

MAE101

INSTRUCTOR: LÊ VĂN MẠNH

Date : 29th Mar 2022

1. If ABC can be formed, and A is 4 x 4, C is 7 x 7, what is the size of B?

Nếu ABC có thể được tạo thành, và A là 4 x 4, C là 7 x 7, thì kích thước của B là bao nhiêu?

A. 4 x 7

B. 4 x 4

C. 7 x 4

D. 7 x 7

A = 4 x 4

B = 4 x 7

C = 7 x 7

ABC có thể tạo thành

$$44) \quad ABC = 4 \times 4 \quad 4 \times 7 \quad 7 \times 7$$

$$\Rightarrow B = 4 \times 7$$

1. Find the derivative of the function:

Tìm đạo hàm của hàm số:

$$g(x) = \int_x^{x^3} \sin t \, dt$$

A. None of the other choice is correct

B. (i) $3x^2 \sin x^3 - \sin x$

C. (ii) $3x^2 \sin x^3 + \sin x$

D. (iv) $3x^2 \cos x^3 - \cos x$

E. (iii) $\sin x^3 - \sin x$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} \int_x^{x^3} \sin t \, dt &= \frac{d}{dx} (-\cos t) \frac{x^3}{x} = \frac{d}{dx} (-\cos x^3 + \cos x) \\ &= -(-x^3)' \sin x^3 - \sin x = 3x^2 \sin x^3 - \sin x\end{aligned}$$

2. Let A be a 3 x 5 matrix. Choose correct statements:

Cho A là ma trận 3 x 5. Chọn phát biểu đúng:

- (i) A can have rank 3 (A có thể là rank 3)
- (ii) A can have rank 5 (A có thể là rank 5)
- (iii) A can have linearly independent rows (A có thể có các hàng độc lập tuyến tính)
- (iv) A can have linearly (A có thể có các cột độc lập tuyến tính)

A. (i)

B. (i) and (iii)

C. None of the other choices is correct

D. (ii) and (iv)

E. (iv)

Định lý **Rank Theorem** cho biết rằng $\text{rank}(A) + \text{nullity}(A) = n$ trong đó n đại diện cho tổng số biến trong ma trận; $\text{nullity}(A)$ là số biến tự do trong ma trận. Xếp hạng của A là số trục hoặc số hàng / cột độc lập tuyến tính.

Nếu A là ma trận 3×5 , điều đó không có nghĩa là các cột độc lập tuyến tính

3. Find a system of linear equations whose augmented matrix is given as:

Tìm một hệ phương trình tuyến tính có ma trận tăng cường được cho là:

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right]$$

A. (iii)
$$\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 3x - y - 5z = -2 \\ x + 3z = 4 \end{cases}$$

B. (iv)
$$\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 3x - y - 5z = 2 \\ x + 3z = 4 \end{cases}$$

C. (ii)
$$\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 3x - y - 5z = 2 \\ y + 3z = 4 \end{cases}$$

D. None of the other choice is correct

E. (i)
$$\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 3x - y - 5z = -2 \\ y + 3z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 6 \\ -3x + 1y + 5z = 2 \\ y + 3z = 4 \end{cases}$$

4. Find the interval of convergence of the power series:

Tìm khoảng thời gian hội tụ của chuỗi lũy thừa:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n2^n}$$

- A. $(-1,3]$
 B. None of the other choice is correct
 C. **$(-1,3)$**
 D. **$[-1,3)$**
 E. $[-2,4]$

5)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n} \quad \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \right) \text{ converge when } < 1$$

with
$$\frac{\frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)2^{n+1}}}{\frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n}} = \frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)2^{n+1}} \cdot \frac{n \cdot 2^n}{(x-1)^n} = \frac{(x-1) \cdot n}{(n+1) \cdot 2} = \frac{x-1}{2 + \frac{2}{n}}$$

$$\Rightarrow \text{Find } \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)2^{n+1}}}{\frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x-1}{2 + \frac{2}{n}} \right| = \left| \frac{x-1}{2} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{x-1}{2} \right| < 1 \Leftrightarrow -1 < \frac{x-1}{2} < 1$$

$$\Leftrightarrow -2 < x-1 < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 3$$

• The case when $\left| \frac{x-1}{2} \right| = 1 \Leftrightarrow x = -1$ or $x = 3$

$$\begin{aligned} \text{for } x = -1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1-1)^n}{n \cdot 2^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n \cdot 2^n} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n} \rightarrow \text{Convergence} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{for } x = 3 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-1)^n}{n \cdot 2^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n \cdot 2^n} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \Rightarrow \text{divergence} \end{aligned}$$

\Rightarrow Interval of convergence : $[-1; 3)$

5. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 3 & * & * \\ 0 & 0 & 5 & * \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$, where $(*)$ denotes any number, find $\det(2A^{-1})$.

Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 3 & * & * \\ 0 & 0 & 5 & * \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$, trong đó $(*)$ biểu thị bất kỳ số nào, tìm $\det(2A^{-1})$.

A. All of the other choices are incorrect

B. 2/105

C. 210

D. 16/105

E. Not enough information

$$\det(2A^{-1}) = 2 \det\left(\frac{1}{A}\right) = 2 \cdot \frac{1}{105} = \frac{2}{105}$$

6. Let $U = \{(a, b, c, d) \mid 3a - 5d = 0, b + c + d = 0\}$ be a subspace of \mathbb{R}^4 . Find the dimension of U

Cho $U = \{(a, b, c, d) \mid 3a - 5d = 0, b + c + d = 0\}$ là không gian con của \mathbb{R}^4 . Tìm số chiều của U

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3a - 5d = 0 \\ b + c + d = 0 \end{cases} \quad (a) \quad \begin{cases} 3a - 5d = 0 \\ cad = 6 \end{cases} \quad (b) \\ & (a) \quad \{(a, b, c, d) \mid 3a - 5d = 0\} = \left\{ \frac{5d}{3}, c-d, c, d \right\} \\ & (b) \quad \left\{ \frac{5d}{3}, c-d, 0, d \right\} + \{0, c, c, 0\} \\ & (c) \quad \left\{ d \left(\frac{5}{3}, -1, 0, 1 \right) \right\} + \{c(0, 1, 1, 0)\} \\ & (d) \quad \{d(16, 0, 1, 2)\} + \{c(9, 1, 1, 0)\} \end{aligned}$$

- A. 1
- B. 4
- C. 3
- D. 2

7. Find x such that the set

$\{[2 \ x \ -1]^T, [2 \ 0 \ 1]^T, [0 \ 1 \ 2]^T\}$ is independent.

Tìm x sao cho tập hợp này phụ thuộc.

- A. 2
- B. -1
- C. All number but -1 (tất cả số trừ -1)
- D. All number but 2 (tất cả số ngoại trừ 2)
- E. None of other choices is correct

Note.

8. Tìm x để hệ $\{(2x-1)^T, (2\ 0\ 1)^T, (0\ 1\ 2)^T\}$

độc lập tuyến tính

$$\text{Để } \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ x & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2x-1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & x-2 & -3 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Để hệ độc lập tuyến tính

$$\Rightarrow x-2 \neq 0$$

$$x \neq 2 \Rightarrow \textcircled{D}$$

8. Evaluate (tìm)

$$\int_0^{x/2} \sin x \cos x e^{\sin x} dx$$

A. 1

B. 2

C. 0

D. None of the other choices is correct

$$\text{Let } \sin x = t \rightarrow \cos x dx = dt \rightarrow \int_0^1 t e^t dt \quad (1)$$

$$(1) \rightarrow \text{Let } \begin{cases} u = t \\ dv = e^t dt \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = e^t \end{cases} \rightarrow t e^t \Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = (t-1)e^t \Big|_0^1 = 1$$

9. Given the sequence defined by $a_1 = \sqrt{3}, a_{n+1} = \sqrt{3 + a_n}$

Assume that this sequence has a limit. Find this limit

Cung cấp trình tự được xác định bởi $a_1 = \sqrt{3}, a_{n+1} = \sqrt{3 + a_n}$

Giả sử rằng dãy số này có giới hạn. Tìm giới hạn này

A. (ii) $-1/2$

B. (i) $5/2$

C. (v) $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$

D. (iv) $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

E. None of the other choices is correct

F. (iii) $3/2$

prove that (a_n) is increasing with $\sqrt{3} < a_n \leq \frac{1+\sqrt{13}}{2}$
 put $\lim a_n = a$
 from $a_{n+1} = \sqrt{3+a_n}$ $\forall n$, let $n \rightarrow \infty$
 we have $\Rightarrow a = \sqrt{3+a} \Rightarrow a^2 - a - 3 = 0$
 $\Rightarrow a = \begin{bmatrix} \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{13}}{2} \end{bmatrix}$
 Since $\sqrt{3} < a_n \leq \frac{1+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \sqrt{3} < a \leq \frac{1+\sqrt{13}}{2}$
 so we choose $a = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

11. Find all the numbers c that satisfy the conclusion of Rolle's Theorem

Tìm tất cả các số c thỏa mãn kết luận của Định lý Rolle

$f(x) = x\sqrt{x+3}$; $[-3,0]$

A. None of the other choices is correct

B. -3 and -1

C. -2

D. -1

E. -2 and 0

F. -3 and 0

$$11) f(x) = x\sqrt{x+3} \quad ; \quad [-3; 0] \quad f'(c) = \sqrt{c+3} + \frac{c}{2\sqrt{c+3}}$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b-a} = 0$$

$$f'(c) = 0 \Rightarrow \sqrt{c+3} + \frac{c}{2\sqrt{c+3}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3c+6}{2\sqrt{c+3}} = 0 \Rightarrow c = -2$$

12. Use Newton's method with the specified initial approximation $x_1 = 2$ to find x_3 of the following equation

Sử dụng phương pháp của Newton với giá trị gần đúng ban đầu được chỉ định $x_1 = 2$ để tìm x_3 của phương trình sau

$$\ln(x^2 + 4) - 2x = 0$$

- A. 0.76070
- B. 0.71963
- C. None of the other choices is correct
- D. 0.71696
- E. 0.76054

f
 $12) x_1 = 2 \Rightarrow x_3 = ?$
 $f(x) = \ln(x^2 + 4) - 2x = 0$
 $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 4} - 2$
 $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0,71963$
 $\Rightarrow x_3 = 0,76053$

13. Find $y'(1)$ for $y = \frac{1}{x^7 + 2}$

Tìm $y'(1)$ cho $y = \frac{1}{x^7 + 2}$

- A. None of the other choices is correct
- B. 0
- C. 5/9
- D. -7/9
- E. -5/9
- F. 7/9

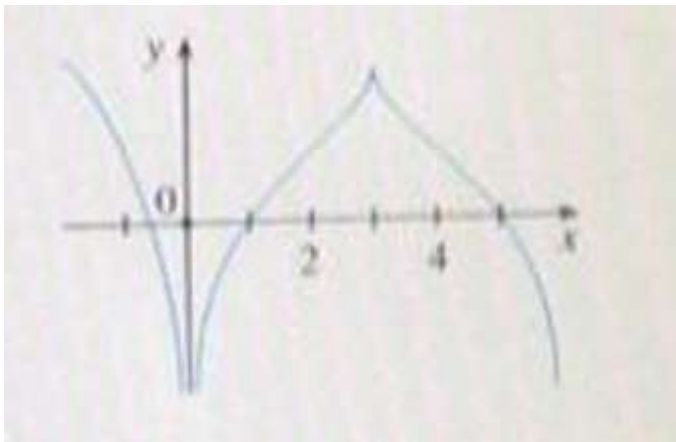
$$13) \quad y = \frac{1}{x^7 + 2}$$

$$y' = \frac{-7x^6}{(x^7 + 2)^2}$$

$$\Rightarrow y'(1) = \frac{-7}{9}$$

14. The graph of $f(x)$ is given. State the numbers at which $f(x)$ is not differentiable

Đồ thị của $f(x)$ đã cho. Nêu các số mà tại đó $f(x)$ không khả vi được



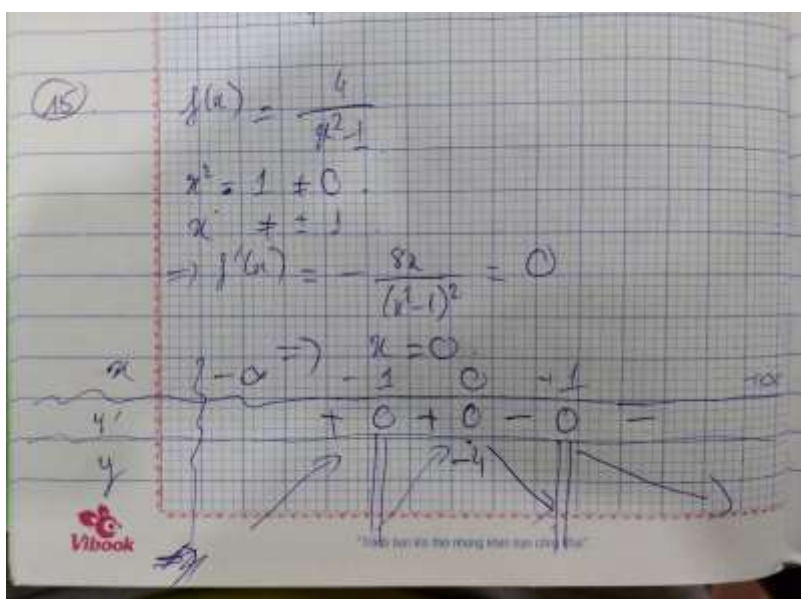
- A. 3
- B. 0; 1; 3; 4
- C. 0; 3
- D. None of the other choices is correct
- E. 0; 2; 4

15. Find the relative extreme values, if they exist of the function

Tìm các giá trị cực trị tương đối, nếu chúng tồn tại của hàm

$$F(x) = \frac{4}{x^2-1}$$

- A. Relative maximum = -4. No relative minimum (Tối đa tương đối = -4. Không có mức tối thiểu tương đối)
- B. Relative maximum = 4. No relative minimum (Tối đa tương đối = 4. Không có mức tối thiểu tương đối)
- C. None of the other choices is correct (Không có lựa chọn nào khác là đúng)
- D. Relative minimum = -4. No relative maximum (Tối thiểu tương đối = -4. Không có mức tối đa tương đối)
- E. Relative minimum = 4. No relative maximum (Tối thiểu tương đối = 4. Không có mức tối đa tương đối)



16. Find all values of a such that the following system has no solution

Tìm tất cả các giá trị của a để hệ sau không có nghiệm

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 3 \\ 2x - 2y + 3z = a \end{cases}$$

- A. Any number (Không có số nào)
- B. All numbers but 1 (Tất cả các số trừ 1)
- C. 7

D. 1

E. All numbers but 7 (Tất cả các số trừ 7)

16)

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 3 \\ 2x - 2y + 3z = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 3 & -1 & 2 & | & 3 \\ 2 & -2 & 3 & | & a \end{cases}$$
$$\begin{array}{l} R_2 - 3R_1 \\ R_3 - 2R_1 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 0 & -4 & 5 & | & -3 \\ 0 & -4 & 5 & | & a-4 \end{cases}$$
$$\begin{array}{l} R_3 - R_2 \\ -\frac{1}{4}R_2 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 1 & 1 & -1 & | & 2 \\ 0 & 1 & -5/4 & | & 3/4 \\ 0 & 0 & 0 & | & a-1 \end{cases}$$

$\Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$

No solution at $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

17. Evaluate the limit, if it exists

Tìm giới hạn, nếu nó tồn tại

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 2}{x^4 + 8x + 7}$$

A. 0

B. 1/8

C. None of the other choices is correct

D. 3/8

E. -1/8

F. $-3/8$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 5x + 2}{x^4 + 8x + 7} \right) = \frac{1^2 - 5 \cdot 1 + 2}{1^4 + 8 \cdot 1 + 7} = -\frac{1}{8}$$

18. At which points on the curve $y = 4 + 10x^3 - x^5$ does the tangent line have the largest slope

Tại những điểm nào trên đường cong $y = 4 + 10x^3 - x^5$ thì tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất

(i) $x_1 = \sqrt{3}; \quad x_2 = -\sqrt{3}$

(ii) $x = \sqrt{3}$

(iii) $x = -\sqrt{3}$

(iv) $x_1 = 3; \quad x_2 = -3$

(v) $x_1 = 0; \quad x_2 = 3$

A. (i)

B. None of the other choices is correct

C. (iii)

D. (ii)

E. (iv)

F. (v)

Solution:

G. $\rightarrow y' = 30x^2 - 5x^4; \text{ Let } x^2 = t \rightarrow y' = -5t^2 + 30t \rightarrow y'' = -10t + 30 = 0 \rightarrow t = 3 \text{ (max)}$

H. $\rightarrow x = \pm \sqrt{3}$

19. Find dy/dx by implicit differentiation if

$2xy + y^3 = 5$

Tìm dy/dx bằng cách vi phân của $2xy + y^3 = 5$

(i) $\frac{-2y}{3y^2 + 2x}$

(ii) $\frac{2y}{3y^2 + 2x}$

(iii) $\frac{-2y}{3y^2-2x}$

(iv) $\frac{2y}{3y^2-2x}$

A. (i)

B. (ii)

C. None of them

D. (iii)

E. (iv)

Solution:

$$\rightarrow \frac{d}{dx}(2xy + y^3) = 0 \rightarrow 2y + \frac{2xdy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{2y}{2x + 3y^2}$$

20. Find $f \circ g \circ h$, where

Tim $f \circ g \circ h$

. $f(x) = 2x + 1$; $g(x) = \sin(x^2)$; $h(x) = e^{-x}$

(i) $2\sin(e^{-2x}) + 1$

(ii) $2\sin(x^2 e^{-x}) + 1$

(iii) $2\sin(e^{-2x} + 1)$

(iv) $2\sin(x^2 e^{-2x} + 1)$

A. (i)

B. None of the other choices is correct

C. (iii)

D. (ii)

E. (iv)

F. (v)

Solution: $\rightarrow f(g(h(x))) = f(g(e^{-x})) = f(\sin e^{-2x}) = 2 \sin e^{-2x} + 1$

21. Find all solutions of the following system of linear equation :

$$\begin{cases} x - y - z = 3 \\ -x - y + z = -1 \end{cases}$$

(Tìm tất cả các nghiệm của hệ phương trình tuyến tính sau)

A. $X = 5, y = 4, z = 1$

B. $X = t, y = -1, z = t - 2$

C. $X = t - 2, y = -1, z = t$

D. None of the other choices is correct.

$$\begin{cases} -2y = 2 \\ x - y - z = 3 \end{cases} = \begin{cases} y = -1 \\ x - z = 2 \end{cases} = \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = t - 2 \end{cases}$$

22. Let A be the augmented matrix of a homogeneous system of 3 equations in 6 variables. If $\text{rank}(A)=1$, how many solutions and how many parameters does this system have?

(Gọi A là ma trận tăng cường của một hệ thuần nhất gồm 3 phương trình với 6 biến.

Nếu $\text{rank}(A) = 1$ thì hệ này có bao nhiêu nghiệm và bao nhiêu tham số?)

A. No solution.

B. None of the other choices is correct.

C. 5 parameters and infinitely many solutions.

D. Unique solution.

E. 2 parameters and infinitely many solutions.

=> C. 5 tham số và vô số nghiệm.

F. Vì ma trận có 6 ẩn, giả sử 1 ẩn có giá trị => 5 ẩn còn lại sẽ là tham số T suy ra từ giá trị đó.

G. Và vì đã phụ thuộc vào 1 giá trị với tham số T => Phương trình có vô số nghiệm

23. Evaluate $\int 7pe^{5p^2} dp$

Tính $\int 7pe^{5p^2} dp$

(i) $-(7/10)e^{5p^2} + c$

(ii) $(7/5)e^{5p^2} + c$

(iii) $(7/10)e^{5p^2} + c$

(iv) $35e^{5p^2} + c$

A. (iii)

B. (iv)

C. None of the other choices is correct.

D. (ii)

E. (i)

Đặt $t = 5p^2 \rightarrow dt = 10p dp \rightarrow \frac{1}{10} dt = p dp$

$$7 \int \frac{e^t}{10} dt = \frac{7}{10} e^t + c = \frac{7}{10} e^{5p^2} + c$$

24. Find the definite integral $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$

(Tìm tích phân xác định)

A. $-\pi/2$

B. $\pi/2$

C. $-\pi/4$

D. None of the other choices is correct.

E. $\pi/4$

Đặt $t = \frac{\pi}{2} - x \rightarrow x = \frac{\pi}{2} - t \rightarrow dt = -dx$

$$I = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sqrt{\sin(\frac{\pi}{2}-t)}}{\sqrt{\cos(\frac{\pi}{2}-t)} + \sqrt{\sin(\frac{\pi}{2}-t)}} (-dt) = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sqrt{\sin t}}{\sqrt{\cos t} + \sqrt{\sin t}} (-dt) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos t}}{\sqrt{\cos t} + \sqrt{\sin t}} dt$$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 dx = \frac{\pi}{2} \rightarrow I = \frac{\pi}{4}$$

Or CASIO

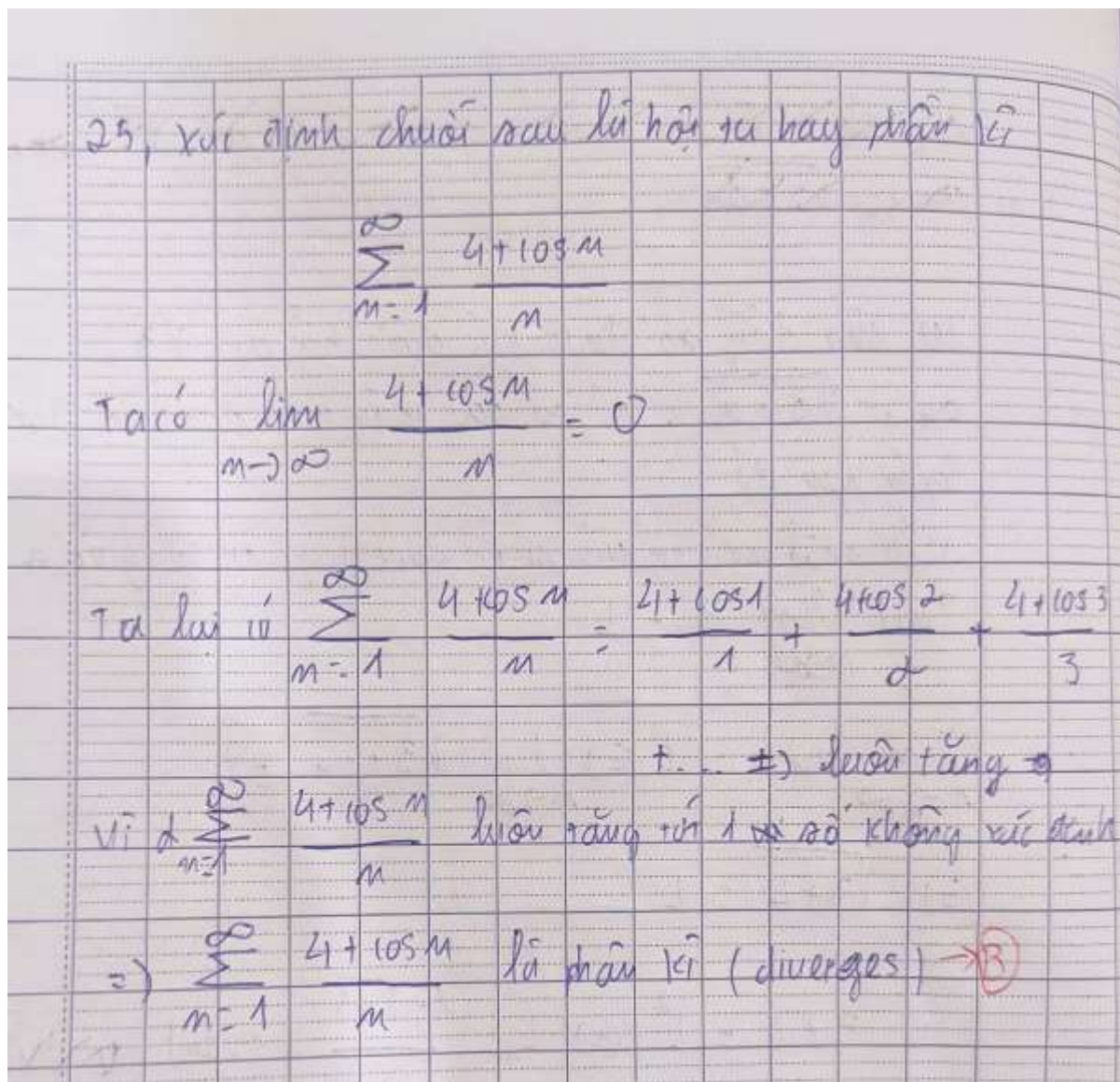
25. Determine if the series converges or diverges

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 + \cos n}{n}$$

(Xác định xem chuỗi hội tụ hay phân kỳ)

A. Converges

B. Diverges



26. Find the absolute maximum and absolute minimum values of

$$f(x) = x^4 - 32x^2 + 2 \text{ on } [-5, 5].$$

(Tìm giá trị lớn nhất tuyệt đối và giá trị nhỏ nhất tuyệt đối của

$$f(x) = x^4 - 32x^2 + 2 \text{ trên } [-5, 5].)$$

A. Absolute maximum 2; absolute minimum -173

B. None of the other choices is correct.

C. Absolute maximum 2; absolute minimum 0

D. Absolute maximum 2; absolute minimum -254

$$f'(x) = 4x^3 - 64x, f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$x = -5 \rightarrow f(x) = -173$$

$$x = -4 \rightarrow f(x) = -254$$

$$x = 0 \rightarrow f(x) = 2$$

$$x = 4 \rightarrow f(x) = -254$$

$$x = 5 \rightarrow f(x) = -173$$

$$\text{Max } f(x) = 2, \text{Min } f(x) = -254$$

CASIO: Shift Table, F(x) nhập cái đề rồi, cho start từ -5, chạy đến 5, bước nhảy 1, dò bảng chọn câu D.

27. Find the most general antiderivative of $f(x) = \sqrt[3]{3x^8}$

(Tìm nguyên hàm chung nhất của $f(x) = \sqrt[3]{8x^8}$)

(i) $(6/11)x^{11/3} + c$

(ii) $(2/9)x^9 + c$

(iii) $(22/3)x^{11/3} + c$

(iv) $(16/3)x^{1/3} + c$

A. (iv)

B. (i)

C. (iii)

D. (ii)

$$\int \sqrt[3]{8x^8} dx = 2 \int \sqrt[3]{x^8} dx = 2 * \frac{3}{11} * x^{\frac{11}{3}} + c = \frac{6}{11} * x^{\frac{11}{3}} + c$$

E. None of the other choices is correct.

28. A table of values for f, g, f', g' is given

x	F(x)	G(x)	F'(x)	G'(x)
0	1	1	2	-2
1	0	2	3	-1

2	4	-1	5	6
---	---	----	---	---

Find $h'(0)$ if $h(x) = f(g(x))$.

(Bảng giá trị của f, g, f', g' được đưa ra. Tìm $h'(0)$ nếu $h(x) = f(g(x))$.)

- A. -2
- B. 0
- C. -6
- D. 5
- E. None of the other choices is correct.

$$h'(0) = g'(0) \cdot f'(g(0)) = -2 \cdot 3 = -6$$

29. Find $\frac{d^4 y}{dx^4}$ for $y = \sqrt[3]{x}$

- (i) $-\frac{80}{81x^{7/3}}$
- (ii) $\frac{80}{81x^{7/3}}$
- (iii) $\frac{80}{81x^{11/3}}$
- (iv) $-\frac{80}{81x^{11/3}}$

- A. (iv)
- B. (iii)
- C. None of the other choices is correct.
- D. (ii)
- E. (i)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}} \rightarrow \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{10}{27}x^{-\frac{8}{3}} \rightarrow \frac{d^4 y}{dx^4} = -\frac{80}{81}x^{-\frac{11}{3}}$$

30. Which of the following integrals is convergent?

(Tích phân nào sau đây là hội tụ?)

- (i) $\int_1^{\infty} \frac{1+e^{-x}}{x} dx$
- (ii) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$

- A. (i) and (ii)

B. None of the other choices is correct.

C. (ii)

D. (i)

$$(ii) \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \frac{1}{x^2} dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{-1}{t} + 1 \right) = 1 \rightarrow \text{convergent}$$

$$(i) \rightarrow \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx + \int_1^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx = \ln|x| + \int_1^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx + c = \infty \rightarrow \text{divergent}$$

$$(ii) \rightarrow -\frac{1}{x} + c = 0 - (-1) = 1 \rightarrow \text{convergent}$$

31. Find the limit: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x\sqrt{x+2}+5}{(4x-1)\sqrt{x}}$

Tìm giới hạn của : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x\sqrt{x+2}+5}{(4x-1)\sqrt{x}}$

A. infinity

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{5}{4}$

D. None of the other choice is correct

E. $\frac{4}{3}$

F. 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x\sqrt{x+2}+5}{(4x-1)\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt{x^3+2x^2}+5}{4\sqrt{x^3}-\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt{\frac{x^3}{x^3}+\frac{2x^2}{x^3}}+\frac{5}{\sqrt{x^3}}}{4\sqrt{\frac{x^3}{x^3}}-\sqrt{\frac{x}{x^3}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3+0}{4-0} = \frac{3}{4}$$

32. The characteristic polynomial of

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

is

Đa thức đặc trưng của $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ là:

(i) $(x-2)(x+1)$

(ii) x^2-3x+2

(iii) $(x+2)(x+1)$

(iv) $3x^2$

A. (i)

B. (ii)

C. (iii)

D. None of the other choice is correct

E. (iv)

$$|xI-A| = \begin{vmatrix} x-3 & 2 \\ -1 & x \end{vmatrix} = x(x-3)+2 = x^2-3x+2$$

33. Choice how the graph of

$y=f(x-2)+3$

is obtained from graph of $y=f(x)$

A. Shift 2 units to the left then shift 3 units up

B. Shift 2 units to the left then shift 3 units down

C. Shift 2 units to the right then shift 3 units down

D. None of the other choice is correct

E. Shift 2 units to the right then shift 3 units up

Lựa chọn cách biểu đồ của

$y = f(x-2) + 3$

thu được từ đồ thị của $y = f(x)$

A. Dịch sang trái 2 đơn vị rồi dịch lên 3 đơn vị

B. Dịch sang trái 2 đơn vị rồi dịch xuống 3 đơn vị

C. Dịch sang phải 2 đơn vị rồi dịch xuống 3 đơn vị

D. Không có lựa chọn nào khác đúng

E. Dịch sang phải 2 đơn vị rồi dịch lên 3 đơn vị

34. Given $f(u) = 3u$, $g(x) = 1+2x^3$, find $(f \circ g)'(-1)$

(Cho $f(u) = 3u$, $g(x) = 1+2x^3$, tìm $(f \circ g)'(-1)$)

A. $2/3$

B. $2/9$

C. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)

D. -2

E. 2

$$\begin{aligned} (f \circ g)'(-1) &= f'(g(-1)) \cdot g'(-1) \\ &= f'(-1) \cdot 6 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 6 \\ &= 2 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} g(-1) &= 1 + 2 \cdot (-1)^3 \\ &= -1 \\ g'(x) &= 6x^2 \\ \rightarrow g'(-1) &= 6 \\ f'(u) &= \frac{1}{3} u^{-\frac{2}{3}} \\ f'(-1) &= \frac{1}{3} \cdot (-1)^{-\frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

34) Estimate the area of under the graph of $f(x) = 9 - x^2$

from $x = 0$ to $x = 3$, using those approximating rectangles and right endpoints

Ước tính vùng bên dưới của biểu đồ $f(x) = 9 - x^2$

từ $x = 0$ đến $x = 3$, sử dụng các hình chữ nhật gần đúng và điểm cuối bên phải

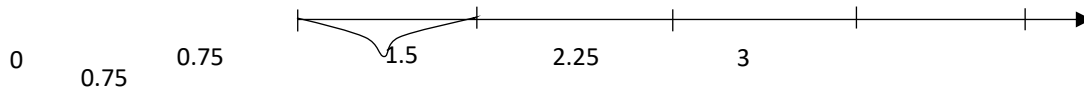
A. 13

B. 22

C. 20

D. 14

$$\Delta x: \frac{b-a}{n} = \frac{3-0}{4} = 0.75$$



$$\begin{aligned} \text{Right endpoint} &= \Delta x \times [f(0.75) + f(1.5) + f(2.25) + f(3)] \\ &= 0.75 \times [f(0.75) + f(1.5) + f(2.25) + f(3)] \\ &= 0.75 \times (8.4375 + 6.25 + 3.9375 + 0) \approx 14 \end{aligned}$$

35. Which of the following statements are true for every square matrix A:

(1) If $A^2=0$ then A is invertible

(2) If $A^3=-I$ then A is invertible

A. Both (1) and 2 are true

B. only (1) is true

C. Only (2) is true

D. None of (1) and (2) is true

Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi ma trận vuông A:

(1) Nếu $A^2 = 0$ thì A khả nghịch

(2) Nếu $A^3 = -I$ thì A khả nghịch

A. Cả (1) và 2 đều đúng

B. chỉ (1) là đúng

C. Chỉ (2) đúng

D. Không câu nào trong số (1) và (2) là đúng

Giải

Cho $A^2 = 0$, điều này có nghĩa là $A = 0$. Nếu A đảo nghịch thì phải tồn tại ma trận B sao cho $AB = I$. Tuy nhiên, vì $A = 0$, điều này là không thể, do đó mệnh đề (1) \rightarrow Sai

Tương tự cho mệnh đề (2) \rightarrow Đúng

36. Each side of square is increasing at rate of 3 cm/s. At what rate (in cm²/s) is the area of square increasing when the area of square is 25cm²

Mỗi cạnh của hình vuông đang tăng với tốc độ 3 cm / s. Với tốc độ nào (tính bằng cm²/s) thì diện tích hình vuông tăng với tốc độ nào khi diện tích hình vuông là 25 cm²

A. None of the choice is correct

B. 5

C.30

D.15

E.25

Diện tích của hình vuông: $A=x^2$

$$\frac{dA}{dt} = 2.x.\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 2\sqrt{A}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 2.\sqrt{25}.3$$

$$\frac{dA}{dt} = 30 \text{ cm}^2/\text{s}$$

37. Find the (1,2)- cofactor of the matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 5 \\ 0 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

Tìm (1,2) - cofactor của ma trận

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 5 \\ 0 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

A. 24

B. -24

C. -3

D. None of the other choices is correct

E. 3

$$(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = -24$$

38. Determine if the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

is absolutely convergent, conditionally convergent or divergent

Xác định xem chuỗi là hoàn toàn hội tụ, hội tụ có điều kiện hoặc phân kỳ:

- A. absolutely convergent
- B. conditionally convergent
- C. divergent

38, Xác định chuỗi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

là hội tụ tuyệt đối, hội tụ có điều kiện hay phân kì

$$\text{Ta có } \sum |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Vì } \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \right| \text{ là phân kì } (1^*)$$

$$\text{Ta lại có } a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0 \quad (I)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} = -1 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$$

$$\text{Vì } a_{n+1} < a_n \left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} < \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \text{ là chuỗi giảm dần } (II)$$

$$\text{Từ (I) và (II) } \Rightarrow a_n \text{ là hội tụ } (2^*)$$

$$\text{Từ } (1^*) \text{ và } (2^*) \Rightarrow \begin{cases} \sum |a_n| \rightarrow \text{phân kì} \\ \sum a_n \rightarrow \text{hội tụ} \end{cases} \Rightarrow \text{chuỗi } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \text{ là hội tụ có điều kiện}$$

\Rightarrow conditionally convergent

39. Let $U = \{(x, y, z) \mid 2x - y + z = 0\}$ be a subspace of \mathbb{R}^3 . Which of the following statements are true?

Cho $U = \{(x, y, z) \mid 2x - y + z = 0\}$ là một không gian con của \mathbb{R}^3 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

(i) $U = \text{span} \{ (1,2,0), (0,1,1) \}$

(ii) $U = \text{span} \{ (1,2,0) \}$

A. both (i) and (ii)

B. (i) only

C. None of the other choices is correct

D. (ii) only

$$\begin{cases} x = a \\ y = b \\ z = -2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ -2a + b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ -2a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow U = \text{span}\{(1, 0, -2), (0, 1, 1)\}$$

40. Find the linear approximation for

Tìm phép gần đúng tuyến tính cho

$$f(x) = \frac{1}{2x-1} \text{ at } x=1$$

A. None of the other choices is correct

B. $-2x+3$

C. $2x-3$

D. $2x+3$

E. $-2x-3$

$$L(a) = f(a) + f'(a)(x - a) \Rightarrow L(1) = f(1) + f'(1)(x - 1) \Rightarrow -2x + 3$$

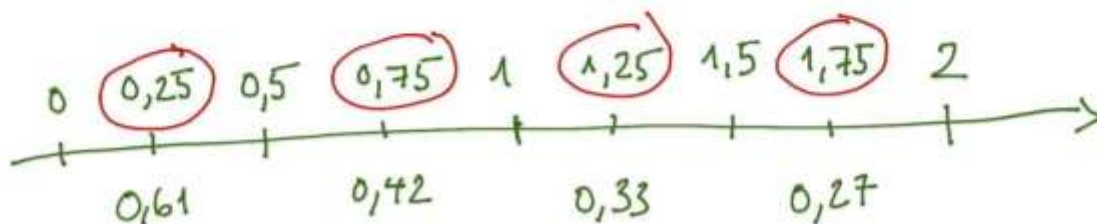
41. Use the Midpoint Rule with $n = 4$ to estimate the value of the integral $\int_0^2 f(x) dx$

Sử dụng quy tắc Midpoint với $n = 4$ để ước lượng giá trị của tích phân $\int_0^2 f(x) dx$

x	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
$f(x)$	1.00	0.61	0.49	0.42	0.37	0.33	0.29	0.27	0.24

$$41) \int_0^2 f(x) dx, n=4$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2-0}{4} = 0,5$$



Midpoint:

$$\begin{aligned} A = M_n &= 0,5 \cdot [f(0,25) + f(0,75) + f(1,25) + f(1,75)] \\ &= 0,5 \cdot (0,61 + 0,42 + 0,33 + 0,27) \\ &= 0,5 \cdot 1,63 \\ &= 0,815 \end{aligned}$$

42. Let $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ be a linear transformation such that $T(u) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$, $T(v) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}^T$ for given $u, v \in \mathbb{R}^2$.

Find $T(2u - 3v)$.

Cho $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ là phép biến đổi tuyến tính sao cho $T(u) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$, $T(v) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}^T$ với $u, v \in \mathbb{R}^2$.

Tính $T(2u - 3v)$.

- (i) $\begin{bmatrix} -2 & 8 \end{bmatrix}^T$ (ii) $\begin{bmatrix} -2 & 4 \end{bmatrix}^T$ (iii) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ (iv) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \end{bmatrix}^T$

A. (iii)

B. None of the other choices is correct

C. (iv)

D. (ii)

E. (i)

42)

$$T(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad T(v) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} T(2u - 3v) &= 2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 4 \end{pmatrix}^T \end{aligned}$$

$$\text{Or: } T(2u - 3v) = 2[1 \ 2]^T - 3[-1 \ 0]^T = [2 \ 4]^T + [3 \ 0]^T = [5 \ 4]^T$$

43. Let T be the linear transformation

$$T(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{where } X = [x \ y \ z]^T$$

Describe geometrically the effect of T .

Cho T là phép biến đổi tuyến tính

$$T(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{với } X = [x \ y \ z]^T$$

Miêu tả tác động hình học của T .

A. Vertical shear.

B. Horizontal shear.

- C. Projection onto the yz-plane.
- D. Projection onto the y-axis.
- E. None of the other choices is correct.

$$R^2 \rightarrow R^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \text{Horizontal shear}$$

44. Find all the constant c that makes g DISCONTINUOUS at x = 4

Tìm tất cả các giá trị của hằng số c làm cho g KHÔNG LIÊN TỤC tại x = 4

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + c^2 & \text{if } x < 4 \\ cx + 13 & \text{if } x \geq 4 \end{cases}$$

- A. All c values, except c = 1 and c = 4.
- B. All c values, except c = 4 and c = 3.
- C. All c values, except c = 1 and c = 0.
- D. All c values, except c = 0 and c = 3.
- E. All c values, except c = 1 and c = 3.

F. None of the other choices is correct.

$$45) \lim_{x \rightarrow 4^-} g(x) = x^2 + c^2 = 16 + c^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} g(x) = cx + 13 = 4c + 13$$

$$f(4) = 4x + 13$$

$$\text{Discontinuous} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 4^+} g(x)$$

$$\Rightarrow 16 + c^2 \neq 4c + 13$$

$$\Rightarrow c^2 - 4c + 3 \neq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c \neq 1 \\ c \neq 3 \end{cases}$$

45. Given that

$$3 \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 0 & z & y+x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2z & -y \\ 0 & t & s \end{bmatrix}$$

Find $t + s$.

$$\text{Cho } 3 \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 0 & z & y+x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2z & -y \\ 0 & t & s \end{bmatrix}. \text{ Tìm } t + s.$$

A. 3

B. 7

C. 0

D. 4

E. None of the other choices is correct.

46)

$$3 \begin{pmatrix} x & 2 & 1 \\ 0 & z & y+x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 2z & -y \\ 0 & t & s \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ 2z = 6 \\ -y = 3 \\ t = 3z \\ s = 3y + 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ z = 3 \\ y = -3 \\ t = 9 \\ s = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t + s = 0 + 9 = 9$$

46. Choose the correct statement

(i) If $\lim a_n \neq 0$ then the series $\sum a_n$ is divergent.

(ii) If $\{a_n\}$ and $\{b_n\}$ are divergent then $\{a_n + b_n\}$ is divergent.

Chọn khẳng định đúng

(i) Nếu $\lim a_n \neq 0$ thì $\sum a_n$ is phân kì.

(ii) Nếu $\{a_n\}$ và $\{b_n\}$ là phân kì thì $\{a_n + b_n\}$ phân kì.

A. None of the other choices is correct.

B. (i) and (ii)

C. (ii)

D. (i)

$$a_n = n, b_n = -n, a_n + b_n = 0.$$

(ii). Sai. Vì

(Hội tụ - Convergent)

47. Given that $\lambda = 1$ is an eigenvalue for the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Find a set of basic eigenvectors corresponding to this eigenvalue $\lambda = 1$.

Cho $\lambda = 1$ là giá trị riêng của ma trận $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Tính tập hợp các vectơ riêng thỏa mãn giá trị riêng $\lambda = 1$.

$$\begin{aligned} (\lambda I - A)x &= 0 \Leftrightarrow \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] x = 0 \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_1 = t \end{cases} \\ &\rightarrow \text{eigenvector } \{[1, 0, 0]^T\} \end{aligned}$$

48. Which of the following are subspaces of R^3 ?

Đâu là không gian con của R^3 ?

(i) $U = \{(x, y, z) \mid x + 2y - 3z = 0\}$

(ii) $U = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

A. (i)

B. None of the other choices is correct.

C. (ii)

D. (i) and (ii)

$$49) \quad (i) \quad U = \{(x, y, z) \mid x + 2y - 3z = 0\} \quad \begin{cases} x = 3b - 2a \\ y = a \\ z = b \end{cases}$$

+) The zero vector of \mathbb{R}^3 $(0, 0, 0) \in U \neq \emptyset$

$$+) \quad u_1 = (a_1, a_2, a_3) \quad u_2 = (b_1, b_2, b_3) \in U$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2a_2 - 3a_3 = 0 \\ b_1 + 2b_2 - 3b_3 = 0 \end{cases}$$

$$u + v = (a_1 + b_1) + 2(a_2 + b_2) - 3(a_3 + b_3) = 0 \in U$$

$\Rightarrow U$ is a subspace of \mathbb{R}^3

$$(ii) \quad U_{(ii)} = \{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1 \}$$

+ The vector zero of \mathbb{R}^3 $(0, 0, 0) \in U \neq \emptyset$

$$+ \quad u_1 = (s_1, s_2, s_3) \quad \left| \quad u_2 = (t_1, t_2, t_3) \in U_{(ii)} \right.$$

$$\Rightarrow s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1 \quad \left| \quad \Rightarrow t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 = 1 \right.$$

$$u_1 + u_2 = (s_1^2 + t_1^2) + (s_2^2 + t_2^2) + (s_3^2 + t_3^2) = 2 \notin U_{(ii)}$$

$\Rightarrow U_{(ii)}$ is not a subspace of \mathbb{R}^3 .

Or

(i) $U = \{ (x, y, z) \mid x + 2y - 3z = 0 \}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 3z - 2y \\ y = \frac{3z - x}{2} \\ z = \frac{x + 2y}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow (2, -1, 0) \in \mathbb{R}^3$

$\star u = (2, -1, 0) \in U$
 $v = (-4, 2, 0) \in U$
 $\Rightarrow u + v = (-2, 1, 0) \in U$
 $\star ku = 3(2, -1, 0) = (6, -3, 0) \in U$
 $\Rightarrow U$ is a subspace of \mathbb{R}^3

(ii) $U = \{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1 \}$

$\star (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0) \in U \neq \emptyset$

$\star u = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0) \in U$
 $v = (1, 0, 0)$
 $u + v = (\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0) \notin U$
 $\Rightarrow U$ is not a subspace of \mathbb{R}^3 .

49. Let $\int_1^3 f(x)dx = -2$ and $\int_3^1 g(x)dx = 3$. Find $\int_1^3 [3f(x) - g(x)]dx$.

Cho $\int_1^3 f(x)dx = -2$ và $\int_3^1 g(x)dx = 3$. Tìm $\int_1^3 [3f(x) - g(x)]dx$.

A. -6

B. 3

C. None of others

D. -9

E. -3

$$50) \quad \int_1^3 f(x) dx = -2 \quad \int_3^1 g(x) dx = 3.$$

$$\Rightarrow \int_1^3 g(x) dx = -3$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_1^3 [3f(x) - g(x)] dx &= 3 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx \\ &= 3 \cdot (-2) - (-3) = -3 \end{aligned}$$