

# Optimización

Naïm Saadi

2025-10-17

Aquí encontraréis una guía de como resolver problemas de optimización.

## 1 Elementos de un problema

En un problema de optimización, solemos encontrar los siguientes elementos:

### 1.1 Variables

En los problemas de optimización, normalmente debemos dar como solución unos valores que cumplan ciertas condiciones. A estos valores los llamaremos **variables**, y serán aquellos que tenemos que encontrar. En problemas de optimización que tengan a ver con geometría, normalmente esos valores son las dimensiones.

### 1.2 Información previa

Para poder resolver un problema de optimización con dos variables, será necesario tener algún tipo de **información previa** para poder relacionar una variable con la otra. Esta información previa normalmente vendrá en forma de **ecuación**.

### 1.3 Función a minimizar o maximizar

Para acabar, debemos tener una **función** o **cualidad** del problema que hay que minimizar o maximizar. Esta vendrá en forma de una función que normalmente contiene las dos **variables**.

## 2 Resolución del problema

Se puede resolver un problema de optimización siguiendo estos pasos:

### 2.1 Obtener la función a minimizar/maximizar:

Dadas las variables  $a$  y  $b$ , debemos formar la función  $f(a, b)$  de la que se nos pide encontrar un máximo o mínimo, y que dependa de estas variables.

### 2.2 Encontrar la equivalencia entre las dos variables:

Debemos expresar  $a$  en función de  $b$ , o por lo contrario,  $b$  en función de  $a$ , usando la [información previa](#).

### 2.3 Expressar la función con una única variable:

Ahora debemos sustituir la variable que hemos aislado en el paso anterior en la función, para que solo tengamos una variable. Por ejemplo, si hemos aislado  $a$ , la sustituimos en la función de forma que  $f(a, b)$  pase a ser  $f(b)$ .

### 2.4 Encontrar para qué valor la función es máxima/mínima

Una vez que nuestra función solo tiene una variable, debemos encontrar para qué valor es máxima o mínima. Para eso, haremos la derivada de la función y la igualaremos a 0 (ver [aquí](#)). Si nos dan más de dos valores, comprobad si son máximos o mínimos y que concuerde con el enunciado.

### 2.5 Encontrar el otro valor con la ecuación

Ahora que ya tenemos una de las dos [variables](#), solo hace falta sustituirla en la ecuación que hemos obtenido en el paso [2.2](#), y de esta forma ya obtendremos las dos dimensiones.

### 3 Ejercicio de ejemplo

De todos los rectángulos de perímetro 20cm, ¿cuál es aquel que tiene la máxima área?

Obtenemos lo siguiente:

- Variables:
  - $b$ : base del rectángulo
  - $h$ : altura del rectángulo
- Información previa:
  - El perímetro es 20cm, por lo tanto:  $2b + 2h = 20$
- Función a maximizar:
  - Área, por lo tanto:  $A(b, h) = b \cdot h$

Encontramos la ecuación:

$$\begin{aligned}2b + 2h &= 20 \\2b &= 20 - 2h \\b &= \frac{20 - 2h}{2} \\b &= 10 - h\end{aligned}$$

Ahora lo sustituimos en la función:

$$\begin{aligned}A(b, h) &= b \cdot h \\A(h) &= (10 - h) \cdot h \\A(h) &= -h^2 + 10h\end{aligned}$$

Encontramos el mínimo

$$\begin{aligned}A(h) &= -h^2 + 10h \\A'(h) &= -2h + 10 \\A'(h) &= 0 \\-2h + 10 &= 0 \\-2h &= -10 \\h &= \frac{-10}{-2} \\h &= 5\end{aligned}$$

Y una vez tenemos  $h$ , conseguimos  $b$ :

$$b = 10 - h$$

$$b = 10 - 5$$

$$b = 5$$

Así conseguimos  $h = 5$ ,  $b = 5$ , es decir, el rectángulo de perímetro 20cm con mayor área es un cuadrado de 5x5cm.