머신러닝/딥러닝을 위한

# 수치미분

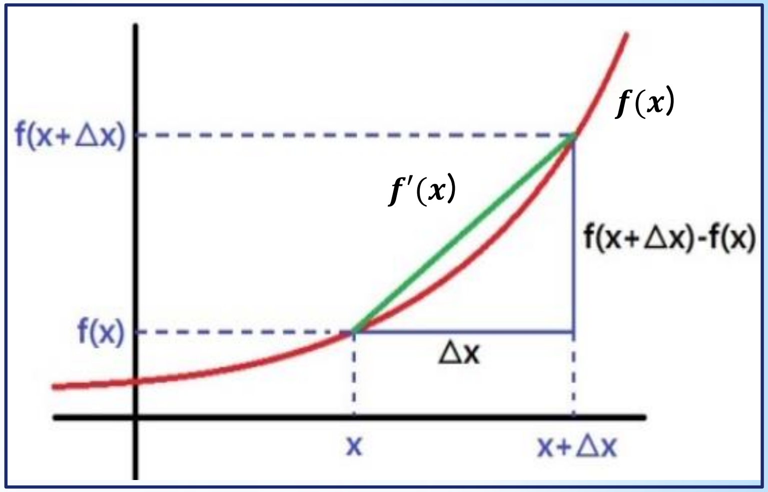
## - 미분 • 편미분 • 체인룰-

# 미분 – derivative

미분을 왜 하는가 ? 미분으로 얻을 수 있는 인사이트 ?

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

f(x) 를 미분하라



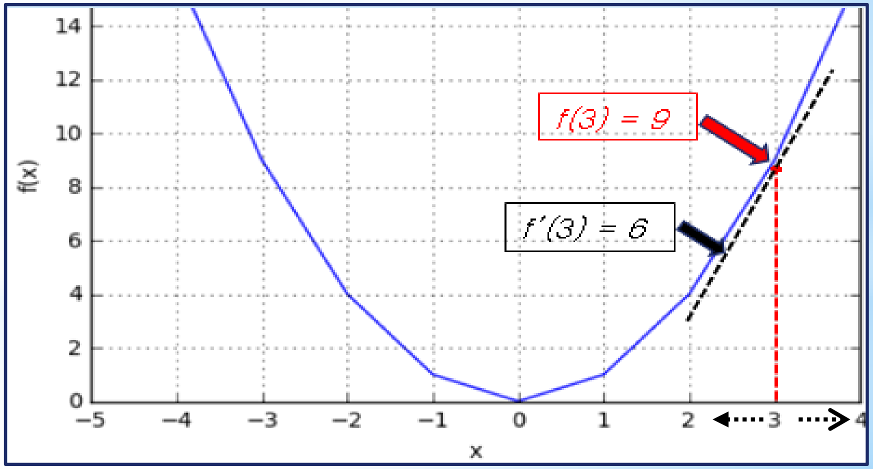

[예] 함수 $f(x) = x^2$ 일 경우, 미분 $f'(x) = 2x$

$f(3) = 9$ 해석

=>

$f'(3) = 6$ 해석

=>




이미지출처(재구성): https://blog.naver.com/mykepzzang

# 미분 – derivative

- 머신러닝 / 딥러닝에서 자주 사용되는 함수의 미분

$f(x)$ = 상수 $\Rightarrow$ $f'(x) = 0$

$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$

$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

$f(x) = e^{-x} \Rightarrow f'(x) = -e^{-x}$

[예 1] $f(x) = 3x^2 + e^x + 7 \Rightarrow f'(x) = 6x + e^x$

[예 2] $f(x) = \ln x + \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

참고

$\frac{1}{x} = x^{-1}$

# 편미분 – partial derivative

- 편미분은 입력변수가 하나 이상인 다변수 함수에서, 미분하고자 하는 변수 하나를 제외한 나머지 변수들은 상수로 취급하고, 해당 변수를 미분하는 것

  예를들어 $f(x,y)$ 를 변수 $x$ 에 대해 편미분 하는 경우 다음과 같이 나타냄 --> $\boxed{\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}}$

[예1] $f(x,y) = 2x + 3xy + y^3$ , 변수 $x$ 에 대하여 편미분

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial(2x+3xy+y^3)}{\partial x} = 2 + 3y$$

[예2] $f(x,y) = 2x + 3xy + y^3$ , 변수 y 에 대하여 편미분

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial(2x+3xy+y^3)}{\partial y} = 3x + 3y^2$$

[예3] 체중 함수가 '체중(야식, 운동)' 처럼 야식/운동에 영향을 받는 2변수 함수라고 가정할 경우, 편미분을 이용하면 각 변수 변화에 따른 체중 변화량을 구할 수 있음

현재 먹는 야식의 양에서 조금 변화를 줄 경우 체중은 얼마나 변하는가 ? ➡ $\dfrac{\partial \text{체중}}{\partial \text{야식}}$

현재 하고 있는 운동량에 조금 변화를 줄 경우 체중은 얼마나 변하는가 ? ➡ $\dfrac{\partial \text{체중}}{\partial \text{운동}}$

# 연쇄법칙 – chain rule

- 합성함수란 여러 함수로 구성된 함수로서, 이러한 합성함수를 미분하려면 '합성함수를 구성하는 각 함수의 미분의 곱'으로 나타내는 chain rule(연쇄법칙) 이용

| | | | |
|---|---|---|---|
| [합성함수 예1] $f(x) = e^{3x^2}$ | $\Rightarrow$ | 함수 $e^t$ , 함수 $t = 3x^2$ | 조합 |
| [합성함수 예2] $f(x) = e^{-x}$ | $\Rightarrow$ | 함수 $e^t$ , 함수 $t = -x$ | 조합 |

- $f(x) = e^{3x^2}$ 을 chain rule로 미분하는 경우, $t = 3x^2$ 으로 놓으면 $f(x) = e^t$

chain rule 적용(약분 개념)

t = 3x² 대입

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\cancel{\partial t}}\frac{\cancel{\partial t}}{\partial x} = \frac{\partial(e^t)}{\partial t}\frac{\partial(3x^2)}{\partial x} = (e^t)(6x) = (e^{3x^2})(6x) = 6xe^{3x^2}$$

- $f(x) = e^{-x}$ 을 chain rule로 미분하는 경우, $t = -x$ 으로 놓으면 $f(x) = e^t$

chain rule 적용(약분 개념)

t = −x 대입

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\cancel{\partial t}}\frac{\cancel{\partial t}}{\partial x} = \frac{\partial(e^t)}{\partial t}\frac{\partial(-x)}{\partial x} = (e^t)(-1) = (e^{-x})(-1) = -e^{-x}$$