



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΚΡΗΤΗΣ

Φυσική (Ηλεκτρομαγνητισμός)

Ενότητα V: Χωρητικότητα και διηλεκτρικά

Σκοποί ενότητας

- Περιγραφή πυκνωτή, εισαγωγή στην έννοια της χωρητικότητας πυκνωτή. Εισαγωγή στα διηλεκτρικά υλικά. Ισοδυναμα κυκλώματα πυκνωτών σε παράλληλη σύνδεση και σε σύνδεση σε σειρά.

Λέξεις κλειδιά

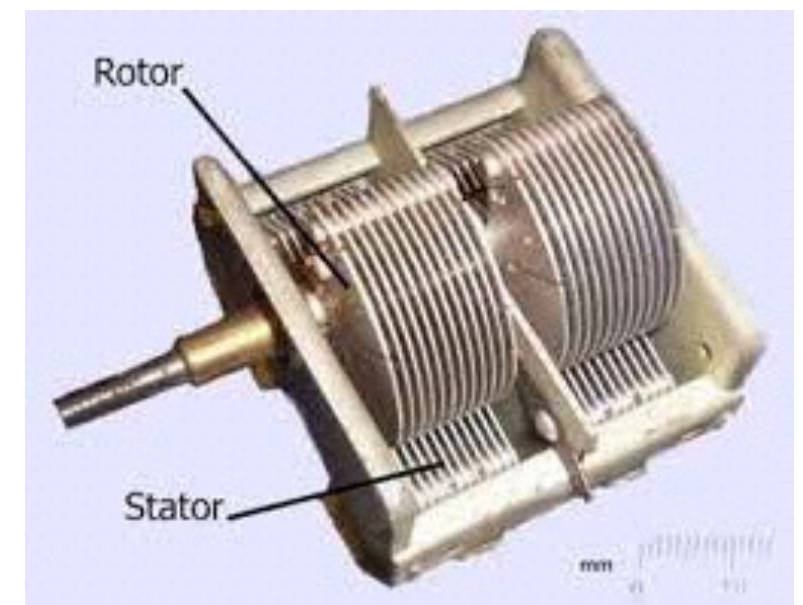
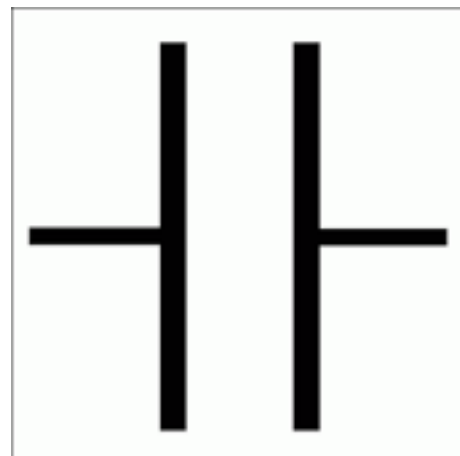
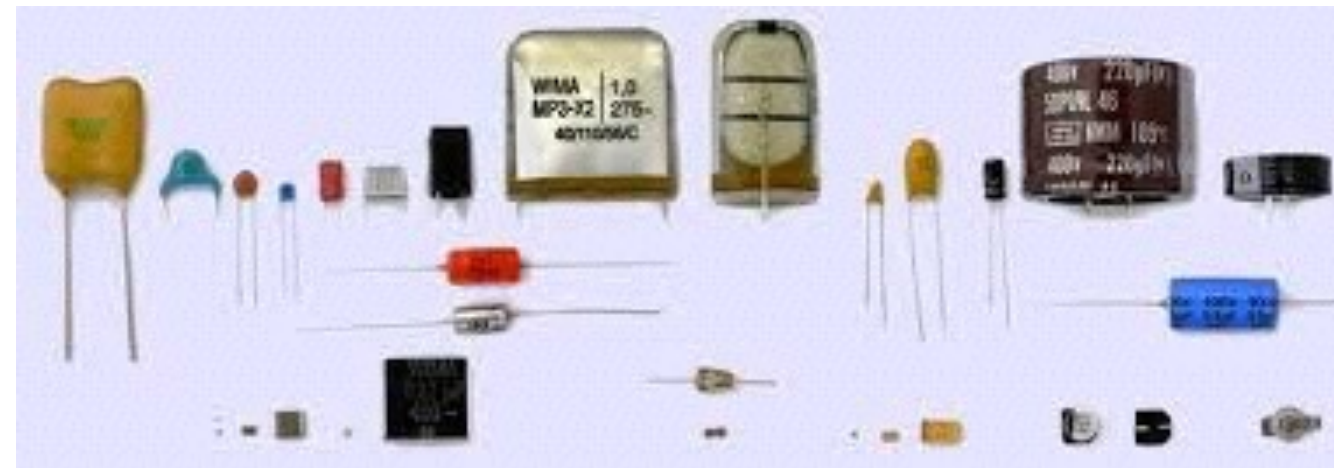
- Πυκνωτές, οπλισμοί πυκνωτοί, χωρητικότητα διηλεκτρικά, παράλληλη σύνδεση πυκνωτών, σύνδεση πυκνωτών σε σειρά, ισοδύναμο κύκλωμα

Περιεχόμενα ενότητας

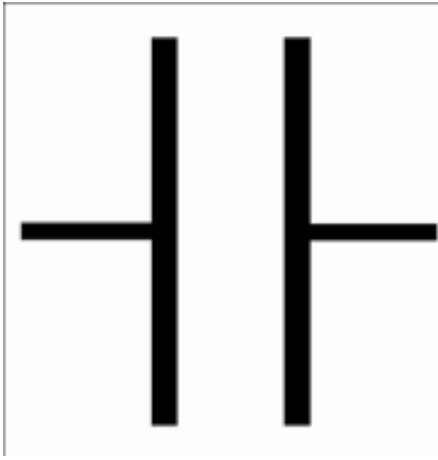
- Πυκνωτές
- Πυκνωτές με παράλληλους οπλισμούς (επίπεδος πυκνωτής)
- Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή
- Χωρητικότητα κυλινδρικού πυκνωτή
- Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή
- Διηλεκτρικά υλικά
- Παράλληλη σύνδεση πυκνωτών
- Σύνδεση πυκνωτών σε σειρά

Πυκνωτές

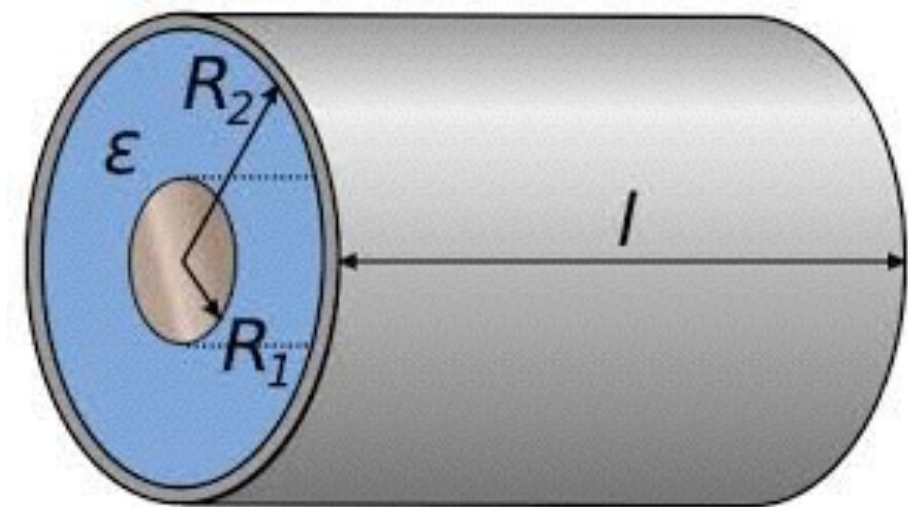
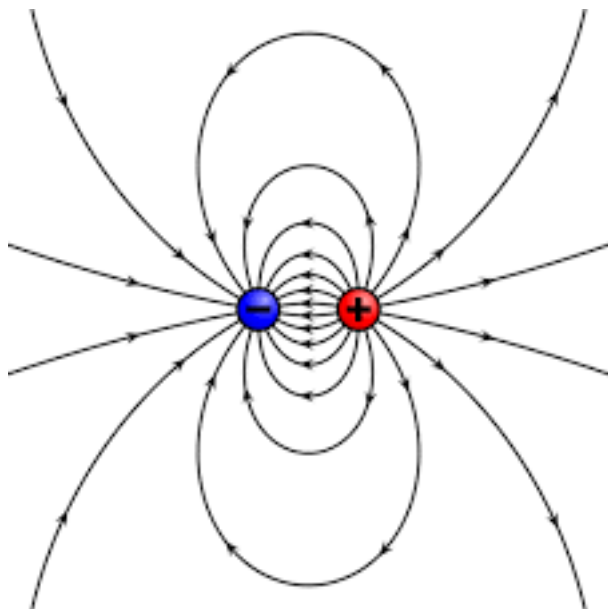
- Οι πυκνωτές είναι ηλεκτρικά στοιχεία που αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια.
- Χρησιμοποιούνται κυρίως σε:
 - φλάς φωτογραφικών μηχανών
 - συντονισμό ραδιοφωνικών δεκτών
 - φίλτρα σε συστήματα τροφοδοσίας
 - τσίπ υπολογιστών
 - παλμικά λέιζερ
 - απινιδωτές



Πυκνωτές



- Ο πυκνωτής αποτελείται από δύο αγωγούς.
 - Οι αγωγοί αυτοί ονομάζονται πλάκες ή οπλισμοί πυκνωτοί
 - Οι οπλισμοί του πυκνωτή φέρουν ίδια και αντίθετα φορτία όταν ο πυκνωτής είναι φορτισμένος.
- Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο, λόγω του φορτίου που συσσωρεύεται σε αυτούς. Υπάρχει διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο οπλισμών.



Πυκνωτές

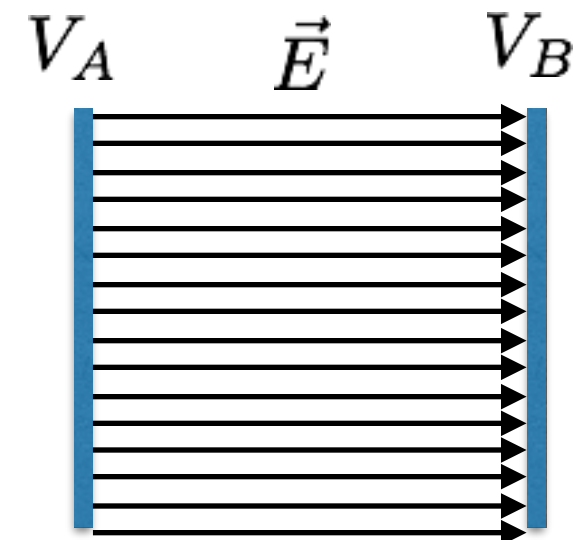
- Η **χωρητικότητα C** ενός πυκνωτή ορίζεται ως ο λόγος της απόλυτης τιμής του φορτίου ενός οπλισμού δια την απόλυτη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του.

$$C = \frac{Q}{V_{AB}}$$

- Μονάδα μέτρησης της χωρητικότητας του πυκνωτή είναι το **farad** (F).

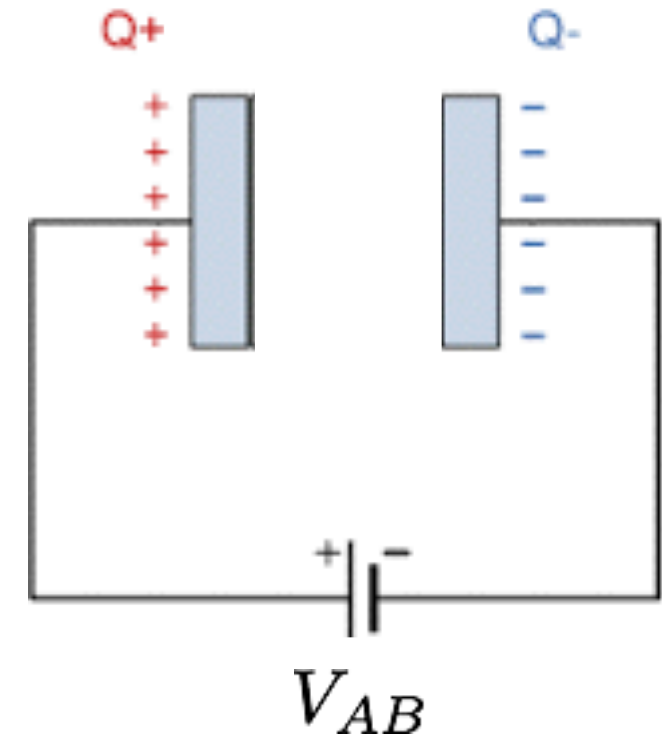
- Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή αποτελεί την ποσότητα του φορτίου που μπορεί να αποθηκεύσει ένας πυκνωτής ανα μονάδα διαφοράς δυναμικού. Είναι πάντα θετική ποσότητα και σταθερή: εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των οπλισμών.

- Οι πυκνωτές που χρησιμοποιούμε συνήθως έχουν χωρητικότητα της τάξεως των microfarad (μF) ή picofarad pF)



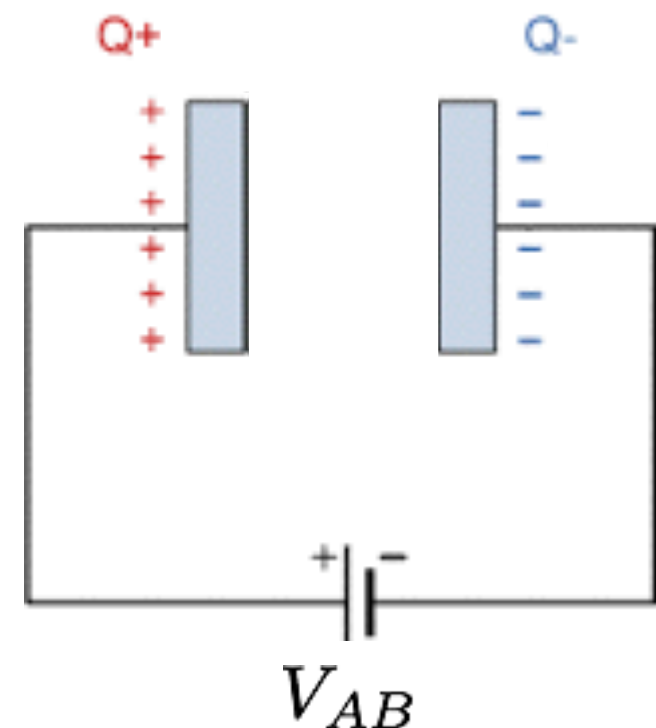
Πυκνωτές με παράλληλους οπλισμούς (επίπεδος πυκνωτής)

- Κάθε οπλισμός συνδέεται με έναν από τους δύο πόλους μιας μπαταρίας.
- Η μπαταρία αποτελεί δημιουργεί διαφορά δυναμικού στους οπλισμούς.
- Εάν ο πυκνωτής είναι αρχικά αφόρτιστος, τότε κλείσει το κύκλωμα, η μπαταρία θα δημιουργήσει ηλεκτρικό πεδίο στα σύρματα και μεταξύ των οπλισμών.
- Το ηλεκτρικό πεδίο στα σύρματα θα εξαναγκάσει τα ηλεκτρόνια να συσσωρευτούν στον οπλισμό που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της πηγής.
- Η μεταφορά ηλεκτρονίων θα συνεχιστεί έως ότου το σύστημα έρθει σε ισορροπία (οπότε και δεν είναι δυνατόν να συσσωρευθούν άλλα ηλεκτρόνια στον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό εξαιτίας των απωστικών δυναμειών μεταξύ των ηλεκτρονίων του οπλισμού).



Πυκνωτές με παράλληλους οπλισμούς (επίπεδος πυκνωτής)

- Παρόμοια διεργασία συμβαίνει και στον άλλο οπλισμό του πυκνωτή: μεταφέρονται ηλεκτρόνια από τον οπλισμό στο σύρμα, με αποτέλεσμα ο οπλισμός να φορτιστεί θετικά.
- Σε αυτή την τελική κατάσταση, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι η ίδια με εκείνη μεταξύ των πόλων της μπαταρίας.



Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή

- Η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι: $\sigma = \frac{Q}{A}$

Όπου:

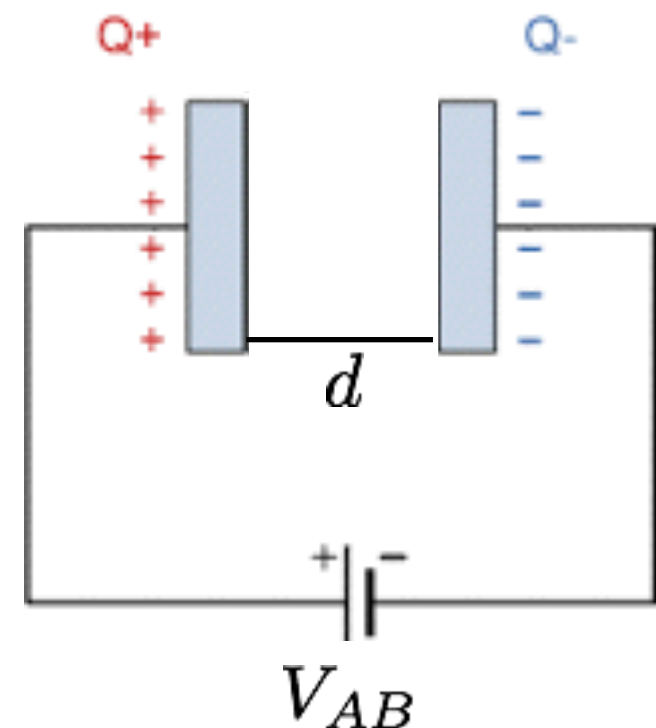
- Q είναι η απόλυτη τιμή του φορτίου ενός οπλισμού.
- A είναι το εμβαδό της επιφάνειας κάθε οπλισμού.

- Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι ομογενές.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

- Η χωρητικότητα είναι ανάλογη του εμβαδού της επιφάνειας των οπλισμών και αντίστροφα ανάλογη της απόστασης των πλακών.

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{\frac{Qd}{\epsilon_0 A}} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



Χωρητικότητα κυλινδρικού πυκνωτή

Υποθέτουμε φορτίο $+Q$, $-Q$ ομογενώς κατανεμημένο στην επιφάνεια των κυλίνδρων ακτίνας R_1 , R_2 αντίστοιχα. Η διάταξη αυτή χρησιμοποιείται στα ομοαξονικά καλώδια.

- Εύρεση ηλεκτρικού πεδίου στον ενδιάμεσο χώρο των κυλίνδρων:
-Υποθέτουμε γκαουσιανή επιφάνεια ακτίνας $R_1 < r < R_2$ και μήκους l . Με εφαρμογή του νόμου Gauss έχουμε.

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_A E dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow 2\pi r l E = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r l \epsilon_0}$$

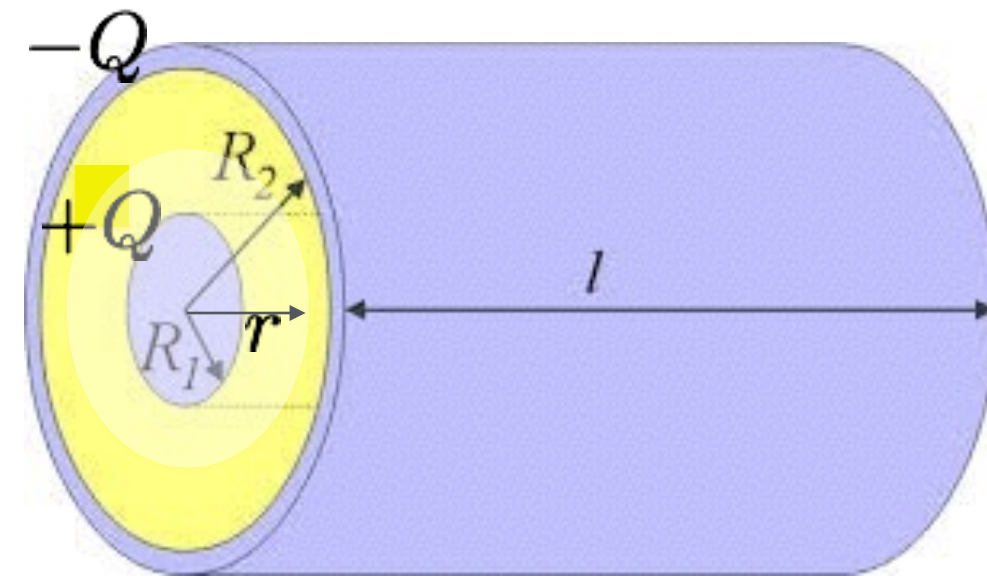
- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των κυλίνδρων ΔV είναι:

$$\Delta V = V_{R_1} - V_{R_2} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi r l \epsilon_0} dr = \frac{Q}{2\pi l \epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

- Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

- Η χωρητικότητα εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πυκνωτή.



Χωρητικότητα σφαιρικού πυκνωτή

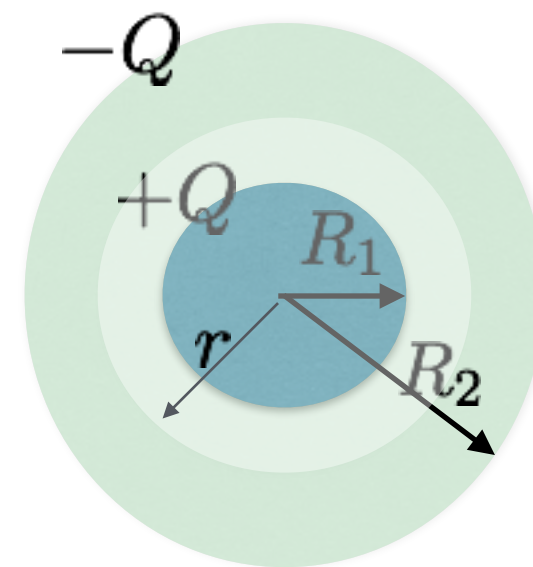
Υποθέτουμε φορτίο $+Q$, $-Q$ ομογενώς κατανεμημένο στην επιφάνεια των σφαιρών ακτίνας R_1 , R_2 αντίστοιχα.

- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των κυλίνδρων ΔV είναι:

$$\Delta V = V_{R_1} - V_{R_2} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

- Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



Ενέργεια αποθηκευμένη σε πυκνωτή

- Για να μεταφέρουμε φορτίο dq από τον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό ενός πυκνωτή ($-Q$) στον θετικά φορτισμένο οπλισμό ($+Q$), απαιτείται έργο:

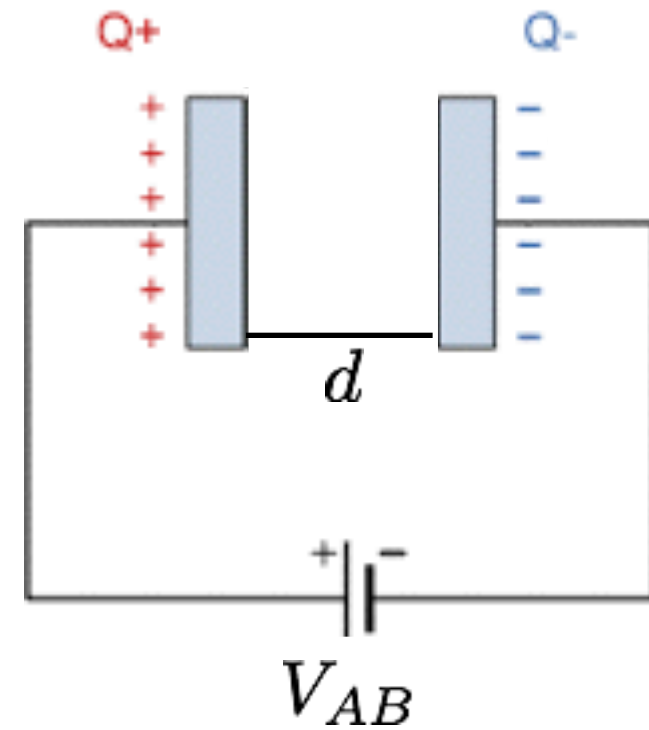
$$dW = V_{AB}dq = \left(\frac{Q}{C}\right) dq$$

Όπου V_{AB} η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή

- Συνεπώς, για να φορτίσουμε τον πυκνωτή από $q = 0$ σε $q = Q$ απαιτείται έργο:

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V_{AB}^2 = \frac{1}{2} Q V_{AB}$$

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} \rightarrow Q = C V_{AB}$$



Διηλεκτρικά υλικά

- Εισάγοντας ένα μη αγώγιμο υλικό μεταξύ των πλακιδίων πυκνωτή αλλάζει η **ΤΙΜΗ** της χωρητικότητας του.
- Διηλεκτρικά υλικά μεταξύ άλλων είναι: το καουτσουκ, το γυαλί και το κηρόχαρτο
- Όταν υπάρχει διηλεκτρικό υλικό μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή η χωρητικότητα του αυξάνεται ως:

$$C = \kappa C_0$$

Όπου:

κ η διηλεκτρική σταθερά του υλικού.

C_0 η χωρητικότητα του πυκνωτή δίχως το διηλεκτρικό υλικό.

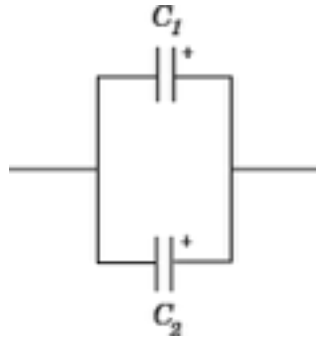
- Εάν ο πυκνωτής είναι αρχικά συνδεδεμένος με μπαταρία, τότε κατά την εισαγωγή του διηλεκτρικού ή τάση στα άκρα του πυκνωτή παραμένει σταθερή.
- Εάν ο πυκνωτής αποσυνδεθεί από την μπαταρία, τότε το φορτίο του παραμένει αμετάβλητο και ανεξάρτητο από εισαγωγή διηλεκτρικού υλικού.

Διηλεκτρικά υλικά

- Για δεδομένη γεωμετρία πυκνωτή, η μέγιστη τάση που μπορεί να εφαρμοστεί στα άκρα του δίχως να προκληθεί αυθόρμητη εκφόρτιση (ηλ. εκκένωση) του πυκνωτή εξαρτάται από την διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού υλικού.
- Τα διηλεκτρικά υλικά:
 - Αυξάνουν την χωρητικότητα του πυκνωτή
 - Επιτρέπουν την αποθήκευση περισσότερης ενέργειας στον πυκνωτή.
 - Αυξάνουν την μέγιστη τάση λειτουργίας του πυκνωτή.
 - Έχουν πάντοτε θετική διηλεκτρική σταθερά.

Υλικό	Σχετική Διηλεκτρική σταθερά κ	Αντοχή του διηλεκτρικού (V/m) Είναι η μέγιστη ένταση πεδίου χωρίς εκκενώσεις
Κενό	1.000000	3×10^6
Αέρας	1.000599	24×10^6
Χαρτί	3.7	16×10^6
Βακελίτη	4.9	24×10^6
Τεφάλ	2.1	60×10^6
Έλαιο σιλικόνης	2.5	15×10^6
Τιτανιούχο στρόντιο	233	8×10^6

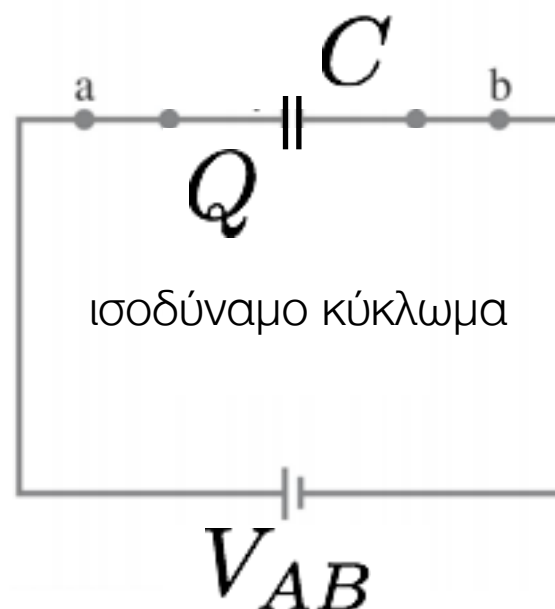
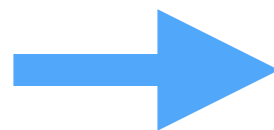
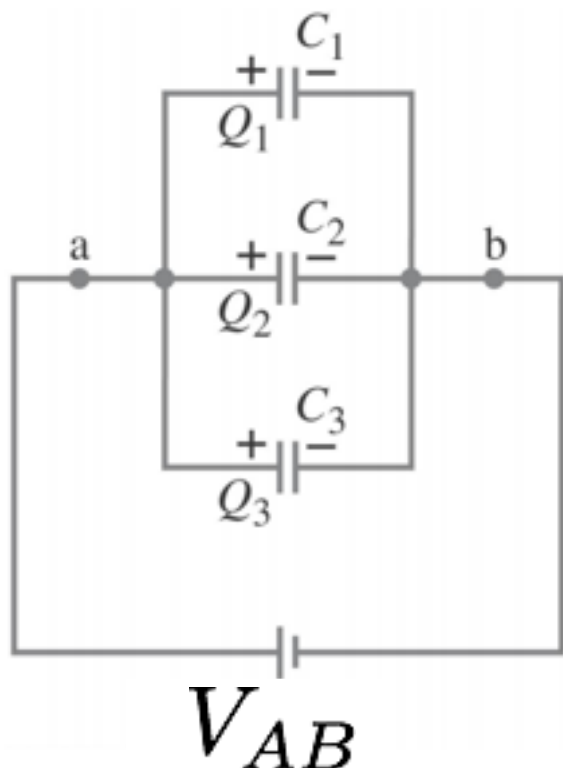
Παράλληλη σύνδεση πυκνωτών



- Και οι τρείς πυκνωτές C_1 , C_2 , C_3 έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους V_{AB} .
- Το ολικό φορτίο Q του συνδιασμού των τριών πυκνωτών , άρα και το φορτίο του ισοδύναμου πυκνωτή είναι:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \rightarrow CV_{AB} = C_1V_{AB} + C_2V_{AB} + C_3V_{AB}$$

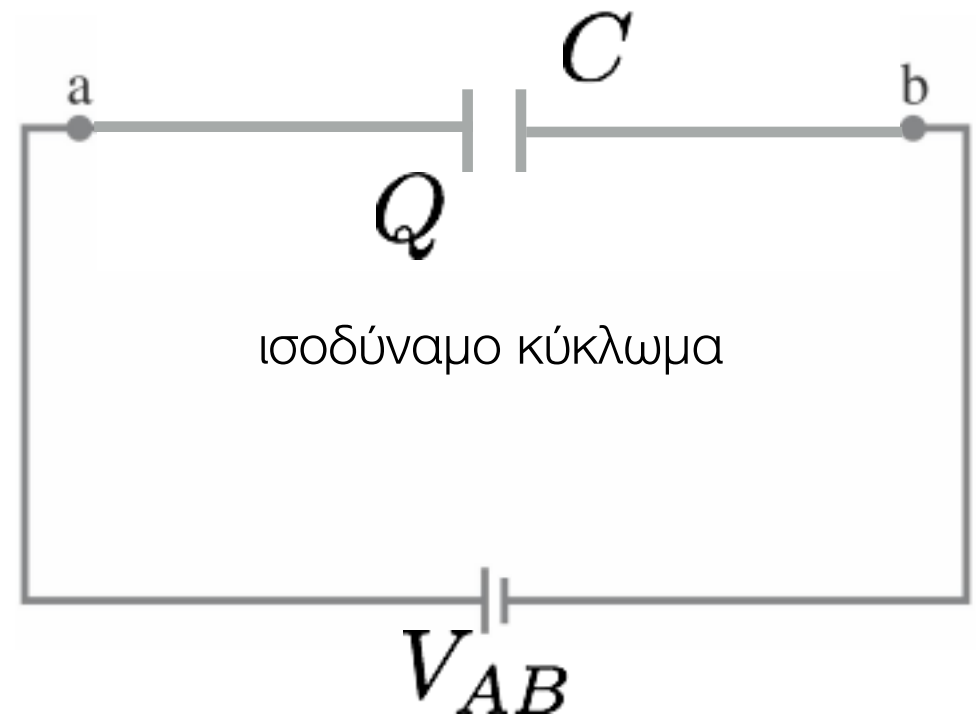
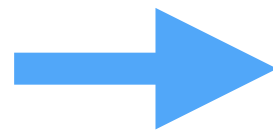
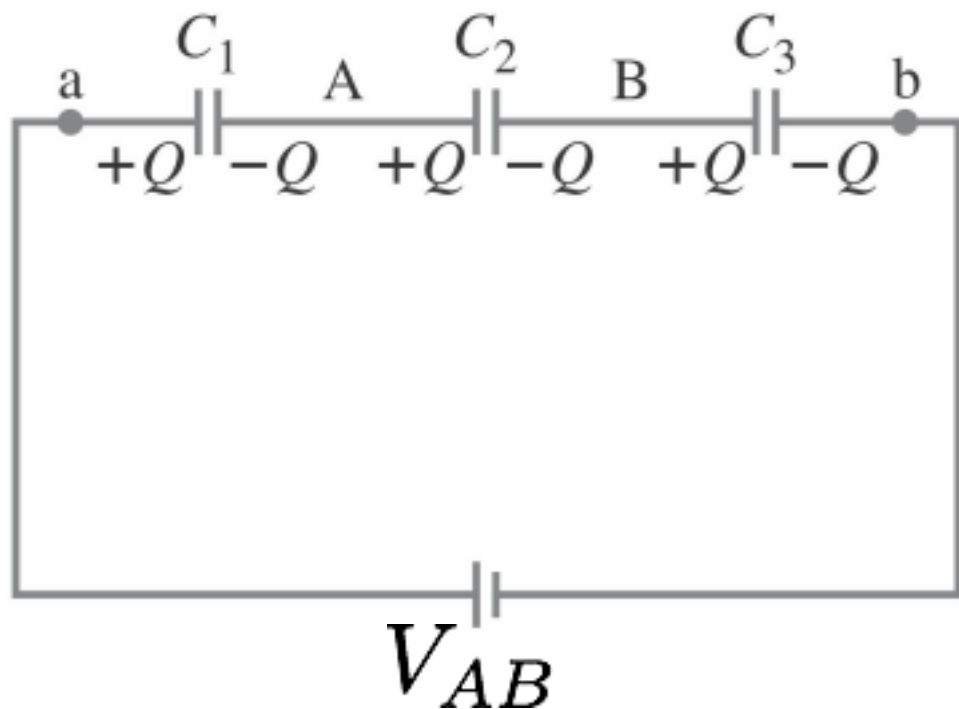
$$\rightarrow C = C_1 + C_2 + C_3$$



Σύνδεση πυκνωτών σε σειρά

- Και οι τρείς πυκνωτές C_1 , C_2 , C_3 φέρουν αναγκαστικά το ίδιο μέγιστο φορτίο Q .
- Ισχύει:

$$V_{AB} = V_{C_1} + V_{C_2} + V_{C_3} \rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$



Για δύο πυκνωτές συνδεδεμένους σε σειρά ισχύει: $C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

Βιβλιογραφία

- Serway R. A., Jewett J. W., 2013, Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς : ηλεκτρισμός και μαγνητισμός, φώς και οπτική, σύγχρονη φυσική, Κλειδάριθμος , Αθήνα
- Halliday D., Resnick R, 2009, Φυσική: μέρος B, 4η εκδ., Γ. & Α. Πνευματικός, Αθήνα
- Young H.D., Freedman R.A., 2010, Πανεπιστημιακή φυσική με σύγχρονη φυσική, τ. 2: Ηλεκτρομαγνητισμός- Οπτική , 2η έκδ., Παπαζήσης , Αθήνα
- Pollack G.L., Stump D. R., 2002, Electromagnetism, Addison Wesley, San Francisco
- Hecht E.P., 1975, Schaum's outline of theory and problems of optics, McGraw-Hill Book Company, New York