

파이썬(Python)으로 구현하는

오차역전파 (Back Propagation)

- 출력층에서의 오차역전파 공식 -

출력층 오차역전파 (Back Propagation) 공식

은닉층 출력	$A2 = (a_1^{(2)} \quad a_2^{(2)})$
출력층 손실	$loss_3 = \begin{pmatrix} (a_1^{(3)} - t_1^{(3)})a_1^{(3)}(1-a_1^{(3)}) & (a_2^{(3)} - t_2^{(3)})a_2^{(3)}(1-a_2^{(3)}) \end{pmatrix}$

$$\frac{\partial E}{\partial W^{(3)}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E}{\partial w_{11}^{(3)}} & \frac{\partial E}{\partial w_{21}^{(3)}} \\ \frac{\partial E}{\partial w_{12}^{(3)}} & \frac{\partial E}{\partial w_{22}^{(3)}} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (a_1^{(3)} - t_1^{(3)})a_1^{(3)}(1-a_1^{(3)})a_1^{(2)} & (a_2^{(3)} - t_2^{(3)})a_2^{(3)}(1-a_2^{(3)})a_1^{(2)} \\ (a_1^{(3)} - t_1^{(3)})a_1^{(3)}(1-a_1^{(3)})a_2^{(2)} & (a_2^{(3)} - t_2^{(3)})a_2^{(3)}(1-a_2^{(3)})a_2^{(2)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_1^{(2)}(a_1^{(3)} - t_1^{(3)})a_1^{(3)}(1-a_1^{(3)}) & a_1^{(2)}(a_2^{(3)} - t_2^{(3)})a_2^{(3)}(1-a_2^{(3)}) \\ a_2^{(2)}(a_1^{(3)} - t_1^{(3)})a_1^{(3)}(1-a_1^{(3)}) & a_2^{(2)}(a_2^{(3)} - t_2^{(3)})a_2^{(3)}(1-a_2^{(3)}) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_1^{(2)} \\ a_2^{(2)} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} (a_1^{(3)} - t_1^{(3)})a_1^{(3)}(1-a_1^{(3)}) & (a_2^{(3)} - t_2^{(3)})a_2^{(3)}(1-a_2^{(3)}) \end{pmatrix}$$

행렬곱 (dot product)

$$= A2^T \bullet loss_3$$

출력층 가중치 오차역전파 공식

$$\frac{\partial E}{\partial b^{(3)}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E}{\partial b_1^{(3)}} & \frac{\partial E}{\partial b_2^{(3)}} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (a_1^{(3)} - t_1^{(3)})a_1^{(3)}(1-a_1^{(3)}) & (a_2^{(3)} - t_2^{(3)})a_2^{(3)}(1-a_2^{(3)}) \end{pmatrix}$$

$$= loss_3$$

출력층 바이어스 오차역전파 공식

출력층 가중치 $W^{(3)}$ 업데이트

$$W^{(3)} = W^{(3)} - \alpha \frac{\partial E}{\partial W^{(3)}} = W^{(3)} - \alpha \times (A2^T \bullet loss_3)$$

출력층 바이어스 $b^{(3)}$ 업데이트

$$b^{(3)} = b^{(3)} - \alpha \frac{\partial E}{\partial b^{(3)}} = b^{(3)} - \alpha \times loss_3$$