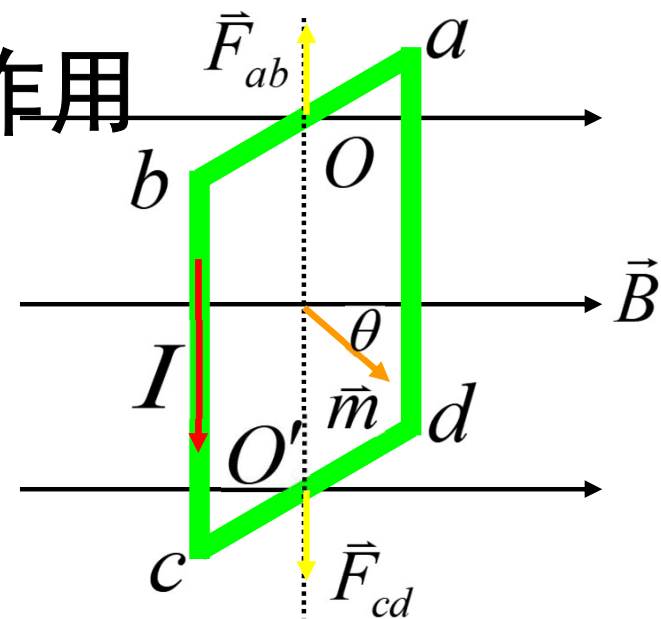
(1) 载流线圈受的合力为零

$$F_{bc} = F_{da} = IbcB$$

(2) 线圈所受的磁力矩

$$M = F_{da}ab \sin \theta \quad \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

只发生转动，不会发生平动。



➤ 讨论

(1) 线圈所受的力矩 —— 运动趋势

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \theta = 0 \Rightarrow M = 0 & \text{稳定平衡} \\ \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow M = M_{\max} & \text{力矩最大} \\ \theta = \pi \Rightarrow M = 0 & \text{非稳定平衡} \end{array} \right.$$

(2) 任意形状的平面载流线圈的磁力矩

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

(3) 使磁矩转向外磁场方向

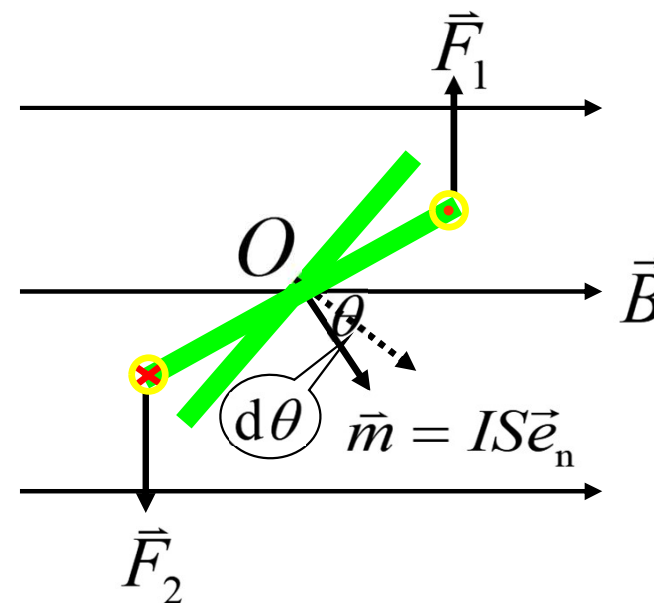
14.7.3 磁力的功

磁场对载流线圈的功

元过程中，磁力矩所作的元功
(磁力矩做正功， $d\theta$ 小于零)

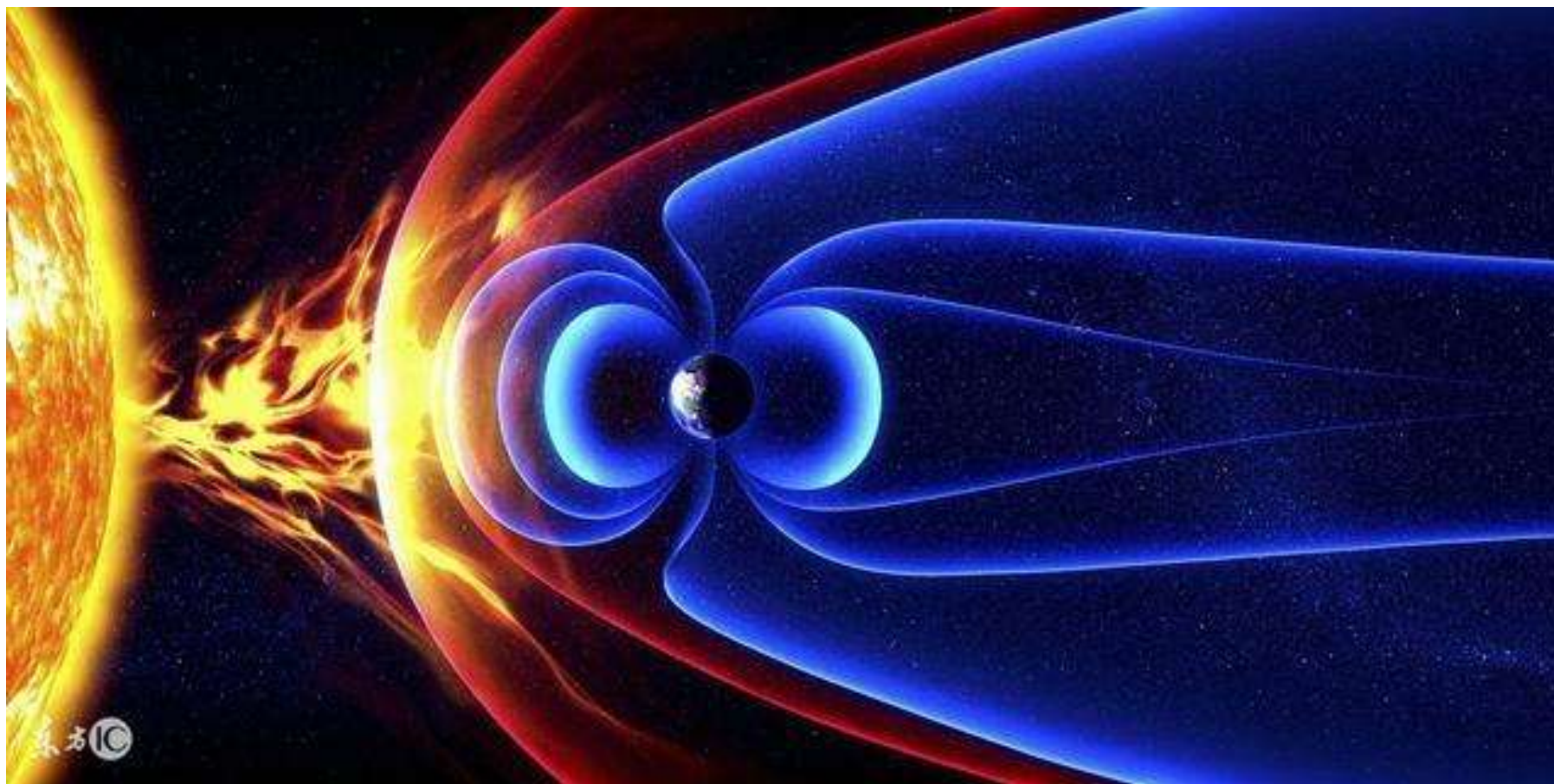
$$\begin{aligned} dA &= -Md\theta = -ISB \sin \theta d\theta \\ &= Id(BS \cos \theta) = Id\Phi_m \end{aligned}$$

磁力的功 $A = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} Id\Phi_m = I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) = I\Delta\Phi_m$



磁力的功 $A = I\Delta\phi_m$

§ 14.6 带电粒子在磁场中的运动



本讲基本要求

掌握霍尔效应中电势差方向的判断

14. 6. 1. 洛伦兹力

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

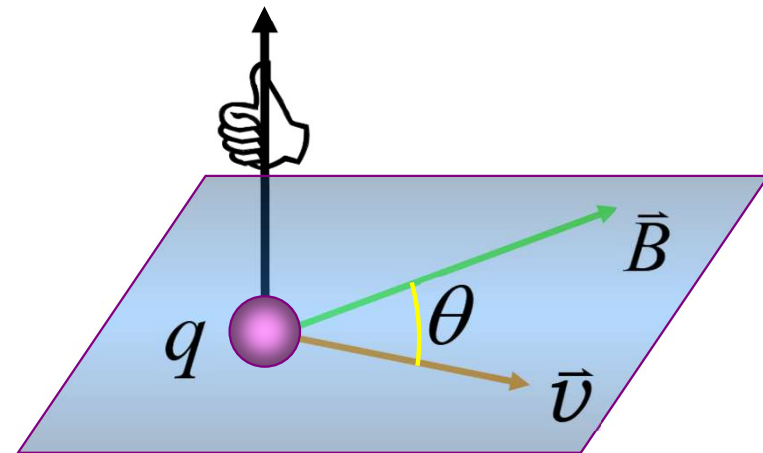
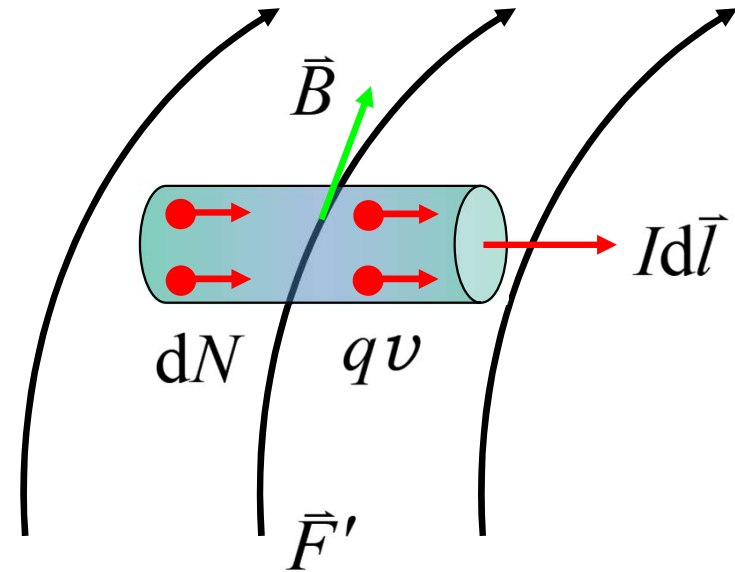
电流元

$$I d\vec{l} = q \vec{v} dN$$

$$d\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} dN$$

洛伦兹力

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$



➤ 讨论

(1) 洛伦兹力不作功

(2) 电场和磁场同时存在

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = d\vec{p} / dt$$

(3) 安培力是大量带电粒子洛伦兹力的叠加

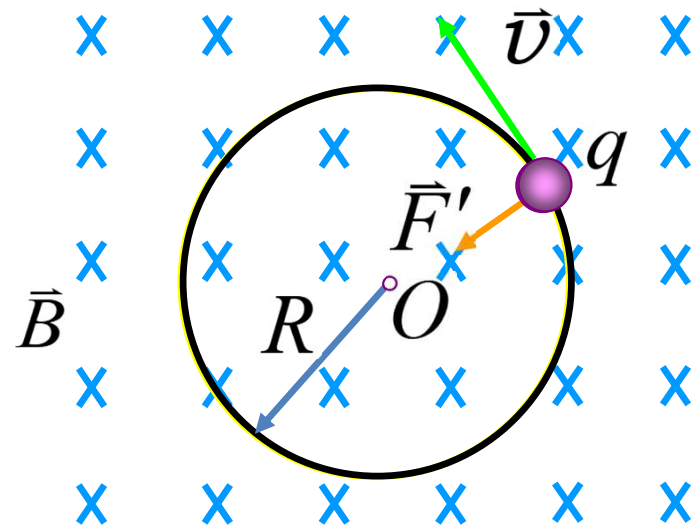
14.6.2 带电粒子在匀强磁场中的运动

\vec{v} 和 \vec{B} 垂直

$$qvB = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

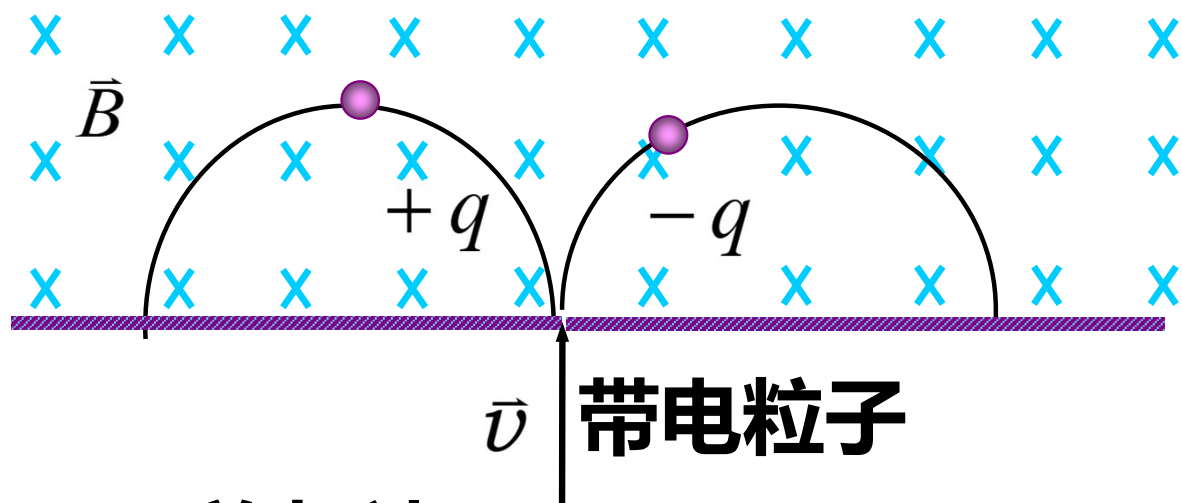


➤ 讨论

a) 确定粒子的速度和能量。

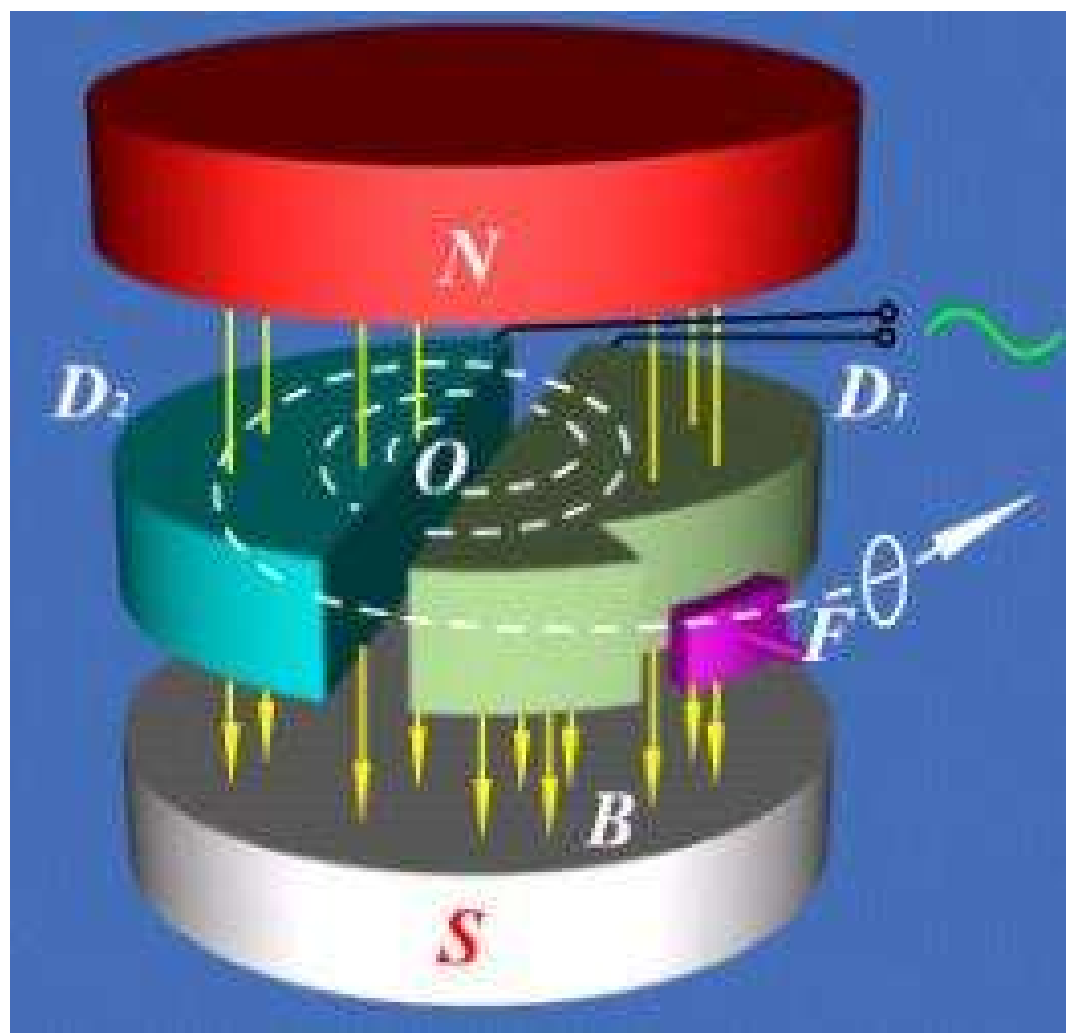
$$R = \frac{mv}{qB} \qquad W = \frac{1}{2}mv^2$$

b) 判别粒子所带电荷的正负



正电子的发现

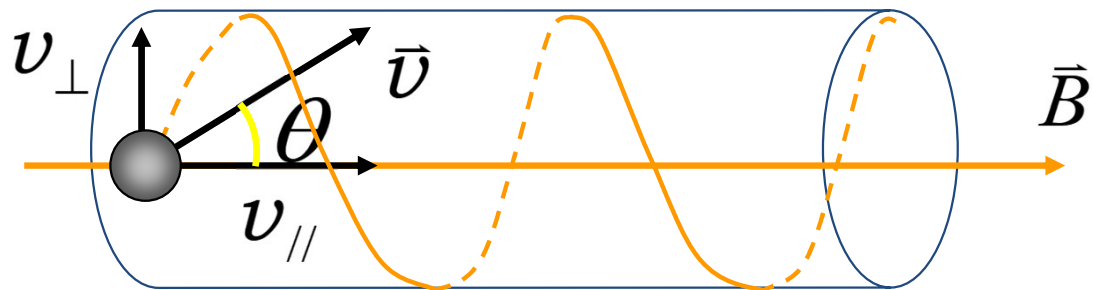
c) 回旋加速器



019质谱仪.swf

(2) \vec{v} 和 \vec{B} 成 θ 角

$$\begin{cases} v_{//} = v \cos \theta \\ v_{\perp} = v \sin \theta \end{cases}$$



带电粒子作螺旋线运动

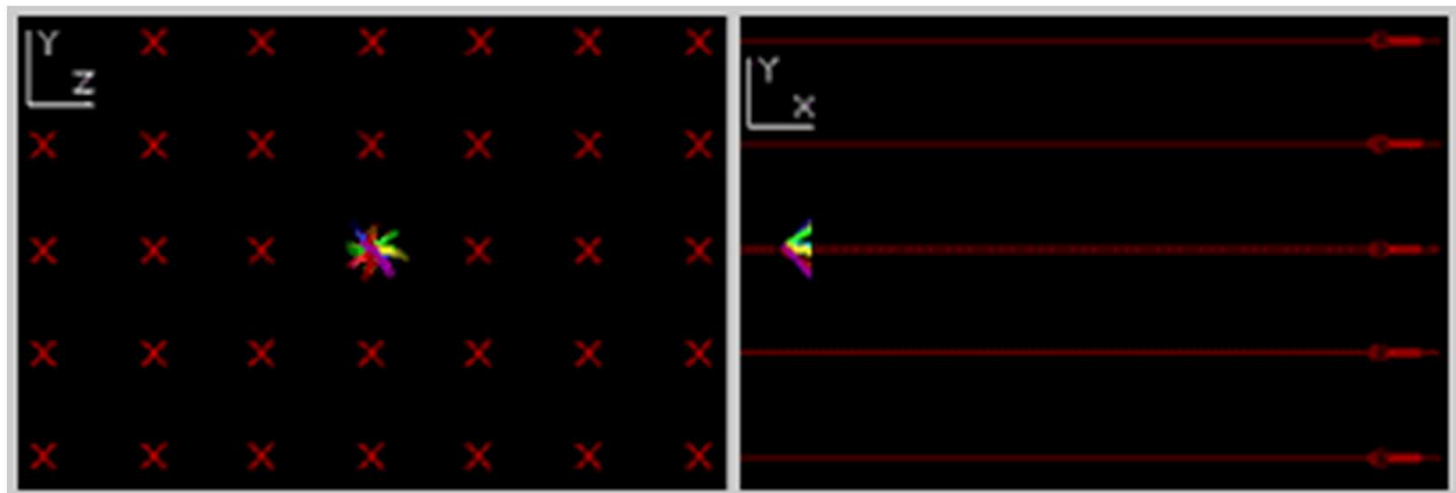
➤ 讨论

1) 磁聚焦原理 θ 很小时

$$v_{//} \approx v, \quad v_{\perp} \approx v\theta \quad h = v_{//}T \approx \frac{2\pi m v}{qB}$$

发散角不太大的带电粒子束，经过一个周期后，重新会聚。

036磁聚焦.



2) 磁约束效应

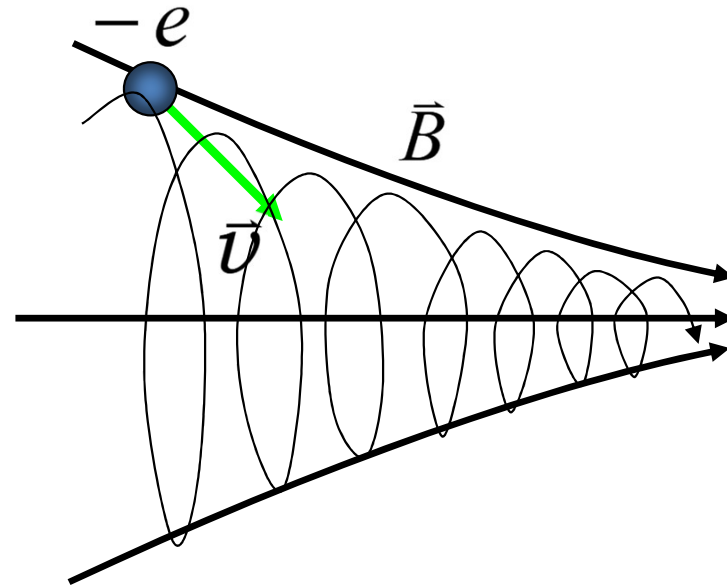
$$R = \frac{mv \sin \theta}{qB} \propto \frac{1}{B}$$

磁场增强，运动半径减少

强磁场可约束带电粒子

在一根磁场线附近

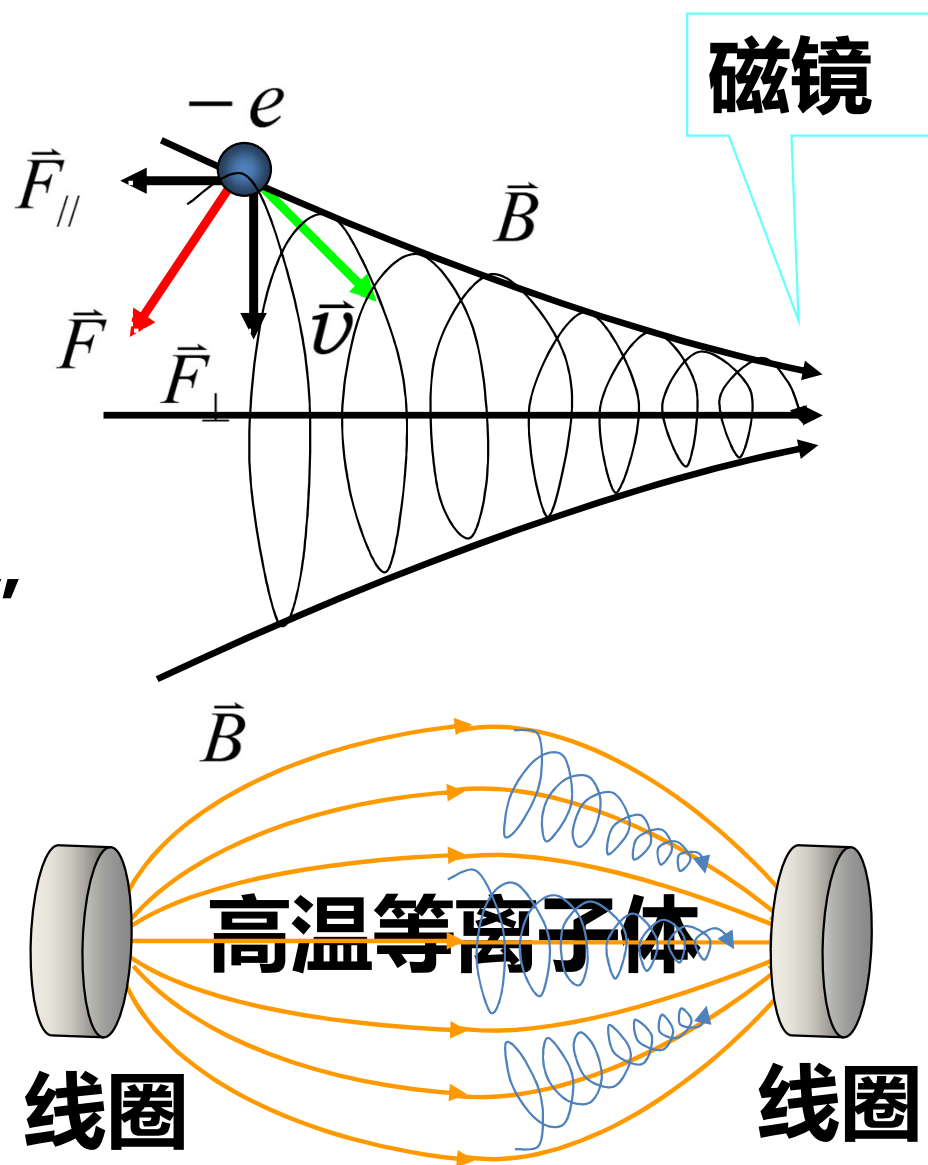
—— **磁约束效应**



3) 磁镜效应

$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp}$$

$\vec{F}_{//}$ 使粒子运动发生“反射”



◆地球的磁约束效应 —— 天然磁瓶



14.6.3 霍耳效应

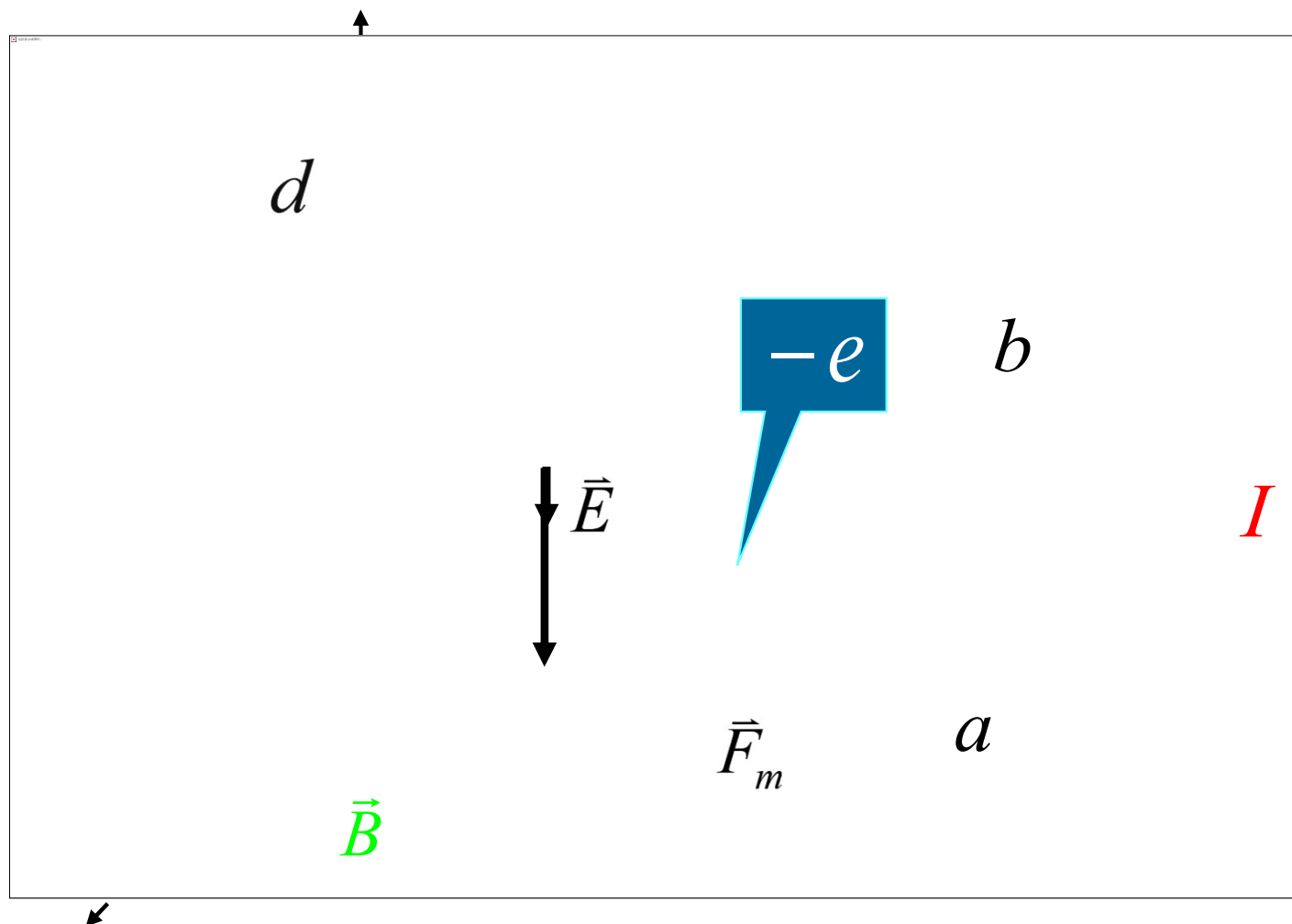
1. 实验结果

U_{ab} 与电流和
磁感应强度
成正比

2. 物理机制

(1) 洛伦兹力

(2) 霍耳电场



14.6.3 霍耳效应

3. 定量分析

动态平衡时 $\vec{F}_e = \vec{F}_m \Rightarrow qE = qvB$

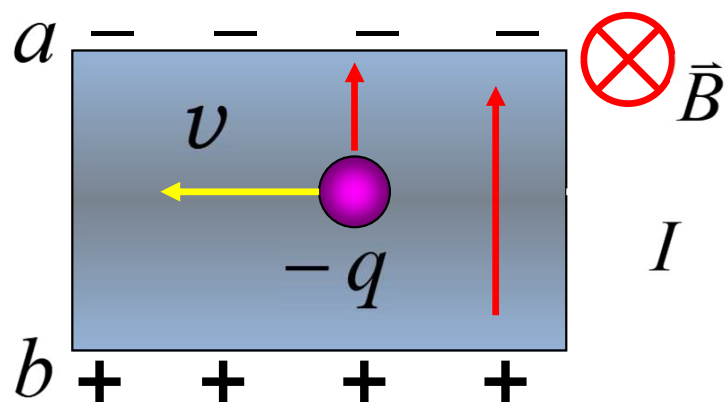
$$\left. \begin{array}{l} E = vB \\ U_{ab} = El = vBl \\ I = nqvS = nqvld \end{array} \right\} U_{ab} = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d} \Rightarrow R_H = \frac{1}{nq}$$

(霍耳系数)

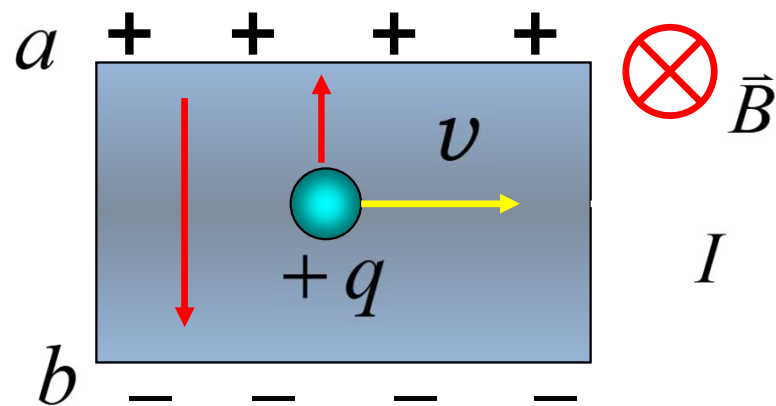
➤ 讨论

(1) 霍耳系数 = = = = = 》载流子浓度

(2) 区分半导体材料类型

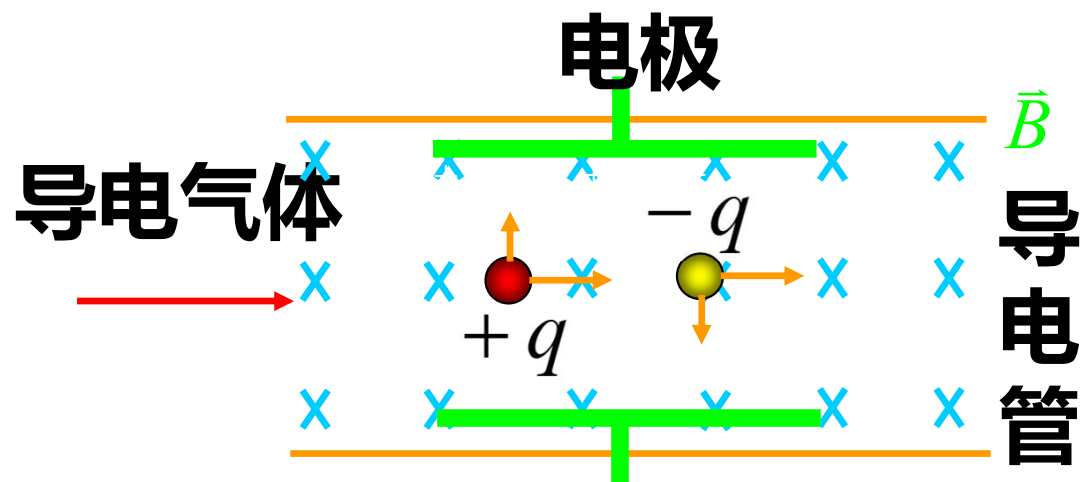


N 型 $u_a < u_b$, $R_H < 0$



P 型 $u_a > u_b$, $R_H > 0$

(3) 磁流体发电
没有机械转动
提高发电效率



小结

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

思考题

1. 了解霍尔效应在半导体技术中的应用。
2. 如果磁单极子真的存在，磁场的高斯定理应该具有什么形式？