

情報統計 第9回

2023年8月3日 神奈川工科大学



櫻井 望

公益財団法人かずさDNA研究所
先端研究開発部 シーズ開拓研究室
藻類代謝エンジニアリングチーム

学習の目標

- F検定(等分散性の検定)
- 分布の仲間
カイ二乗分布、F分布
- 分散分析ANOVA(F分布を使う)

2群の t 検定(独立2群)

等分散の場合

1群目: 標本数 n_1 , 不変標本分散 s_1^2 , 標本平均 \bar{x}_1

2群目: 標本数 n_2 , 不変標本分散 s_2^2 , 標本平均 \bar{x}_2

プール分散 $s^2 = \frac{(n_1 - 1) \times s_1^2 + (n_2 - 1) \times s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$

検定統計量 $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$

自由度: $n_1 + n_2 - 2$

帰無仮説: 2群の母集団の平均値は等しい

で、同様に検定できます

参考まで

2群の t 検定(独立2群)

等分散が仮定できない場合 ウェルチの方法

1群目: 標本数 n_1 , 不変標本分散 s_1^2 , 標本平均 \bar{x}_1

2群目: 標本数 n_2 , 不変標本分散 s_2^2 , 標本平均 \bar{x}_2

検定統計量
$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

(近似)自由度
$$v \approx \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{s_1^4}{n_1^2(n_1 - 1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2 - 1)}}$$

帰無仮説: 2群の母集団の平均値は等しい

で、同様に検定できます

参考まで

F検定

等分散性の検定

1群目: 標本数 n_1 , 不変標本分散 v^2_1

2群目: 標本数 n_2 , 不変標本分散 v^2_2

検定統計量: $F = \frac{v^2_a}{v^2_b}$ ※ v^2_a, v^2_b は、 v^2_1, v^2_2 のいずれか、分散の大きい方を分子にする。数値は1以上になる

自由度: $n_1 - 1, n_2 - 1$ ※分子と分母に対応させて、二つ与える

帰無仮説: 2群の分散は等しい

F分布を扱うExcel関数: F.DIST, F.DIST.RTなど

例)身長データの場合

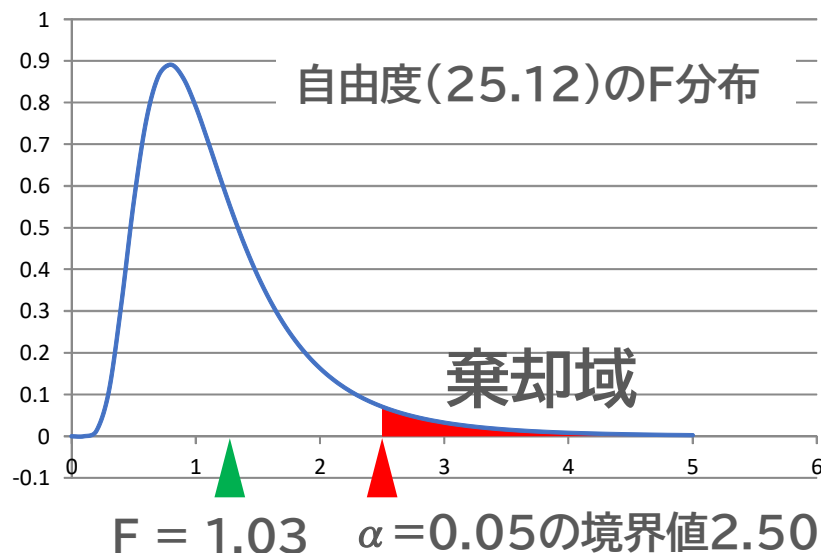
女性: $n_1 = 26$, $v^2_1 = 23.63$

男性: $n_2 = 13$, $v^2_2 = 23.02$

有意水準: 0.05とする

$$F = 23.63(\text{女性}) / 23.02(\text{男性}) = 1.03$$

自由度(25, 12)のF分布から、F.DIST.RT関数を使って求めた右側確率pは、0.50



F値が棄却域の境界値より内側
($1.03 < 2.50$, $p = 0.50 > \alpha$)
なので、帰無仮説は棄却できず、
「2群の分散に差があるとは言えない」と結論づけられた。

留意すべきこと

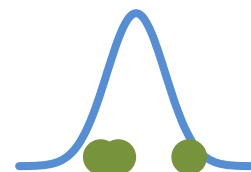
F検定で「分散に差がある」という結論を得たのち、2群の平均値に差があるかどうかをt検定すると、「**検定の多重性**」の問題にあたってしまう。

近年では、等分散かどうかに関係なく適用できるウェルチの検定を最初から行うことが望ましいという考えも出てきている。

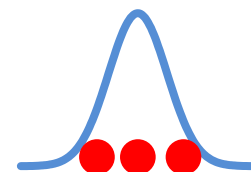
F分布

カイ二乗分布

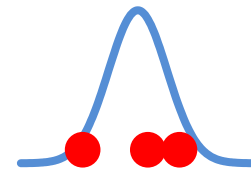
標準正規分布



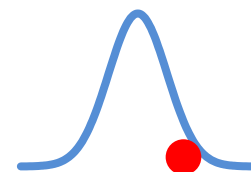
複数の変数を含む**2群**
(分散の比を考える)



複数の変数
(分散を考える)

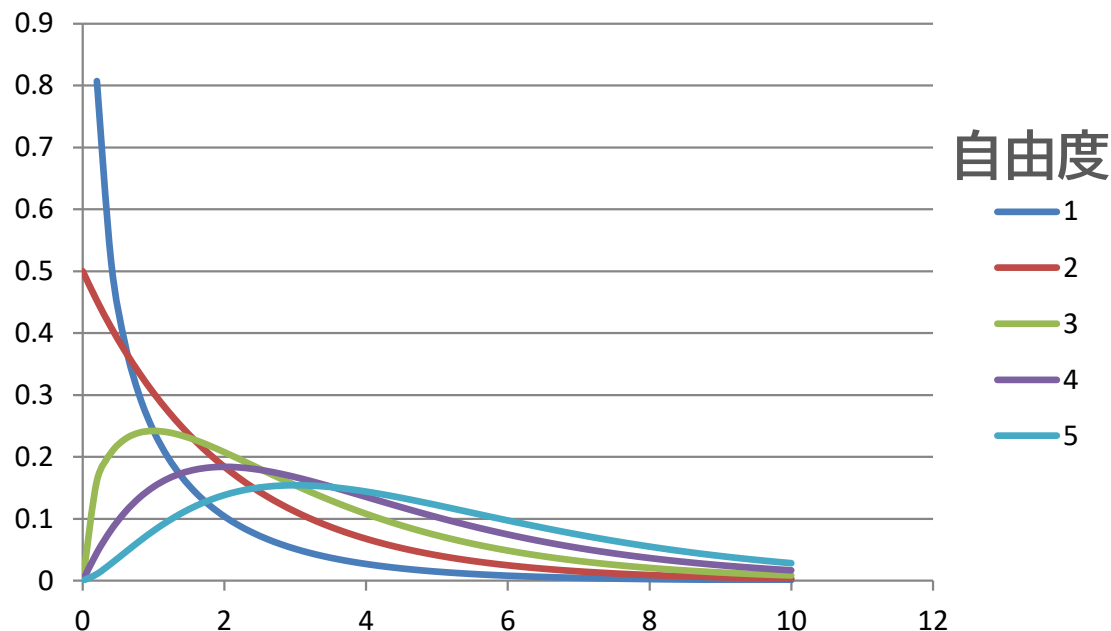
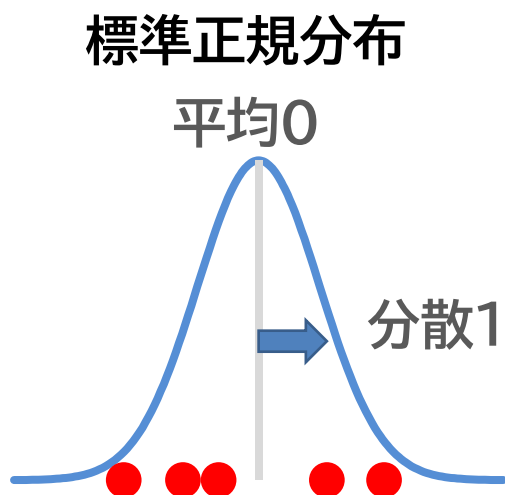


ひとつの変数



カイ二乗分布

標準正規分布に従った**独立した**変数がいくつ
つかあるとき、その**二乗和**が従う分布



カイ二乗分布の性質

正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従った k 個の変数 x_i について、
偏差(平均からの差)の平方和と分散の比は、自由度 k のカイ二乗分布に従う

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^k \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2$$

カイ二乗検定

	ビール 好き	ビール あんまり
男性	23	12
女性	7	8

二つのカテゴリに関連があるかを調べたい

帰無仮説:

二つのカテゴリは独立である(関連がない)

有意水準: 0.05

カイ二乗検定の手順

(1) 観測データから、カテゴリーごとに割合を出す

	ビール好き	ビールあんまり	合計
男性	69	36	105 70%
女性	21	24	45 30%
合計	90 60%	60 40%	150 100%

(2) 割合から、カテゴリーが独立な場合の度数(期待度数)を出す

	ビール好き	ビールあんまり	合計
男性	63	42	105 70%
女性	27	18	45 30%
合計	90 60%	60 40%	150 100%

カイ二乗検定の手順

(3)観測度数と期待度数の差を出す

	ビール好き	ビールあんまり
男性	6	-6
女性	-6	6

(4)その二乗を出す

	ビール好き	ビールあんまり
男性	36	36
女性	36	36

(5)期待度数で割る

	ビール好き	ビールあんまり
男性	$36/63 = 0.57$	$36/42 = 0.86$
女性	$36/27 = 1.33$	$36/18 = 2$

(6)その和を求める

$$x = 0.57 + 0.86 + 1.33 + 2 = 4.76$$

このように求めた値 x は、カイ二乗分布に近似できる。

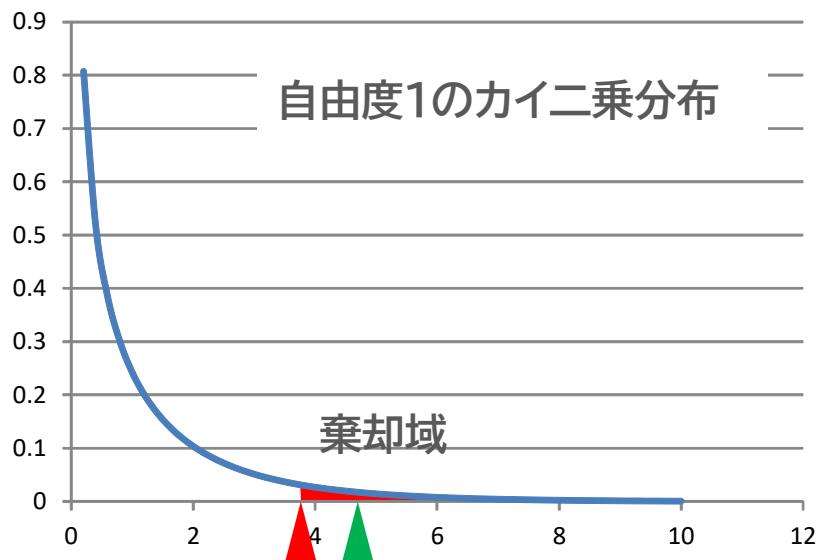
自由度は、各カテゴリ(性別、ビールの好み)の要素数をそれぞれ n_1, n_2 とすると、 $(n_1-1)*(n_2-1)$ 。

この例の場合では、 $(2-1)*(2-1) = 1$

カイ二乗検定の手順

(7)結論

χ の値が棄却域の境界値の外側($3.84 < 4.76$, $p=0.029 < \alpha$)なので、帰無仮説は棄却され、「二つのカテゴリは独立ではない」と判断された。



$\alpha = 0.05$, $\chi = 4.76$,
境界値3.84 $p = 0.029$

よって、この母集団においては、「性別とビールの好みとの間に何かしら
の関連性がある」と結論づけられた。

カイ二乗分布を扱うExcelの関数:
CHISQ.DIST, CHISQ.DIST.RT, CHISQ.INV.RTなど

カイ二乗検定の留意点

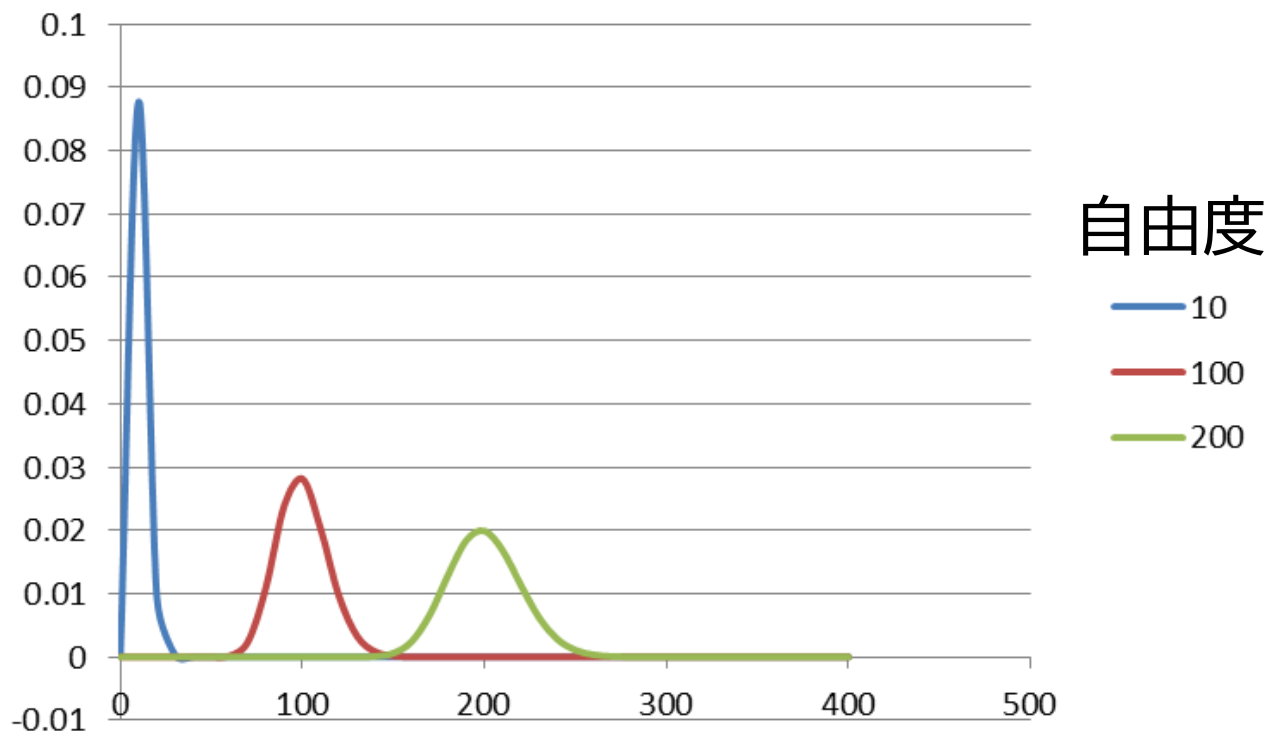
観測数が少ないとカイ二乗分布への近似ができないので、その場合はフィッシャーの正確確率検定を行う。

目安:

期待度数が5未満のセルが、全セルの20%以上で存在する場合、近似が不正確と考えられる
(コクラン・ルール)

期待度数が1未満のセルがあってはならない

カイ二乗分布の性質 その2



自由度 k が大きくなると、

平均値: k

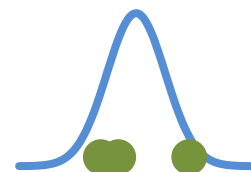
分散: $2k$

の正規分布に近づいてゆく

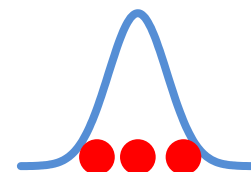
F分布

カイ二乗分布

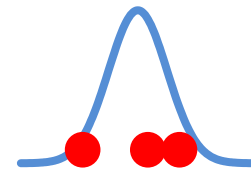
標準正規分布



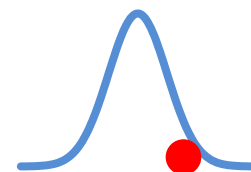
複数の変数を含む**2群**
(分散の比を考える)



複数の変数
(分散を考える)



ひとつの変数



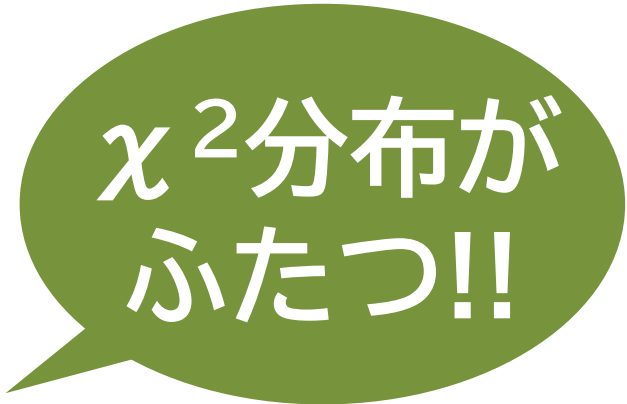
F分布とカイ二乗分布の関係

自由度 k_1 のカイ二乗分布 χ^2_1

自由度 k_2 のカイ二乗分布 χ^2_2

があるとき、次の値 F は、自由度 (k_1, k_2) のF分布に従う

$$F = \frac{\chi^2_1 / k_1}{\chi^2_2 / k_2}$$



χ^2 分布が
ふたつ!!

F分布の活用

正規分布 $N(\mu_1, \sigma^2_1)$ に従った母集団から得た標本、
標本数： n_1 、不偏標本分散： v^2_1

正規分布 $N(\mu_2, \sigma^2_2)$ に従った母集団から得た標本、
標本数： n_2 、不偏標本分散： v^2_2

があるとき、

$$F = \frac{\chi^2_1/k_1}{\chi^2_2/k_2} = \frac{v^2_1/\sigma^2_1}{v^2_2/\sigma^2_2}$$

二つの母集団の分散 σ^2_1 と σ^2_2 が等しいと仮定できる場合は、

$$F = \frac{v^2_1}{v^2_2}$$



これをF検定で利用している！

F分布の活用

カイ二乗分布の性質

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2}{\sigma^2} \quad \text{自由度} k$$

この式を変形すると、

不偏標本分散 v^2 になっている！

$$\chi^2 = \frac{k \times \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2}{k}}{\sigma^2} = \frac{k \times v^2}{\sigma^2}$$

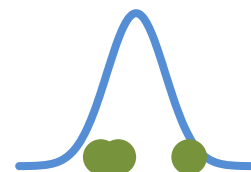
したがって、

$$\frac{\chi^2}{k} = \frac{k \times v^2}{\sigma^2} \times \frac{1}{k} = \frac{v^2}{\sigma^2}$$

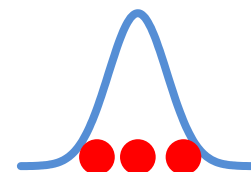
F分布

カイ二乗分布

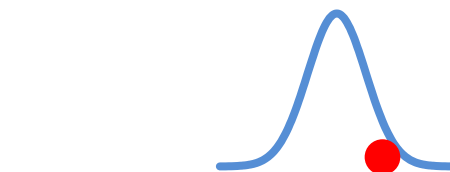
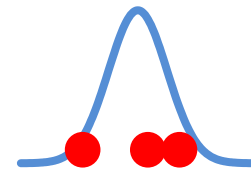
標準正規分布



複数の変数を含む**2群**
(分散の比を考える)



複数の変数
(分散を考える)



ひとつの変数

by 櫻井

分散分析

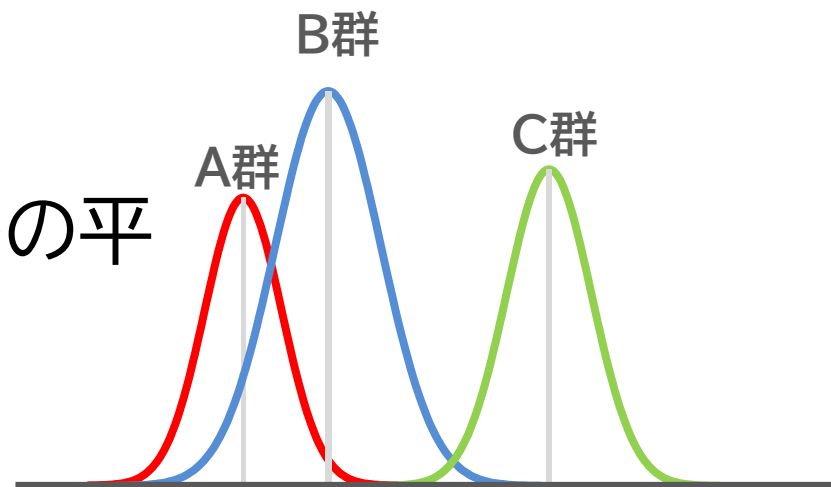
Analysis of Variance

ANOVA

- ✓ 3つ以上の群があるとき、
- ✓ 群の母平均に差があるかどうかを、
- ✓ 分散(F分布)を使って、

検定する方法

例) 1組、2組、3組で、テストの平均点に差があるか？



帰無仮説:

A群、B群、C群の母平均は等しい

対立仮説:

A群、B群、C群の母平均の中に、
異なる値がある

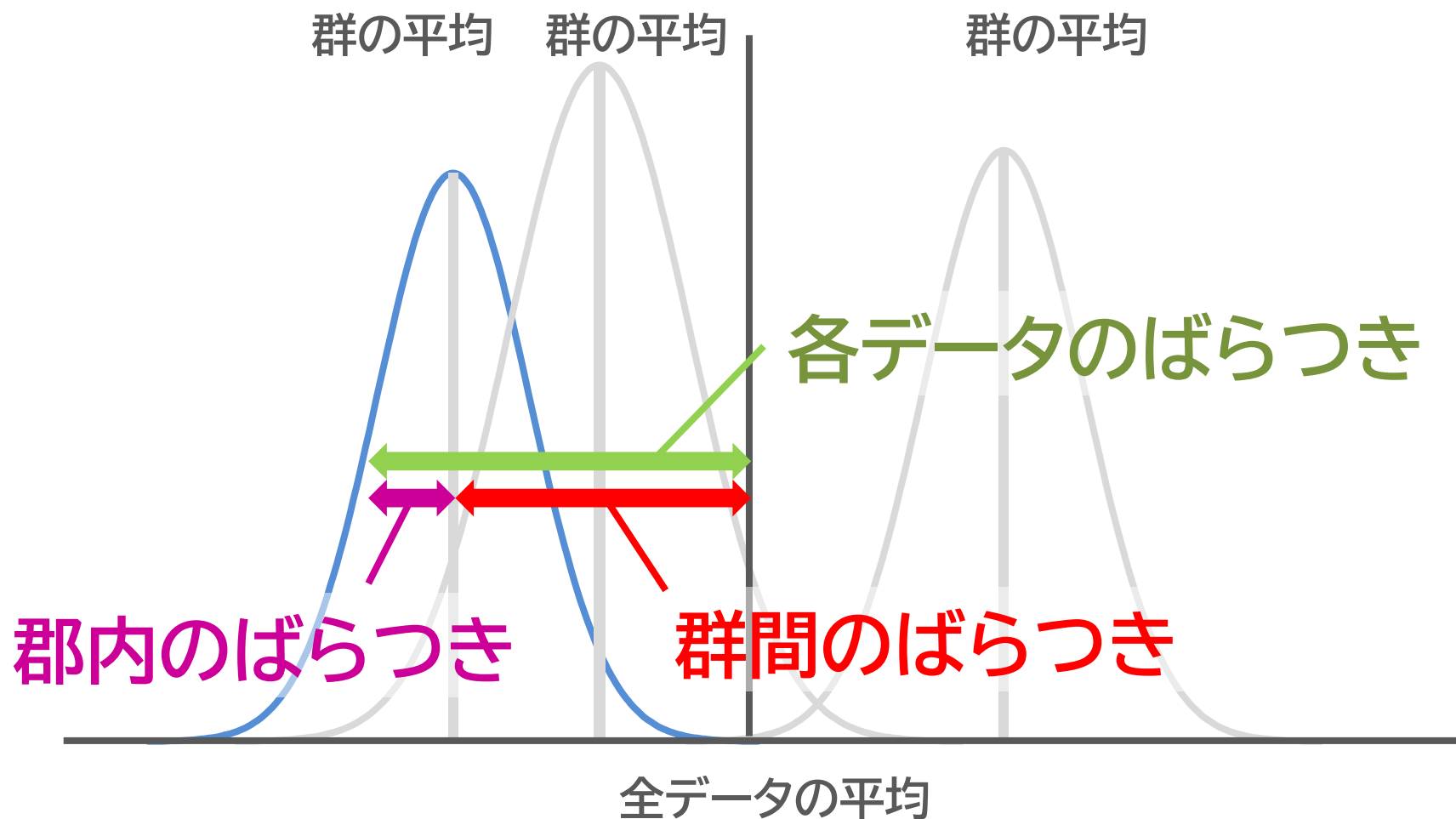


どれが異なっているかまではわからない！

帰無仮説が棄却されたときは、解釈に注意が必要

分散分析のイメージ

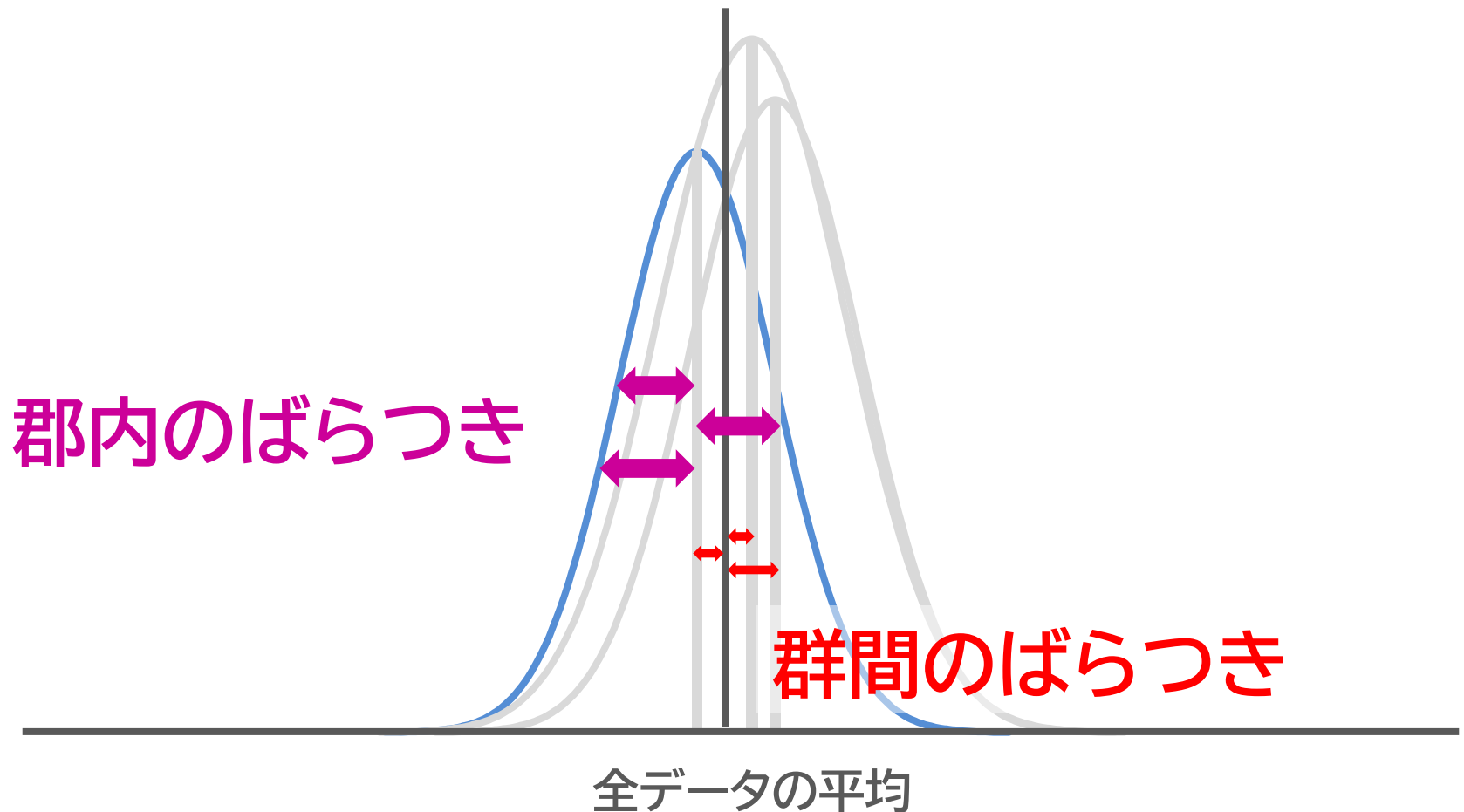
データのばらつきを、**群間**のばらつきと、**偶然により起こる群内**のばらつきに分けて考える



分散分析のイメージ

群の平均に差がなければ、

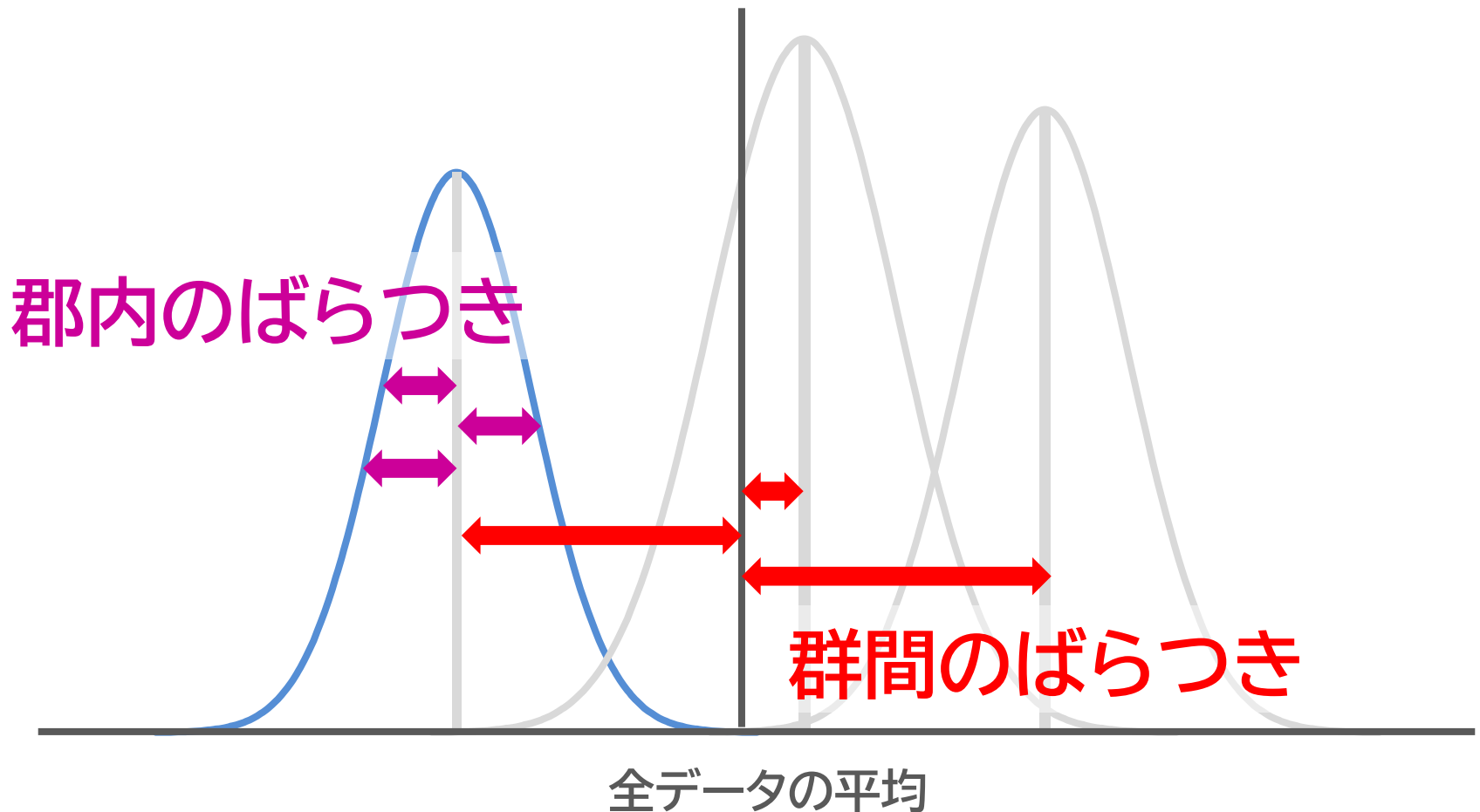
群内のばらつき > **群間**のばらつき



分散分析のイメージ

群の平均に差があるほど、

群内のばらつき < **群間**のばらつき



分散分析の手順

分散分析表を穴埋めしてゆく

要因	平方和 S	自由度 df	不偏標本分散 V ²	F値
群間 (因子)	S(群)	df(群) =群の数-1	V ² (群) =S(群)/df(群)	V ² (群)/V ² (残差)
群内 (残差)	S(残差)	df(残差) =全データ数-群 の数	V ² (残差) =S(残差)/df(残差)	
全体	S(全体)	df(全体)		

分散分析の手順

例) A～Dの異なる生育環境で育てた植物の、ある成分の含量

A群	341	347	328	329	352
B群	305	317	342	322	319
C群	342	313	350	323	
D群	331	327	303	314	

エクセルファイル: 230803_anova.xlsx

以下の基本情報を計算する

- ①群ごとのデータ数
- ②全データの個数
- ③群の平均値
- ④全データの平均値

以下の差(ずれ)を計算する

- ⑤全データについて、全体の平均からの差
- ⑥各群の平均について、全体の平均からの差
- ⑦群内の各データについて、群平均からの差

差(ずれ)の二乗を計算する

- ⑧全データについて、全体の平均からの差の二乗
- ⑨各群の平均について、全体の平均からの差の二乗
群のデータ数を乗じる
- ⑩群内の各データについて、群平均からの差の二乗

二乗和を計算する

- ⑪全データについての全体の平均からの差の二乗和
- ⑫各群の平均についての全体の平均からの差の二乗和
- ⑬群内の各データについての群平均からの差の二乗和

分散分析表を埋める

⑭二乗和

⑪ = ⑫ + ⑬となっているはず

⑮自由度

全体: ②全データ数 - 1

群間: 群の個数 - 1

群内: 全体の自由度 - 群間の自由度

⑯不偏標本分散(群間、群内について)

二乗和 / 自由度

⑰F値

不偏標本分散の比(群間/群内)

用語

要因:

データに影響を与えるもの

因子:

要因の中で特に母平均の差に影響すると思われたため、解析の対象とするもの

残差:

偶然によって生じたばらつき

p値、 α のF境界値を計算する

⑮⑯で求めたF値と自由度から、F.DIST.RT関数を使って、p値を計算する

⑰有意水準 α に対応するF境界値を、F.INV.RT関数を使って計算する

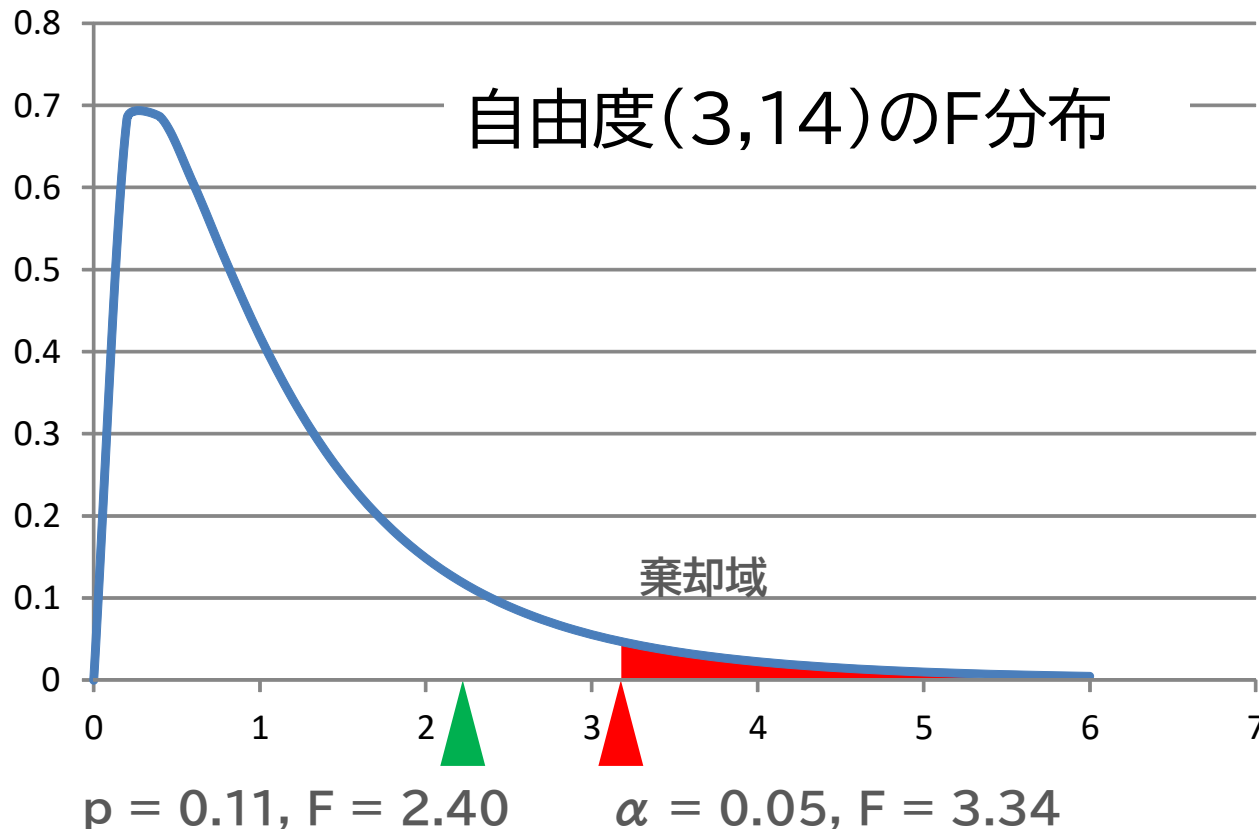
⑱F.DIST関数を用いて当該自由度のF分布を描く

p値の大きさ、 α に対応する境界値の大きさなどから、検定統計量が棄却域に入ったかどうかを判断する

結論づけをする

結論

p値は0.11となり、有意水準0.05で帰無仮説は棄却されなかった。したがって、「A～Dの生育方法によって成分の平均値に差があるとは言えない」と結論付けられた。



分散分析の種類



今回やった
もの

一元配置の分散分析 one-way ANOVA

一つの因子からなるデータを分析する方法

二元配置の分散分析 two-way ANOVA

二つの因子からなるデータを分析する方法。例)薬剤の種類と投与量など。二つの要因が組み合わさる交互作用(相乗効果)を確認することもできる

多元配置の分散分析

情報統計 第10回

2023年8月3日 神奈川工科大学



櫻井 望

公益財団法人かずさDNA研究所
先端研究開発部 シーズ開拓研究室
藻類代謝エンジニアリングチーム

相関

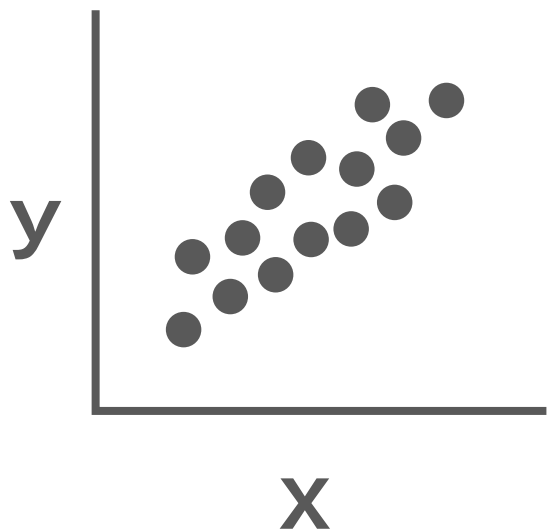
学習目標

相関のあるなしを評価できるように
なる

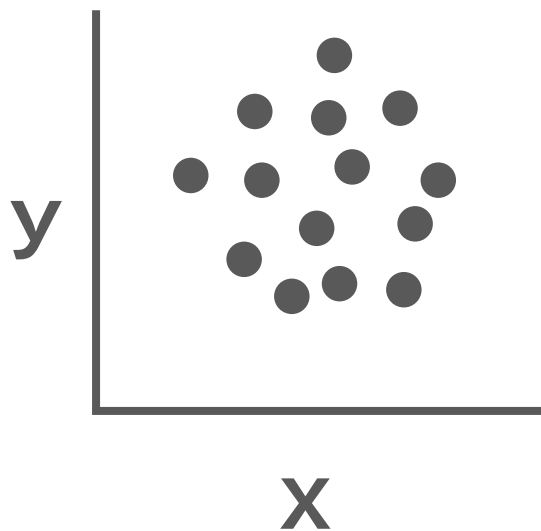
相関関係と因果関係の違いが分かる

散布図

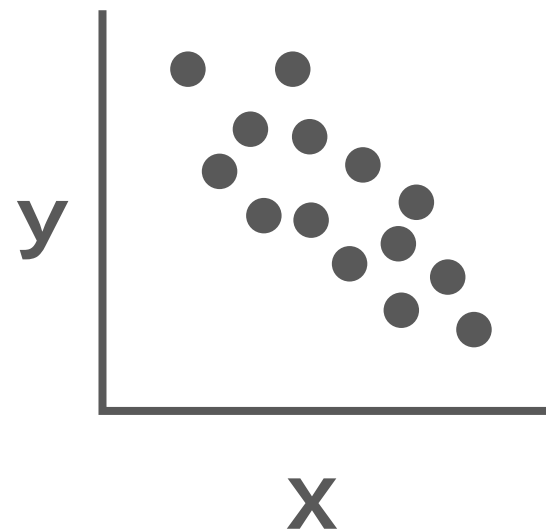
二つの変数の間の関係性を見える化する手法



正の相関がある

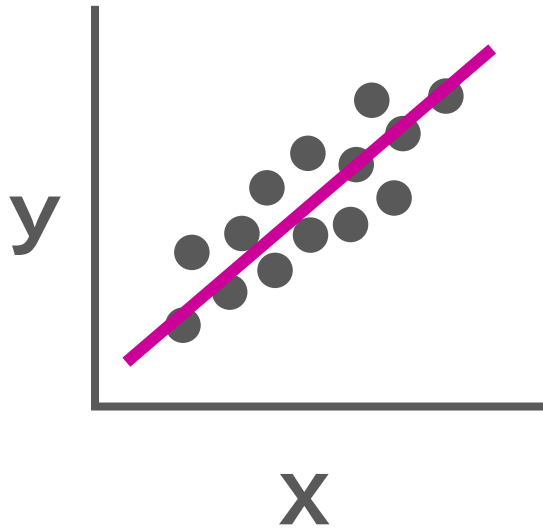


相関がない



負の相関がある

散布図の回帰曲線



エクセルのグラフ上でプロットを右クリックし、挿入できる

相関係数

- 二つの変数の間の関係性の強さを数値化したもの
- $-1 \sim 1$ の間の値をとる
 - 0.7～1.0:強い正の相関
 - 0.4～0.7:中程度の正の相関
 - 0.2～0.4:弱い正の相関
 - 1.0～-0.7:強い負の相関
 - 0.7～-0.4:中程度の負の相関
 - 0.4～-0.2:弱い負の相関
 - 0.2～0.2:相関がない
- Excelでは**PEARSON関数**で計算できる

注意点

回帰曲線の R^2 値は、相関係数ではありません!!

R^2 値は、回帰曲線への当てはまり度を示すもので、「決定係数」と呼ばれます。

Excelで、原点を通らない直線近似をした場合は、ピアソン相関係数の二乗に当たります。このため、相関係数が $-1 \sim 1$ の値を取るのに対し、 R^2 値は $0 \sim 1$ の値を取ります。負の相関であっても、 R^2 が正の値を取っているのはこのためです。

生や負の相関のあるなしや、強弱を考える場合は、必ず相関係数をもとに考えましょう。

相関関係を
見てみる

都道府県別の統計

<https://todo-ran.com/>

携帯版 | スマホ版 | English

都道府県別統計とランキングで見る県民性 [とどらん]

都道府県別統計とランキングで見る県民性

<https://todo-ran.com/>

トップ	国土・インフラ	社会・政治	産業・経済	文化・くらし・健康	娯楽・スポーツ	店舗分布	その他
リクエスト	サイトについて	作者について	引用・転載について	統計八百屋			



栄養士、管理栄養士募集
中

《完全無料》栄養士複数在籍、未経験歓迎など栄養士の非公開求人をご紹介します



都道府県別統計を比較した都道府県ランキング。1339 ランキング掲載中

odomon@gmail.com

当サイト一番人気

都道府県
ベスト&ワースト

各都道府県の1位と47位だけを一覧表にまとめました。県民性が一目でわかります。

都道府県比較

東京vs大阪、埼玉vs千葉vs神奈川県など任意の都道府県の似たところ、似ていないところを

トップ

最新ランキング

2019年参議院比例代表：NHKから国民を守る党得票率 [2019年 第一位 徳島県]

ツイート

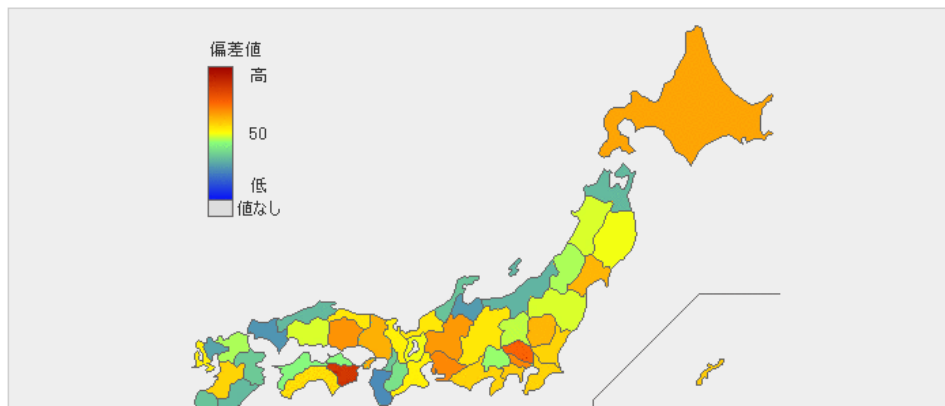
4,516

いいね!

B!

529

シェア



記事を探す

検索から探す (googleサイト内検索)

Google カスタム検索

サイト内検索

カテゴリから探す

政治・経済などカテゴリ別全記事表示

新着から探す

新しい順に全記事表示

データを集めてみる

例)

神奈川県の高いランクのうち、
「しゅうまい消費量」と
「最低賃金」や「農業就業人口」との相関

- サイトでデータをコピー
- エクセルに貼り付け
- エクセルで加工(県の列で並び替え)
- 散布図を描く
- PEARSON関数で相関係数を計算する

相関係数を手で計算する

ピアソンの積率相関係数

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$
$$= \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

s_{xy} : xとyの共分散

s_x : xの標準偏差

s_y : yの標準偏差

n : xとyのペアの数

無相関の検定

帰無仮説:

母集団の相関係数は0(無相関)である

分布: t 分布

検定統計量:
$$t = \frac{|r|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

自由度: $n-2$

※ $|r|$ は r の絶対値

エクセルではABS関数
で計算できる

その他の相関係数

- スピアマンの順位相関係数
- コサイン相関係数

相関と因果

相関関係：

二つの事柄に関連性がある

因果関係：

二つの事柄が、原因と結果の関係である

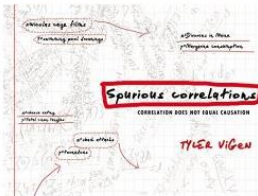
疑似相關

<https://www.tylervigen.com/spurious-correlations>

tylervigen.com

[about](#) | [twitter](#) | [email](#) | [subscribe](#)

Spurious correlations



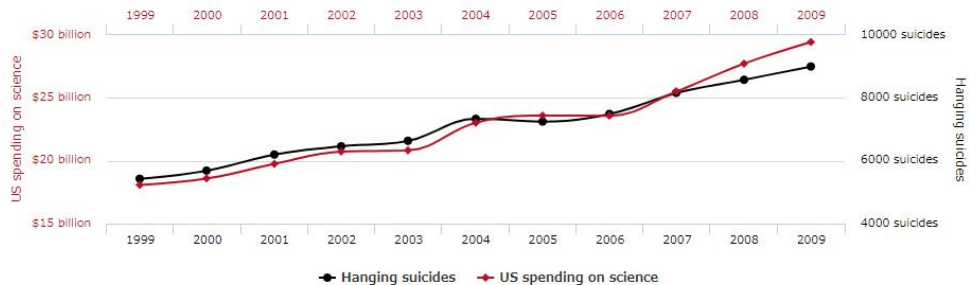
Now a ridiculous book!

- Spurious charts
- Fascinating factoids
- Commentary in the footnotes

[Amazon](#) | [Barnes & Noble](#) | [Indie Bound](#)

US spending on science, space, and technology correlates with Suicides by hanging, strangulation and suffocation

Correlation: 99.79% ($r=0.99789126$)

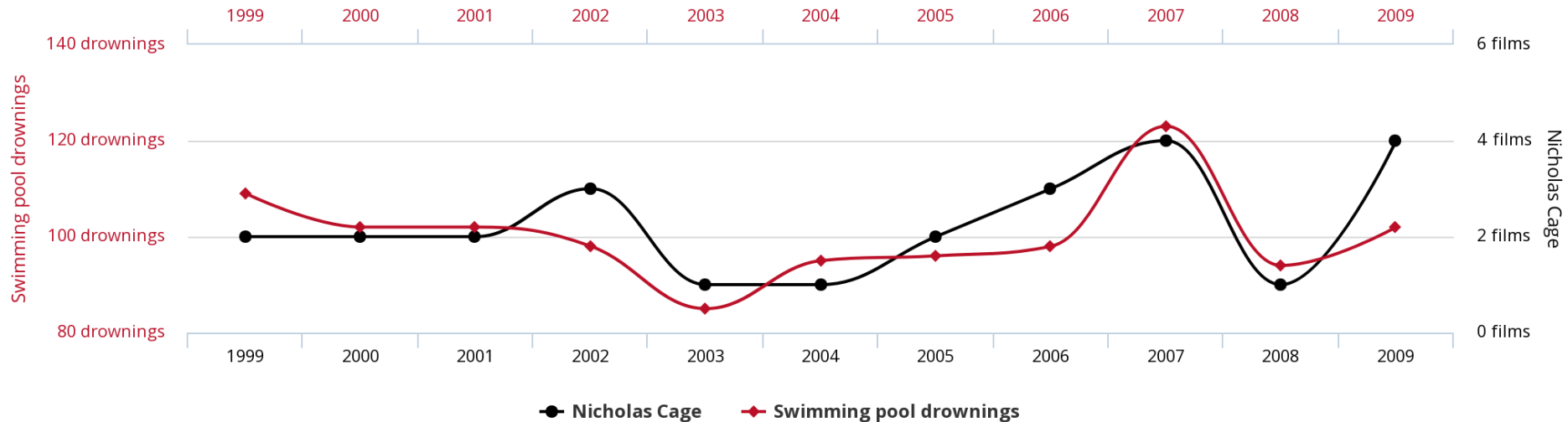


Data sources: U.S. Office of Management and Budget and Centers for Disease Control & Prevention

tylervigen.com

ニコラス・ケイジの映画出演本数と、 プールでおぼれた人の数に、 高い相関がある？

Number of people who drowned by falling into a pool
correlates with
Films Nicolas Cage appeared in





中室牧子, 津川友介著、ダイヤモンド社2017年

情報統計 第11回

2023年8月3日 神奈川工科大学



櫻井 望

公益財団法人かずさDNA研究所
先端研究開発部 シーズ開拓研究室
藻類代謝エンジニアリングチーム

多变量解析

学習目標

主成分分析について

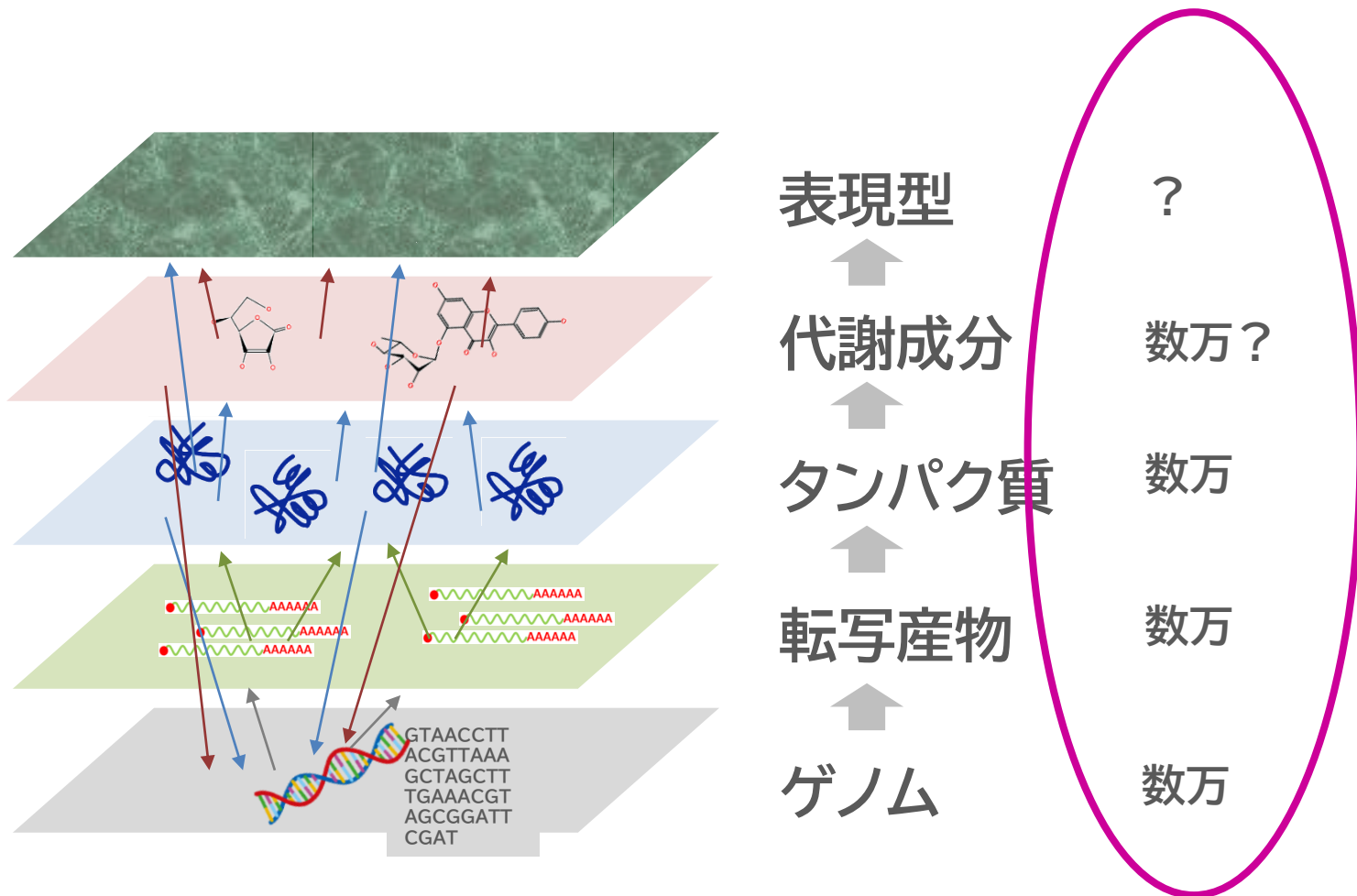
- 概念を理解する
- 結果の解釈の仕方を理解する

多変量データの例

- 大規模な疫学研究データ
- 生物等のオミクスデータ

など

生物の遺伝子情報の流れとオミクス



オミクス

それぞれの要素を一斉に検出しようとする技術・学問

多変量解析の目的

- データを要約して解釈しやすくする
- データに含まれる潜在的な因子を見つける
- 状況を判別したり、分類したりする
- 状況を予測する

さまざまな多変量解析

- 似ているものをグルーピングする
クラスター解析
- データを要約する
主成分分析
- 判別、分類、予測
判別分析、PLS、PLS-DA、重回帰分析

など

主成分分析

主成分分析で扱うデータ

組織ごとの生体試料など

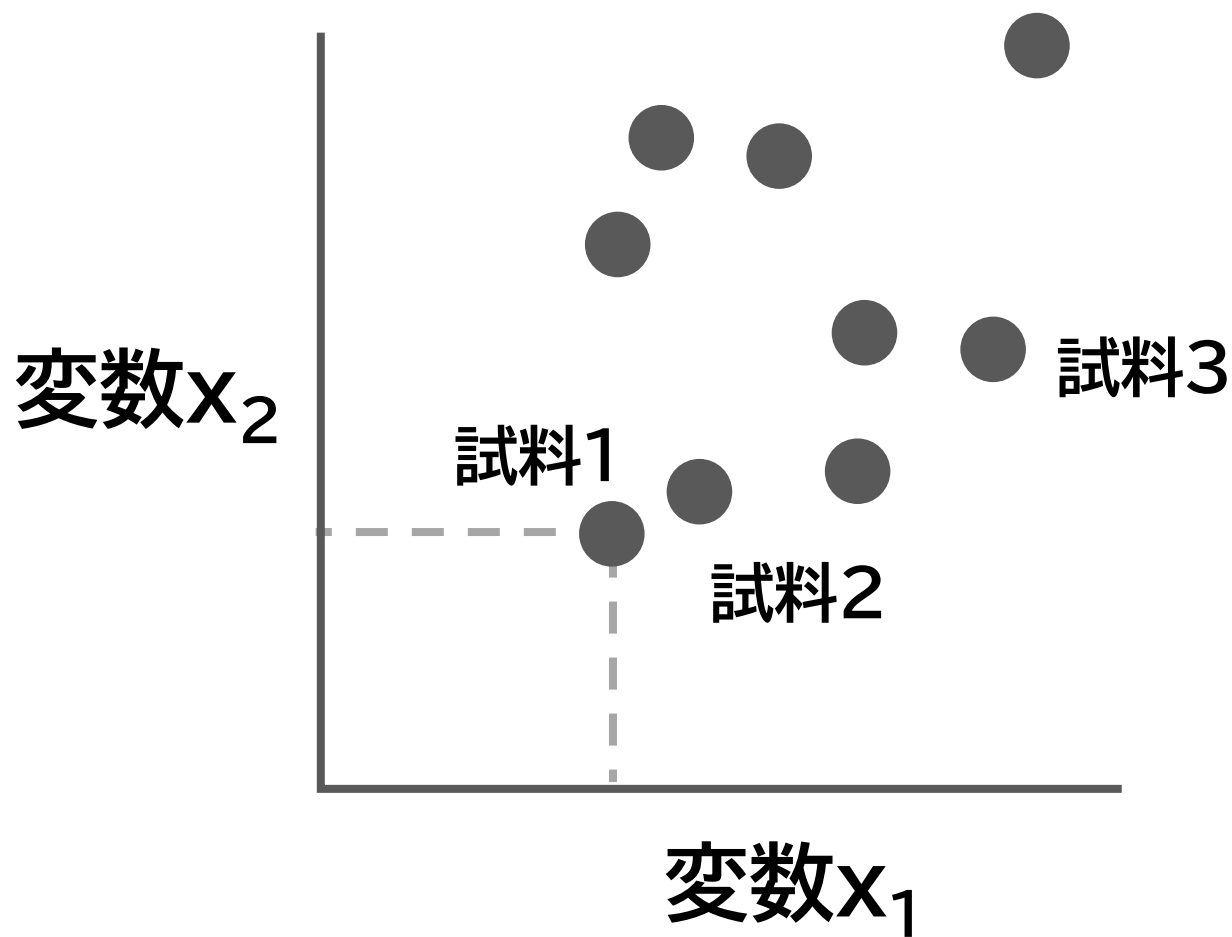
		対象					
		1	2	3	...	n	
変数	X_1	X_{11}	X_{21}	X_{31}		X_{n1}	
	X_2	X_{12}	X_{22}	X_{32}		X_{n2}	
	X_3	X_{13}	X_{23}	X_{33}		X_{n3}	
	...						
	X_m	X_{1m}	X_{2m}	X_{3m}		X_{nm}	

遺伝子など
説明変数, 観測変数

遺伝子発現量など

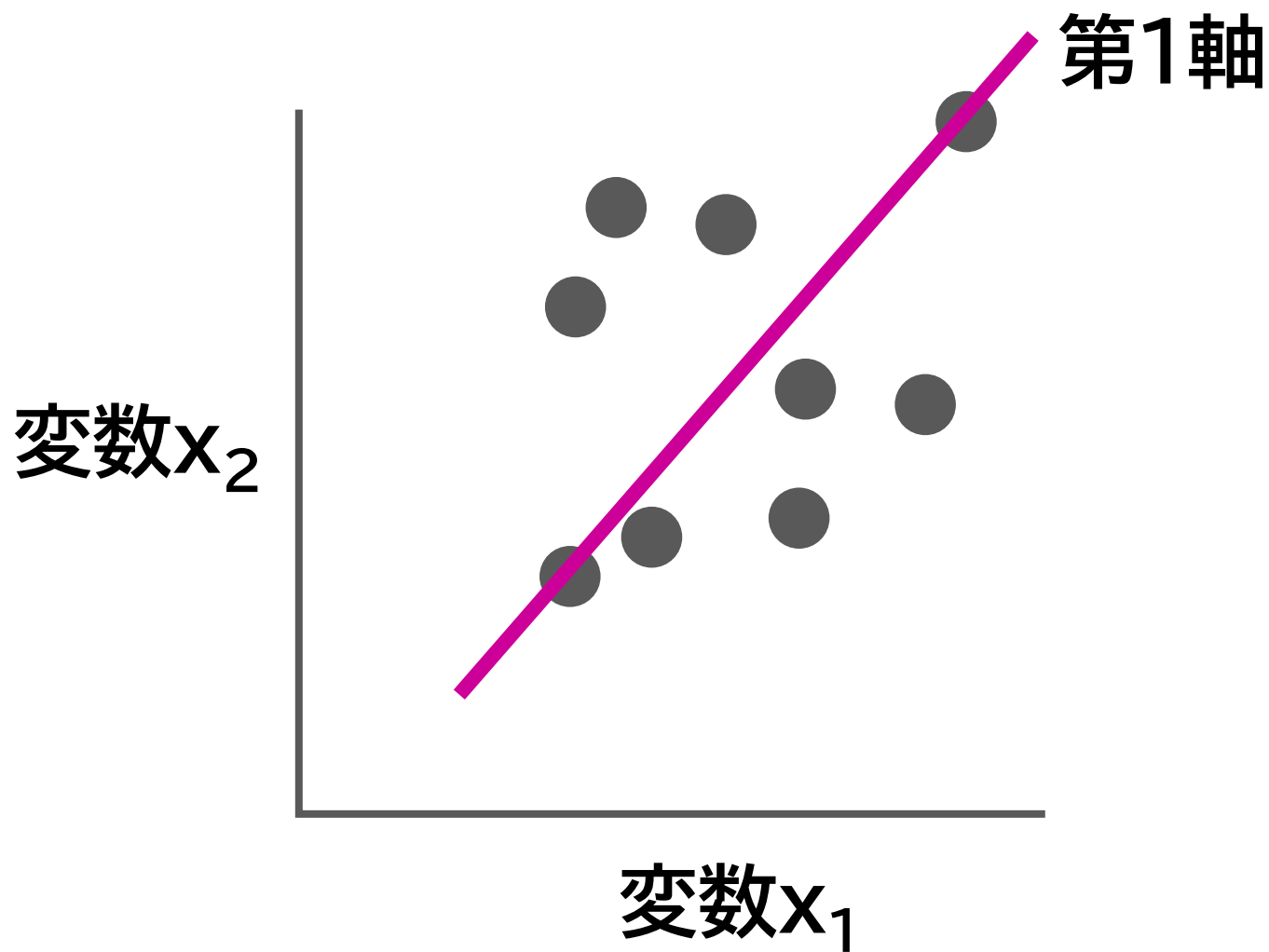
主成分分析のイメージ

①例えば変数が2個しかないとき、2次元の散布図に、試料ごとに変数をプロットできる



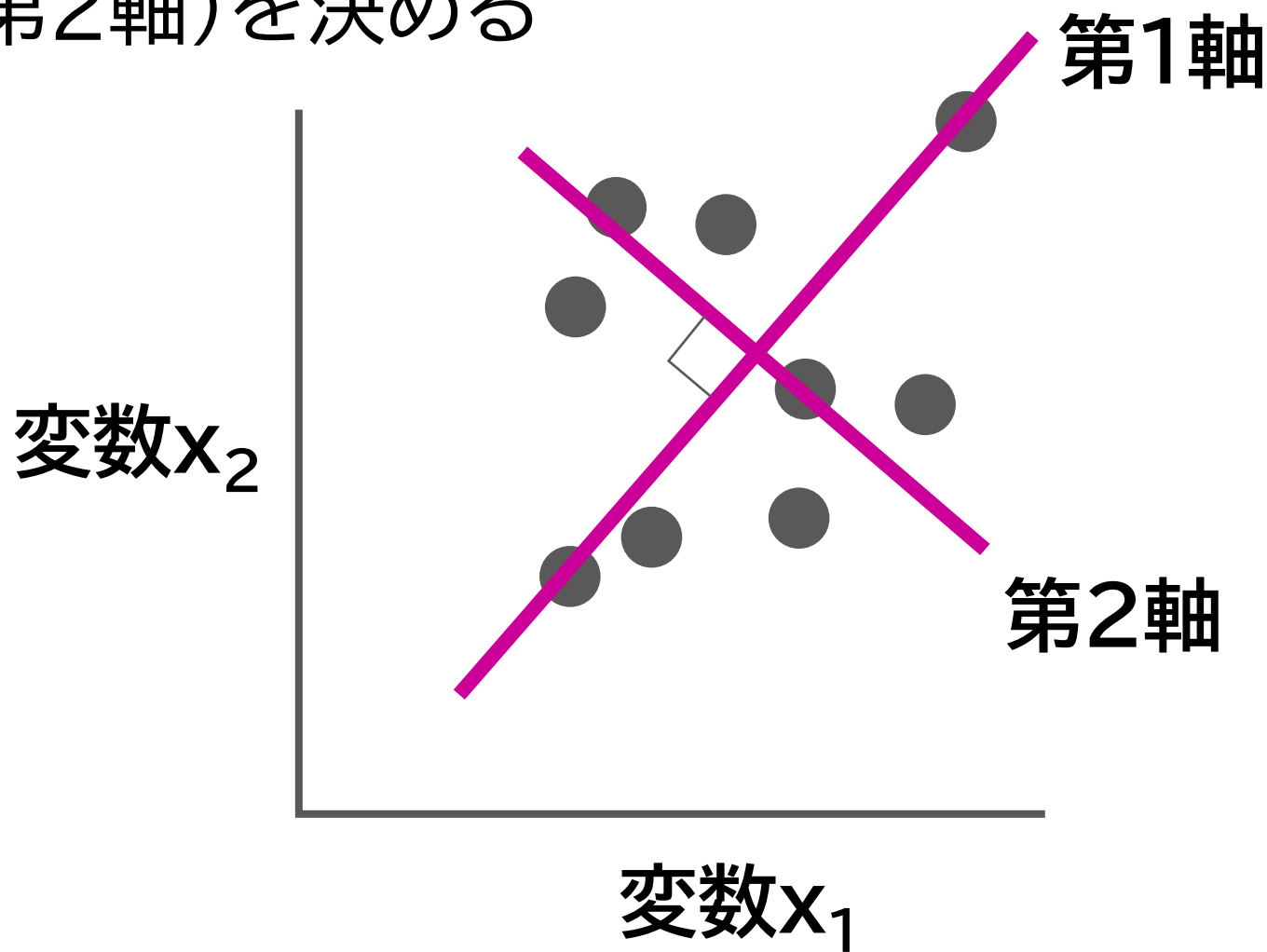
主成分分析のイメージ

②一番分散の大きい軸(第1軸)決める



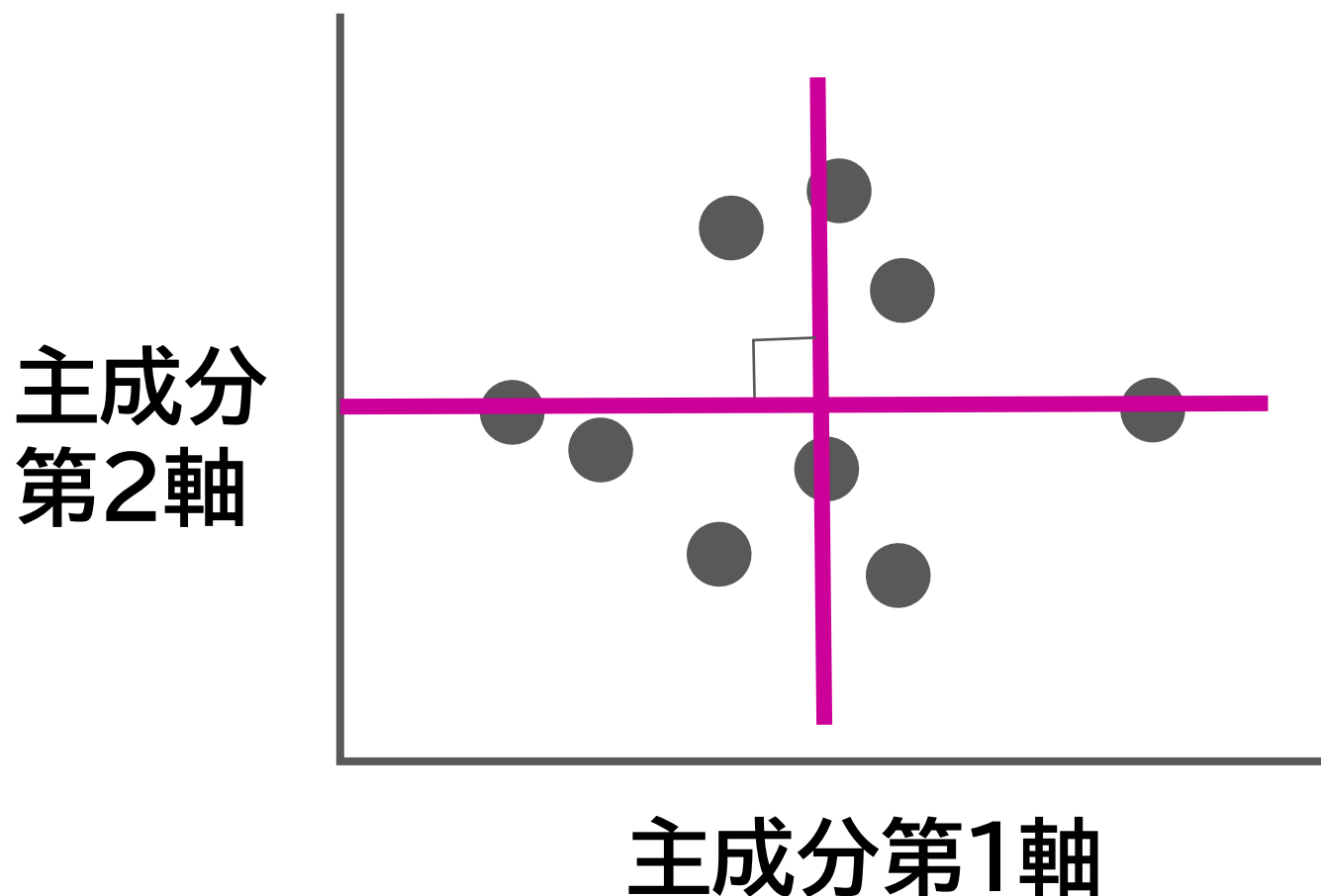
主成分分析のイメージ

③第1軸に直角に交わり、次に分散が大きい軸
(第2軸)を決める



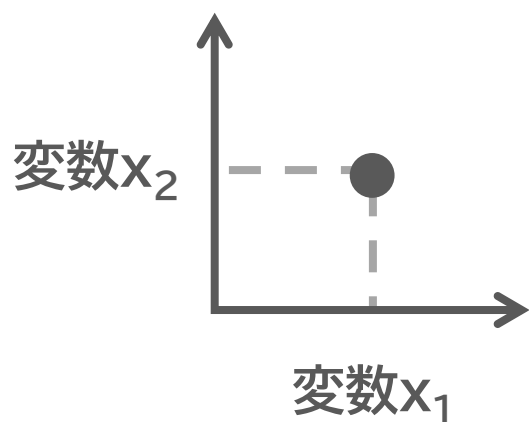
主成分分析のイメージ

④第1軸がx軸、第2軸がy軸になるように、図を回転させた新たな図を作る

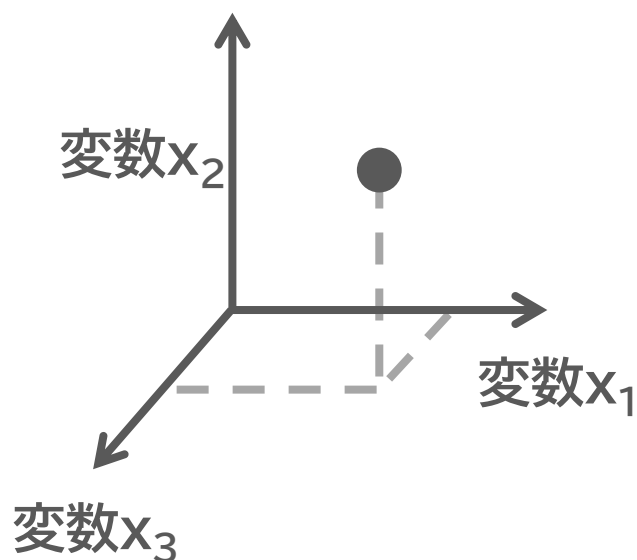


主成分分析のイメージ

m個の変数の値をm次元の図にプロットし、同様の計算を行うことが可能



変数2個
2次元



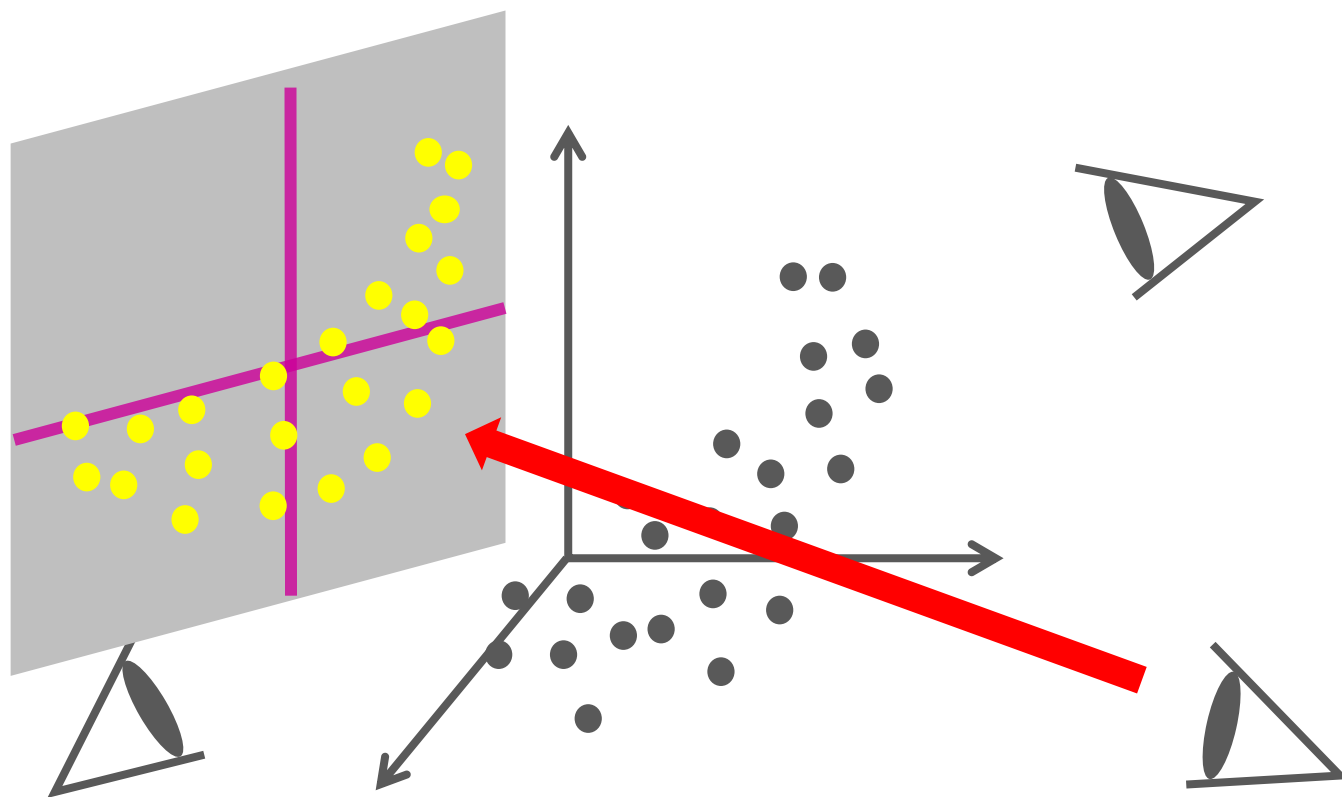
変数3個
3次元



変数m個
m次元

主成分分析のイメージ

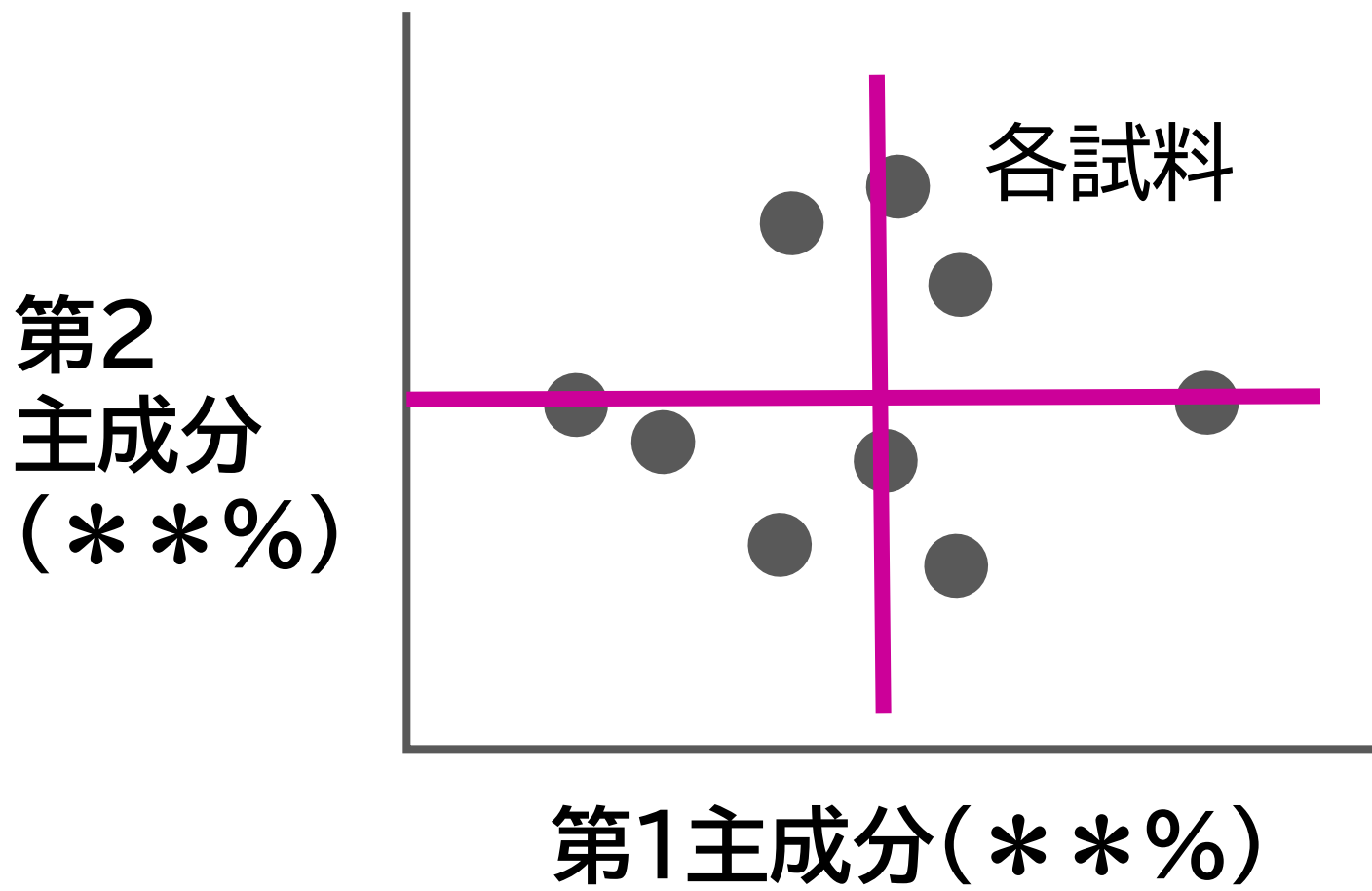
試料間の違い(特徴)が一番はっきりと見える
方向から見た図が描ける



スコアプロット

主成分軸に各試料を投影しなおした図

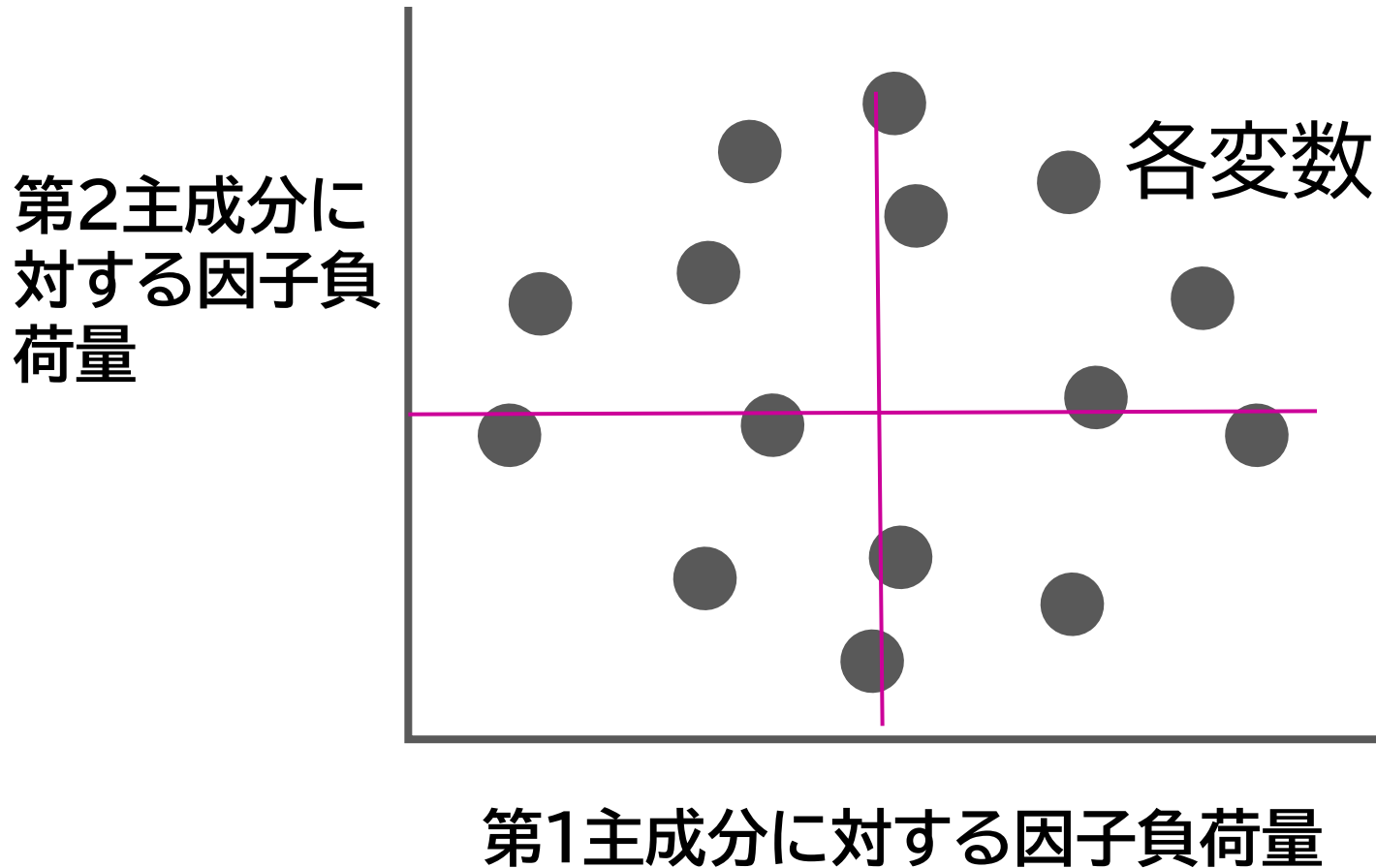
軸に示した%は**寄与率**と呼び、全体の分散のうち各主成分軸が説明する分散の比率を表す。第1主成分の寄与率が最も大きい。



ローディングプロット

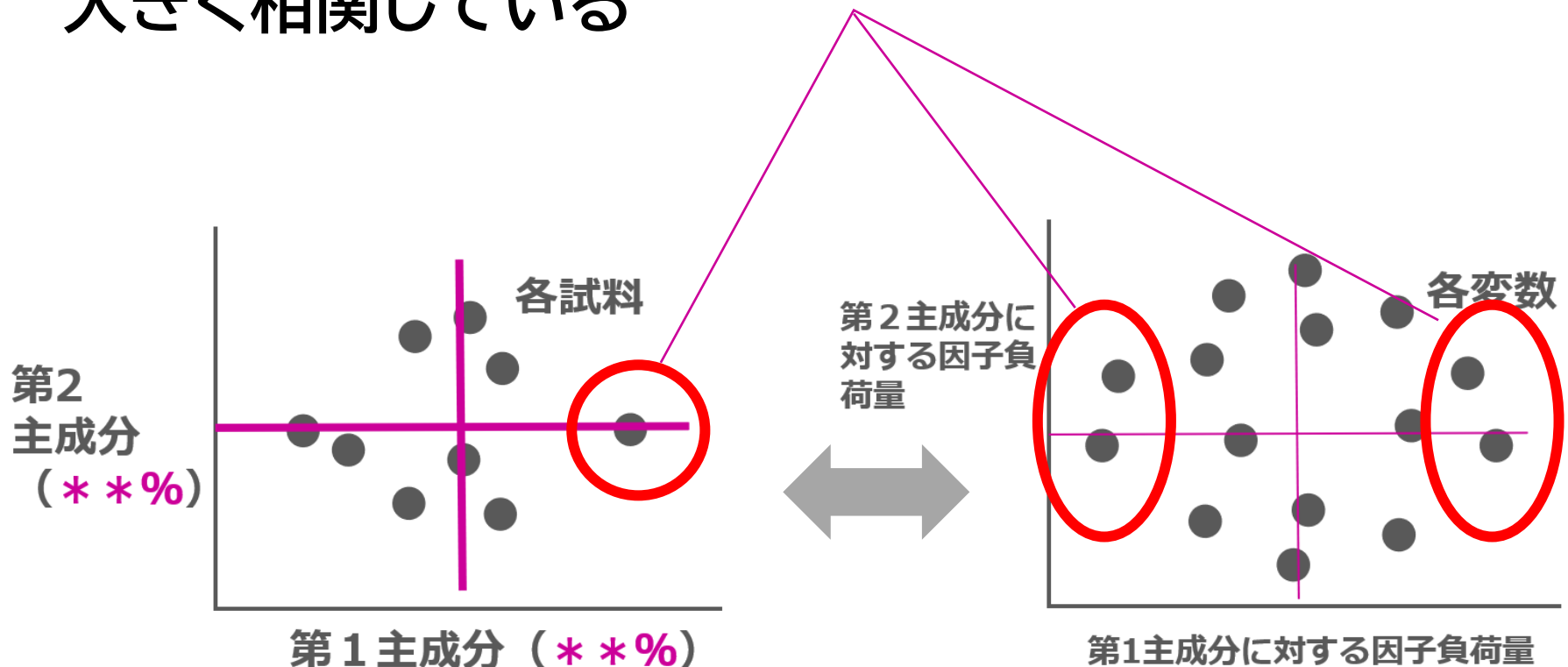
ローディングは、因子負荷量とも呼ばれ、各試料の主成分スコアと、変数の間の相関係数に相当する。

(厳密には、数値の前処理の条件などいくつか制約がある)



二つの図をセットで見る

この試料と他の試料との違いは、これらの変数がより大きく相関している



スコアプロット

ローディングプロット

そのほかの 多変量解析

さまざまな多変量解析

- 似ているものをグルーピングする
クラスター解析
- データを要約する
主成分分析
- 判別、分類、予測
判別分析、PLS、PLS-DA、重
回帰分析

など

PLS

Partial Least Squares

部分最小二乗

PLS-DA

Partial Least Squares-Discriminant Analysis

部分最小二乗-判別分析

PLS、PLS-DAで扱うデータ

目的変数が存在する

組織ごとの生体試料など

説明変数との関連を調べたい試料の分類や、試料の特徴量など
例) 別途測定した、生理活性データなど

目的変数

		対象					
		1	2	3	...	n	
変数	Y_1	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}		Y_{n1}	
	Y_2	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}		Y_{n2}	
	...						
	Y_p	Y_{1p}	Y_{2p}	Y_{3p}		Y_{np}	
変数	X_1	X_{11}	X_{21}	X_{31}		X_{n1}	
	X_2	X_{12}	X_{22}	X_{32}		X_{n2}	
	X_3	X_{13}	X_{23}	X_{33}		X_{n3}	
	...						
	X_m	X_{1m}	X_{2m}	X_{3m}		X_{nm}	

遺伝子など
説明変数, 観測変数

遺伝子発現量など

PLS、PLS-DAで得られる結果

- PCAと類似したスコアプロットとローディングプロットが得られる
- 目的変数(y)を説明変数(x)で説明するためのモデルが構築される
- 目的変数を説明する変数重要度(VIP)が計算される

情報統計 第12回

2023年8月3日 神奈川工科大学



櫻井 望

公益財団法人 **かずさDNA研究所**
先端研究開発部 シーズ開拓研究室
藻類代謝エンジニアリングチーム

おさらい

やったこと

- 統計的手法

- 記述統計

- ✓ 平均値等の計算
- ✓ 相関係数、回帰式

- 推測統計

- ✓ 推定、仮説検定

- 多変量解析

- エクセル関数

- プログラミング

- Python

統計って？

集団の状況を
数値で表したもの



目的：集団の〇〇を知りたい

統計学

- データを集める
- 解析する
- 解釈する



ための方法論

結果：集団の〇〇がわかった！



重要！

結論を言う

統計的結論から、設定した目的に
対する結論を導くことが最も重要。

発表会の テンプレート

表紙 1枚

- タイトル
- 名前
- 報告日など

背景と目的 1～枚

- 何に疑問を持ち、どんな目的のためにこの課題を行ったか？
- その疑問に至った背景

方法のページ 1～枚

- どんなデータ、どんな統計的手法を使って実施したか。

だれもが追試、検証できるように

結果のページ 1～枚

- どんな結果が得られたか
- そこから言えることは何か

結果に基づいて得られた情報
について述べる

考察のページ 1～枚

- 結果を総合して、目的に対してどんな結論が得られたか

最初に掲げた疑問に対する答えや、得られた結果の価値について述べる

(将来展望のページ 1～枚)

もしあれば

- 今後こんなデータを集めれば…
- 今後こんな統計的手法を適用すれば…



もっとこんなことがわかるだろう、など

未来に対する夢を述べる

よいスライドの作り方



田中佐代子著、講談社
2013年

自習

課題準備