情報統計
第２回

2019年9月17日　神奈川工科大学

櫻井 望

国立遺伝学研究所
生命情報・DDBJセンター

スケジュール

	17日（火） データの見える化	18日（水） 検定のこれだけは	19日（木） 多変量解析の雰囲気		23日（月） データ準備 発表会
1限	1　ガイダンス、PC環境準備、データの見える化	5　区間推定、分布とその使い方	9　相関		13　自習（課題、質問）
2限	2　統計の基本と用語	6　t検定	10　主成分分析		14　自習（課題、質問）
3限	3　プログラミングの基礎	7　検定で注意すること	11　他の多変量解析		15　発表会
4限	4　自習（課題検討、復習）	8　自習（課題検討、復習）	12　自習（課題検討、復習）		

統計の基本と用語

学習目標

以下の統計用語をマスターします

- 平均値、中央値
- 分散
- 標準偏差
- 母集団
- ランダムサンプリング
- 標本
- 統計的推定
- 母平均、母分散
- 標本平均、標本分散、不偏標本分散
- 分布
- 正規分布（ガウス分布）
- 標準誤差

統計って？

集団の状況を
数値で表したもの

↑

目的：集団の〇〇を知りたい

統計学

- データを集める
- 解析する
- 解釈する

ための方法論

↓

結果：集団の〇〇がわかった！

第1回の
身長データを使って
解析してみる

目的：このクラスの人の
身長はどのくらい？

データ

↓

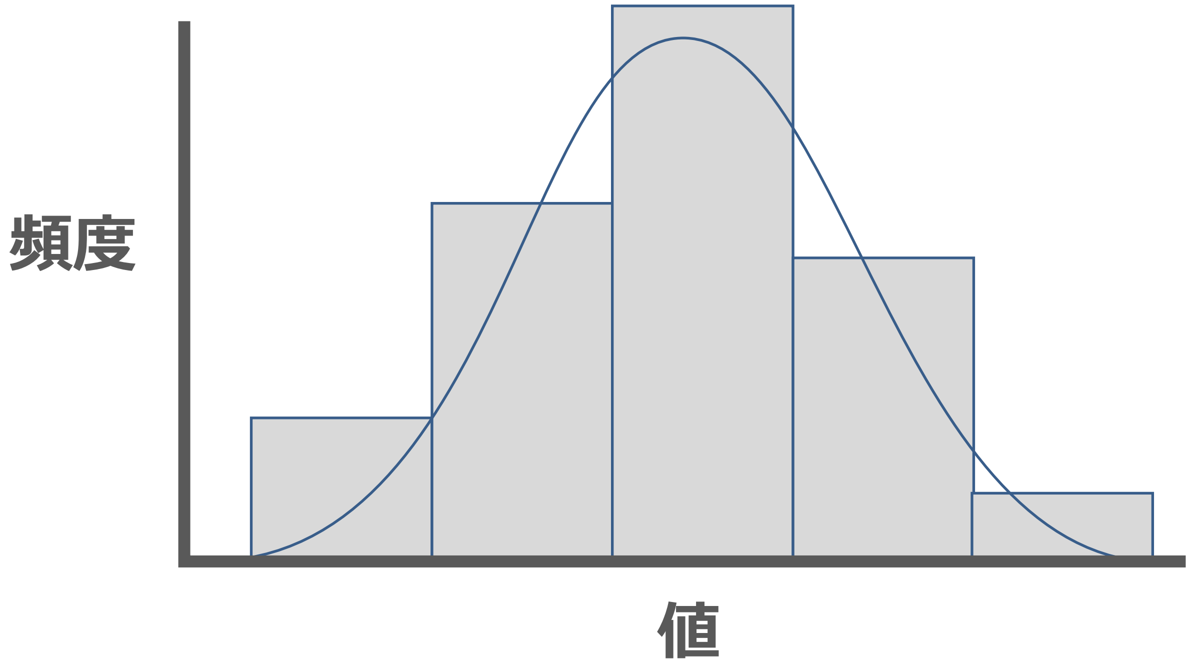
集団の状況を表す
代表的な値を計算

平均値 中央値	中心を表す値
分散 標準偏差	ばらつきを表す値

↓

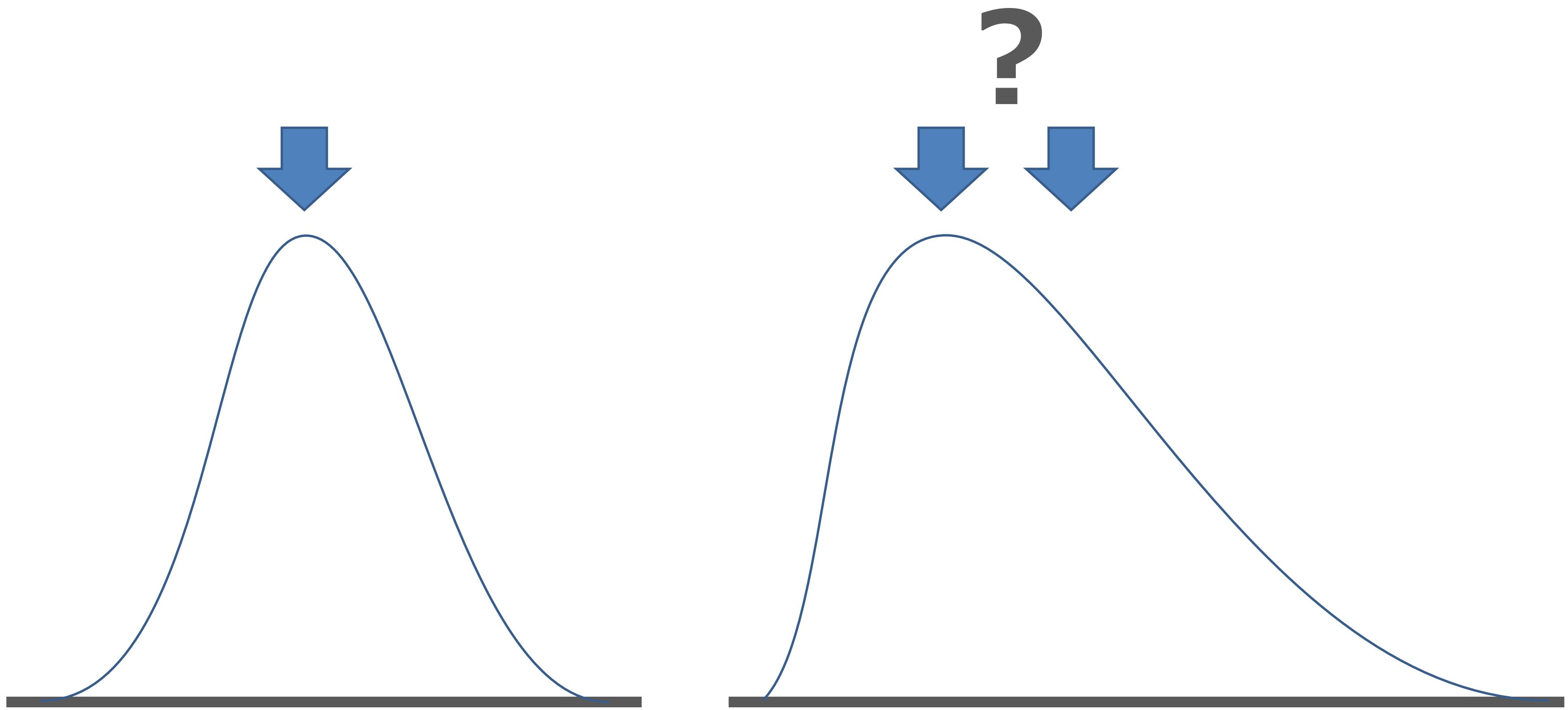
（基本・基礎）統計量

分布　データの散らばり具合



ヒストグラム（頻度分布図）

イメージ　データの中心



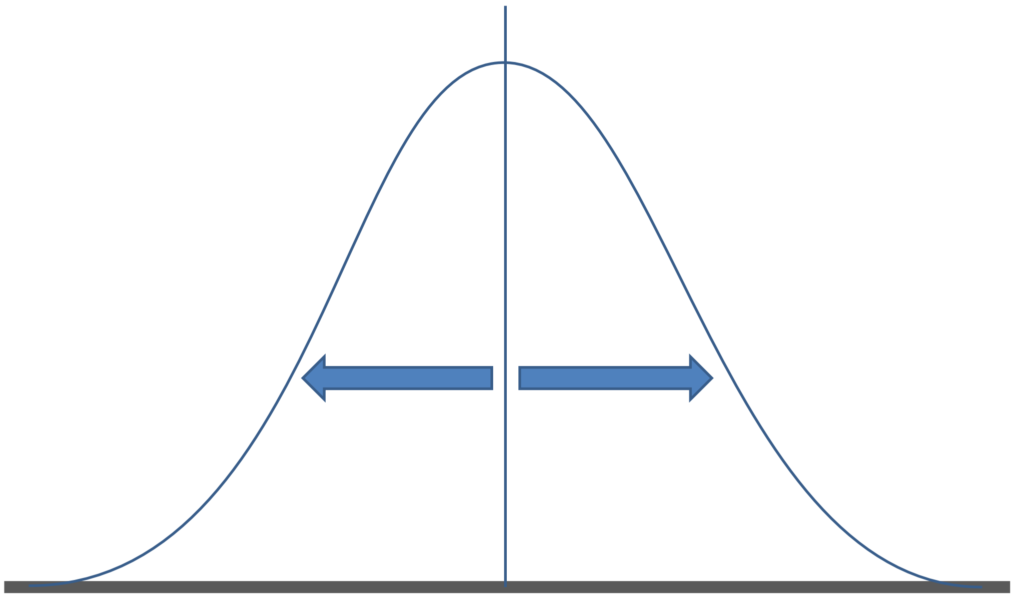
偏りのないデータ

身長の分布など

偏っているデータ

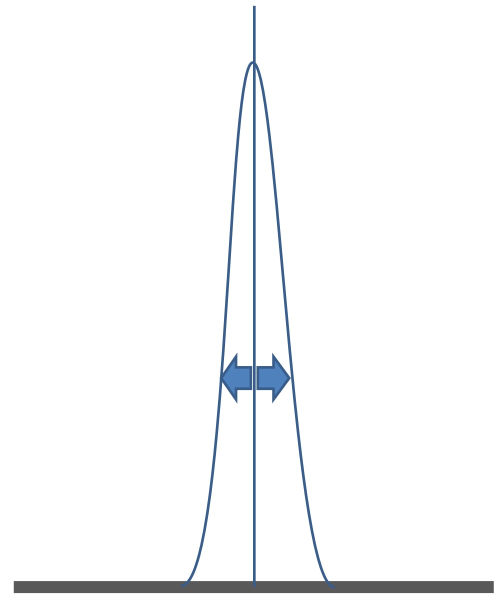
体重の分布など

イメージ　ばらつき



ばらつき大きい

中心からの差が
全体的に大きい



ばらつき少ない

中心からの差が
全体的に小さい

平均値

- 合計を計算
- 要素数で割る

中央値

- 小さい順（大きい順）にならべる
- 要素が奇数の場合、真ん中の値を採用
- 要素が偶数の場合、中央の２要素の平均値を計算

ばらつきとは？

分散、標準偏差

平均値からのずれの大きさ

分散

- 平均値を計算
- 各要素-平均値を計算
- その値を2乗
- その平均値を計算

分散

②要素iと平均値の差

①平均値

⑤要素数nで
割って平均
にする

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

③その2乗

④その全要素(iが1からnまで)の合計

分散…2乗された値

計測値と単位を
そろえるため

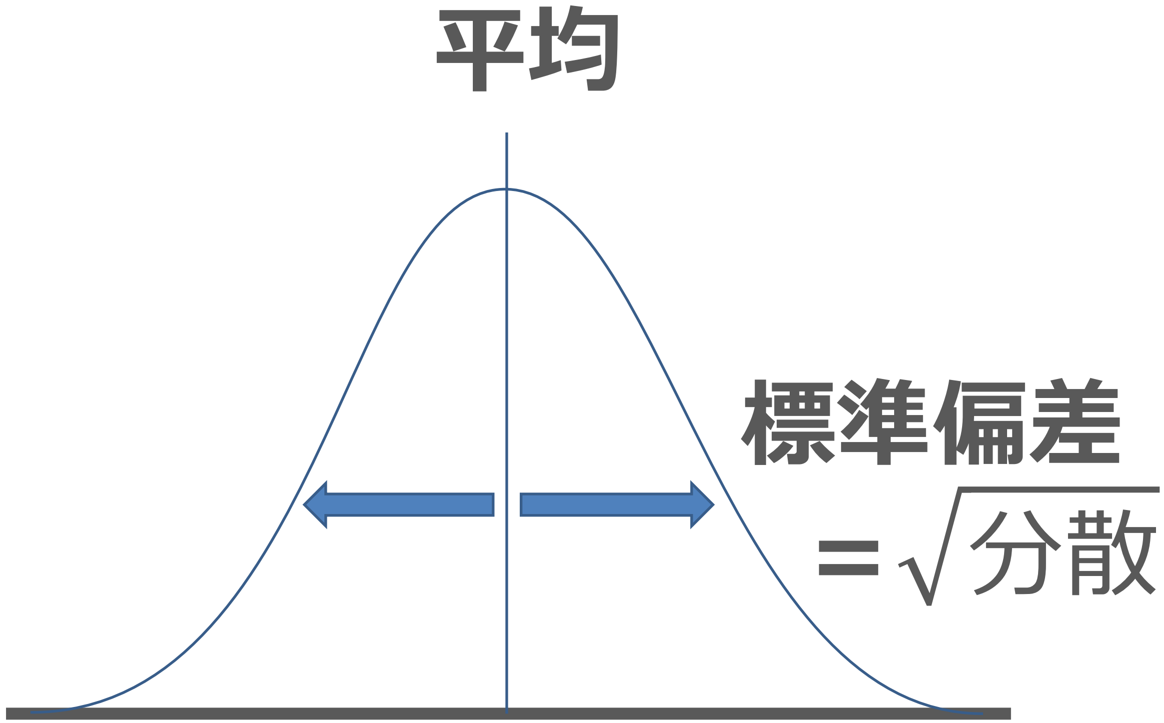
平方根を計算

標準偏差

目的：このクラスの人の身長はどのくらい？

	平均		標準偏差
男性		±	
女性		±	

イメージ



もっと広い
世界が知りたい

目的：このクラスの人の身長はどのくらい？

↓

目的：日本人の身長はどのくらい？

全員の身長を測定して計算する

現実的ではない。
コストもかかる

何名かを抜き取り調査する

サンプリング（抽出）

サンプリング

偏りなくランダムに選ぶことが原則

ランダムサンプリング
（無作為抽出）

サンプリングされた要素

標本
（サンプル）

今回の目的の場合、
サンプリングされた人のこと

サンプリング前の要素全体

母集団　＝解析の対象

今回の目的の場合、日本人全員のこと

標本の数が多いほど、正確になる！

目的：日本人の身長はどのくらい？

↓

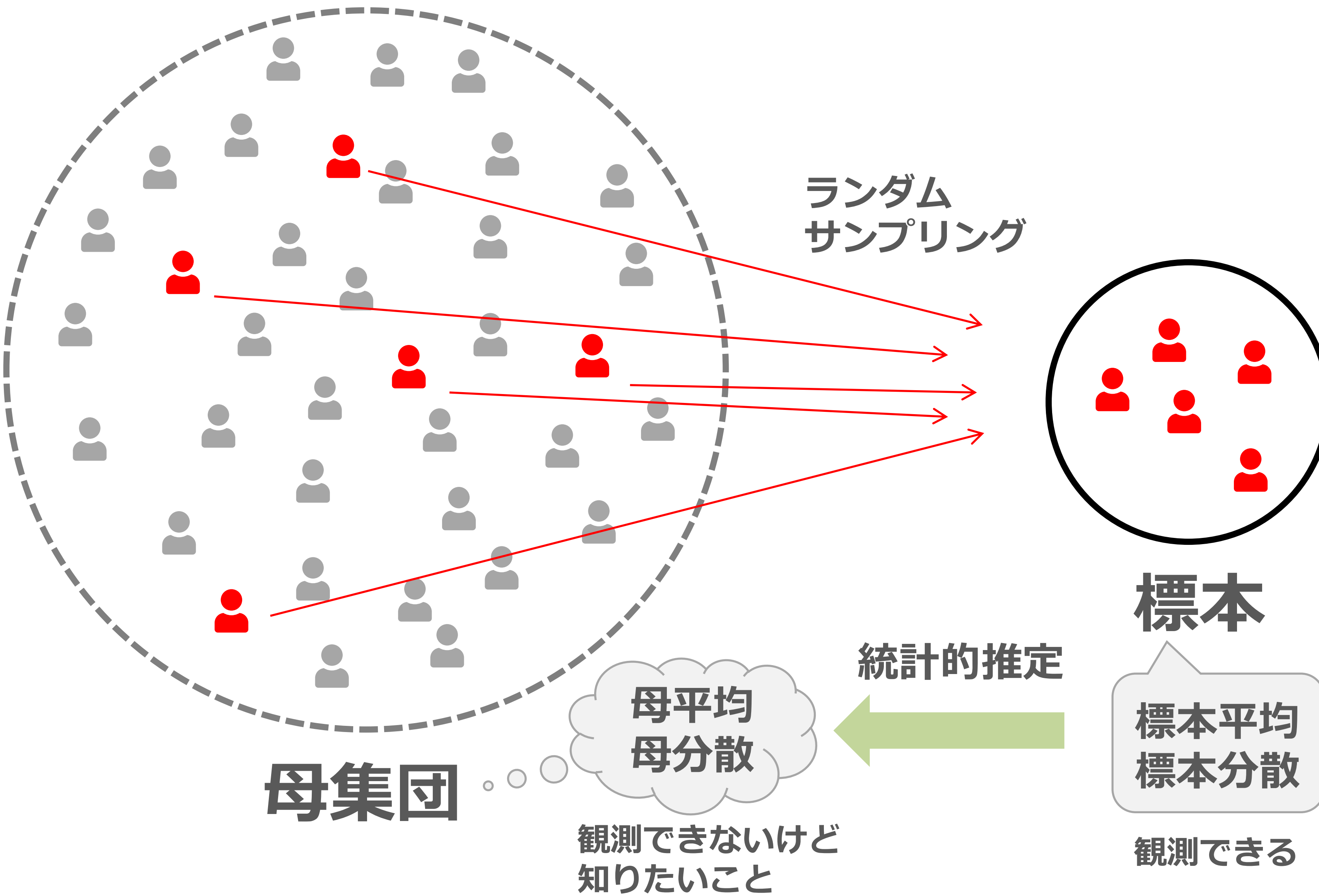
限られた標本から
母集団（日本人全体）の

- 推定の平均値や
- 推定のばらつき

を計算する、という問題

統計的推定

母集団が大きい、あるいは無限で、直接観測できないとき、標本を観測することで、母集団の性質を調べる。



母平均μ　←　標本平均$\bar{x}$

一致が期待できる

母分散σ^2　　標本分散s^2

母集団の全標本を観測できる場合は一致するが、
そうでない場合は、**実は一致が期待できない**

一致が期待できる

不偏(標本)分散v^2

真の値から外れていないことを、
不偏性があると言うので。

標本分散

②要素iと平均値の差

①標本平均

⑤要素数nで割って平均にする

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

③その2乗

④その全要素(iが1からnまで)の合計

不偏(標本)分散

⑤n-1で割る

$$\frac{1}{\boldsymbol{n-1}}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

n-1で割る？

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

- 標本の数nが母集団の数N（大きな数）に近づくと、母分散に近くなる

➡ 母分散の推定に使える

- 自由度を表している

自由度＝互いに影響を与えない（独立した）値の数

上の式で、一つの観測値x(i=a)は他と完全に独立ではなく、それ以外の(n-1)個の独立した観測値と平均値$\bar{x}$によって求められる。

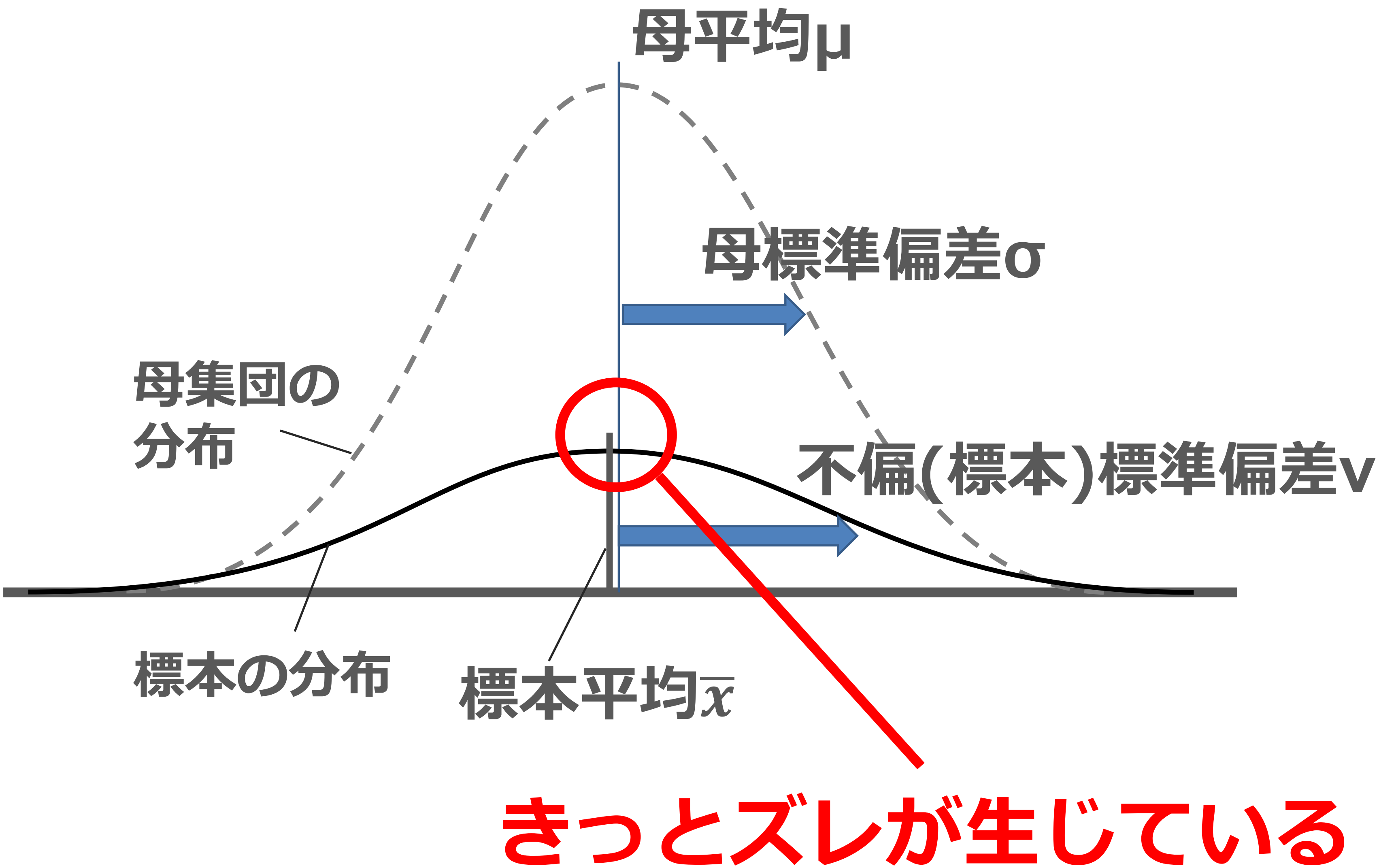
用語より、
n-1で割っているか
どうかに注目

書籍によって、標本分散s^2を不偏標本分散（不偏分散）のこととして記述しているものもあります。「（不偏）標本分散」と記述されることもあります。標本を考える時点で、そもそも母集団の推定を前提としていることが多いためです。

nで割っていたら、**観測値**の話
n-1で割っていたら、**推定値**の話

です

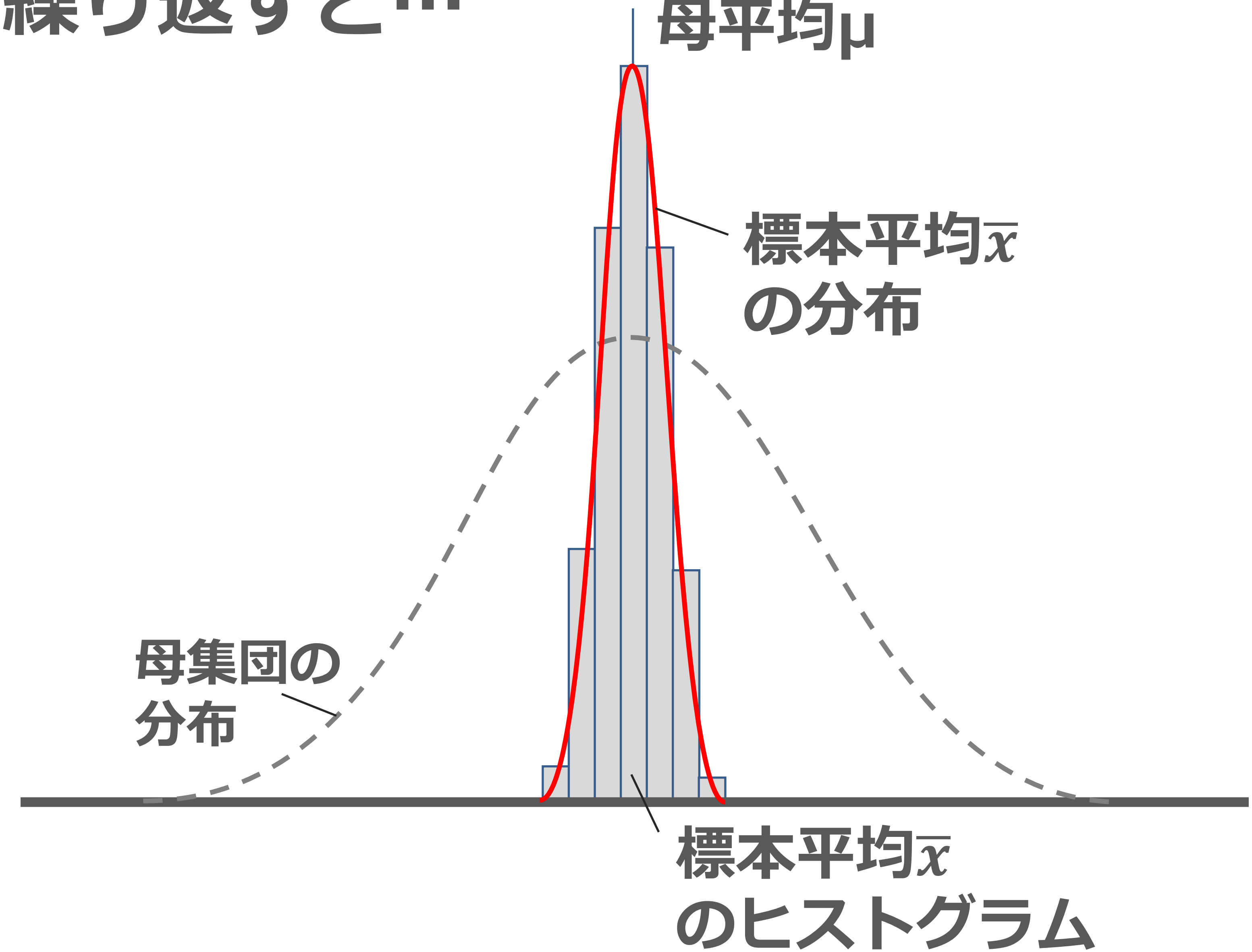
イメージ


母平均μ
母標準偏差σ
母集団の
分布
不偏(標本)標準偏差v
標本の分布
標本平均$\overline{x}$
きっとズレが生じている

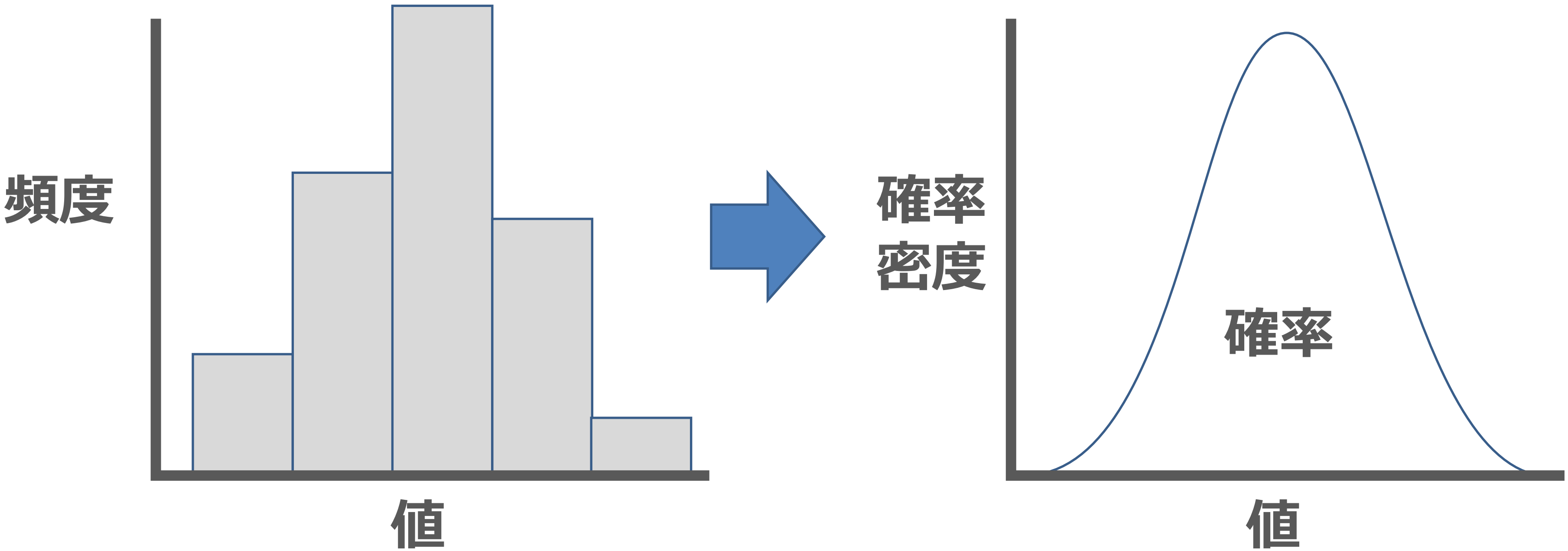
誤差

- サンプリング誤差
- 測定誤差

サンプリングして標本平均$\overline{x}$を算出して、を繰り返すと…



分布　データの散らばり具合



ヒストグラム

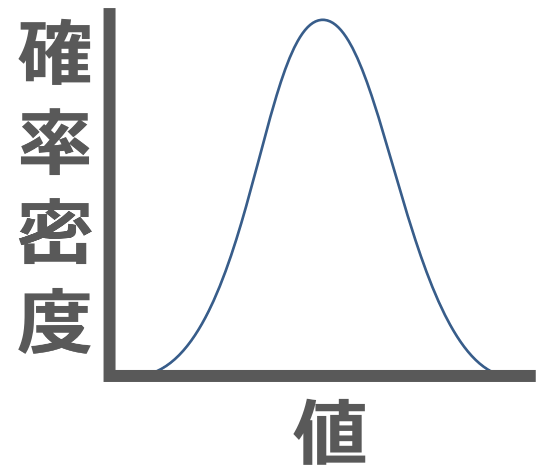
観測結果

確率密度関数

事象の起こる確率を表すモデル

正規分布（ガウス分布）

- 平均値が中心で、
- 平均値に近いものが多く、
- 左右に均等な釣り鐘状の分布



均等な確率で生じたばらつき
の場合にとる分布

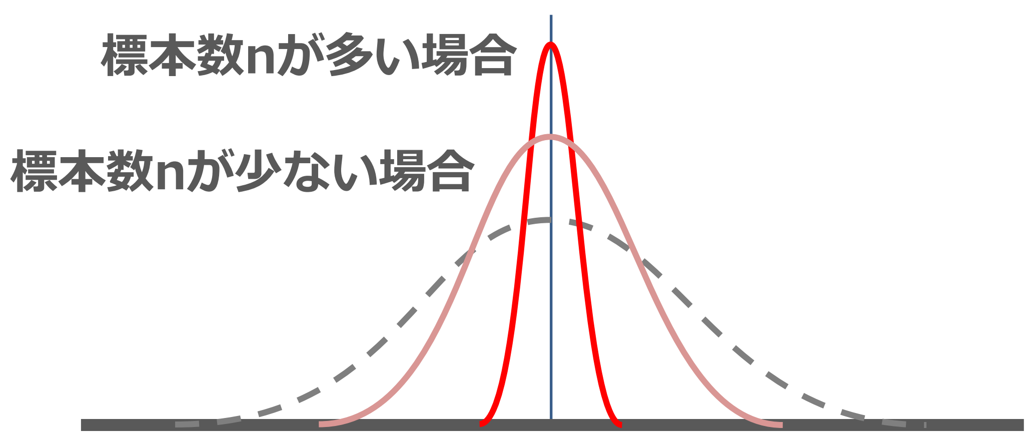
✓ 身長の分布
✓ 測定誤差の分布
✓ 自然界で起こるゆらぎ　　など

標本平均$\overline{x}$の分布

- 正規分布に従う
- 標本の数nが大きいほど、標本平均$\overline{x}$の推定確度は高まり、分散が小さくなる
- 分散は**母分散σ^2の1/n**になることが知られている

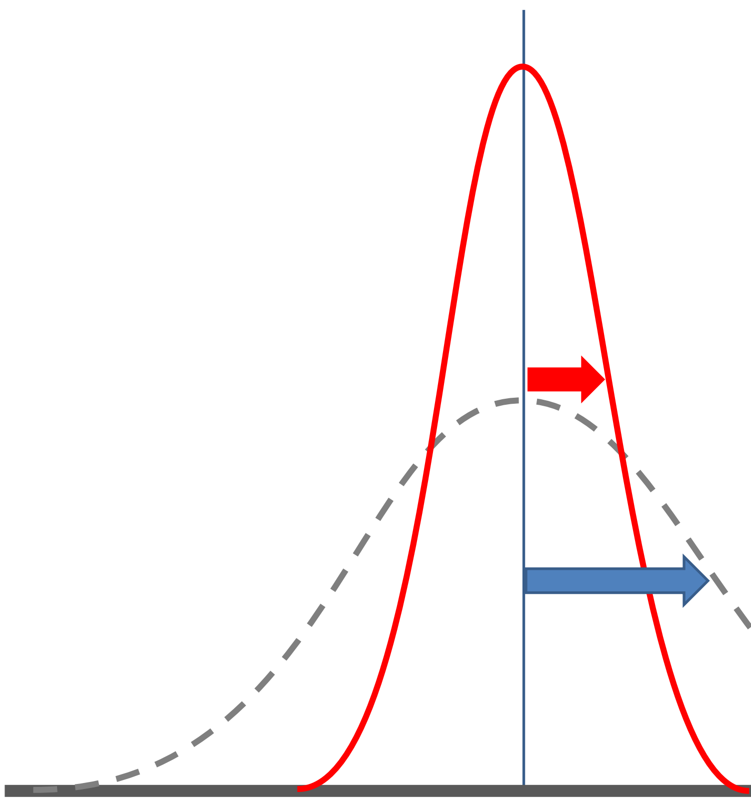
n=1なら、母集団のうち一つずつを測定するのと同じなので、分散も同じ。
n=母集団数Nなら、全数検査なので、母平均μとのずれはゼロになる。

中心極限定理



標準誤差

- 標本平均$\bar{x}$の分布の標準偏差のこと。
  つまり、母平均μの推定値のばらつきを表す
- **母分散σ^2の1/nの平方根**



標準誤差
＝標本平均$\bar{x}$の標準偏差

$$=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

母標準偏差σ

標準偏差と標準誤差

論文などでよく見る図

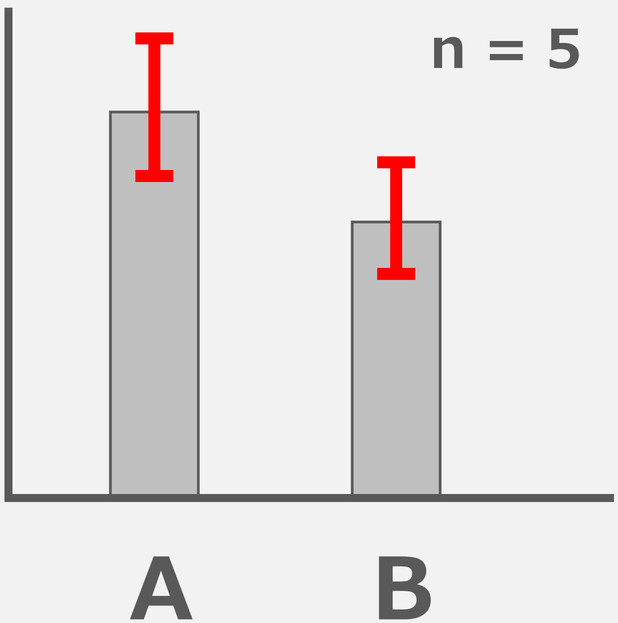


図１ A群とB群の＊＊の違い
それぞれ5個体を測定した。
エラーバーは標準偏差を表す

エラーバーが標準偏差

測定した標本自体の平均値を論じている

エラーバーが標準誤差

測定した標本から推定される母集団の平均値について論じている

標準誤差は標準偏差の$1/\sqrt{n}$なので、エラーバーは短くなり、より明確な差がありそうな見栄えになります。標準誤差を示すことが適当なのかどうかを、正しく判断しながらデータを解釈しましょう。

計算してみよう

このクラスの身長データからいくつかのデータを抜き出し、クラスの身長の平均値を推定してみる