情報統計第2回

2019年9月17日 神奈川工科大学



櫻井 望

国立遺伝学研究所 生命情報・DDBJセンター

スケジュール

	17日(火) データの見え る化	18日(水) 検定のこれだけ は	19日(木) 多変量解析の雰 囲気	23日(月) データ準備 発表会
1限	 ガイダンス、 PC環境準備、 データの見え る化 	5 区間推定、 分布とその使い 方	9 相関	13 自習(課題、質問)
2限	2 統計の基本と用語	6 t検定	10 主成分分析	14 自習(課題、質問)
3限	3 プログラミ ングの基礎	7 検定で注意 すること	11 他の多変量 解析	15 発表会
4限	4 自習 (課題検討、復習)	8 自習 (課題 検討、復習)	12 自習 (課題 検討、復習)	

統計の基本と用語

学習目標

以下の統計用語をマスターします

- 平均値、中央値
- 分散
- **標準偏差**
- 母集団
- ランダムサンプリング
- 標本
- 統計的推定
- 母平均、母分散
- 標本平均、標本分散、不偏標本分散
- 分布
- 正規分布(ガウス分布)
- 標準誤差

統計つて?

集団の状況を 数値で表したもの



目的:集団の〇〇を知りたい

統計学

- ・データを集める
- 解析する
- ・解釈する



ための方法論

結果:集団の〇〇がわかった!

第1回の 身長データを使って 解析してみる

目的:このクラスの人の身長はどのくらい?

データ



集団の状況を表す代表的な値を計算

平均値 中央値

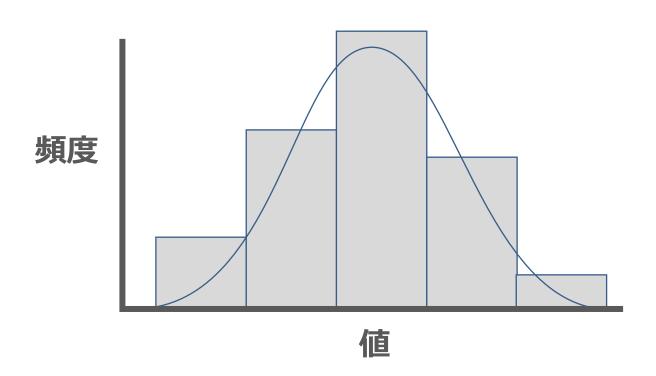
中心を表す値

分散 標準偏差 ばらつきを 表す値



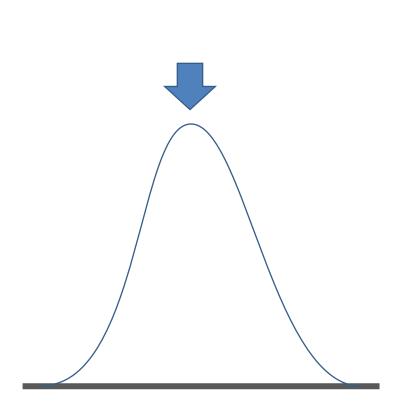
(基本·基礎) 統計量

分布 データの散らばり具合



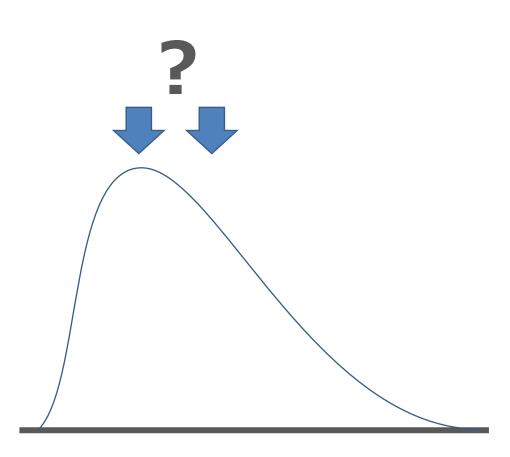
ヒストグラム (頻度分布図)

イメージ データの中心



偏りのないデータ

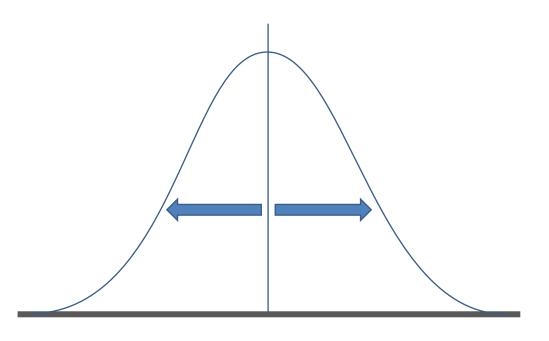
身長の分布など



偏っているデータ

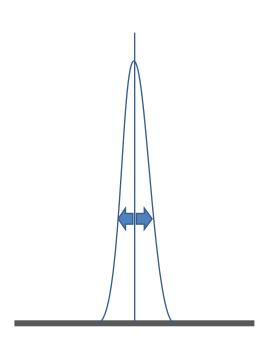
体重の分布など

イメージ ばらつき



ばらつき大きい

中心からの差が 全体的に大きい



ばらつき少ない

中心からの差が全体的に小さい

平均值

- 合計を計算
- 要素数で割る



中央値

- 小さい順(大きい順)にならべる
- 要素が奇数の場合、真ん中の値を採用
- 要素が偶数の場合、中央の 2要素の平均値を計算

ばらつきとは?

分散、標準偏差

平均値からのずれの大きさ

分散

- 平均値を計算
- 各要素-平均値を計算
- その値を2乗
- その平均値を計算



分散

②要素iと平均値の差

①平均值

⑤要素数nで 割って平均 にする

$$\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

③その2乗

④その全要素(iが0からnまで)の合計

分散…2乗された値

計測値と単位を そろえるため 平方根を計算

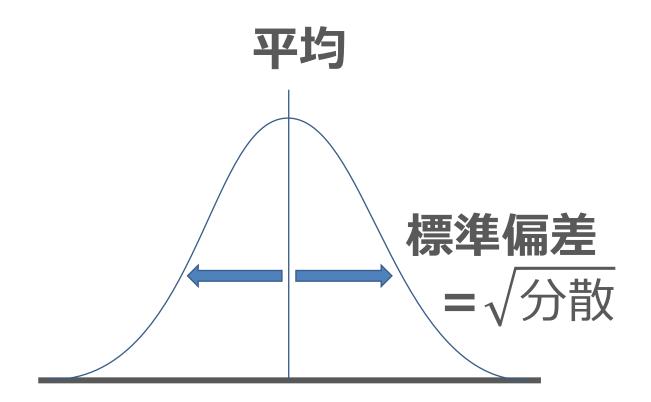
標準偏差



目的:このクラスの人の身長はどのくらい?

平均 標準偏差 男性 女性

イメージ



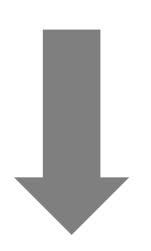
もっと広い世界が知りたい

目的:このクラスの人の身長はどのくらい?



目的:日本人の身長はどのくらい?

全員の身長を測定して計 算する



現実的ではない。コストもかかる

何名かを<u>抜き取り</u>調査する

サンプリング (抽出)

サンプリング

偏りなくランダムに選ぶことが原則

ランダムサンプリング

(無作為抽出)

サンプリングされた要素

標本

今回の目的の場合、 サンプリングされた人のこと

サンプリング前の要素全体

母集団 =解析の対象

今回の目的の場合、日本人全員のこと

標本の数が多いほど、正確になる!

目的:日本人の身長はどのくらい?



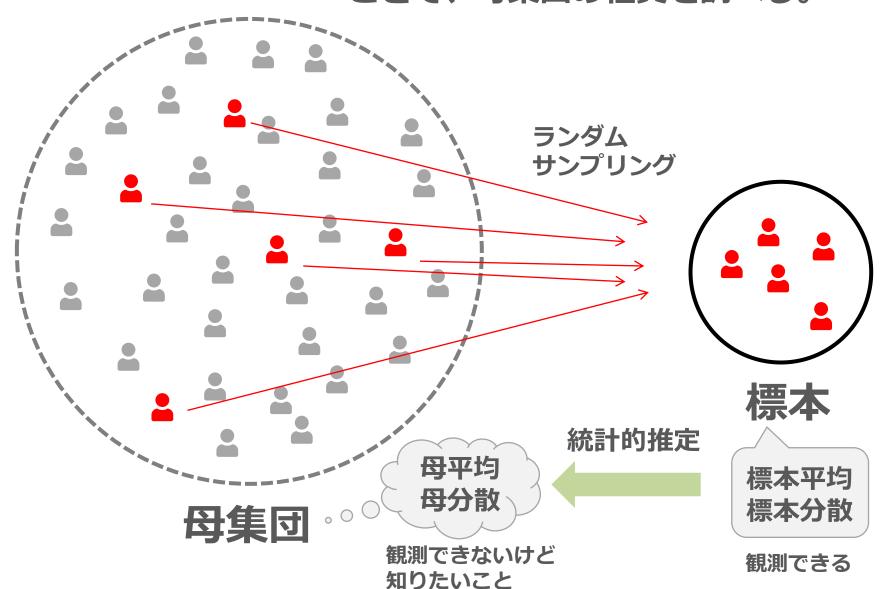
限られた標本から 母集団(日本人全体)の

- ●推定の平均値や
- ●推定のばらつき

を計算する、という問題

統計的推定

母集団が大きい、あるいは無限で、直 接観測できないとき、標本を観測する ことで、母集団の性質を調べる。



母平均L



標本平均家

一致が期待できる



母分散σ² 標本分散s²

母集団の全標本を観測できる場合は一致するが、 そうでない場合は、実は一致が期待できない



一致が期待できる

不偏(標本)分散v2

真の値から外れていないことを、 不偏性があると言うので。

標本分散

②要素iと平均値の差

①標本平均

にする

5要素数nで
$$1 \sum_{i=0}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$
 ③その2乗

④その全要素(iが0からnまで)の合計

不偏(標本)分散

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=0}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

n-1で割る?

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=0}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

● 標本の数nが母集団の数N(大きな 数)に近づくと、母分散に近くなる



→ 母分散の推定に使える

● 自由度を表している

自由度=互いに影響を与えない(独立した)値の数

上の式で、一つの観測値x(i=a)は他と完全に独立 ではなく、それ以外の(n-1)個の独立した観測値と 平均値変によって求められる。

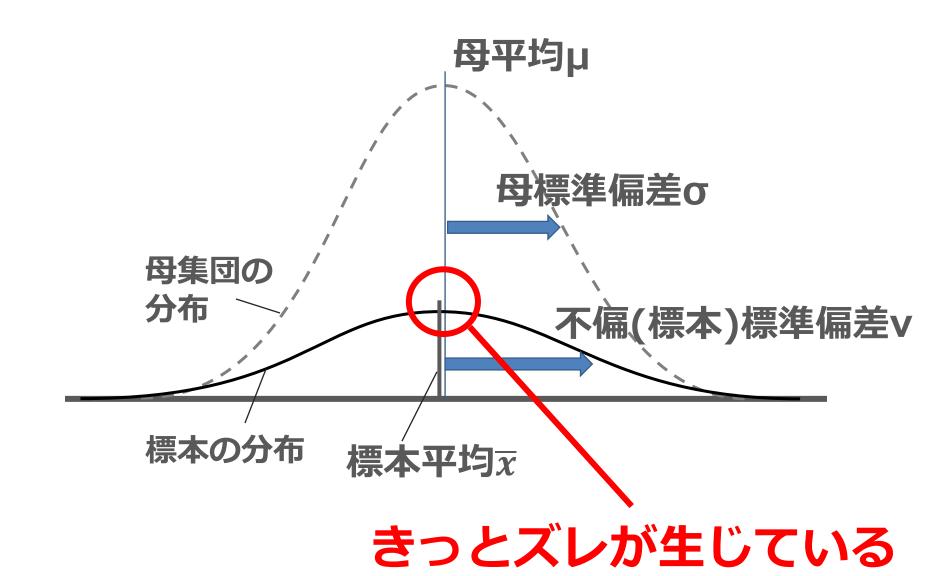
用語より、 n-1で割っているか どうかに注目

書籍によって、標本分散s²を不偏標本分散(不偏分散)のこととして記述しているものもあります。「(不偏)標本分散」と記述されることもあります。標本を考える時点で、そもそも母集団の推定を前提としていることが多いためです。

nで割っていたら、観測値の話 n-1で割っていたら、推定値の話



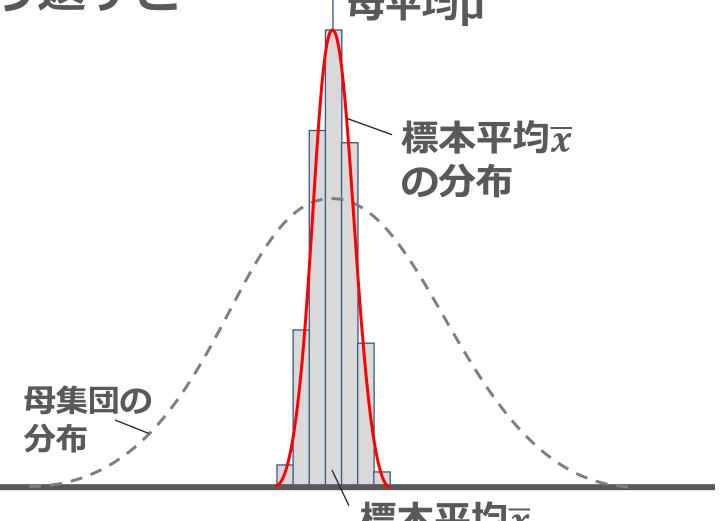
イメージ



誤差

- ●サンプリング誤差
- ●測定誤差

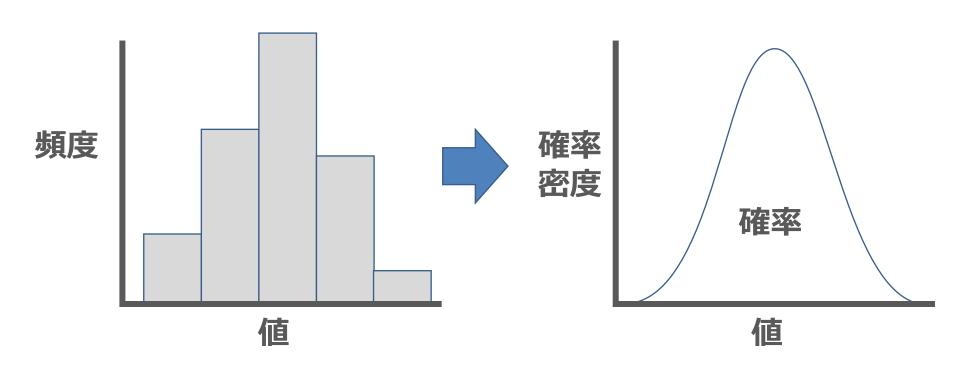
サンプリングして標本平均xを算出して、 を繰り返すと… 母平均μ



標本平均x のヒストグラム

分布

データの散らばり具合



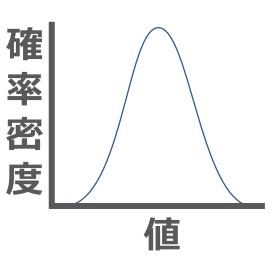
ヒストグラム 観測結果

確率密度関数

事象の起こる確率 を表すモデル

正規分布(ガウス分布)

- ●平均値が中心で、
- ●平均値に近いものが多く、
- ●左右に均等な釣り鐘状の分布



均等な確率で生じたばらつきの場合にとる分布

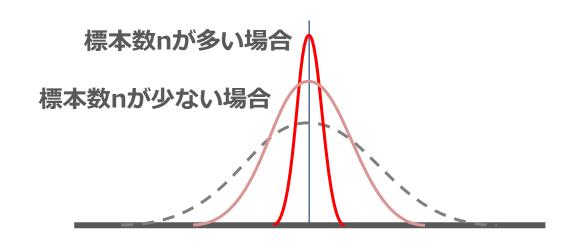
- ✓ 身長の分布
- ✓ 測定誤差の分布
- ✓ 自然界で起こるゆらぎ など

標本平均家の分布

- 正規分布に従う
- 標本の数nが大きいほど、標本平均xの推定確度は 高まり、分散が小さくなる
- 分散は母分散σ²の1/nになることが知られている

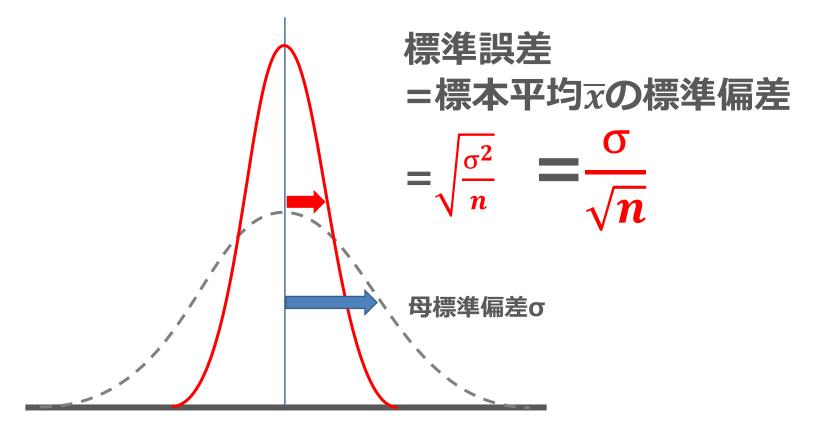
n=1なら、母集団のうち一つずつを測定するのと同じなので、分散も同じ。 n=母集団数Nなら、全数検査なので、母平均µとのずれはゼロになる。

中心極限定理



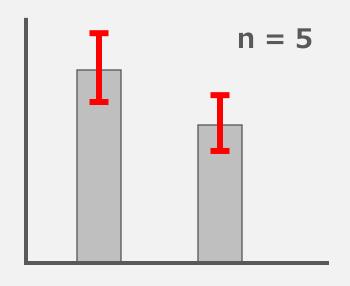
標準誤差

- 標本平均xの分布の標準偏差のこと。つまり、母平均μの推定値のばらつきを表す
- 母分散σ²の1/nの平方根



標準偏差と標準誤差

論文などでよく見る図



A B

図1 A群とB群の**の違い それぞれ5個体を測定した。 エラーバーは標準偏差を表す

エラーバーが標準偏差

測定した標本自体の平均値を論じている

エラーバーが標準誤差

測定した標本から推定される母集団の平均 値について論じている

標準誤差は標準偏差の1/√nなので、エラーバーは短くなり、より明確な差がありそうな見栄えになります。標準誤差を示すことが適当なのかどうかを、正しく判断しながらデータを解釈しましょう。

計算してみよう

このクラスの身長データからいくつかのデータを抜き出し、クラスの身長の平均値を推定してみる