

MAE101

INSTRUCTOR: LÊ VĂN MẠNH

Date : 31th Mar 2022

1. A cube's edge of length s is growing according to the equation $s = 2t^2 + 1$, where t is measured in the seconds and s is measured in meter. How fast (in m^3/s) is the cube's volume increasing at the time when $t=1(s)$?

(Cạnh của một hình lập phương có chiều dài s đang lớn dần theo phương trình $s = 2t^2 + 1$, trong đó t tính bằng giây và s được đo bằng mét. Thể tích của khối lập phương tăng nhanh bao nhiêu (tính bằng m^3 / s) tại thời điểm $t = 1 (s)$?)

- A. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)
B. 180
C. 108
D. 810
E. 81
F. 18

$$\frac{dV}{dt} = ?$$

$$\begin{aligned} V &= (2t^2 + 1)^3 \rightarrow dV = 3 \cdot 4t (2t^2 + 1)^2 \\ \Rightarrow \frac{d}{dt} V(t) &= \frac{d}{dt} (12t (2t^2 + 1)^2) \\ \Rightarrow \frac{dV}{dt} &= 12t (2t^2 + 1)^2 \\ \Rightarrow \frac{dV}{dt} &= 12 \cdot 1 (2 \cdot 1^2 + 1)^2 = 108 \end{aligned}$$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x+4} - \sqrt{x}]$

- A. 4
B. 2
C. 1
D. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)

E. 0

F. Infinity (Vô số)

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x+4} - \sqrt{x}] &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+4} - \sqrt{x})(\sqrt{x+4} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+4} + \sqrt{x}} \\&= \frac{x+4-x}{\sqrt{x+4} + \sqrt{x}} \\&= \frac{4}{\sqrt{x+4} + \sqrt{x}} \\&= 0\end{aligned}$$

Or: Sử dụng casio nhập $\sqrt{x+4} - \sqrt{x}$ với $x = 10^{20}$

3. Let a be a nonzero number. Find the (3,2)-entry of A^{-1} for $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ a & a+1 & a+2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(Giả sử a là một số khác không. Tìm vị trí (3,2) của A^{-1} với $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ a & a+1 & a+2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$)

A. a

B. $-a$

C. -1

D. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)

E. 1

$$\det A = a \cdot [(a+1) - (a+2)] = -a$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{Cof} A = \frac{1}{-a} \cdot (-1) \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$$

Cách 2: Sử dụng casio cho a bằng nhiều số khác 0 nhập vào ma trận. Sử dụng chức năng tìm ma trận nghịch đảo, ta luôn thấy vị trí (3, 2) luôn bằng 1

Cách 3:

No.

Date

3)

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} a & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & a+1 & a+2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - R_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} a & a+1 & a+2 & 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_2 - R_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} a & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & a+2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 - \frac{1}{a}R_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} a & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & a+2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{a} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_3(a+1) - R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} a & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & a+2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{a} & -1 & a+1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} a & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & a+2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{a} & 1 & -(a+1) \end{array} \right)$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & a+2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{a} & 1 & -(a+1) \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{a+2}{a+1} & -\frac{1}{a+1} & \frac{1}{a+1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{a} & 1 & -(a+1) \end{array} \right)$$

The entry $(3,2) = 1$ (Do R_2 không ảnh hưởng đến R_3)

4. Given $f(u) = \sqrt[3]{u}$, $g(x) = 1+2x^3$, find $(f \circ g)'(-1)$

(Cho $f(u) = \sqrt[3]{u}$, $g(x) = 1+2x^3$, tìm $(f \circ g)'(-1)$)

A. $2/3$

B. $2/9$

C. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)

D. -2

E. 2

$$\begin{array}{l}
 (f \circ g)'(-1) = f'(g(-1)) \cdot g'(-1) \\
 = f'(-1) \cdot 6 \\
 = \frac{1}{3} \cdot 6 \\
 = 2
 \end{array}
 \quad \left| \quad
 \begin{array}{l}
 g(-1) = 1 + 2 \cdot (-1)^3 \\
 = -1 \\
 g'(x) = 6x^2 \\
 \rightarrow g'(-1) = 6 \\
 f'(u) = \frac{1}{3} u^{-\frac{2}{3}} \\
 f'(-1) = \frac{1}{3} \cdot (-1)^{-\frac{2}{3}} \\
 = \frac{1}{3}
 \end{array}
 \right.$$

Cách 2:

$$(f \circ g)'(x) = f(g(x))' = (\sqrt[3]{1 + 2x^3})' = \frac{2x^2}{(\sqrt[3]{1 + 2x^3})^2}$$

$$(f \circ g)'(-1) = \frac{2(-1)^2}{(\sqrt[3]{1 + 2(-1)^3})^2} = 2$$

5. Let $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ be a linear transformation for which we know that $L \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$,

$$L \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}, L \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}. \text{ Find } L \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

(Gọi $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ là một phép biến đổi tuyến tính mà chúng ta biết rằng $L \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, L \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}, L \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}. \text{ Tìm } L \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

A. $[(8, -1)]$

B. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)

C. $[(12, 7)]$

D. $[(7, 12)]$

E. $[(-4, 8)]$

$$5) \quad L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad L\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad L\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} &= L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + L\left(-2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) + L\left(3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) \\ &= L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 2L\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3L\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - 2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 \\ -2 - 2 \cdot (-3) + 3 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 12 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Cách 2:

$$L \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} = a \cdot L \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + b \cdot L \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c \cdot L \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 1 = a \\ -2 = b \\ 3 = c \end{cases}$$

$$L \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} = 1 \cdot L \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 2 \cdot L \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 3 \cdot L \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$L \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix} + 3 \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

6. If a ball is thrown into the air with a velocity of 45 ft/s, its height in feet after t seconds is given by $y = 45t - 15t^2$. Find the instantaneous velocity when $t = 4$

(Nếu một quả bóng được ném vào không khí với vận tốc 45 ft / s thì độ cao tính bằng feet của nó sau t giây là $y = 45t - 15t^2$. Tìm vận tốc tức thời khi $t = 4$)

A. -45 ft/s

B. -75 ft/s

C. 75 ft/s

D. 45 ft/s

E. 15 ft/s

F. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)

$$h = 45t - 15t^2, v = 45 \frac{ft}{s}$$

$$h' = v = 45 - 30t$$

$$t = 4 \rightarrow v = 45 - 30 * 4 = -75 \frac{ft}{s}$$

Dấu âm thể hiện cho phương hướng xuống -> $v = 75$ ft/s

7. Let $\{X, Y, Z\}$ be an independent set of vectors. Which of the following set are also independent?

(i) $\{X - Y + Z, X + Y, 2X + Z\}$

(ii) $\{X + 2Y, Y + 2Z, Z + 2X\}$

Cho $\{X, Y, Z\}$ là một tập các vector độc lập. Tập hợp nào sau đây cũng độc lập?

(i) $\{X - Y + Z, X + Y, 2X + Z\}$

(ii) $\{X + 2Y, Y + 2Z, Z + 2X\}$

A. (ii)

B. (i)

C. both

D. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)

Câu 7:

$$\text{Cho } a_1(X - Y + Z) + a_2(X + Y) + a_3(2X + Z) = 0$$

$$\Leftrightarrow X(a_1 + a_2 + 2a_3) + Y(a_2 - a_1) + Z(a_1 + a_3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 + 2a_3 = 0 \\ a_2 - a_1 = 0 \\ a_1 + a_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a_1 = a_2 = -a_3$$

\Rightarrow Vô phụ thuộc tuyến tính

$$\text{Cho } a_1(X + 2Y) + a_2(Y + 2Z) + a_3(Z + 2X) = 0$$

$$\Leftrightarrow X(a_1 + 2a_3) + Y(2a_1 + a_2) + Z(2a_2 + a_3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + 2a_3 = 0 \\ 2a_1 + a_2 = 0 \\ 2a_2 + a_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a_1 = a_2 = a_3 = 0$$

\Rightarrow Vô độc lập tuyến tính \Rightarrow (A)

8. Find the minimum of the product of two numbers with property that the first is 2 less than twice the second

Tìm tích nhỏ nhất của 2 số biết rằng số thứ nhất nhỏ hơn 2 so với 2 lần số thứ 2

A. -1/2

B. 1/2

C. -1

D. 1

E. None of other choices is correct (Không có phương án nào đúng)

Giải: The first is 2 less than twice the second. Câu này có nghĩa là

Số thứ nhất: $2x - 2$

Số thứ hai: x

Tích của 2 số: $(2x - 2)x = 2x^2 - 2x$

Ta có: $y = 2x^2 - 2x$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b}{2a} = -\frac{(-2)}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Thế x mới tìm được vào số thứ 1 và 2:

Số thứ nhất: $2x - 2 = -1$

Số thứ hai: $x = \frac{1}{2}$

\Rightarrow Cực tiểu của tích 2 số có giá trị là $-1 \cdot \frac{1}{2}$

9. Find an equation for the plane passing through $P(1, 3, -1)$ and perpendicular to the vector $(2, 1, -1)$

(Tìm phương trình mặt phẳng đi qua $P(1, 3, -1)$ và vuông góc với vector $(2, 1, -1)$)

A. $x - y - 2z = 0$

B. All of other choices is correct (Tất cả phương án trên đều đúng)

C. $2(x-1) + (y-3) - (z+1) = 0$

D. $(x-2) + 3(y-1) - (z+1) = 0$

$$P(1, 3, -1)$$

$$\vec{n}(2, 1, -1)$$

$$\begin{aligned} \text{Equation : } & 2(x-1) + 1(y-3) + (-1)(z-(-1)) \\ & = 2(x-1) + (y-3) - (z+1) \end{aligned}$$

10. Find the value of $\int_1^2 x \ln x \, dx$

(Tìm giá trị của $\int_1^2 x \ln x \, dx$)

A. $2\ln 2 + 3/4$

B. $2\ln 2 + C$

C. None of other choices is correct

D. $2\ln 2 + 1/4$

E. $2\ln 2 - 3/4$

$$\begin{cases} u = \ln x \\ du = \frac{1}{x} dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 x \ln x \, dx &= \left. \frac{x^2}{2} \ln x \right|_1^2 - \int_1^2 \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \, dx \\ &= \left. \frac{x^2}{2} \ln x \right|_1^2 - \left. \frac{x^2}{4} \right|_1^2 \\ &= 2 \ln 2 - \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Cách 2: Sử dụng casio tính $\int_1^2 x \ln x \, dx$ sau đó trừ cho từng đáp án

Q11. How many solutions would a homogeneous system of linear equations of 10 equations and in 5 variables have? (Một hệ phương trình tuyến tính thuần nhất gồm 10 phương trình và 5 biến có bao nhiêu nghiệm?)

Bởi vì số phương trình > số ẩn số (biến). Chúng ta không đủ căn cứ để đưa ra kết luận, chúng ta cần thêm thông tin như hạng của ma trận.

A. There is not enough information to conclude

B. No solution

C. Unique solution

D. 5 solution

E. Infinitely many solutions

12. Find X such the set

$\{[2 \ x \ -1], [2 \ 0 \ 1]^T, [0 \ 1 \ 2]^T\}$

Is independent.

Tìm X sao cho các tập $\{[2 \ x \ -1], [2 \ 0 \ 1]^T, [0 \ 1 \ 2]^T\}$ là độc lập.

A. 2

B. -1

C. All numbers but -1 (Tất cả các số trừ -1)

D All numbers but 2 (Tất cả các số trừ 2)

E None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

Ta có : $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ x & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \gg$ lấy $c_2 - c_1 \gg \begin{pmatrix} z & 0 & 0 \\ x & -x & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Tìm $\det A$ ta được : $2 * 2 * c_{11} * |-2x - 2| \neq 0$

$$\Leftrightarrow -4x - 4 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq -1$$

13. $A = \text{Let } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Find $B - 2A^T$.

Cho $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Tìm $B - 2A^T$

(i) $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

A. (i)

B. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

C. (ii)

D. (iii)

$$\begin{aligned} B - 2A^T &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}^T \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

14. Which of the following is convergent?

(Điểm nào sau đây là hội tụ?)

(i) $\int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^5} dx$

(ii) $\int_0^{\infty} e^{7x} dx$

- A. (i)
- B. (i) and (ii)
- C. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)
- D. (ii)

Xét $\int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^5} dx = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_1^R \frac{\sin^2 x}{x^5} dx = 0$ (sử dụng casio)

=> Đây là hàm hội tụ

Xét $\int_0^{\infty} e^{7x} dx = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R e^{7x} dx = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{e^{7x}}{7} \Big|_0^R = \frac{e^{7R}}{7} - \frac{1}{7} = +\infty$

Cho nên dãy số không tồn tại giới hạn tương ứng dần về 0

=> Đây là dãy phân kì

15. Evaluate $\int_1^3 \frac{x^5 - x^{-1}}{x^2} dx$

(Tính $\int_1^3 \frac{x^5 - x^{-1}}{x^2} dx$)

- A. 176/9
- B. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)
- C. 731/36
- D. 704/9
- E. 1403/72

$$\begin{aligned}
&= \int_1^3 \left(\frac{x^5}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx \\
&= \frac{x^4}{4} \Big|_1^3 + \frac{1}{2x^2} \Big|_1^3 \\
&= \frac{3^4}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2} = \frac{176}{9}
\end{aligned}$$

16. How many solutions would a homogeneous system of linear equations of 10 equations have?

(Một hệ phương trình tuyến tính thuần nhất gồm 10 phương trình có bao nhiêu nghiệm?)

- A. There is not enough information to conclude (Không có đủ thông tin để tính)
- B. No solution (Không có nghiệm)
- C. Unique solution (Có 1 nghiệm duy nhất)
- D. 5 solutions (Có 5 nghiệm)
- E. Infinitely many solutions (Có vô số nghiệm)

17. If $\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} = 2$, compute

$$\text{Det} \begin{bmatrix} -p & -q & -r \\ 2p + a & 2q + b & 2r + c \\ p + 3x & q + 3y & r + 3z \end{bmatrix}$$

(Nếu $\begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix} = 2$, Tính

$$\text{Det} \begin{bmatrix} -p & -q & -r \\ 2p + a & 2q + b & 2r + c \\ p + 3x & q + 3y & r + 3z \end{bmatrix})$$

- A. 6
- B. 3
- C. -6
- D. None of other choices is true (Không có đáp án nào đúng)

E. -3

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 2$$

$$\begin{vmatrix} -p & -q & -r \\ 2p+a & 2q+b & 2r+c \\ p+3x & q+3y & r+3z \end{vmatrix} \xrightarrow[r_3=r_3+r_1]{r_1=r_2+2r_1} \begin{vmatrix} -p & -q & -r \\ a & b & c \\ 3x & 3y & 3z \end{vmatrix}$$

$$= -3 \begin{vmatrix} p & q & r \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

$$= 3 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

$$= 3 \cdot 2$$

$$= 6$$

18. If $1 \leq f(x) \leq x^2 + 6x - 6$ for all x , find the limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

(Cho $1 \leq f(x) \leq x^2 + 6x - 6$ với mọi x , tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$)

A. 1

B. 0

C. -2

D. None of the choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

E. -1

F. 2

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 6x - 6 = 1$$

$$1 \leq f(x) \leq 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 1$$

19. Use Newton's method with the initial approximation $x_1 = 1$ to find x_3 of the following equation

$$\sin x = x^2 - 1$$

(Sử dụng phương pháp của Newton với xấp xỉ ban đầu $x_1 = 1$ để tìm x_3 của phương trình sau

$$\sin x = x^2 - 1)$$

- A. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)
- B. 1.256
- C. 1.009
- D. 1.009
- E. 1.004

$$f(x) = \sin x - x^3 + 1$$

$$f'(x) = \cos x - 3x^2$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1 - \frac{\sin 1 - 1^3 + 1}{\cos 1 - 3 \cdot 1^2} \approx 1,009$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \approx 1,004$$

20. Evaluate $\int \frac{t^3}{\sqrt[4]{3+t^4}} dt$

(Tính $\int \frac{t^3}{\sqrt[4]{3+t^4}} dt$)

(i) $(1/4)(3 + t^4)^{3/4} + C$

(ii) $3(3 + t^4)^{3/4} + C$

(iii) $(1/3)(3 + t^4)^{3/4} + C$

(iv) $4(3 + t^4)^{3/4} + C$

A.(iv)

B.(ii)

C. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

D. (iii)

E. (i)

$$u = t^4 + 3 \Rightarrow du = 4t^3 du$$

$$\Rightarrow \int \frac{du}{\sqrt[4]{u} \cdot 4} = \frac{1}{4} \int \frac{1}{\sqrt[4]{u}} du$$

$$= \frac{1}{4} * \frac{u^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{4}} + C$$

$$= \frac{u^{3/4}}{3} + C$$

Thay $u = t^4 + 3$ ta được

$$\frac{1}{3}(t^4 + 3)^{3/4} + C$$

21. Find $y'(0)$ if $2y + x^2y^3 - 4x = 0$

(Tính $y'(0)$ với $2y + x^2y^3 - 4x = 0$)

A. -2

B. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

C. 2

D. 0

E. 1

F. -1

$$y = \frac{4x - x^2y^3}{2} = 2x - \frac{1}{2}(x^2y^3)$$

$$\Rightarrow y' = 2 - \frac{1}{2}(2xy^3 + 3y^2x^2)$$

$$y'(0) = 2$$

$$\text{Cách 2: } f'(y) = -\frac{F'(x)}{F'(y)} = -\frac{2xy^3 - 4}{2 + 3y^2x^2}$$

$$= f'(0) = -\frac{-4}{2} = 2$$

22. Find all solutions of the following system of linear equations :

(Tìm tất cả các nghiệm của hệ phương trình tuyến tính sau:)

$$\begin{cases} x - y - z = 3 \\ -x - y + z = -1 \end{cases}$$

A. $x = t - 2, y = -1, z = t$

B. $x = t, y = -1, z = t - 2$

C. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

D. $x = 8, y = 4, z = 1$

$$\begin{cases} x - y - z = 3 \\ -x - y + z = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y = 2 \\ x - y - z = 3 \\ -x - y + z = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x - z = 2 \\ -x + z = -2 \end{cases}$$

Đặt $x = t \Rightarrow z = t - 2$

23. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$. Find the (2;1)-entry of $A(2A^T - I_2)$

Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$. Tìm vị trí (2;1) của $A(2A^T - I_2)$

A. 1

B. 3

C. 2

D. 0

E. -1

$$A = (2a^t - I_2)$$

$$= 2 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow (2,1) = 2$$

24. Find the derivative of the following function :

(Tìm đạo hàm của hàm số sau:)

$$g(x) = \int_x^6 e^{\sin t} (\cos t^2 - 2) dt$$

(i) $e^{\sin(6-x)} (\cos(6-x)^2 - 2)$

(ii) $e^{\sin x} (\cos x^2 - 2)$

(iii) $-e^{\sin x} (\cos x^2 - 2)$

(iv) $-e^{\sin(6-x)} (\cos(6-x)^2 - 2)$

24)

$$\frac{d}{dx} \int_{g(x)}^{f(x)} h(t) dt = h(f(x)) f'(x) - h(g(x)) g'(x)$$

$$h(t) = e^{\sin t} (\cos^2 t - 2)$$

$$g(x) = x$$

$$f(x) = 6$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} \int_x^6 e^{\sin t} (\cos^2 t - 2) = h(6) \cdot \frac{d}{dx} (6) - h(x) \cdot (x')$$

$$= 0 - e^{\sin x} \cdot (\cos^2 x - 2) \cdot 1$$

$$= -e^{\sin x} \cdot (\cos^2 x - 2)$$

A. (iii)

B. None of the other choices is correct

C. (i)

D. (ii)

25. Find the value of t for which the following system is consistent

(Tìm giá trị của t để hệ thức sau là tương thích)

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ tx + y = t \\ (1 + t)x + 2y = 3 \end{cases}$$

A. $t = 2$

B. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

C. $t = 3$

D. $t = -2$

E. $t = -3$

$$\begin{cases} x + y = 1 & (1) \\ tx + y = t & (2) \\ (1+t)x + 2y = 3 & (3) \end{cases}$$

$$(2) = (1-2) \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ (1-t)x = 1-t \\ (1+t)x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \\ (1+t) \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

26. Determine whether U is a subspace of \mathbb{R}^3

(i) $U = \{[0, 1, s]^T : s \in \mathbb{R}\}$

(ii) $U = \{[0, a, b]^T : a, b \in \mathbb{R}\}$

(iii) $U = \{[a, b, a+1]^T : a, b \in \mathbb{R}\}$

(Xác định xem U có phải là không gian con của \mathbb{R}^3)

A. (ii)

B. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

C. (i)

D. (iii)

Giải: xét (i) không thỏa điều kiện 2 ($w+v$)

xét (iii) không thỏa điều kiện 2 ($w+v$)

Xét (ii) thỏa 3 điều kiện

27. Given three vector u, v, w : $u = [1, 2, 3]^T, v = [0, 1, a]^T, w = [0, 2, 5]^T$. Find all possible values of a such that the volume of the parallelepiped by u, v, w is 7
(Cho 3 vector u, v, w . Tìm tất cả các giá trị có thể có của a sao cho thể tích của khối bình hành theo u, v, w là 7)

- A. -1 and 6
- B. -1 and -6
- C. 1 and -6
- D. 1 and 6

27)

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Volume of the parallelepiped :

1) $V = u \cdot (v \cdot w)$

$$v \cdot w = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = i(5-2a) - j \cdot 0 + k \cdot 0$$

$$= 5i - 2ai$$

$$(5-2a, 0, 0)$$

$$u \cdot (v \cdot w) = 1(5-2a) + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 7 \Rightarrow \boxed{a = -1}$$

2) $V = (u \cdot v) w$

$$u \cdot v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix} = i(2a-3) - j(a) + k(1)$$

$$= 2ai - 3i - ja + k$$

$$(2a-3, -a, 1)$$

$$(u \cdot v) \cdot w = (2a-3) \cdot 0 - 2a + 5 = 7 \Rightarrow \boxed{a = -1}$$

3) $V = v(u \cdot w)$

$$u \cdot w = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = i(4) - j(5) + k(2)$$

$$(4, -5, 2)$$

$$v \cdot (u \cdot w) = 4 \cdot (0) - 5 \cdot 1 + 2 \cdot a = 7 \Rightarrow \boxed{a = 6}$$

28. Find the unit vector with the same direction in the vector $u = (4,3)$

(Tìm vectơ đơn vị cùng phương trong vectơ $u = (4,3)$)

A. $(4/7, 3/7)$

B. $(4/3, 1)$

C. (0.4 , 0.3)

D. (1 , 3/4)

E. (0.8 , 0.6)

F. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

$$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\vec{u}_v = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{1}{5} * [4, 3]$$
$$= \left[\frac{4}{5}, \frac{3}{5} \right]$$

29. Let (X, Y, Z) be an independent set of vector. Which of the following sets are also independent?

(i) (X + Y + Z, X + Y, 2X + Z)

(ii) (X + 2Y, Y + 2Z, Z + 2X)

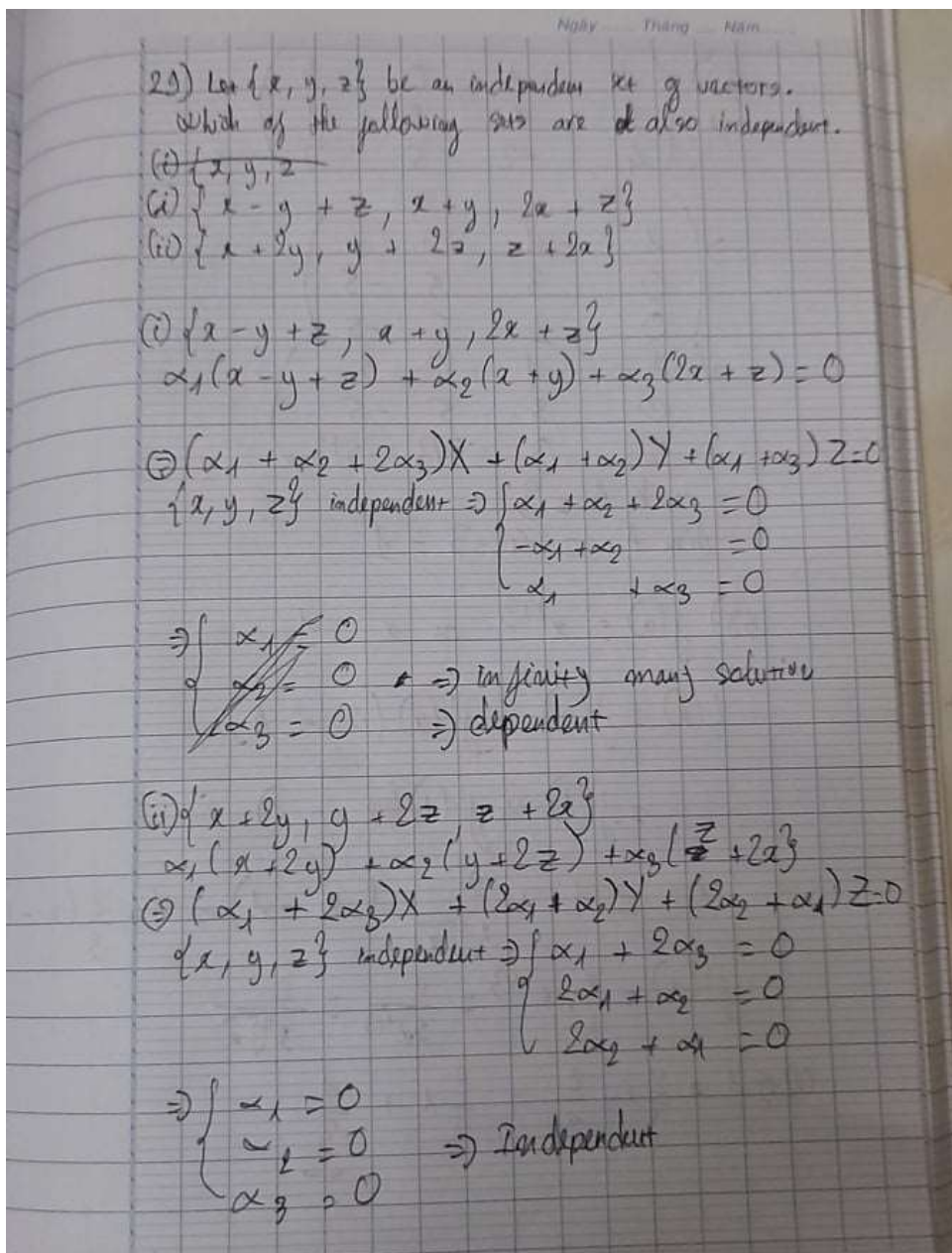
(Cho (X, Y, Z) là một tập vector độc lập. Tập hợp nào sau đây cũng độc lập?)

A. (ii)

B. (i)

C. (i) and (ii)

D. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)



30. Assume that the set

$\{[1, 0, 1], [-2, 1, 2], [1, a, b]\}$ is orthogonal. Find a.

(Giả sử rằng tập hợp $\{[1, 0, 1], [-2, 1, 2], [1, a, b]\}$ là trực giao. Tìm a.)

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

$$30) \quad v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \end{pmatrix}$$

v_1, v_2, v_3 orthogonal

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_1 \cdot v_2 = 0 \\ v_2 \cdot v_3 = 0 \\ v_1 \cdot v_3 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \cdot (-2) + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 0 \\ -2 \cdot 1 + 1 \cdot a + 2b = 0 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot a + 1 \cdot b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$$

31. Simplify the quotient $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ for $f(x)=x^3$

Đơn giản hóa thương số $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ cho $f(x)=x^3$

(i) $3x^2 + 3xh + h^2$

(ii) $3x^2 - 3xh + h^2$

(iii) $-3x^2 - 3xh + h^2$

(iv) $3x^2 + 3xh + 3h^2$

A. (iii)

B. (i)

C. (iv)

D. None of other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

E. (ii)

$$f(x) = x^3$$

$$\Rightarrow \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$

$$= \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h}$$

$$= 3x^2 + 3xh + h^2$$

32. Let : $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 1 \\ 4 & -2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$. Find $\dim(\text{null}A)$

Cho : $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 1 \\ 4 & -2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ tìm $\dim(\text{null}A)$

A. 1

B. 4

C. 3

D. 2

No. _____
Date _____

32,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 7 \\ 4 & -2 & 5 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 = R_2 - 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 5 & -5 \\ 4 & -2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_3 = R_3 - 4R_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 5 & -5 \\ 0 & 2 & 5 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 = \frac{2}{3}R_2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 5 & -5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{3} & -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

$\dim(\text{col } A) = \text{rank} = 3 \Rightarrow \dim(\text{null } A) = 1$

$$\dim(\text{null } A) = n - r = 4 - 3 = 1$$

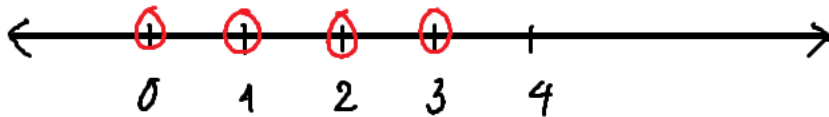
33. Approximate the area under the graph of $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ over the interval $[0, 4]$ using 4 subintervals and left endpoints.

(Tính gần đúng diện tích bên dưới đồ thị của $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ trong khoảng thời gian $[0, 4]$ bằng cách sử dụng 4 khoảng thời gian con và điểm cuối bên trái.)

- A. 50
- B. 83
- C. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)
- D. 47
- E. 54

$$f(x) = x^3 + x^2 + 1$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{4-0}{4} = 1$$

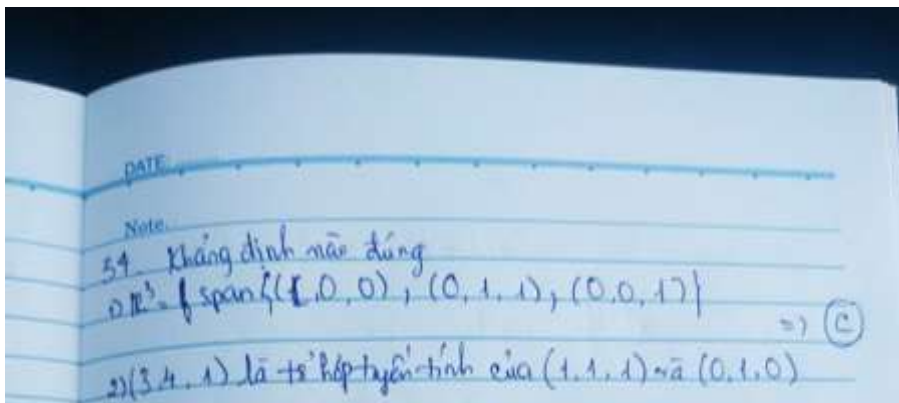


$$\begin{aligned} A = L_n &= 1 \cdot [f(0) + f(1) + f(2) + f(3)] \\ &= 1 \cdot (1 + 3 + 13 + 37) \\ &= 54 \end{aligned}$$

Q34. Which of the following statements are true?

(i) $\mathbb{R}^3 = \text{Span}\{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$

(ii) $(3, 4, 1)$ is a linear combination of $(1, 1, 1)$ and $(0, 1, \dots)$



35. Find the absolute maximum and absolute minimum values of

$$f(x) = 4x^2 - 5x^3 \text{ on } [0, 5]$$

(Tìm giá trị lớn nhất tuyệt đối và giá trị nhỏ nhất tuyệt đối của $f(x) = 4x^2 - 5x^3$ trên $[0, 5]$)

A. Absolute maximum: 256/675, absolute minimum: 0
(Giá trị lớn nhất: 256/675, giá trị nhỏ nhất: 0)

B. Absolute maximum: 256/675, absolute minimum: -525

(Giá trị lớn nhất: $256/675$, giá trị nhỏ nhất: -525)

C. Absolute maximum, absolute minimum: -525

(Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất: -525)

D. None of the other choices is correct

(Không có đáp án nào đúng)

E. Absolute maximum: $256/135$, absolute minimum: 0

(Giá trị lớn nhất: $256/135$, giá trị nhỏ nhất: 0)

giải: $f(x) = 4x^2 - 5x^3 \Rightarrow f'(x) = 8x - 15x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{8}{15}, x_2 = 0$

kiểm tra min max: $\begin{cases} f''(\frac{8}{15}) = -8 < 0 \Rightarrow \text{Max} \\ f''(0) = 8 > 0 \Rightarrow \text{min} \end{cases}$ thay x_1, x_2 vào $f(x)$

được: $\begin{cases} \text{max} = 256/675 \\ \text{min} = 0 \end{cases}$

Cách 2:

35/ Tìm các giá trị lớn nhất và GTNN của

$$f(x) = 4x^2 - 5x^3$$

$$f'(x) = -15x^2 + 8x$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{15}$$

$$x = 0$$

x	0	$\frac{8}{15}$
y	0	$+\frac{256}{675}$

$$\Rightarrow \text{GT LN: } \frac{256}{675}$$

$$\text{GTNN: } 0$$

\Rightarrow (A)

36. Find the (2,2)-entry of the matrix A that satisfies

Tìm vị trí (2,2) của ma trận A thỏa mãn

$$(A^T - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- A. 1
- B. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)
- C. 3
- D. -1
- E. 4

36 .

$$X = (A^T - 2I)$$

$$|X|^{-1} = \frac{1}{|X|}$$

$$\Rightarrow |X| = 1$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T - 2I = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \textcircled{4} \end{bmatrix}$$

$$(2,2) - \text{entry} = 4$$

37. Find the distance from the point (1, -2, 3) to the plane $2x - y - z = 0$

(Tìm khoảng cách từ điểm (1, -2, 3) đến mặt phẳng $2x - y - z = 0$)

(i) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(ii) $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

(iii) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(iv) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

A. (i)

- B. (ii)
- C. (iv)
- D. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)
- E. (iii)

$$d = \left| \frac{2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + (-1) \cdot 3}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} \right|$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{6}$$

38. Let $y = ax+b$ be the linear approximation for $f(x) = x^{2/3}$ at $x=1$. Find b

(Gọi $y = ax + b$ là xấp xỉ tuyến tính cho $f(x) = x^{2/3}$ tại $x = 1$. Tìm b)

- A. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)
- B. $-2/3$
- C. $-1/3$
- D. $1/3$
- E. $2/3$

$$\begin{aligned} f(x) &= f(1) + f'(1)(x-1) \\ &= 1^{2/3} + \frac{2}{3} \left(1^{-1/3}\right)(x-1) \\ &= 1 + \frac{2}{3}(x-1) \\ &= \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \\ \Rightarrow a &= \frac{2}{3}, \quad b = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

39. Let: $\int_1^6 f(x)dx = 12$, $\int_5^6 f(x)dx = 10$

Find : $\int_1^5 f(x)dx$

Cho $\int_1^6 f(x)dx = 12$, $\int_5^6 f(x)dx = 10$. Tìm: $\int_1^5 f(x)dx$

- A. 22
- B. -22
- C. 0
- D. -2

E. 2

F. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

$$\begin{aligned}\int_1^6 f(x) dx &= \int_1^5 f(x) dx + \int_5^6 f(x) dx \\ \Rightarrow \int_1^5 f(x) dx &= \int_1^6 f(x) dx - \int_5^6 f(x) dx \\ &= 12 - 10 \\ &= 2\end{aligned}$$

40. Find the characteristic polynomial of the matrix

(Tìm đa thức đặc trưng của ma trận)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(i) $x^2 - 4x - 5$

(ii) $x^2 - 4x + 5$

(iii) $x^2 + 4x - 5$

(iv) $x^2 + 4x + 5$

A. (iv)

B. (i)

C. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

D. (iii)

E. (iv)

40)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow xI = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix}$$

$$C_A(x) = \det(xI - A) = \begin{vmatrix} x-2 & -3 \\ -3 & x-2 \end{vmatrix}$$

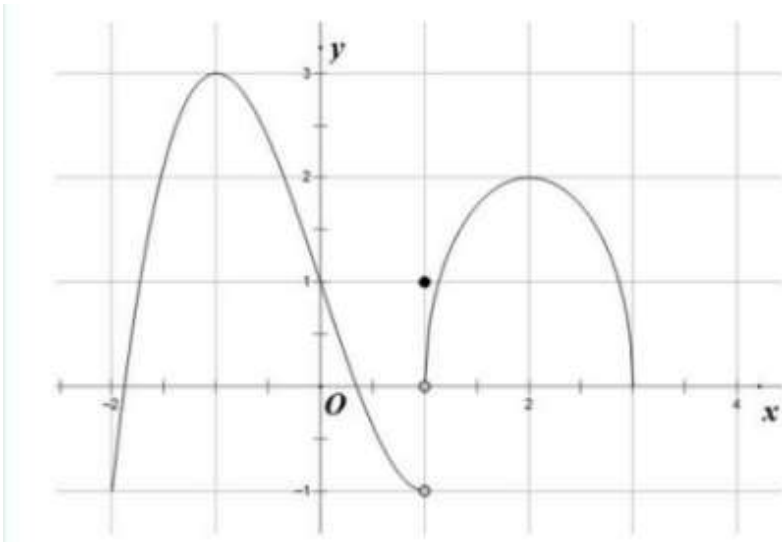
$$\begin{aligned} C_A(x) &= (x-2)^2 - 9 \\ &= x^2 - 4x + 4 - 9 \\ &= x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

41. Q2(FE_MAE101_SPRING2018-1)

The graph of a function f is shown. Find $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Cho đồ thị hàm số f . Tìm giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

- A. 0 B. 1 C. -1 D. Does not exist (Không tồn tại)
- a. D
b. B
c. A
d. C



42. Q34 (FE_MAE101_SPRING2018-2)

The coefficient matrix in a homogeneous system of 15 equations in 19 unknown is known to have rank 8. How many free parameters are there in the general solutions.

(Ma trận hệ số trong một hệ thuần nhất gồm 15 phương trình trong 19 ẩn số đã biết có hạng 8. Có bao nhiêu tham số tự do trong các nghiệm tổng quát)

- A. 11 B. 8 C. 7 D. 4

- a. D
b. A
c. C
d. B

$$\text{General solutions} = \text{unknown} - \text{rank} = 19 - 8 = 11$$

43. A company makes computer chips from square wafers of silicon. It wants to keep the side length of a wafer very close to 22mm. The area is $A(x)$ where x is the length of one side of the square wafer. Find $A'(22)$.

Một công ty sản xuất chip máy tính từ các tấm silicon hình vuông. Nó muốn giữ cho chiều dài cạnh của tấm wafer rất gần với 22mm. Diện tích là $A(x)$ trong đó x là chiều dài của một mặt của tấm wafer hình vuông. Tìm $A'(22)$.

- A. 44
B. 121
C. 22
D. 11
E. None of others (Không có đáp án nào đúng)
F. 484

$$A(x) = x^2$$

$$\Rightarrow A'(x) = 2x$$

$$\Rightarrow A'(22) = 2 \cdot 22 = 44$$

44. Find all points of discontinuity of the function

(Tìm tất cả các điểm gián đoạn của hàm số)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{if } x < -1 \\ 2 & \text{if } -1 \leq x < 2 \\ x^2 - 2 & \text{if } x \geq 2 \end{cases}$$

A. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

B. 2

C. -1 and 2

D. -1

44)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{if } x < -1 \\ 2 & \text{if } -1 \leq x < 2 \\ x^2 - 2 & \text{if } x \geq 2 \end{cases}$$

$$r) \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2x + 1 = 2(-1) + 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$$

$\Rightarrow f(x)$ discontinuous at $x = -1$

$$+) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = x^2 - 2 = 2^2 - 2 = 2$$

$$f(2) = 2$$

$\Rightarrow f(x)$ continuous at $x = 2$

45. Q41 (FE_MAE101_SPRING2018-2)

Let $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Find the (1,2) - entry of A^{-1}

Cho $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Tìm vị trí (1,2) của A^{-1}

A. $\frac{-11}{3}$

B. $\frac{-11}{30}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{-2}{3}$

a. D

b. B

c. A

d. C

$$45) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det A = 3 \cdot (-1)^{2+1} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - 5 \cdot (-1)^{2+3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= -3 \cdot (-5) + 5 \cdot (3)$$

$$= 30$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj } A = \frac{1}{30} \cdot C_{ji}(A)$$

$$= \frac{1}{30} \cdot C_{21}(A)$$

$$= \frac{1}{30} \cdot (-1)^{2+1} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{30} \cdot (-5)$$

$$= \frac{1}{6}$$

46. Let $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ be projection on the line $y = 3x$ followed by projection on the line $y = -x$. Find the $(2,1)$ entry of the matrix of T .

Cho $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ là phép chiếu trên đường thẳng $y=3x$ theo phép chiếu trên đường thẳng $y=-x$. Tìm vị trí $(2,1)$ của ma trận T .

A. $\frac{-3}{10}$

B. $\frac{-1}{10}$

C. $\frac{3}{10}$

D. $\frac{1}{10}$

$$P_m \text{ has matrix } \frac{1}{1+m^2} \begin{bmatrix} 1 & m \\ m & m^2 \end{bmatrix}.$$

Thế $m = 3$ ra đáp án $(2,1) = 3/10$

47. Describe how the graph of $y = f(x - 3) - 2$ is obtained from graph of $y = f(x)$
(Mô tả cách thu được đồ thị của $y = f(x - 3) - 2$ từ đồ thị của $y = f(x)$)

A. Shift 3 units to the right and then shift 2 units downward.

(Qua phải 3 đơn vị và xuống dưới 2 đơn vị)

B. Shift 3 units to the left and then shift 2 units downward.

(Qua trái 3 đơn vị và xuống dưới 2 đơn vị)

C. Shift 3 units to the right and then shift 2 units upward.

(Qua phải 3 đơn vị và lên trên 2 đơn vị)

D. Shift 3 units to the left and then shift 2 units upward.

(Qua trái 3 đơn vị và lên trên 2 đơn vị)

E. None of the other choices is correct.

(Không có đáp án nào đúng)

48. Find the domain of function

$$y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$$

Tìm tập xác định của hàm số: $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$

(i) $x \neq n$, ($n=1,2,3,\dots$)

(ii) $x > 0$, $x \neq n$, ($n=1,2,3,\dots$)

(iii) $x > 0$

A. (ii)

B. None of them (Không có đáp án nào đúng)

C. (i)

D. (iii)

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ \sin \pi x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \pi x \neq \pi \cdot n \end{cases} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq n \end{cases} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

49. Find the intervals on which the function is increasing

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$$

(Hàm số tăng biến khi nào: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$)

A. None of these (Không có đáp án nào đúng)

B. $-1 < x < 2$

C. $x > 2$

D. $x < -1$ or $x > 2$

E. $x < -1$

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$$

$$f'(x) = 0 \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	$+$
$f(x)$		\nearrow	\searrow	\nearrow

Increasing: $x < -1 \cup x > 2$

50. Use the Trapezoidal Rule with $n = 5$ steps to approximate the integral
(Sử dụng Quy tắc Hình thang với $n = 5$ bước để tính gần đúng tích phân:)

$$\int_1^6 f(x) dx$$

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3.2	1.6	2.4	3.8	4.4	1.3

A. 14.45

B. 28.90

C. 31.1

D. 15.55

E. None of the other choices is correct (Không có đáp án nào đúng)

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{6-1}{5} = 1$$

$$\int_1^6 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 1 [f(1) + 2f(2) + 2f(3) + 2f(4) + 2f(5) + f(6)]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (3,2 + 2 \cdot 1,6 + 2 \cdot 2,4 + 2 \cdot 3,8 + 2 \cdot 4,4 + 1,3)$$

$$= 14,45$$