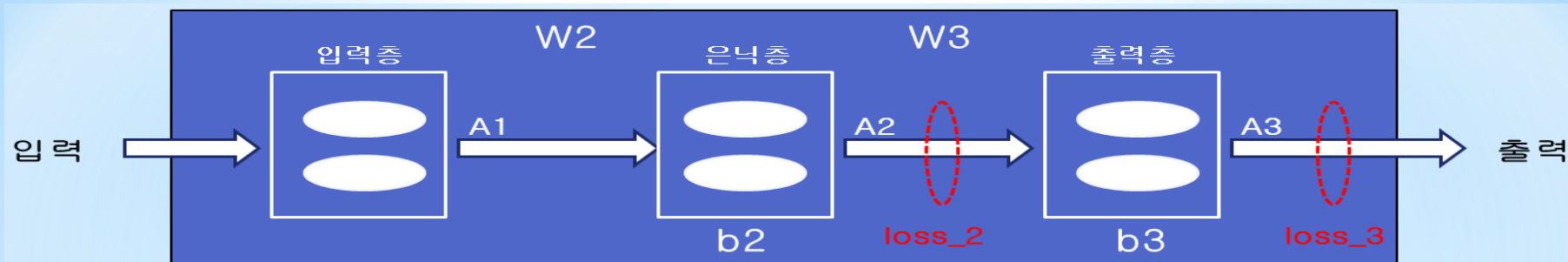


파이썬(Python)으로 구현하는

# 오차역전파

- 은닉층 1개 이상인 일반 신경망 오차역전파 공식 -

## Review - 출력층 • 은닉층 오차역전파 공식



입력층 출력값 (A1)	$A1 = (a_1^{(1)} \ a_2^{(1)})$	은닉층 출력값 (A2)	$A2 = (a_1^{(2)} \ a_2^{(2)})$	출력층 출력값 (A3)	$A3 = (a_1^{(3)} \ a_2^{(3)})$	정답 (Target)	$Target = (t_1^{(3)} \ t_2^{(3)})$
은닉층 손실 (loss_2)	$loss\_2 = (loss\_3 \bullet W3^T) \times A2(1-A2)$			출력층 손실 (loss_3)	$loss\_3 = (A3 - Target) \times A3(1-A3)$		

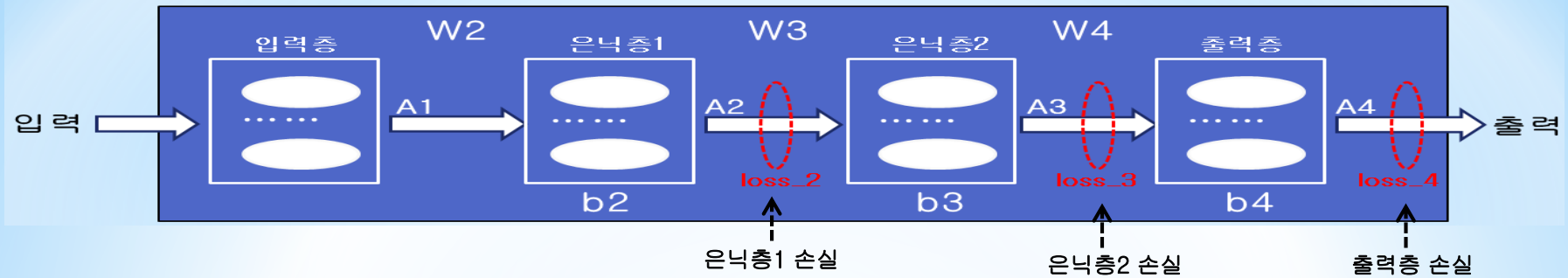
$$W2 = W2 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W2} = W2 - \alpha \times (A1^T \bullet loss\_2)$$

$$b2 = b2 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b2} = b2 - \alpha \times loss\_2$$

$$W3 = W3 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W3} = W3 - \alpha \times (A2^T \bullet loss\_3)$$

$$b3 = b3 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b3} = b3 - \alpha \times loss\_3$$

# 오차역전파 일반 공식 구하는 순서 - 현재층 / 이전층 / 다음층 개념 도입



## ➤ 오차역전파 공식 구하는 순서 (은닉층이 1개인 단순 신경망으로부터 공식 패턴 추출)

[1] 출력층의 출력 값과 정답(Target)을 이용하여, 출력층 손실 계산

$$\text{출력층의 손실} = (\text{출력층출력} - \text{정답}) \times \text{출력층출력}(1 - \text{출력층출력})$$

[2] 은닉층에서의 (가상의) 손실  $loss\_3, loss\_2$  등을 계산할 경우, 현재 층 (current layer) / 이전 층 (previous layer) / 다음 층 (next layer) 개념을 도입하여 동일한 패턴으로 반복 계산

[예] 은닉층2를 현재층(current layer)로 설정한다면, 이전층(previous layer) 은닉층 1 / 다음층(next layer)은 출력층으로 가정함

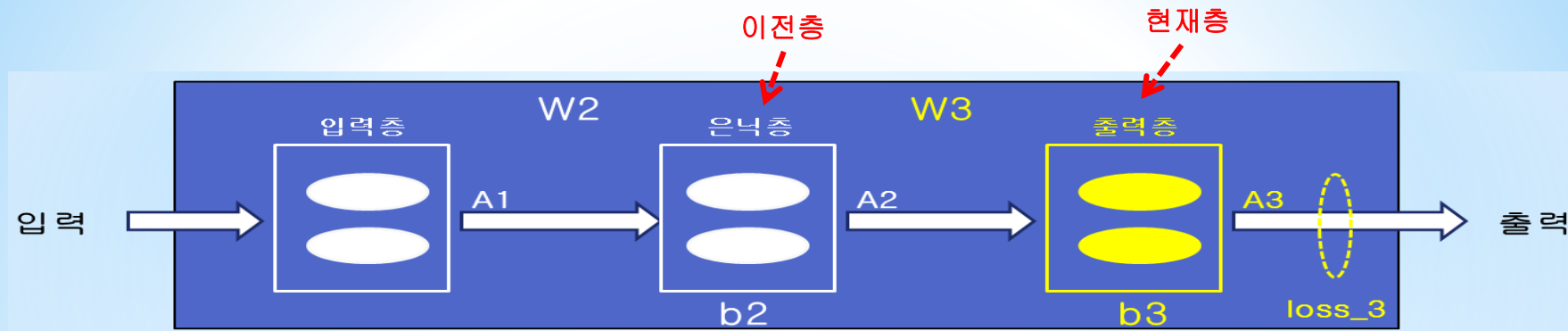
$$\text{은닉층의 현재층 손실} = (\text{다음층 손실} \cdot \text{다음층에 적용되는 가중치} W^T) \times \text{현재층출력}(1 - \text{현재층출력})$$

[3] 계산된 각 층의 출력 값과 손실을 이용하여,

$$\text{현재층의 바이어스 변화율 } \partial E / \partial b = \text{현재층 손실}$$

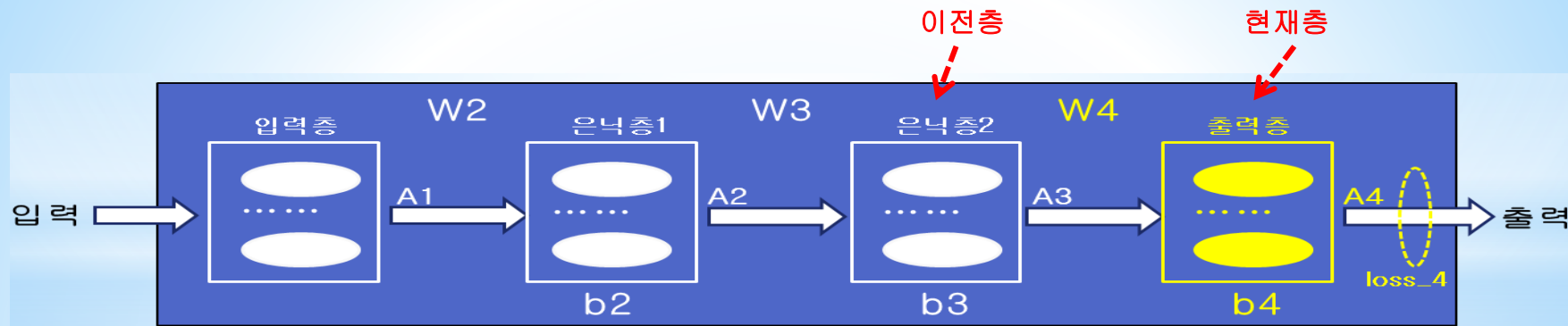
$$\text{현재층에 적용되는 가중치 변화율 } \partial E / \partial W = (\text{이전층 출력})^T \cdot \text{현재층 손실}$$

## 출력층 손실 / 가중치 변화율 / 바이어스 변화율 - 1개의 은닉층을 가진 신경망



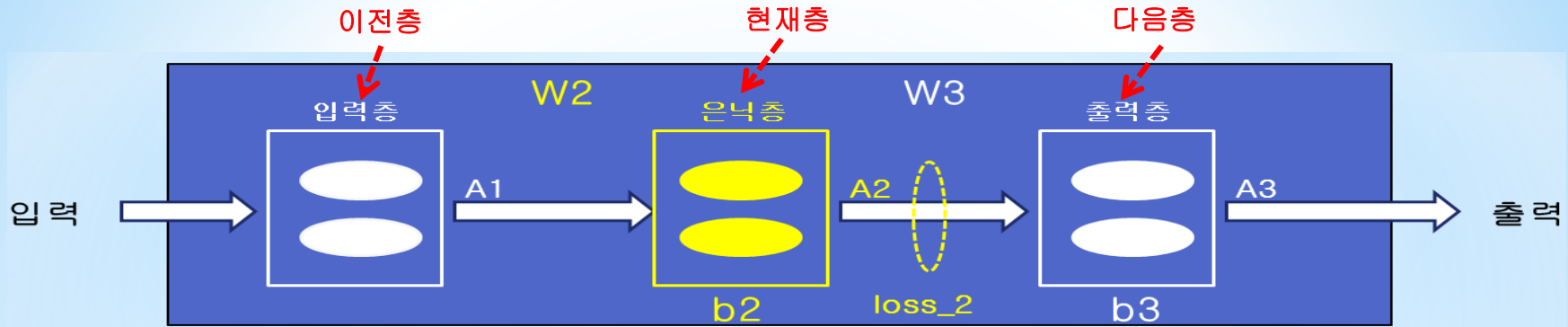
출력층 손실	<p>출력층의 손실 = (출력층출력 - 정답) × 출력층출력(1 - 출력층출력)</p> $loss\_3 = (A3 - Target) \times A3(1-A3)$
가중치 W3 업데이트	<p>현재층에 적용되는 가중치 변화율 <math>\partial E / \partial W = (\text{이전층 출력})^T \cdot \text{현재층 손실}</math></p> $W3 = W3 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W3} = W3 - \alpha \times (A2^T \bullet loss\_3)$
바이어스 b3 업데이트	<p>현재층의 바이어스 변화율 <math>\partial E / \partial b = \text{현재층 손실}</math></p> $b3 = b3 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b3} = b3 - \alpha \times loss\_3$

# 출력층 손실 / 가중치 변화율 / 바이어스 변화율 - 1개 이상의 은닉층을 가진 신경망



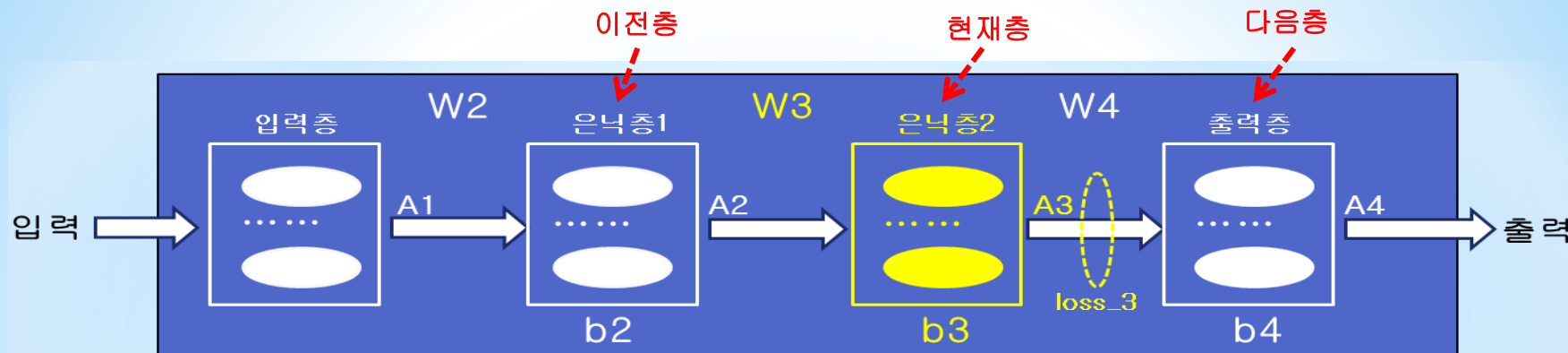
출력층 손실	<p>출력층의 손실 = (출력층출력 - 정답) × 출력층출력(1 - 출력층출력)</p> $loss\_4 = (A4 - Target) \times A4(1-A4)$
가중치 $W4$ 업데이트	<p>현재층에 적용되는 가중치 변화율 <math>\partial E / \partial W = (\text{이전층 출력})^T \cdot \text{현재층 손실}</math></p> $W4 = W4 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W4} = W4 - \alpha \times (A3^T \bullet loss\_4)$
바이어스 $b4$ 업데이트	<p>현재층의 바이어스 변화율 <math>\partial E / \partial b = \text{현재층 손실}</math></p> $b4 = b4 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b4} = b4 - \alpha \times loss\_4$

# 은닉층 손실 / 가중치 변화율 / 바이어스 변화율 - 1개의 은닉층을 가진 신경망



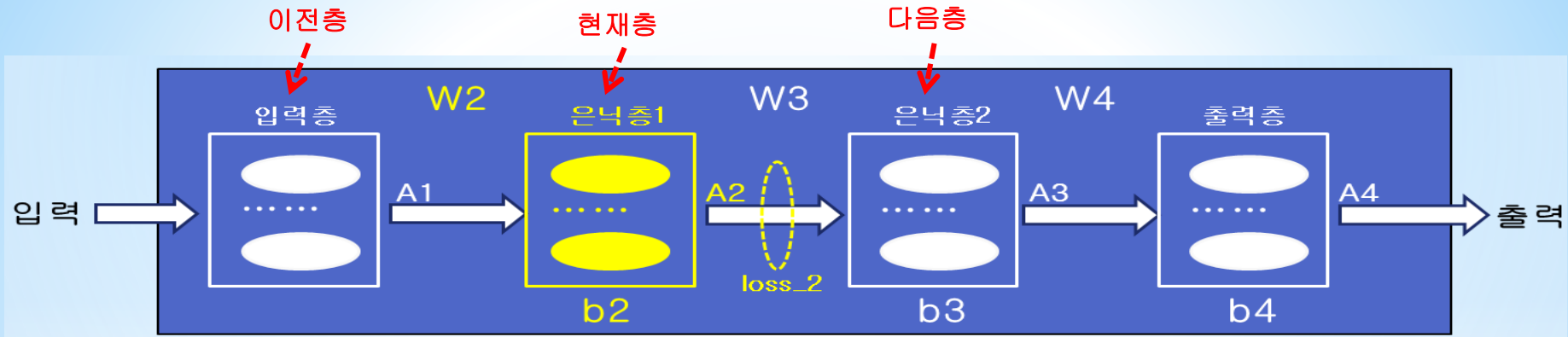
은닉층 손실	<p>은닉층의 현재층 손실 = (다음층 손실 • 다음층에 적용되는 가중치 <math>W^T</math>) × 현재층출력(1 - 현재층출력)</p> $\text{loss\_2} = ( \text{loss\_3} \bullet W3^T ) \times A2(1-A2)$
가중치 W2 업데이트	<p>현재층에 적용되는 가중치 변화율 <math>\partial E / \partial W = (\text{이전층 출력})^T \bullet \text{현재층 손실}</math></p> $W2 = W2 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W2} = W2 - \alpha \times (A1^T \bullet \text{loss\_2})$
바이어스 b2 업데이트	<p>현재층의 바이어스 변화율 <math>\partial E / \partial b = \text{현재층 손실}</math></p> $b2 = b2 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b2} = b2 - \alpha \times \text{loss\_2}$

# 은닉층2 손실 / 가중치 변화율 / 바이어스 변화율 - 1개 이상의 은닉층을 가진 신경망



은닉층2 손실	<p>은닉층의 현재층 손실 = (다음층 손실 • 다음층에 적용되는 가중치 <math>W^T</math>) × 현재층출력(1 - 현재층출력)</p> $\text{loss\_3} = ( \text{loss\_4} \bullet W4^T ) \times A3(1-A3)$
가중치 W3 업데이트	<p>현재층에 적용되는 가중치 변화율 <math>\partial E / \partial W = (\text{이전층 출력})^T \cdot \text{현재층 손실}</math></p> $W3 = W3 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W3} = W3 - \alpha \times (A2^T \bullet \text{loss\_3})$
바이어스 b3 업데이트	<p>현재층의 바이어스 변화율 <math>\partial E / \partial b = \text{현재층 손실}</math></p> $b3 = b3 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b3} = b3 - \alpha \times \text{loss\_3}$

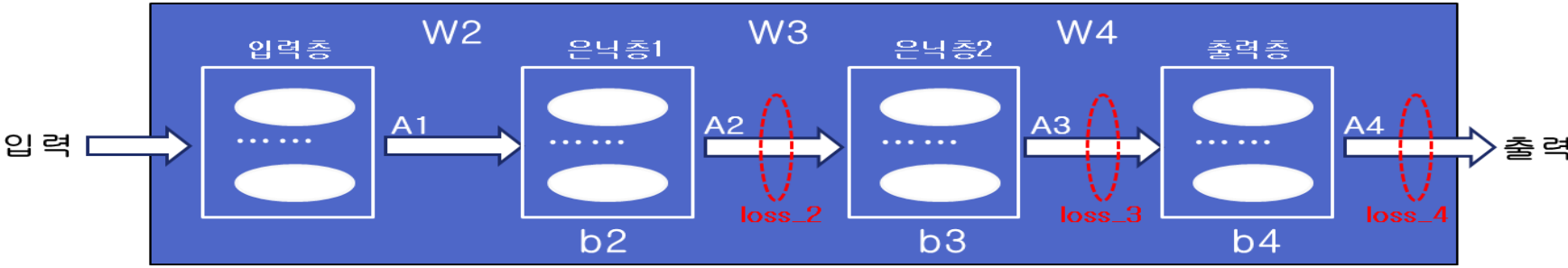
# 은닉층1 손실 / 가중치 변화율 / 바이어스 변화율 - 1개 이상의 은닉층을 가진 신경망



은닉층1 손실	<p>은닉층의 현재층 손실 = (다음층 손실 • 다음층에 적용되는 가중치 <math>W^T</math>) × 현재층출력(1 - 현재층출력)</p> $\text{loss\_2} = ( \text{loss\_3} \bullet W3^T ) \times A2(1-A2)$
가중치 W2 업데이트	<p>현재층에 적용되는 가중치 변화율 <math>\partial E / \partial W = (\text{이전층 출력})^T \bullet \text{현재층 손실}</math></p> $W2 = W2 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W2} = W2 - \alpha \times (A1^T \bullet \text{loss\_2})$
바이어스 b2 업데이트	<p>현재층의 바이어스 변화율 <math>\partial E / \partial b = \text{현재층 손실}</math></p> $b2 = b2 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b2} = b2 - \alpha \times \text{loss\_2}$



# Summary – 오차역전파 일반공식



오차역전파 일반공식

가중치 업데이트	$W4 = W4 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W4} = W4 - \alpha \times (A3^T \bullet loss\_4)$
	$W3 = W3 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W3} = W3 - \alpha \times (A2^T \bullet loss\_3)$
	$W2 = W2 - \alpha \frac{\partial E}{\partial W2} = W2 - \alpha \times (A1^T \bullet loss\_2)$
바이어스 업데이트	$b4 = b4 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b4} = b4 - \alpha \times loss\_4$
	$b3 = b3 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b3} = b3 - \alpha \times loss\_3$
	$b2 = b2 - \alpha \frac{\partial E}{\partial b2} = b2 - \alpha \times loss\_2$