数学

主　　编　单　墫

副 主 编　李善良　陈永高　王巧林

本册主编　石志群

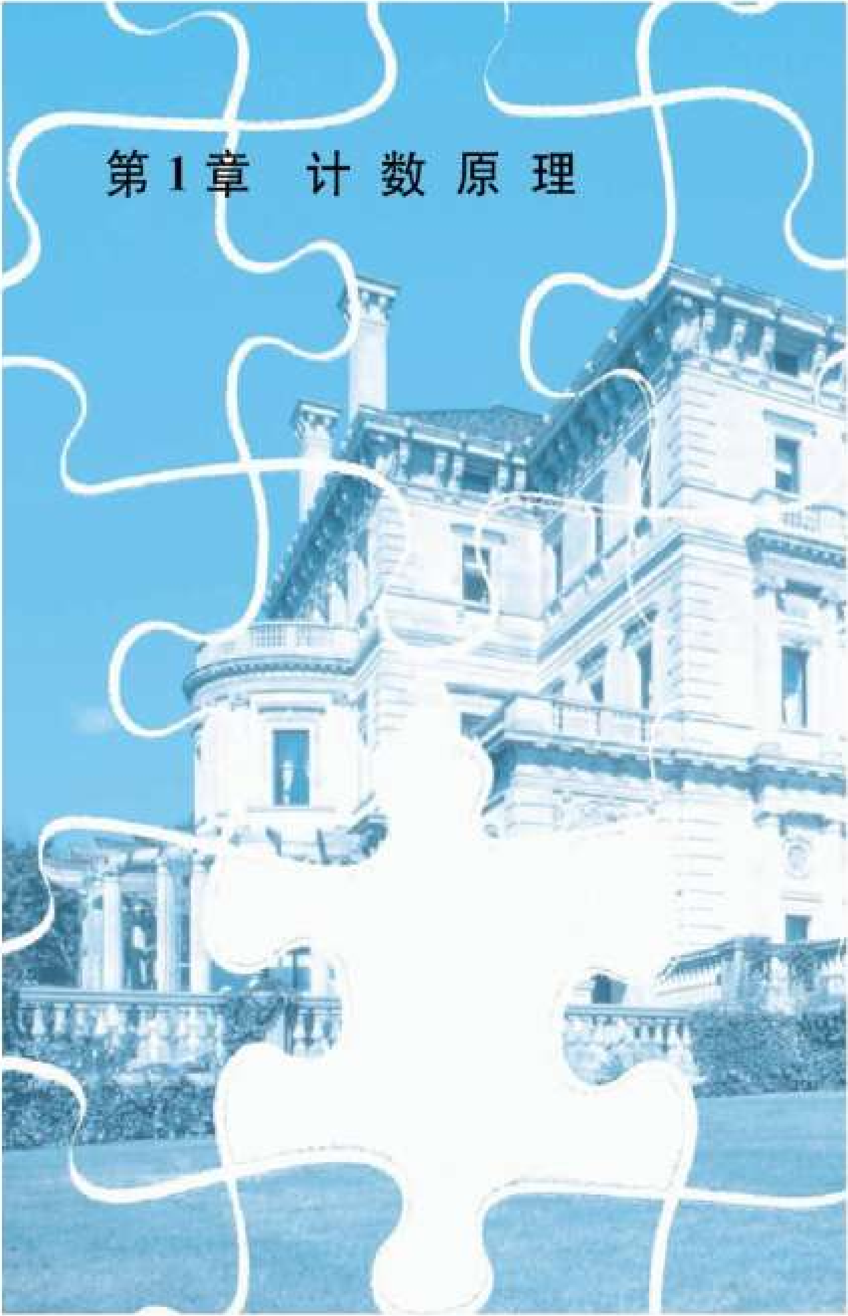
编写人员　王红兵　卫　刚　洪寿吉　孙旭东　寇恒清　石志群

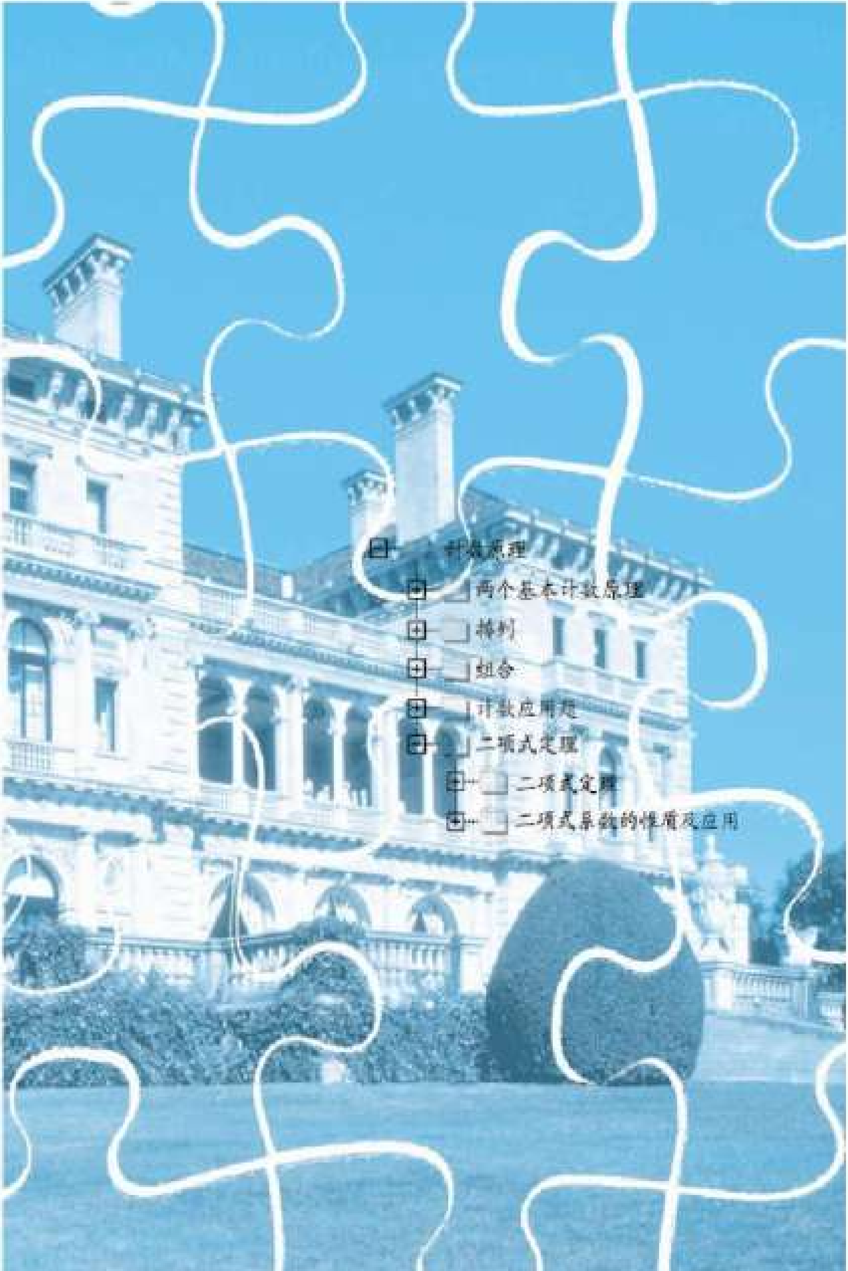
参与设计　王晓谦　陈光立

责任编辑　胡晋宾

目　录

第1章 计数原理




计数原理
两个基本计数原理
排列
组合
计数应用题
二项式定理
二项式定理
二项式系数的性质及应用

第2章 概　率


概率
随机变量及其概率分布
超几何分布
独立性
条件概率
事件的独立性
二项分布
随机变量的均值和方差
离散型随机变量的均值
离散型随机变量的方差与标准差
正态分布

第3章 统计案例


统计案例
独立性检验
回归分析

数学是科学的大门和钥匙.

——伽利略

一种科学只有在成功地运用数学时,才算达到完善的地步.

——马克思

致同学

亲爱的同学,你感到高中阶段的学习生活有趣吗?

我们知道,数学与生活紧密相连.数学可以帮助我们认识世界,改造世界,创造新的生活.数学是高中阶段的重要学科,不仅是学习物理、化学等学科的基础,而且对我们的终身发展有较大的影响.

面对实际问题,我们要认真观察、实验、归纳,大胆提出猜想.为了证实或推翻提出的猜想,我们要通过分析、概括,抽象出数学概念,通过探究、推理,建立数学理论.我们要积极地运用这些理论去解决问题.在探究与应用过程中,我们的思维水平会不断提高,我们的创造能力会得到发展.在数学学习过程中,我们将快乐地成长.

考虑到广大同学的不同需要,本书提供了较大的选择空间.

书中的引言、正文、练习、习题中的"感受·理解"部分、阅读、回顾等内容构成一个完整的体系.它体现了教材的基本要求,是所有学生应当掌握的内容.相信你一定能学好这部分内容.

本书还设计了一些具有挑战性的内容,包括思考、探究、链接,以及习题中的"思考·运用"、"探究·拓展"等,以激发你探索数学的兴趣.在掌握基本内容之后,选择其中一些内容作思考与探究,你会更加喜欢数学.

本书部分常用符号

A_n^m	从 n 个不同的元素中选出 m 个不同元素的排列数
$n!$	将 n 个不同的元素进行全排列的排列数
C_n^m	从 n 个不同元素中选出 m 个不同元素的组合数
$P(X=x_i)$	随机变量 X 取值为 x_i 时对应的随机事件发生的概率
$X\sim H(n, M, N)$	随机变量 X 服从参数为 n，M，N 的超几何分布
$X\sim B(n, p)$	随机变量 X 服从参数为 n，p 的二项分布
$\overline{A}$	随机事件 A 的对立事件
$P(A)$	随机事件 A 发生的概率
$P(A\mid B)$	随机事件 B 发生的条件下随机事件 A 发生的概率
$P(AB)$	随机事件 A，B 同时发生的概率
$E(X)$（或 μ）	随机变量 X 的均值或数学期望
$V(X)$（或 σ^2）	随机变量 X 的方差
$\sqrt{V(X)}$（或 σ）	随机变量 X 的标准差
$X\sim N(\mu, \sigma^2)$	随机变量 X 服从参数为 μ，σ^2 的正态分布
χ^2	χ^2 分布
$\overline{X}$	X 数据的均值

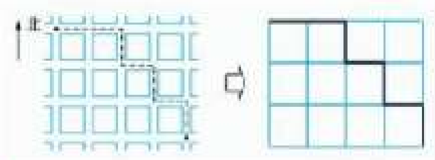
有待探索的自然界是有规律的，相信基本规律是简明单纯的。

——爱因斯坦

人们在社会生活的各个方面都经常需要进行计数，如电话号码的编排、密码的设定、彩票的设计、集成电路的布线安排，以及计算机的程序编制，等等。

某市目前汽车牌照的号码使用 2 个英文字母后接 4 个阿拉伯数字的方式构成(其中第一个字母是固定不变的)，那么可能的汽车牌照号码共有多少个？估计该市到 2008 年汽车保有量将达到 1 000 000 辆，到时怎样调整汽车牌照号码的构成方式，才可以满足需要？

下图是某城市的街道，西北角是某同学的家，东南角是学校。问：从家经东西 4 条街、南北 5 条街到学校(最短距离)，有几种不同的走法？



利用怎样的模型刻画和解决计数问题？

1.1 两个基本计数原理

(1) 如图 1－1－1(1)，从甲地到乙地有 3 条公路，2 条铁路，某人要从甲地到乙地，共有多少种不同的方法？

(2) 如图 1－1－1(2)，从甲地到乙地有 3 条道路，从乙地到丙地有 2 条道路，那么从甲地经乙地到丙地共有多少种不同的方法？

图 1－1－1

- 上述两个问题有什么区别？
- 由这两个问题分别可以得到怎样的数学模型？

首先考察问题(1)。

公路有 3 条，走任意一条公路都能完成从甲地到乙地这件事；而铁路有 2 条，走任意一条铁路也都能完成从甲地到乙地这件事。所以从甲地到乙地共有

$$3+2=5$$

种不同的方法。

再考察问题(2)。

必须经过先从甲地到乙地，再从乙地到丙地两个步骤，才能完成从甲地经乙地到丙地这件事(图 1－1－2)。

图 1－1－2

从甲地到乙地有 3 种不同的方法，从乙地到丙地有 2 种不同的方法。所以，从甲地经乙地到丙地共有

$$3\times 2=6$$

种不同的方法。

根据上述分析可知，在问题(1)中，任选一种方法都能达到完成

这件事的目的. 在问题(2)中, 必须依次连续完成两个步骤, 才能达到完成这件事的目的.

一般地, 我们有

分类计数原理又称为加法原理.

> **分类计数原理** 完成一件事, 有 n 类方式, 在第 1 类方式中有 m_1 种不同的方法, 在第 2 类方式中有 m_2 种不同的方法, …… 在第 n 类方式中有 m_n 种不同的方法, 那么完成这件事共有
>
> $$N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$$
>
> 种不同的方法.

分步计数原理又称为乘法原理.

> **分步计数原理** 完成一件事, 需要分成 n 个步骤, 做第 1 步有 m_1 种不同的方法, 做第 2 步有 m_2 种不同的方法, …… 做第 n 步有 m_n 种不同的方法, 那么完成这件事共有
>
> $$N = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$$
>
> 种不同的方法.

例1 某班共有男生 28 名、女生 20 名, 从该班选出学生代表参加校学代会.

(1) 若学校分配给该班 1 名代表, 则有多少种不同的选法?

(2) 若学校分配给该班 2 名代表, 且男、女生代表各 1 名, 则有多少种不同的选法?

解 (1) 选出 1 名代表有 2 类方式: 第 1 类是从男生中选出 1 名代表, 有 28 种不同方法; 第 2 类是从女生中选出 1 名代表, 有 20 种不同方法. 根据分类计数原理, 共有不同的选法种数是

$$28 + 20 = 48.$$

(2) 选出男、女生代表各 1 名, 可以分成 2 个步骤完成:

第一步 选 1 名男生代表, 有 28 种不同方法;

第二步 选 1 名女生代表, 有 20 种不同方法.

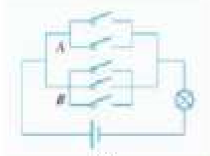
根据分步计数原理, 选出男、女生代表各 1 名, 共有不同的选法种数是

$$28 \times 20 = 560.$$

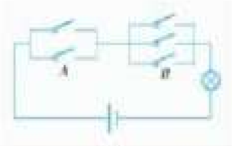
答 选出 1 名代表有 48 种不同的选法; 选出男、女生代表各 1 名, 有 560 种不同的选法.

例2 (1) 在图 1-1-3(1) 的电路中, 仅合上 1 只开关接通电路, 有多少种不同的方法?

(2) 在图 1-1-3(2)的电路中，仅合上 2 只开关接通电路，有多少种不同的方法？



(1)



(2)

图 1-1-3

解 (1)在图 1-1-3(1)中，按要求接通电路，只要在 A 中的 2 只开关或 B 中的 3 只开关中合上 1 只即可. 根据分类计数原理，共有

$$2+3=5$$

种不同的方法.

(2) 在图 1-1-3(2)中，按要求接通电路必须分两步进行：第一步，合上 A 中的 1 只开关；第二步，合上 B 中的 1 只开关. 根据分步计数原理，共有

$$2\times 3=6$$

种不同的方法.

答 图 1-1-3(1)的电路中，仅合上 1 只开关接通电路，有 5 种不同的方法；图 1-1-3(2)中，仅合上 2 只开关接通电路，有 6 种不同的方法.

例 3 为了确保电子信箱的安全，在注册时，通常要设置电子信箱密码. 在某网站设置的信箱中，

(1) 密码为 4 位，每位均为 0 到 9 这 10 个数字中的一个数字，这样的密码共有多少个？

(2) 密码为 4 位，每位是 0 到 9 这 10 个数字中的一个，或是从 A 到 Z 这 26 个英文字母中的一个. 这样的密码共有多少个？

(3) 密码为 4~6 位，每位均为 0 到 9 这 10 个数字中的一个. 这样的密码共有多少个？

解 (1) 设置 4 位密码，每一位上都可以从 0 到 9 这 10 个数字中任取一个，有 10 种取法. 根据分步计数原理，4 位密码的个数是

$$10\times 10\times 10\times 10=10\,000.$$

(2) 设置 4 位密码，每一位上都可以从 0 到 9 这 10 个数字或从 A 到 Z 这 26 个英文字母中任取一个，共有 10+26=36 种取法.

根据分步计数原理，4 位密码的个数是

$$36\times 36\times 36\times 36=1\,679\,616.$$