



PEC3: Razonamiento aproximado

Presentación

Tercera PEC del curso de Inteligencia Artificial

Competencias

En esta PEC se trabajan las siguientes competencias:

Competencias de grado:

- Capacidad de analizar un problema con el nivel de abstracción adecuada a cada situación y aplicar las habilidades y conocimientos adquiridos para abordarlo y solucionarlo.

Competencias específicas:

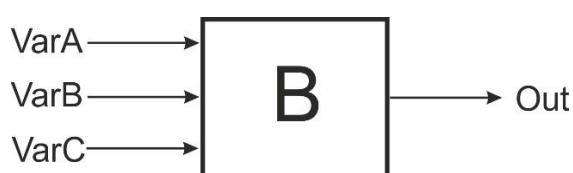
- Conocer los diferentes modelos de representación del conocimiento (marcos, sistemas basados en reglas, razonamiento basado en casos, ontologías, programación lógica).
- Razonamiento basado en lógica difusa.

Objetivos

Esta PEC pretende evaluar diferentes aspectos de lógica difusa: representación y uso de términos lingüísticos, y métodos de inferencia.

Descripción de la PEC a realizar

Esta PEC analiza el comportamiento de un sistema difuso que se muestra a la figura siguiente:



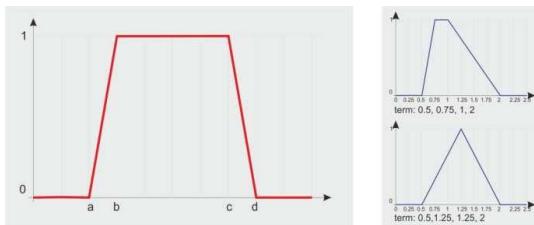
El sistema difuso está compuesto de un solo bloque de reglas (B) con 3 variables de entrada (VarA, VarB y VarC) y 1 variable de salida (Out).



Los dominios y los términos lingüísticos de las variables se presentan a continuación:

Variable	Rango	Término lingüístico : (a, b, c, d) ^(*)
VarA	Min: 0 Max: 15	VL: (0, 0, 2, 3) L: (0, 3, 4, 7) M: (5, 7, 9, 10) H: (9, 10, 12, 15) VH: (12, 13, 15, 15)
VarB	Min: 0 Max: 10	L: (0, 0, 1, 4) M: (1, 5, 5, 7) H: (6, 9, 10, 10)
VarC	Min: -5 Max: 10	VL: (-5, -5, -4, -2) L: (-4, -2, 0, 4) M: (0, 2, 2, 4) H: (2, 4, 10, 10)
Out	Min: 0 Max: 10	L: (0, 0, 3, 6) M: (4, 5, 5, 6) H: (3, 7, 10, 10)

(*) A continuación se muestra la interpretación de la secuencia de puntos (a, b, c, d). Además, al lado derecho se añaden dos ejemplos ilustrativos, un término lingüístico trapezoidal (arriba) y un término lingüístico triangular (debajo).





El bloque de reglas B se define se la siguiente forma:

Id. regla	VarA	VarB	VarC	Out
01	VL	AND	H	AND
02	VL	AND	H	AND
03	VL	AND	H	AND
04	L	AND	L	AND
05	L	AND	L	AND
06	L	AND	L	AND
07	L	AND	L	AND
08	L	AND	M	AND
09	L	AND	M	AND
10	L	AND	M	AND
11	L	AND	M	AND
12	L	AND	H	AND
13	L	AND	H	AND
14	M	AND	L	AND
15	M	AND	L	AND
16	M	AND	L	AND
17	M	AND	L	AND
18	M	AND	M	AND
19	M	AND	M	AND
20	M	AND	M	AND

Para el bloque B consideramos un sistema Mandami con t-norma mínimo y t-conorma máximo:

- T-norma: $T(a, b) = \min(a, b)$.
- T-conorma: $S(a, b) = \max(a, b)$.

Preguntas

Pregunta 1) (2 puntos)

Dar el detalle de las funciones de pertenencia de cada una de las variables del sistema (VarA, VarB, VarC y Out). Respuesta:

VarA:

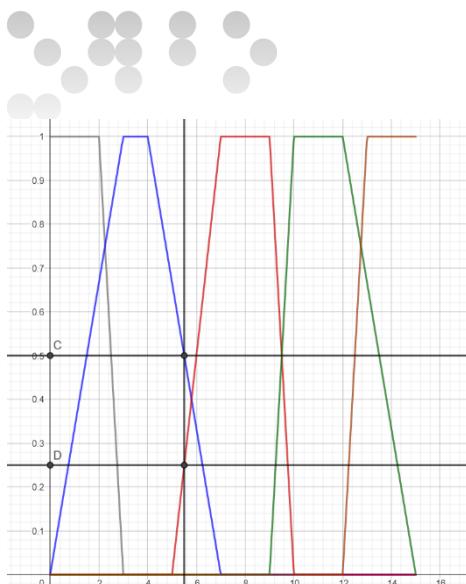
VL(Gris):

L(Azul):

M(Rojo):

H(Verde):

VH(Marrón):

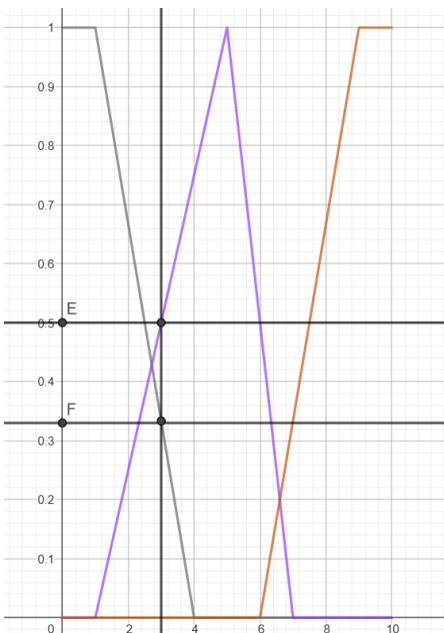


VarB:

L(Gris):

M(Morado):

H(Marrón):



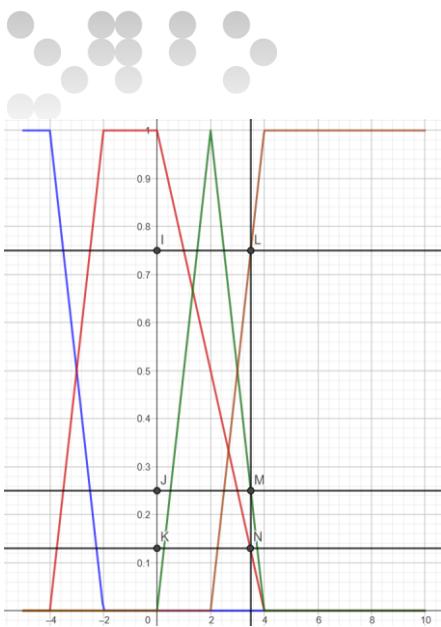
VarC:

VL(Azul):

L(Rojo):

M(Verde):

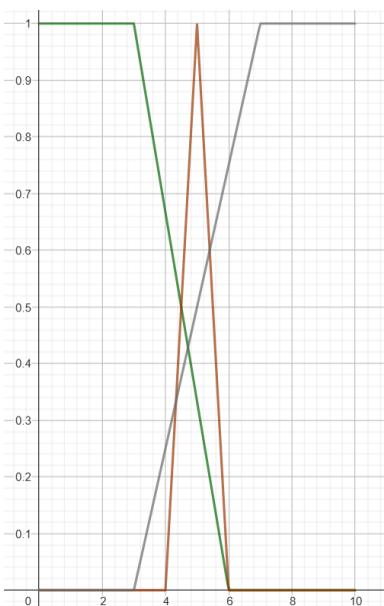
H(Marrón):



Out: L(Verde):

M(Rojo):

H(Gris):



Pregunta 2) (4 puntos)

Se pide dar la salida gráfica del proceso de inferencia, indicando las reglas activadas, para los siguientes valores de entrada:

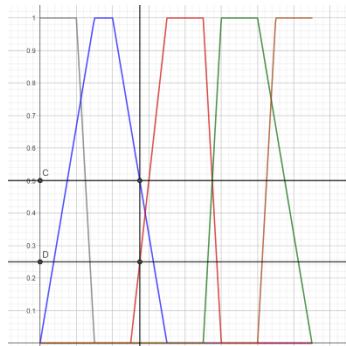
$$(\text{VarA}, \text{VarB}, \text{VarC}) = (5.5, 3, 3.5)$$

Calcular también el valor nítido resultante.

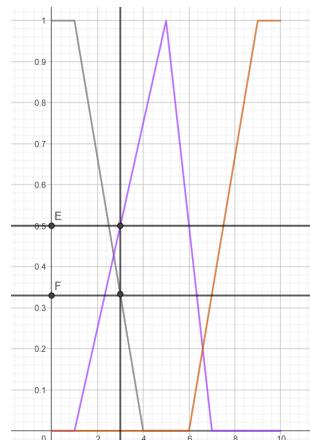
Proporcionamos nuevamente las gráficas para las salidas de la gráfica y observamos las



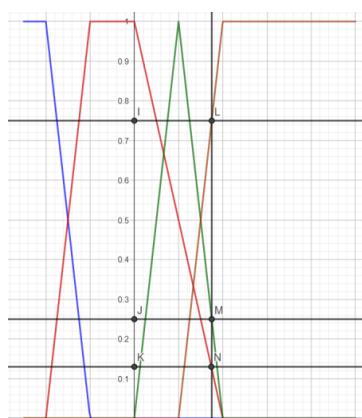
activaciones de estas variables:



Para el valor de $\text{VarA} = 5.5$, se activa el término M porque 5.5 se encuentra en el tramo creciente de este término entre 5 y 7, acercándose al inicio del rango. También se activa el término L, ya que 5.5 está en el tramo decreciente del término entre 4 y 7. El nivel de activación del término M es 0.25, mientras que el nivel del término L es 0.5.



Para el valor de $\text{VarB} = 3$, se activa el término M porque 3 está en el tramo creciente de este término entre 1 y 5, y también se activa el término L, ya que 3 está en el tramo decreciente de este término entre 1 y 4. El nivel de activación del término M es 0.5, mientras que el nivel del término L es 0.33.



Para el valor de $\text{VarC} = 3.5$, se activa el término L porque 3.5 está en el tramo decreciente de este término entre 0 y 4. También se activa el término H, ya que 3.5 está en el tramo creciente de este término entre 2 y 4. Por último, se activa el término M, ya que 3.5 está en el tramo



decreciente de este término entre 2 y 4. El nivel de activación del término L es 0.13, el del término H es 0.75 y el del término M es 0.25.

Ahora procedemos a pasar estas activaciones al bloque de reglas.

Id. regla	VarA	VarB	VarC	Out		
01	VL	AND	H	AND	L(0.13)	L
02	VL	AND	H	AND	M(0.25)	L
03	VL	AND	H	AND	H(0.75)	L
04	L(0.5)	AND	L(0.33)	AND	VL	L
05	L(0.5)	AND	L(0.33)	AND	L(0.13)	L(0.13)
06	L(0.5)	AND	L(0.33)	AND	M(0.25)	M(0.25)
07	L(0.5)	AND	L(0.33)	AND	H(0.75)	M(0.33)
08	L(0.5)	AND	M(0.5)	AND	VL	L
09	L(0.5)	AND	M(0.5)	AND	L(0.13)	L(0.13)
10	L(0.5)	AND	M(0.5)	AND	M(0.25)	L(0.25)
11	L(0.5)	AND	M(0.5)	AND	H(0.75)	M(0.5)
12	L(0.5)	AND	H	AND	VL	L
13	L(0.5)	AND	H	AND	M(0.25)	L
14	M(0.25)	AND	L(0.33)	AND	VL	L
15	M(0.25)	AND	L(0.33)	AND	L(0.13)	L(0.13)
16	M(0.25)	AND	L(0.33)	AND	M(0.25)	L(0.25)
17	M(0.25)	AND	L(0.33)	AND	H(0.75)	M(0.25)
18	M(0.25)	AND	M(0.5)	AND	VL	L
19	M(0.25)	AND	M(0.5)	AND	L(0.13)	M(0.13)
20	M(0.25)	AND	M(0.5)	AND	M(0.25)	M(0.25)

Todas las reglas son de tipo AND, lo que significa que solo se activan aquellas reglas cuyos antecedentes tengan valores de pertenencia distintos de 0. En el cálculo de la activación de los consecuentes, únicamente se aplica la t-norma, definida como "min(VarA, VarB, VarC)".

Al aplicar este sistema de inferencia, se han activado las siguientes reglas y sus consecuentes asociados:

- Regla 5: hacia L, con valor 0.13.
- Regla 6: hacia M, con valor 0.25.
- Regla 7: hacia M, con valor 0.33.
- Regla 9: hacia L, con valor 0.13.
- Regla 10: hacia L, con valor 0.25.
- Regla 11: hacia M, con valor 0.5.
- Regla 15: hacia L, con valor 0.13.
- Regla 16: hacia L, con valor 0.25.
- Regla 17: hacia M, con valor 0.25.
- Regla 19: hacia M, con valor 0.13.
- Regla 20: hacia M, con valor 0.25.

Se han identificado conflictos en la activación de los términos lingüísticos del consecuente Out. Algunas reglas (5, 9, 10, 15, 16) apuntan al término L, mientras que otras (6, 7, 11, 17, 19, 20) apuntan al término M. Por lo tanto, solo se activan los términos lingüísticos L y M en el consecuente.

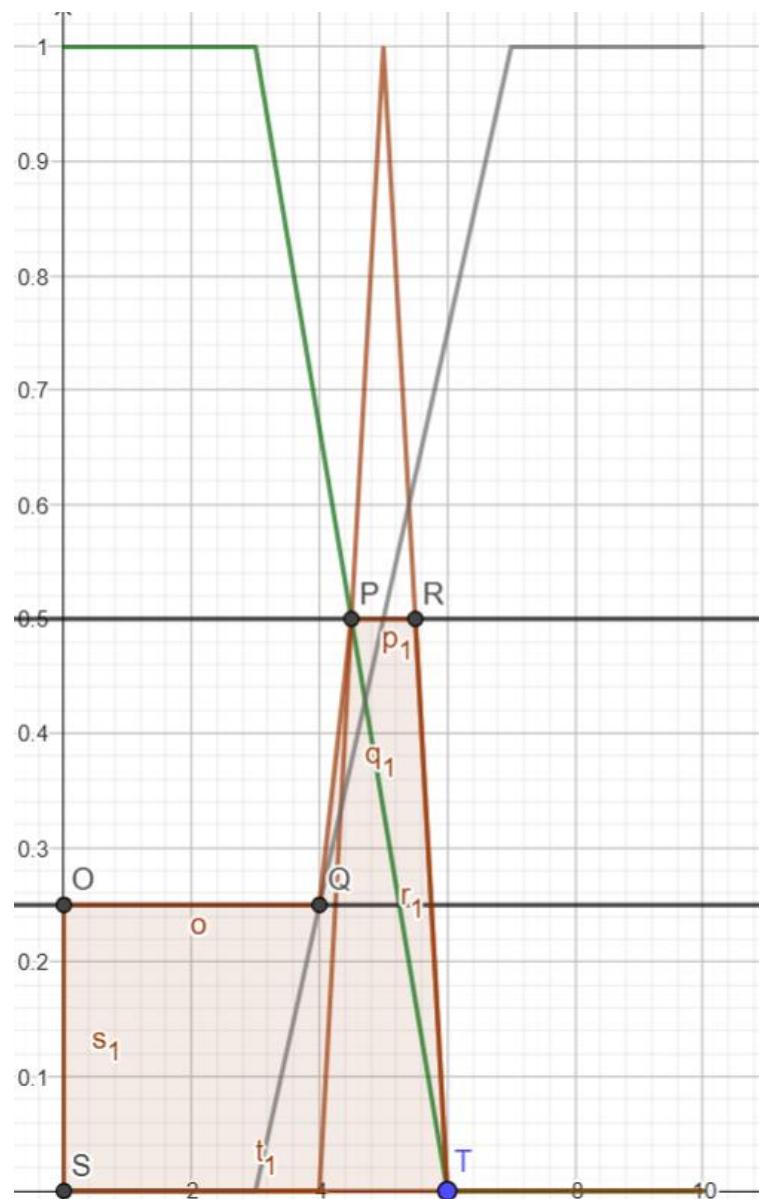
Para resolver estos conflictos y determinar los grados finales de activación para cada término lingüístico, se utiliza la t-conorma. Los cálculos son los siguientes:

Para el término L: $\max(0.13, 0.13, 0.25, 0.13, 0.25) = 0.25$.

Para el término M: $\max(0.25, 0.33, 0.5, 0.25, 0.13, 0.25) = 0.5$.



Con los niveles de activación encontrados, se debe aplicar la operación de agregación en el gráfico del Out, superponiendo las funciones de pertenencia de los términos L y M con sus respectivos niveles de activación y obtendremos gráficamente la salida borrosa y la función de pertenencia de salida. Luego, se calcula el valor de salida utilizando el método de defuzzificación apropiado.



Para determinar los intervalos de la función $Out(x)$, es necesario calcular los puntos de intersección entre las rectas horizontales correspondientes a los niveles de activación y la pendiente creciente del término M, que está definida por la ecuación $\mu(x) = x - 4$. En el caso del punto Q($x, 0.25$), se resuelve la ecuación $0.25 = x - 4$, obteniendo $x = 4.25$. Así, el punto Q es (4.25, 0.25).



Para el punto $P(x, 0.5)$, se resuelve la ecuación $0.5 = x - 4$, obteniendo $x = 4.5$. Así, el punto P es $(4.5, 0.5)$.

Para el punto $R(x, 0.5)$, se identifica que corresponde al tramo decreciente del término M , donde la pendiente está definida por la ecuación $\mu(x) = (6 - x) / (6 - 5)$. Resolviendo $0.5 = 6 - x$, se obtiene $x = 5.5$. Así, el punto R es $(5.5, 0.5)$. Con estos puntos calculados, se pueden definir los intervalos de la función de pertenencia del Out.

Esta descripción de los intervalos nos dice qué nivel de pertenencia (y) corresponde a cada valor de x : Desde 0 a 4.25: el nivel es constante en 0.25, porque solo el término L contribuye. Entre 4.25 y 4.5: El nivel crece linealmente desde 0.25 hasta 0.5, porque aquí el término M comienza a activarse con una pendiente creciente. Entre 4.5 y 5.5: el nivel es constante en 0.5, ya que el término M alcanza su nivel máximo y permanece constante en este rango. Entre 5.5 y 6: el nivel decrece linealmente desde 0.5 hasta cero, porque el término M comienza a decrecer. Fuera de este rango: el nivel es 0, ya que ningún término lingüístico contribuye en estas regiones.

Y la función pertenencia es la siguiente:

$$\text{Out}(x) = \begin{cases} 0.25 & \text{si } 0 \leq x \leq 4.25 \\ x - 4 & \text{si } 4.25 < x \leq 4.5 \\ 0.5 & \text{si } 4.5 < x \leq 5.5 \\ 6 - x & \text{si } 5.5 < x \leq 6 \\ 0 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$$

Con la función de pertenencia calculada obtenemos el siguiente centro de masas, es decir el valor nítido de la salida. Se calcula utilizando las áreas y momentos de los intervalos definidos. Específicamente en el numerador cada área respecto al eje x , multiplicando el valor de x por la altura de la función y en el denominador de calcula el área.

$$\text{CoM} = \frac{\int \mu(x) \cdot x \, dx}{\int \mu(x) \, dx}$$

$$\int \mu(x) \cdot x \, dx = \int_0^{4.25} (0.25)x \, dx + \int_{4.25}^{4.5} (x - 4)x \, dx + \int_{4.5}^{5.5} (0.5)x \, dx + \int_{5.5}^6 (6 - x)x \, dx + \int_6^{10} (0)x \, dx = 5.87760 \text{ u}^2$$

$$\int \mu(x) \, dx = \int_0^{4.25} (0.25) \, dx + \int_{4.25}^{4.5} (x - 4) \, dx + \int_{4.5}^{5.5} (0.5) \, dx + \int_{5.5}^6 (6 - x) \, dx + \int_6^{10} (0) \, dx = 1.78125 \text{ u}^2$$

$$\text{CoM} = \frac{5.87760}{1.78125} = 3.29970$$

Pregunta 3) (4 puntos)

Se debe repetir el proceso de inferencia de la pregunta anterior (indicando la salida gráfica y el valor nítido) con los mismos valores de entrada, pero con un nuevo bloque de reglas.



Se pide diseñar un nuevo bloque de reglas que simplifique el gran número de reglas que se pueden dar con conectores AND.

Así, el nuevo bloque debe usar conectores OR en las reglas, y además, si se quiere, se puede usar el operador complementario NOT.

No es necesario usar las tres variables a la vez como antecedentes de las reglas.

El nuevo bloque de reglas debe constar de 10 reglas, como mínimo, y tras la inferencia de los valores de entrada, se deben activar como mínimo 2 de estas reglas.

Si se necesita una función de complementación, considerar la siguiente función:

- *Familia Yager*: $N_w(a) = (1 - a^w)^{\frac{1}{w}}$ considerando $w = 2$.

Respuesta:

Se diseña un nuevo bloque de reglas que utiliza conectores OR en lugar de AND. Esto simplifica el sistema porque una regla se activa si al menos uno de los antecedentes es verdadero. Además, se incluye una función de complementación basada en la familia de Yager para manejar el operador NOT, la cual ajusta los valores de pertenencia de los antecedentes con una fórmula específica para calcular el complemento.

El nuevo bloque de reglas consta de doce reglas.

Id. regla	VarA	VarB	VarC	Out
01	VL	AND	L(0.33)	NOT L(0.13)
02			M(0.5)	OR
03	L (0.5)	AND	H	AND
04	NOT VL	AND	L(0.33)	H(0.75)
05			L(0.33)	AND
06	NOT M(0.25)	AND	L(0.33)	L(0.13)
07			NOT L(0.5)	H(0.33)
08				M(0.866)
09	NOT L(0.5)	OR	NOT L(0.33)	NOT H(0.75)
10			M(0.5)	H(0.94)
11	M(0.25)	OR	M(0.5)	OR
12	NOT VL			M(0.25)
				VL
				M(0.5)
				M(1)

Se han identificado conflictos en la activación de los términos lingüísticos del consecuente Out. Algunas reglas (2,4) apuntan al término L, otras (5,8,9,10) apuntan a H, mientras que otras (6, 7, 11, 12) apuntan al término M.

Para resolver estos conflictos y determinar los grados finales de activación para cada término lingüístico, se utiliza la t-conorma. Los cálculos son los siguientes:

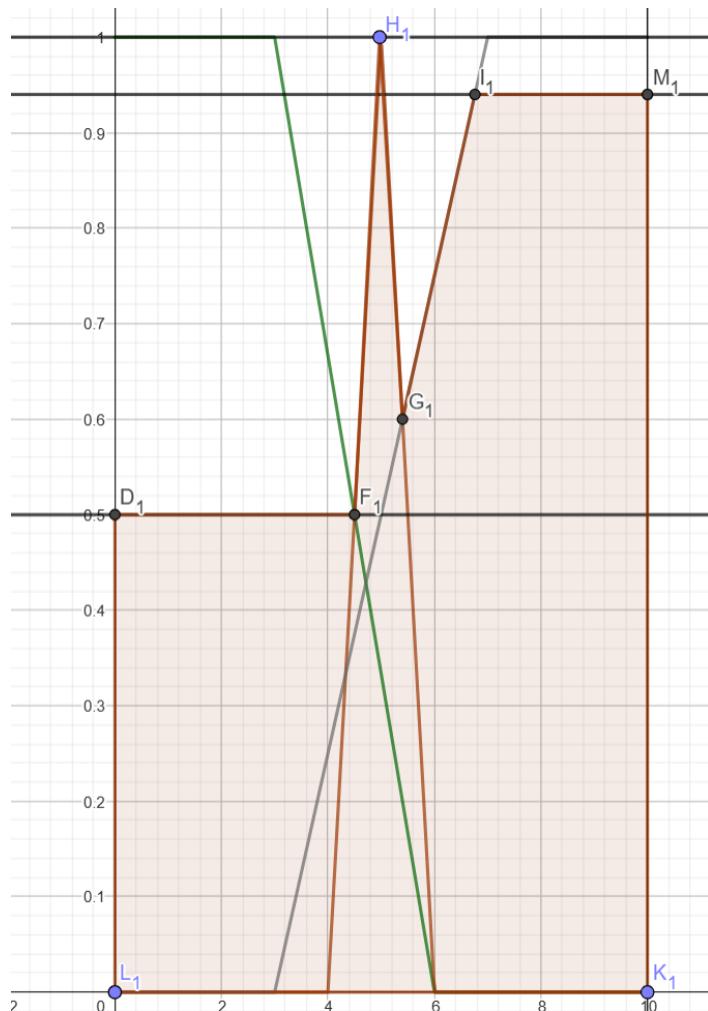
Para el término L: $\max(0.5, 0.33) = 0.5$.

Para el término M: $\max(0.33, 0.866, 0.5, 1) = 1$.



Para el término H: $\max(0.13, 0.66, 0.94) = 0.94$.

Con los niveles de activación encontrados, se debe aplicar la operación de agregación en el gráfico del Out, superponiendo las funciones de pertenencia de los términos L, M y H con sus respectivos niveles de activación y obtendremos gráficamente la salida borrosa y la función de pertenencia de salida. Luego, se calcula el valor de salida utilizando el método de defuzzificación apropiado.



Y la función pertenencia es la siguiente:



$$\text{Out}(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{si } 0 \leq x \leq 4.5 \\ x - 4 & \text{si } 4.5 < x \leq 5 \\ 6 - x & \text{si } 5 < x \leq 5.4 \\ \frac{x-3}{7-3} & \text{si } 5.4 < x \leq 6.8 \\ 0.94 & \text{si } 6.8 < x \leq 10 \end{cases}$$

Con la función de pertenencia calculada obtenemos el siguiente centro de masas, es decir el valor nítido de la salida. Se calcula utilizando las áreas y momentos de los intervalos definidos. Específicamente en el numerador cada área respecto al eje x, multiplicando el valor de x por la altura de la función y en el denominador de calcula el área.

$$\text{CoM} = \frac{\int \mu(x) \cdot x \, dx}{\int \mu(x) \, dx}$$

$$\int \mu(x) \cdot x \, dx = \int_0^{4.5} (0.5)x \, dx + \int_{4.5}^5 (x - 4)x \, dx + \int_5^{5.4} (6 - x)x \, dx + \int_{5.4}^{6.8} \left(\frac{x-3}{7-3}\right)x \, dx + \int_{6.8}^{10} (0.94)x \, dx = 40,456 \text{ u}^2$$

$$\int \mu(x) \, dx = \int_0^{4.5} (0.5) \, dx + \int_{4.5}^5 (x - 4) \, dx + \int_5^{5.4} (6 - x) \, dx + \int_{5.4}^{6.8} \left(\frac{x-3}{7-3}\right) \, dx + \int_{6.8}^{10} (0.94) \, dx = 7,038 \text{ u}^2$$

$$\text{CoM} = \frac{40,456}{7,038} = 5,748$$



Recursos

Para realizar esta PEC, el material imprescindible es dentro del módulo “Incertidumbre y razonamiento aproximando”.

De forma complementaria, dentro del paquete de PECs resueltas de semestres anteriores, hay numerosos ejemplos de sistemas difusos.

Criterios de valoración

Las puntuaciones se muestran en cada pregunta del enunciado.

Formato y fecha de entrega

Para dudas y aclaraciones sobre el enunciado, dirigíos al consultor responsable de vuestra aula.

Hay que entregar la solución en un fichero PDF. Adjuntáis el fichero a un mensaje al apartado correspondiente en el Canvas.

El nombre del fichero tiene que ser *ApellidosNombre_IA_PEC3* con la extensión .pdf (formado PDF).

La fecha tope de entrega es el **10/12/2024 (a las 23:59)**.

Razonad la respuesta en todos los ejercicios. Las respuestas sin justificación no recibirán puntuación.

Nota: Propiedad intelectual

A menudo es inevitable, al producir una obra multimedia, hacer uso de recursos creados por terceras personas. Es por lo tanto comprensible hacerlo en el marco de una práctica de los estudios de Informática, siempre y esto se documente claramente y no suponga plagio en la práctica.

Por lo tanto, al presentar una práctica que haga uso de recursos ajenos, se tiene que presentar junto con ella un documento en que se detallen todos ellos, especificando el nombre de cada recurso, su autor, el lugar donde se obtuvo y su estatus legal: si la obra está protegida por el copyright o se acoge a alguna otra licencia de uso (Creative Commons, licencia GNU, GPL ...). El estudiante tendrá que asegurarse que la licencia que sea no impide específicamente suyo uso en el marco de la práctica. En caso de no encontrar la información correspondiente tendrá que asumir que la obra está protegida por el copyright.

Habrán, además, adjuntar los ficheros originales cuando las obras utilizadas sean digitales, y su código fuente si corresponde.