МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №5 по дисциплине Методы вычисления

Ращинского Назара Андреевича
студента 2 курса, 10 группы
специальность «Прикладная Информатика»

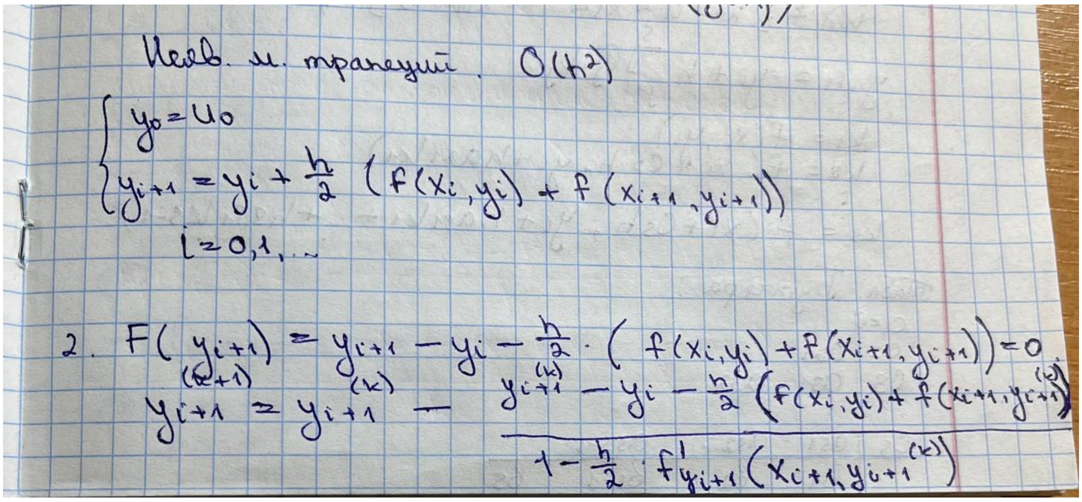
Минск, 2024

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Лабораторная работа по теме «Численные методы решения задачи Коши».

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В ходе работы использовался алгоритмы с практического занятия:



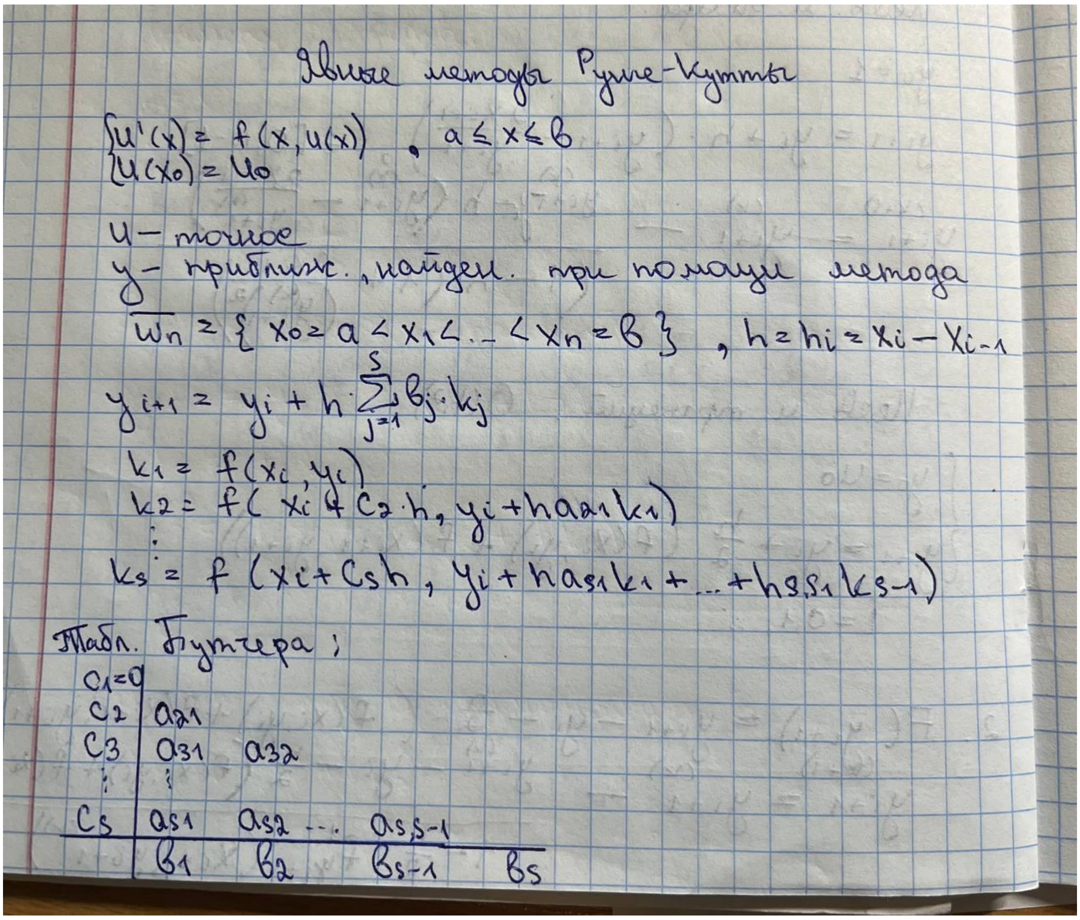
Неяв. м. трапеций $O(h^2)$

$$\begin{cases} y_0 = u_0 \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}\left(f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1})\right) \end{cases}$$

$i = 0, 1, \ldots$

2. $F(y_{i+1}) = y_{i+1} - y_i - \frac{h}{2}\cdot\left(f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1})\right) = 0$

$$y_{i+1}^{(k+1)} = y_{i+1}^{(k)} - \frac{y_{i+1}^{(k)} - y_i - \frac{h}{2}\left(f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^{(k)})\right)}{1 - \frac{h}{2}\cdot f'_{y_{i+1}}(x_{i+1}, y_{i+1}^{(k)})}$$



Явные методы Рунге-Кутты

$$\begin{cases} u'(x) = f(x, u(x)) \\ u(x_0) = u_0 \end{cases}, \quad a \le x \le b$$

u — точное

y — приближ., найден. при помощи метода

$\overline{\omega}_n = \{x_0 = a < x_1 < \ldots < x_n = b\}$, $h = h_i = x_i - x_{i-1}$

$$y_{i+1} = y_i + h \sum_{j=1}^{s} b_j \cdot k_j$$

$k_1 = f(x_i, y_i)$

$k_2 = f(x_i + c_2 \cdot h, y_i + h a_{21} k_1)$

$\vdots$

$k_s = f(x_i + c_s h, y_i + h a_{s1} k_1 + \ldots + h a_{s,s-1} k_{s-1})$

Табл. Бутчера:

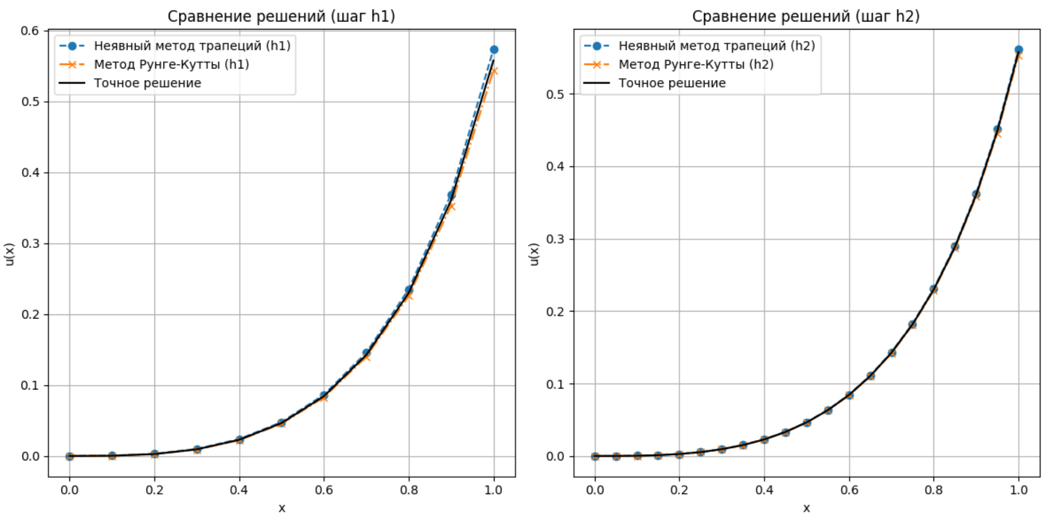
$$\begin{array}{c|cccc} c_1 = 0 & & & & \\ c_2 & a_{21} & & & \\ c_3 & a_{31} & a_{32} & & \\ \vdots & \vdots & & & \\ c_s & a_{s1} & a_{s2} & \ldots & a_{s,s-1} \\ \hline & b_1 & b_2 & b_{s-1} & b_s \end{array}$$

ХОД РАБОТЫ

```
Результаты для неявного метода трапеций:
Шаг h1 = 0.1, Максимальная ошибка = 0.0156816
Шаг h2 = 0.05, Максимальная ошибка = 0.00383993
Оценка по правилу Рунге: 0.00394724

Результаты для метода Рунге-Кутты (порядок 2):
Шаг h1 = 0.1, Максимальная ошибка = 0.0141331
Шаг h2 = 0.05, Максимальная ошибка = 0.00390669
Оценка по правилу Рунге: 0.00340879

C:\Users\Lenovo\source\CMLabs\CMLab5\x64\Debug\CMLab5.exe (процесс 19576) завершил работу с кодом 0.
Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно:
```



ВЫВОДЫ

В ходе работы численно решена задача с начальным условием. Использованы неявный метод трапеций и метод Рунге-Кутты второго порядка. Расчёты выполнены с шагами h=0.1 и h/2=0.05, погрешность оценена сравнением с точным решением и по правилу Рунге. Оба метода показали второй порядок точности, что подтверждается уменьшением ошибки при уменьшении шага в 4 раза. Неявный метод трапеций требует больше вычислительных затрат из-за решения нелинейного уравнения методом Ньютона, но является более устойчивым. Метод Рунге-Кутты проще в реализации и обеспечивает высокую точность для данного уравнения. Работа подтвердила корректность реализации методов и их соответствие теоретическим свойствам.