ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΚΡΗΤΗΣ

Φυσική II

Φυσική-Ηλεκτρομαγνητισμός

Διδάσκων Καθ. Δ. Γ. Αγγελάκης

Ενότητα III: Ηλεκτρική Ροή - Νομος Gauss

Επιμέλεια σημειώσεων Ν. Σχετάκης

Σκοποί ενότητας

- Εισαγωγή στην έννοια του ηλεκτρικής ροής.
- Ερμηνεία και διατύπωση του νόμου Gauss.
- Εφαρμογές του νόμου Gauss.

Λέξεις κλειδιά

- Ηλεκτρική ροή, νόμος Gauss, επιφάνεια Gauss, ηλεκτροστατική ισορροπία

Περιεχόμενα ενότητας

- Ηλεκτρική ροή
- Νόμος Gauss
- Ηλεκτρικό πεδίο εντός και εκτός αγωγού
- Ηλεκτροστατική ισορροπία
- Σφαιρική κατανομή φορτίου
- Αγώγιμη σφαίρα μέσα σε σφαιρικό κέλυφος
- Φύλλο απείρων διαστάσεων
- Αγωγός απείρου μήκους
- Βιβλιογραφία

Ηλεκτρική ροή

- Το μονόμετρο μέγεθος που περιγράφει την ροή της έντασης ή ισοδύναμα τον αριθμό των γραμμών ηλεκτρικού πεδίου που διαπερνούν μια επιφάνεια.

- Εξαρτάται απο:

  I. Πυκνότητα δυναμικών γραμμών

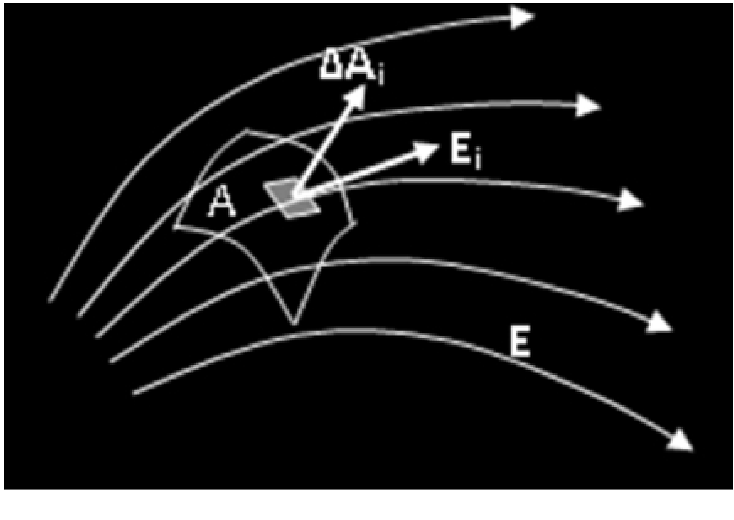
  II. Εμβαδό επιφάνειας

  III. Προσανατολισμό επιφάνειας (σε σχέση με τις δυναμικές γραμμές).

- Ορίζεται ως:

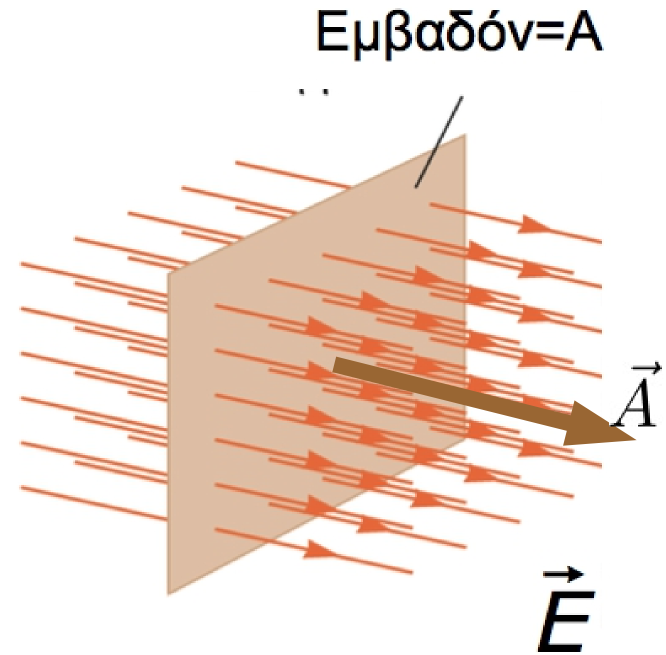
$$\Phi = lim_{\Delta\vec{A}_i \to 0} \sum \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

- Μονάδες στο SI $\Phi[\frac{N \times m^2}{C}]$



Ηλεκτρική ροή

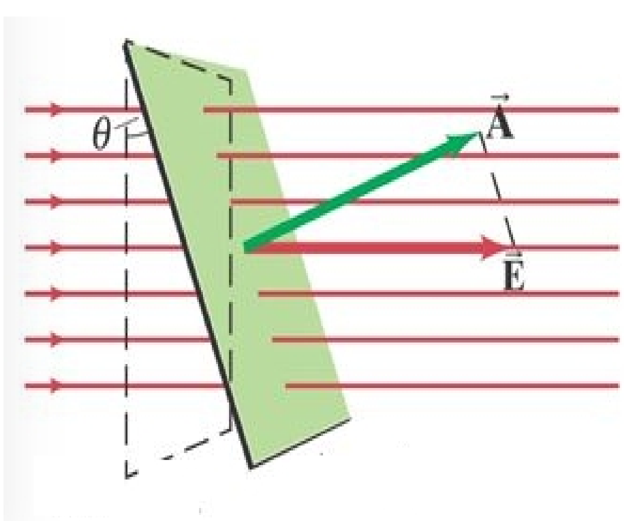
(ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου)



- Η ηλεκτρική ροή που διαπερνά κάθετα μια επιφάνεια είναι:

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} =$$

$$= \int_A EdAcos0 = \int_A EdA = E\int_A dA = EA$$

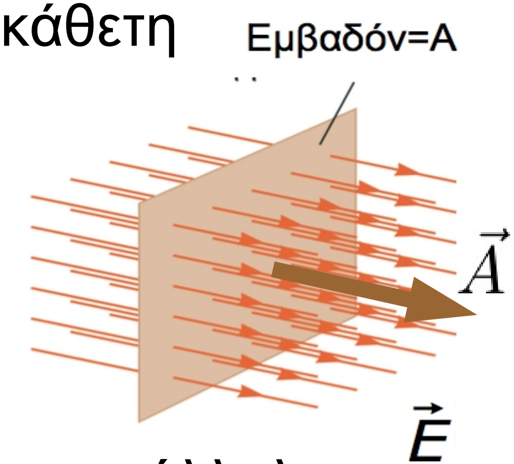


- Η ηλεκτρική ροή που διαπερνά υπο γωνία θ μια επιφάνεια είναι:

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$= \int_A EdA\cos\theta = E\cos\theta \int_A dA = EA\cos\theta$$

Ηλεκτρική ροή

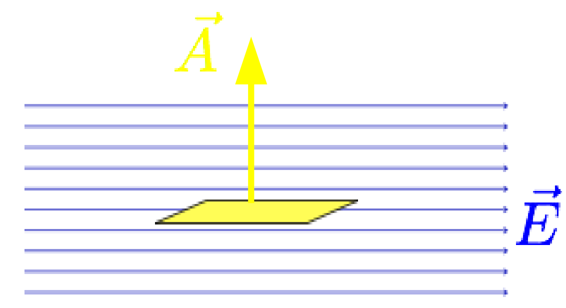


- Η ηλεκτρική ροή έχει μέγιστη τιμή όταν η επιφάνεια $\vec{A}$ είναι κάθετη (θ = 0°) σε ομογενες ηλεκτρικο πεδίο $\vec{E}$.

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} =$$

$$= \int_A E dA \cos 0 = E \cos 0 \int_A dA = EA \cos 0 = EA$$

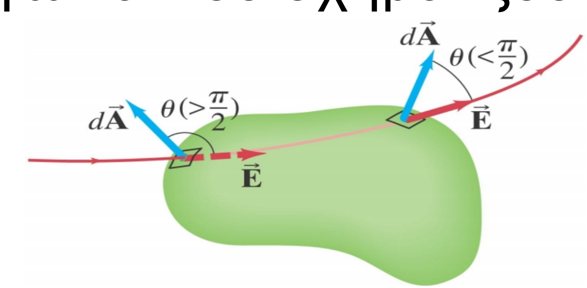
- Η ηλεκτρική ροή έχει μηδενική τιμή όταν η επιφάνεια $\vec{A}$ είναι παράλληλη (θ = 90°) σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$.



$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} =$$

$$= \int_A E dA \cos 90 = E \cos 90 \int_A dA = EA \cos 90 = 0$$

- Το πρόσημο της ηλεκτρικής ροής καθορίζεται απο την γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{E}$ και $\vec{A}$.

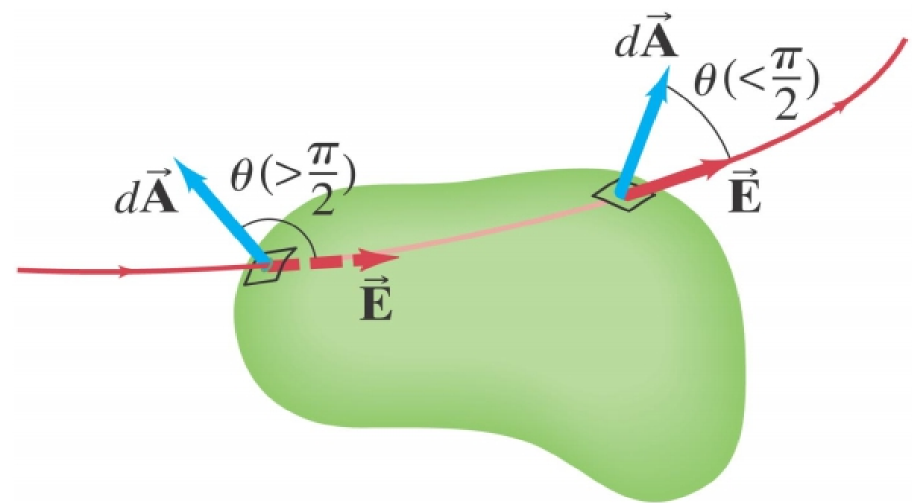


Ηλεκτρική ροή
(κλειστής επιφάνειας)

- Η συνολική ηλεκτρική ροή που διέρχεται από κλειστή επιφάνεια ισούται με τη διαφορά του πλήθους των γραμμών που εξέρχονται από την επιφάνεια μείον το πλήθος των γραμμών που εισέρχονται σε αυτήν.
- Σε αυτη την περίπτωση ισχυει:

$$\Phi_c = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

(οπου το ολοκλήρωμα $\int_c$ πλεον αφορά όλη την επιφάνεια)

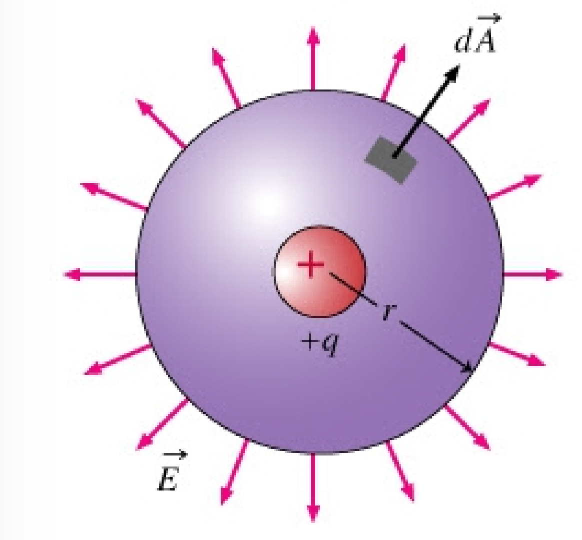


Νόμος του Gauss

Karl Friedrich Gauss
(1777-1855)
Γερμανός μαθηματικός

- Συσχετίζει την ροή του ηλεκτρικού πεδίου μιας κλειστής επιφάνειας με το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο που περιέχεται σε αυτήν.
- (Η εν λόγω επιφάνεια ονομάζεται: επιφάνεια Gauss)
- Διατυπωση νομου του Gauss: Η συνολική ηλεκτρική ροή που διέρχεται απο μια κλειστή επιφάνεια ισούται με τον λόγο του φορτίου που περιέχεται σε αυτήν προς την διηλεκτρική σταθερά του κενού:

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = q/\epsilon_0$$



- Η ηλεκτρική ροή δεν εξαρτάται απο την γεωμετρία της επιφάνειας.

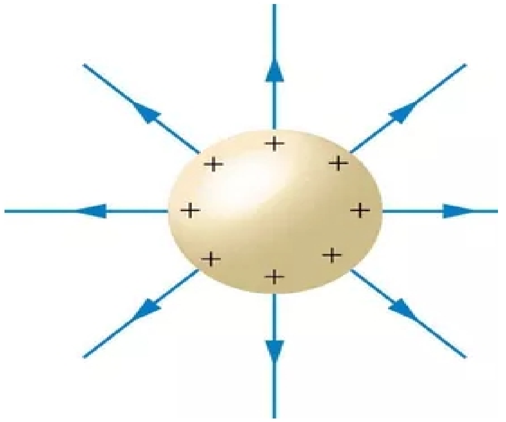
Ηλεκτροστατική ισορροπία

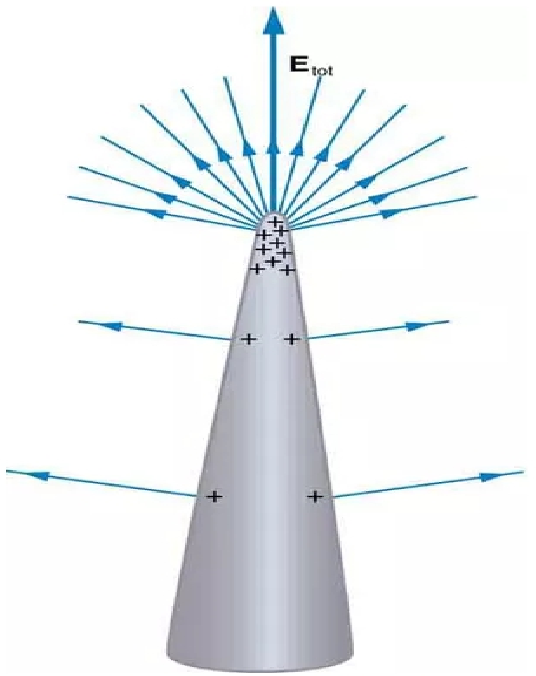
- Αγωγοί ονομάζονται τα σώματα στα οποία τα ηλεκτρόνια μπορούν να κινούνται ελεύθερα στο εσωτερικό τους.
- Αγωγός βρίσκεται σε ηλεκτροστατική ισορροπία στην περίπτωση όπου δεν υπάρχει προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρονίων.
- Ιδιότητες αγωγών σε ηλεκτροστατική ισορροπία.

-Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού ειναι μηδένικό.

-Το πλεονάζων ηλεκτρικό φορτίο συσσωρεύεται στην επιφάνεια του αγωγού.

-Εαν ο αγωγός έχει ακαθόριστο σχήμα τοτε το πλεονάζων φορτίο τείνει να συσσωρευτεί σε αιχμηρά σημεία του αγωγού.





Ηλεκτροστατική Ισορροπία

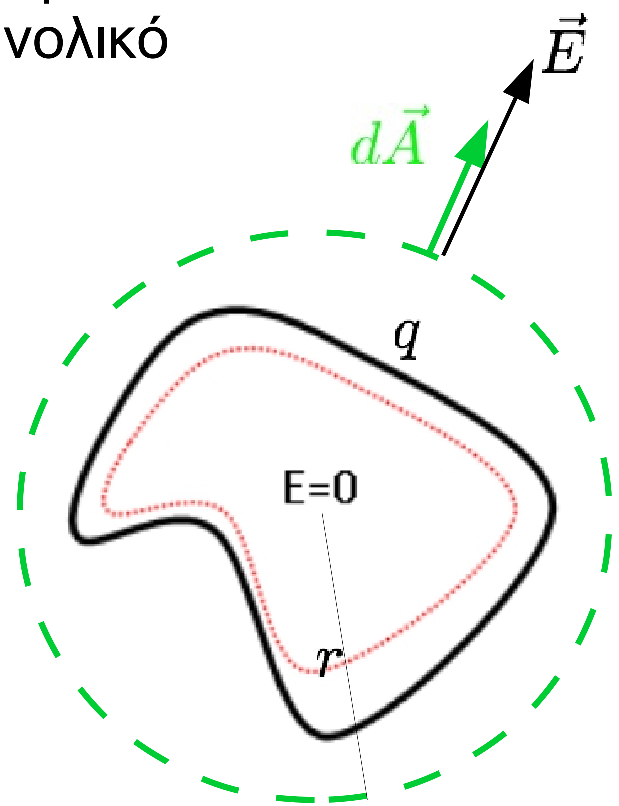
Προσοχή! Στην περίπτωση μή-αγώγιμου στερεού το ηλεκτρικό φορτίο κατανέμεται ομοιόμορφα στον όγκο του.

Νομος του Gauss

- Ο νόμος του Gauss χρησιμοποιείται κατα τον υπολογισμό της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται απο μια διάταξη φορτίων.
- Εφαρμόζεται κυρίως οταν η διάταξη φορτίων ακολουθεί συμμετρική κατανομή.
- Η επιφάνεια Gauss στην οποια θα εφαρμοστεί ο νόμος του Gauss μπορεί να ειναι αυθαίρετη και δεν αντιστοιχει απαραίτητα σε καποια πραγματική επιφάνεια.
- Η επιλογή της επιφάνειας Gauss γίνεται με κριτήριο την μαθηματική απλούστευση.

Ηλεκτρικο πεδίο εντός και εκτός αγωγού

- Σε έναν αγωγό η περίσσεια ηλεκτρικού φορτίου κατανέμεται ισόποσα στην επιφάνεια του αγωγού. Στο εσωτερικό του το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο ειναι μηδέν.



- Εφαρμόζοντας τον νόμο του Gauss, για τυχαία επιφάνεια στο εσωτερικό του αγωγού (κόκκινη) προκύπτει:

$$\int_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = q/\epsilon_0 \rightarrow \int_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = 0 \rightarrow$$

$$E = 0$$

- Εφαρμόζοντας τον νόμο του Gauss, για τυχαία επιφάνεια στο εξωτερικό του αγωγού (πράσινη) προκύπτει:

$$\int_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

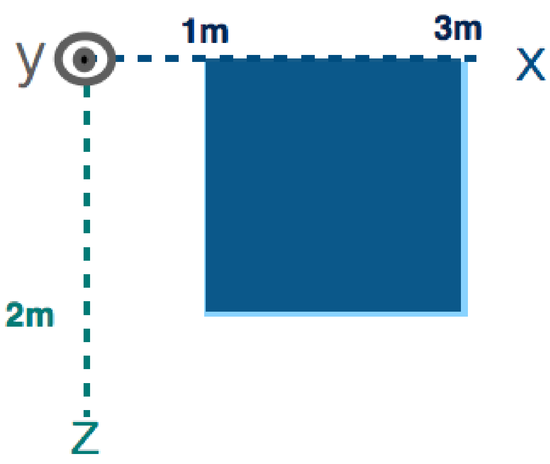
Ροή μέσα από κύβο

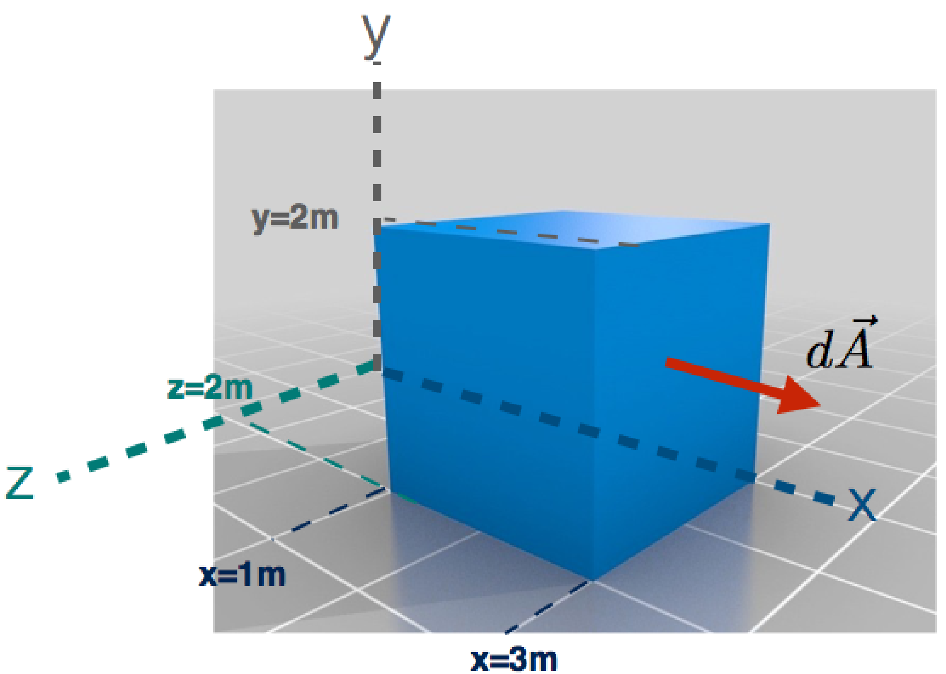
Ένα μη ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E} = 3x\ \hat{i} + 4\ \hat{j}$ **(N/C) διαπερνά τον κύβο Gauss του σχήματος. Κάθε έδρα του κύβου έχει μήκος 2m.**

Α. Υπολογίστε την ηλεκτρική ροή διαμέσου κάθε έδρας.

Β. Υπολογίστε την συνολική ηλεκτρική ροή διαμέσου του κύβου Gauss

Γ. Υπολογίστε το συνολικό φορτίο που περικλείεται απο τον κύβο Gauus





- Η ροή Φ διαμέσου κάποιας επιφάνειας υπολογίζεται μέσω της σχέσης:

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Το διάνυσμα εμβαδού $\vec{A}$ είναι πάντοτε **κάθετο** στην επιφάνεια που ορίζεται και κατεύθυνση απο το εσωτερικό μιας επιφάνειας Gauss προς τα έξω.

Ροή μέσα από κύβο

A.

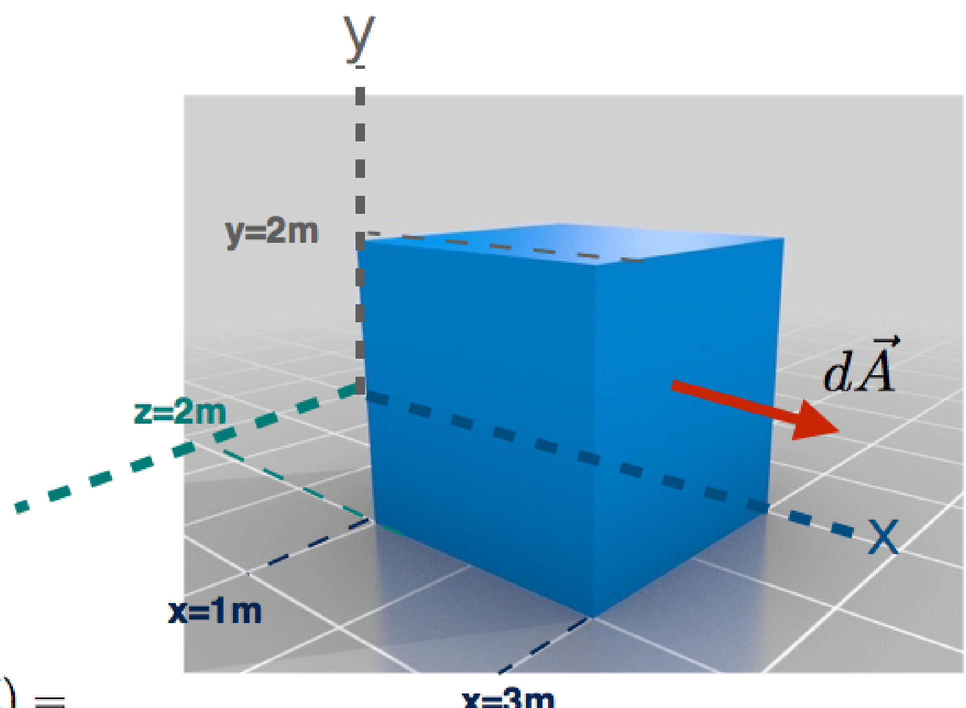
- **Δεξιά έδρα**

το διάνυσμα $d\vec{A}$ για την δεξιά έδρα του κύβου δείχνει προς την θετική κατεύθυνση του άξονα x:

$$d\vec{A} = dA\hat{i}$$

Η ροή Φ, διαμέσου της δεξιάς έδρας τότε είναι:

$$\Phi_r = \int \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int (3x\hat{i} + 4\hat{j})\cdot(dA\hat{i}) =$$
$$= \int (3x\hat{i}\cdot dA\hat{i} + 4\hat{j}\cdot dA\hat{i}) = \int 3x\ dA =$$
$$= \int 3\ 3\ dA = 9\int dA = 9A = 9\ 4 = 36\frac{N\ m^2}{C}$$



Παρατηρούμε πως η δεξιά έδρα βρίσκεται στην θέση x=3m. Αρα η μεταβλητή χ είναι σταθερή για αυτή την πλευρά.

Ροή μέσα από κύβο

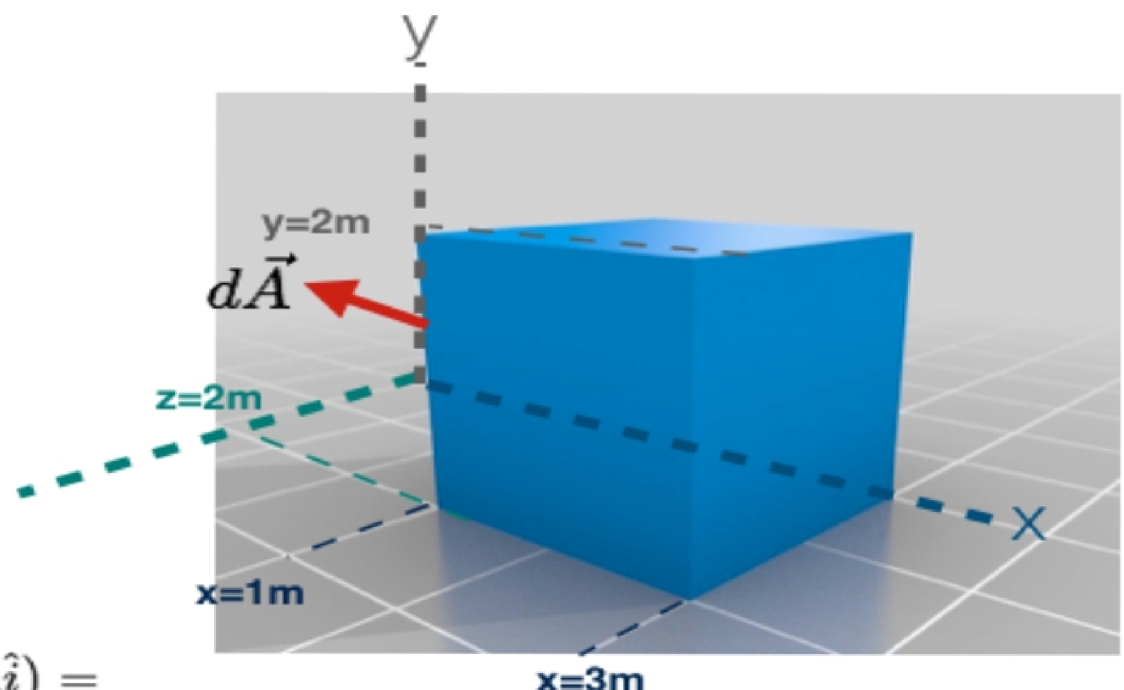
- **Αριστερή έδρα**

το διάνυσμα $d\vec{A}$ για την αριστερή έδρα του κύβου δείχνει προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x:

$$d\vec{A} = -dA\hat{i}$$

Η ροή Φ, διαμέσου της αριστερής έδρας τότε είναι:

$$\Phi_l = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (-dA\hat{i}) =$$
$$= \int (-3x\hat{i} \cdot dA\hat{i} - 4\hat{j} \cdot dA\hat{i}) = -\int 3x\, dA =$$
$$= -3x \int dA = -3\ x\ A = 3\ 1\ 4 = -12 \frac{N\ m^2}{C}$$



Παρατηρούμε πως η αριστερή έδρα βρίσκεται στην θέση x=1m. Αρα η μεταβλητή χ είναι σταθερή για αυτή την πλευρά.

Ροή μέσα από κύβο

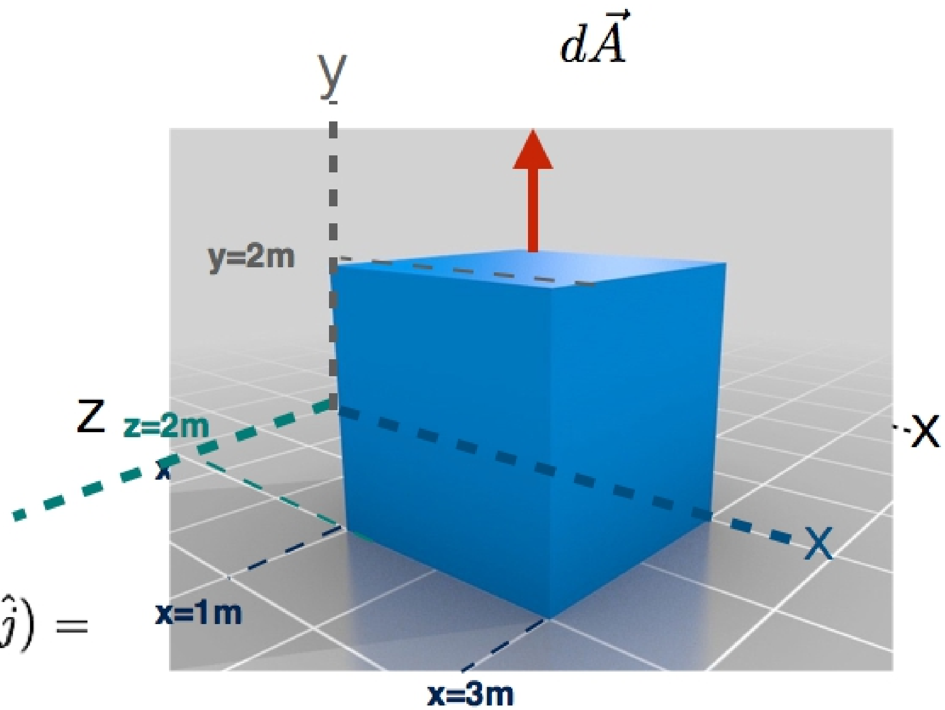
- **Πάνω έδρα**

το διάνυσμα $d\vec{A}$ για την πάνω έδρα του κύβου δείχνει προς την θετική κατεύθυνση του άξονα y:

$$d\vec{A} = dA\hat{j}$$

Η ροή Φ, διαμέσου της πάνω έδρας τότε είναι:

$$\Phi_u = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (dA\hat{j}) =$$
$$= \int (3x\hat{i} \cdot dA\hat{j} + 4\hat{j} \cdot dA\hat{j}) = \int 4\ dA =$$
$$= 4 \int dA = 4\ A = 4\ 4 = 16 \frac{N\ m^2}{C}$$



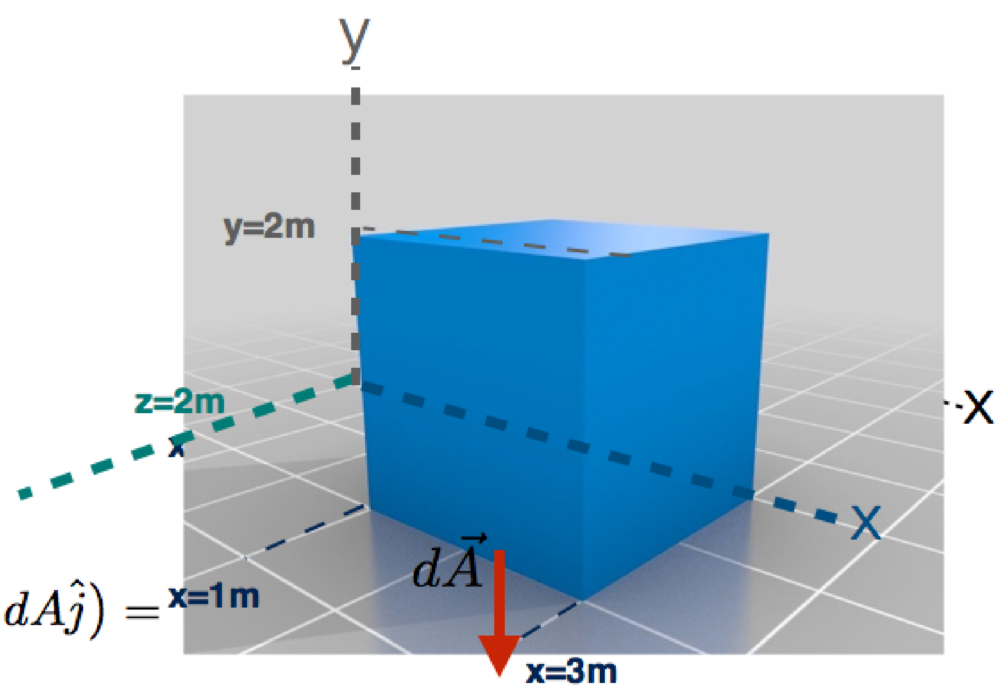
Ροή μέσα από κύβο

- **Κάτω έδρα**

το διάνυσμα $d\vec{A}$ για την κάτω έδρα του κύβου δείχνει προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα y:

$$d\vec{A} = -dA\vec{j}$$

Η ροή Φ, διαμέσου της κάτω έδρας τότε είναι:



$$\Phi_d = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (-dA\hat{j}) =$$

$$= \int (-3x\hat{i} \cdot dA\hat{j} - 4\hat{j} \cdot dA\hat{j}) = -\int 4\ dA =$$

$$= -4 \int dA = -4\ A = -4\ 4 = -16 \frac{N\ m^2}{C}$$

Ροή μέσα από κύβο

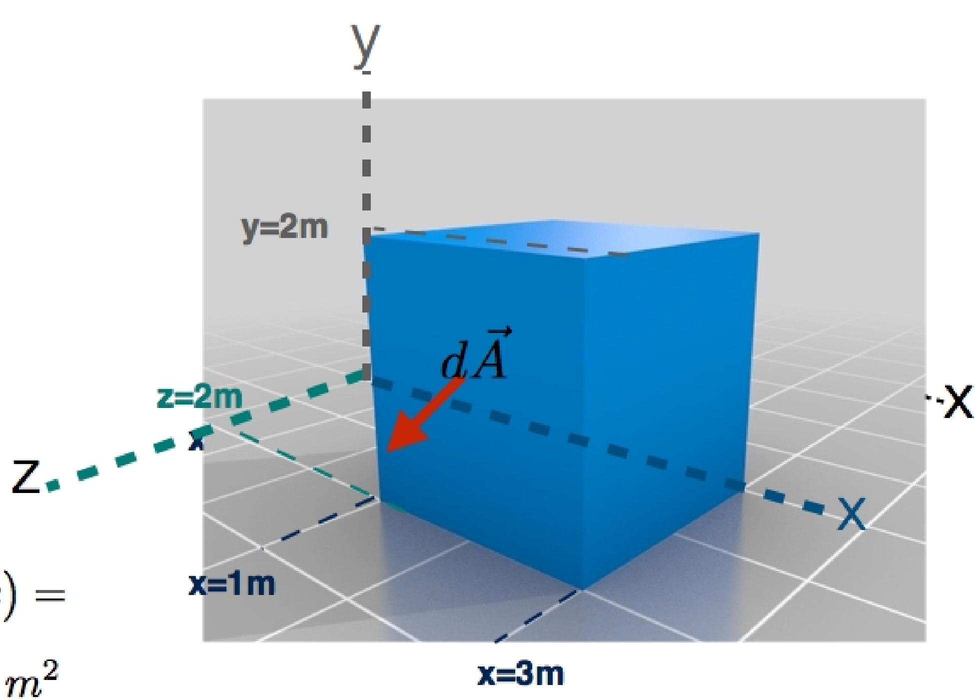
- **Μπροστινή έδρα**

το διάνυσμα $d\vec{A}$ για την μπροστινή έδρα του κύβου δείχνει προς την θετική κατεύθυνση του άξονα y:

$$d\vec{A} = dA\hat{k}$$

Η ροή Φ, διαμέσου της πάνω έδρας τότε είναι:

$$\Phi_f = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (dA\hat{k}) =$$
$$= \int (3x\hat{i} \cdot dA\hat{k} + 4\hat{j} \cdot dA\hat{k}) = 0\frac{N\ m^2}{C}$$

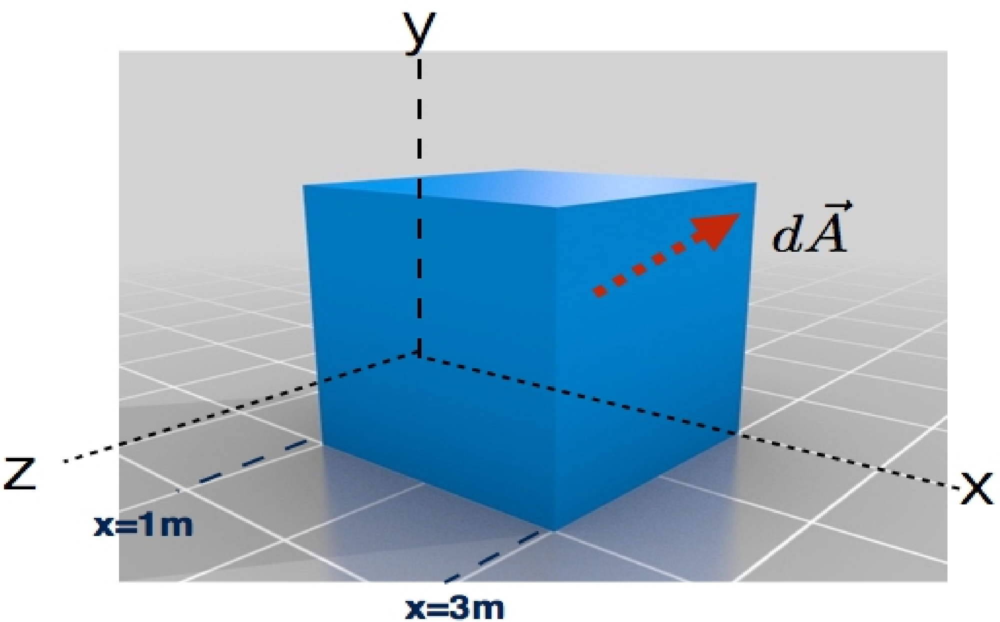


Ροή μέσα από κύβο

- **Πίσω έδρα**

το διάνυσμα $d\vec{A}$ για την πίσω έδρα του κύβου δείχνει προς την θετική κατεύθυνση του άξονα y:

$$d\vec{A} = -dA\hat{k}$$



Η ροή Φ, διαμέσου της πάνω έδρας τότε είναι:

$$\Phi_b = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (-dA\hat{k}) =$$
$$= \int (-3x\hat{i} \cdot dA\hat{k} - 4\hat{j} \cdot dA\hat{k}) = 0\frac{N\ m^2}{C}$$

Συνολική ροή μέσα από κύβο

Β.

- Η συνολική ηλεκτρική ροή (Φ) διαμέσου των έξι εδρών του κύβου είναι:

$$\Phi = \Phi_r + \Phi_l + \Phi_u + \Phi_d + \Phi_f + \Phi_b = (36 - 12 + 16 - 16 + 0 + 0)\frac{N\ m^2}{C}$$

Γ.

- Το συνολικό φορτίο q_{in} που περικλείεται απο κλειστή επιφάνεια συνδέεται με την συνολική ηλεκτρική ροή (Φ) διαμέσου της επιφάνειας. Σύμφωνα με τον **νόμο Gauss**:

$$\Phi = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

- Επομένως, ο κύβος Gauss περιέχει συνολικό ηλεκτρικό φορτίο q_{in} :

$$\Phi = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow q_{in} = \Phi\ \epsilon_0 = (8.85 \times 10^{-12}\frac{C^2}{N\ m^2})(24\frac{N\ m^2}{C}) = 2.1 \times 10^{-10} C$$

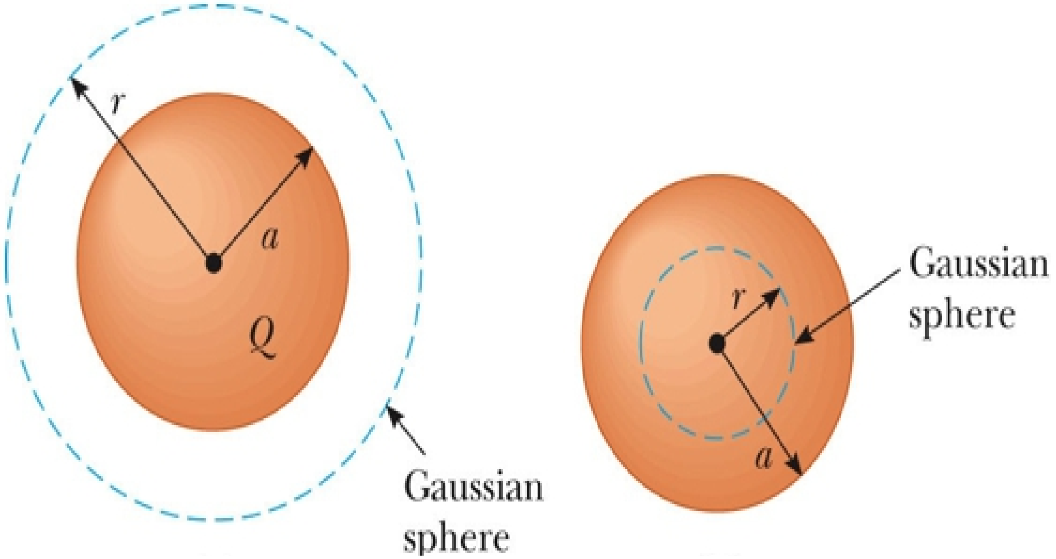
Σφαιρική κατανομή φορτίου

Έστω μη-αγωγιμη σφαίρα ακτίνας α με ολικό φορτίο Q ομοιόμορφα κατανεμημένο στον όγκο της. Να βρεθεί:

I. Το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο εκτός της σφαίρας.

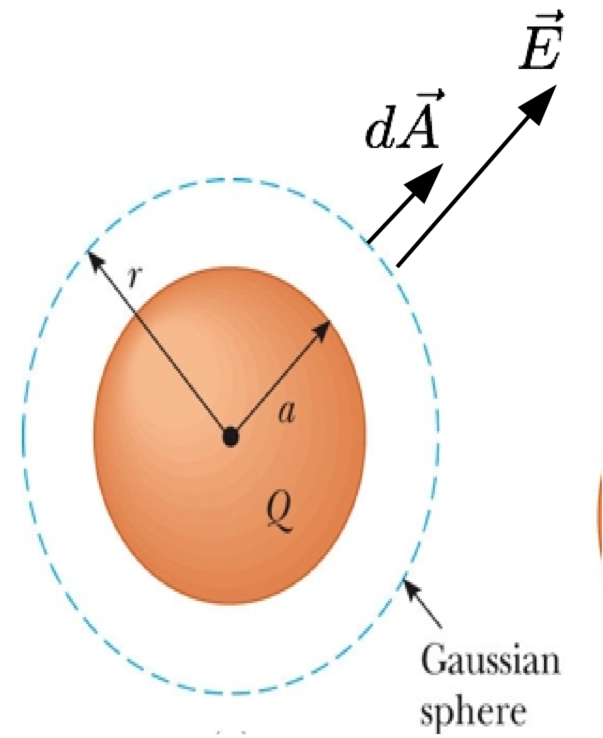
II. Το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο εντός της σφαίρας.

- Θα εφαρμόσουμε ξεχωριστά τον νόμο του Gauss σε δυο διαφορετικές γκαουσιανές επιφάνειες, μέσα και έξω από την σφαίρα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σφαιρική κατανομή φορτίου

- Για την πρώτη περίπτωση $r \geq \alpha$ με απευθείας εφαρμογή του νόμου του Gauss ισχύει:



$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_A E dA \cos 0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow$$

$$E \int_A dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Σφαιρική κατανομή φορτίου

Για την δεύτερη περίπτωση $r < \alpha$:

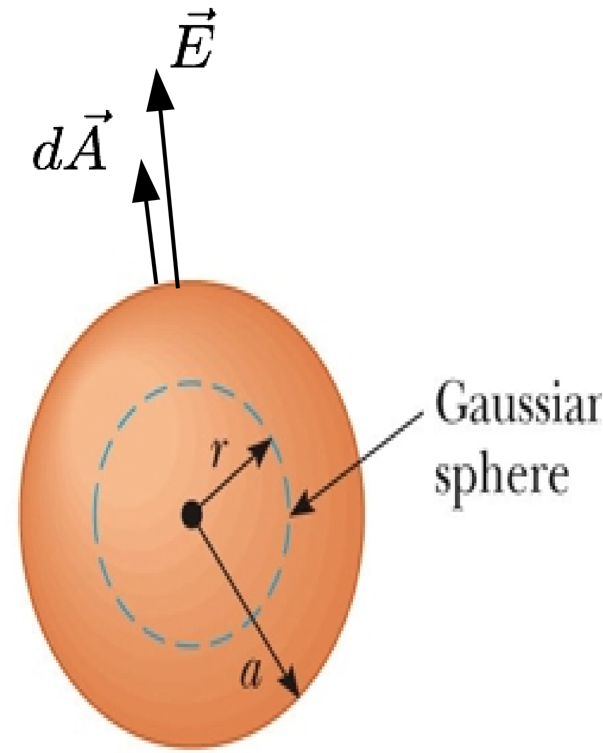
- Το φορτίο q που περικλείεται στην γκαουσιανή επιφάνεια θα είναι:

$$q = \rho V_{Gauss}$$

οπου $\rho = Q/V$ η χωρική πυκνότητα φορτίου.

- Αρα:

$$q = \frac{Q}{V} V_{Gauss} = Q \frac{r^3}{a^3}$$



- Εφαρμογή νόμου Gauss:

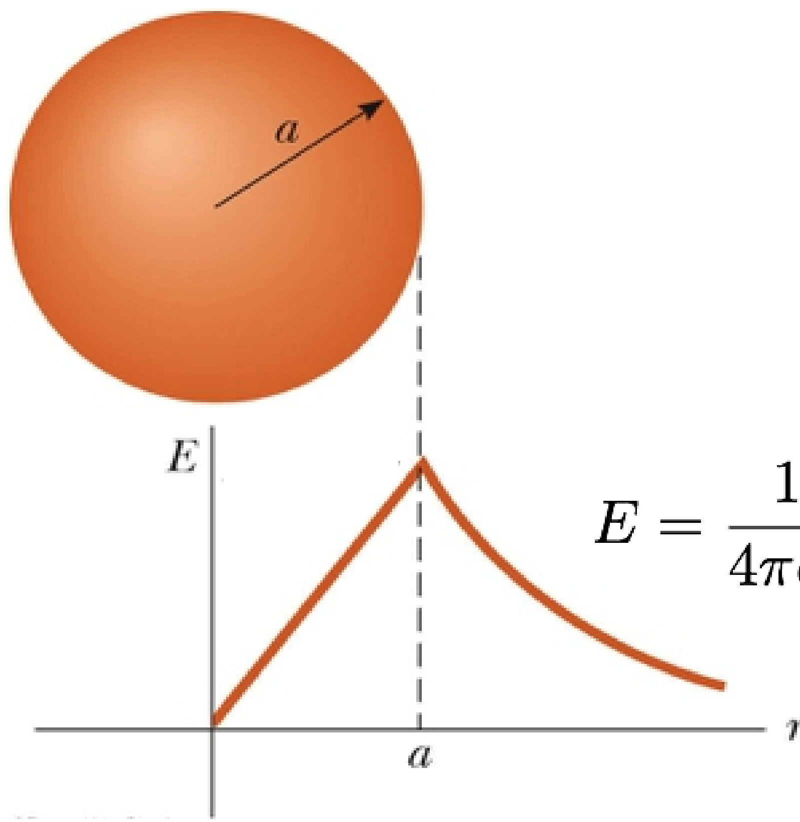
$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_A E dA \cos 0 = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow$$

$$E \int_A dA = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E 4\pi r^2 = \frac{Qr^3}{\epsilon_0 \alpha^3} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{\alpha^3}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi\alpha^3$$

$$V_{Gauss} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Σφαιρική κατανομή φορτίου



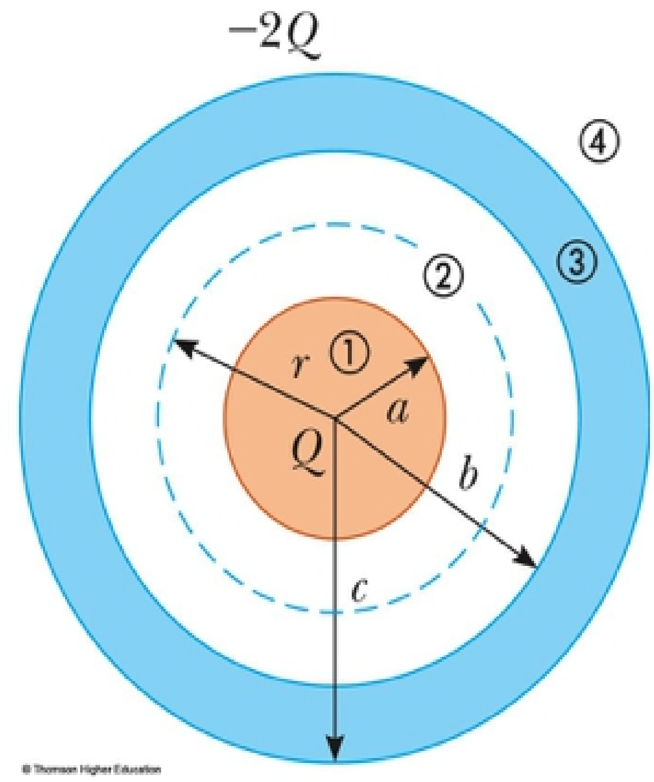
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qr}{a^3}$$

Αγώγιμη σφαίρα μέσα σε σφαιρικό κέλυφος

Αγώγιμη σφαίρα ακτίνας α ειναι φορτισμένη με καθαρό θετικό φορτίο Q . Ένα αγώγιμο σφαιρικό κέλυφος εσωτερικής ακτίνας b και εξωτερικής ακτινας c ειναι ομόκεντρο με την σφαίρα και φορτισμένο με καθαρό φορτίο -2Q.

Να προσδιοριστεί η κατανομή ηλεκτρικού φορτίου στο σφαρικό κέλυφος καθώς και το ηλεκτρικό πεδίο στις περιοχές 1,2,3,4

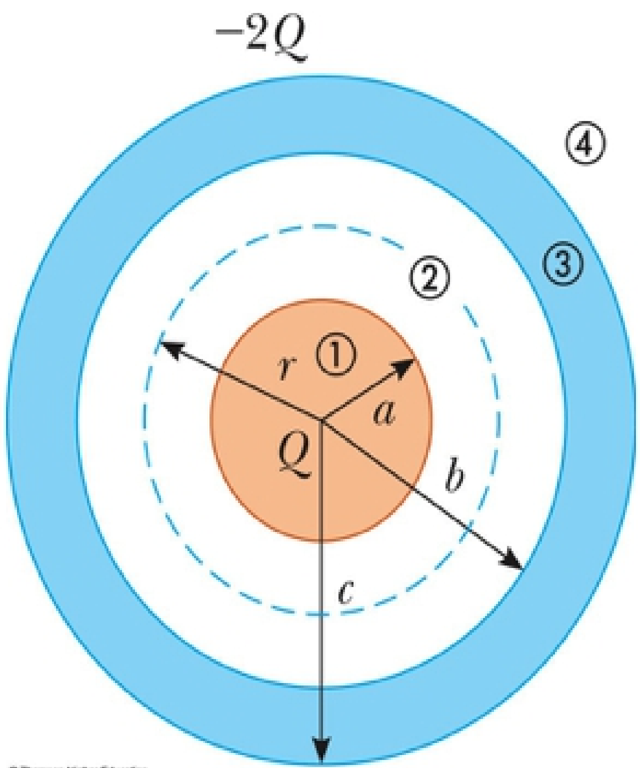


Αγώγιμη σφαίρα μέσα σε σφαιρικό κέλυφος

Εύρεση ηλεκτρικού πεδίο σε σημεία **εντός της αγώγιμης σφαίρας** $r < \alpha$ (περιοχή 1) :

- Θεωρούμε μια σφαιρική γκαουσιανή επιφάνεια ακτίνας r ομόκεντρη με την αγώγιμη σφαίρα. Γνωρίζουμε οτι μέσα στην αγώγιμη σφαίρα **ΔΕΝ μπορεί να υπάρξει καθαρό ηλεκτρικό φορτίο** ώς εκ τούτου q=0 . Αρα συμφωνα με τον νόμο Gauss:

$$\int_A \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_A E_1 dA \cos 0 = \frac{0}{\epsilon_0} \rightarrow E_1 = 0$$



Άρα το ηλεκτρικό πεδίο **ειναι μηδέν** σε όλα τα σημεία στο εσωτερικό της αγώγιμης σφαίρας.

- Συμπεραίνουμε λοιπόν πως ολόκληρο το φορτίο Q ειναι συγκεντρωμένο στην εξωτερική επιφάνεια της αγώγιμης σφαίρας.

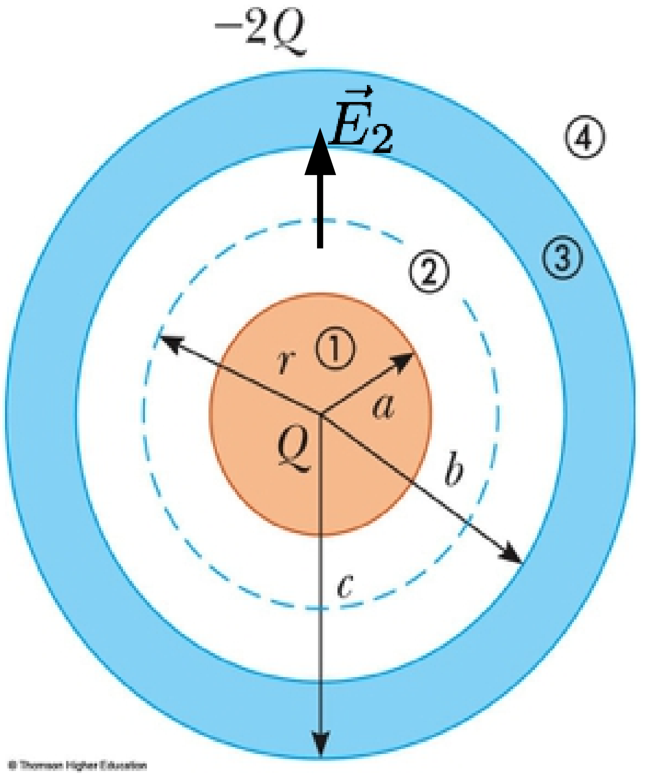
Αγώγιμη σφαίρα μέσα σε σφαιρικό κέλυφος

Εύρεση ηλεκτρικού πεδίο σε σημεία στο κενό **μεταξύ** της αγώγιμης σφαίρας και του σφαιρικού κελύφους $\alpha \le r < b$ (περιοχή 2) :

- Κατασκευάζουμε μια σφαιρική γκαουσιανή επιφάνεια ακτίνας r ομόκεντρη με την αγώγιμη σφαίρα. Το ηλεκτρικό φορτίο που περικλείεται απο την επιφάνεια Gauss ειναι Q . Αρα συμφωνα με τον νόμο Gauss:

$$\int_A \vec{E}_2 \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_A E_2 dA \cos 0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E_2 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

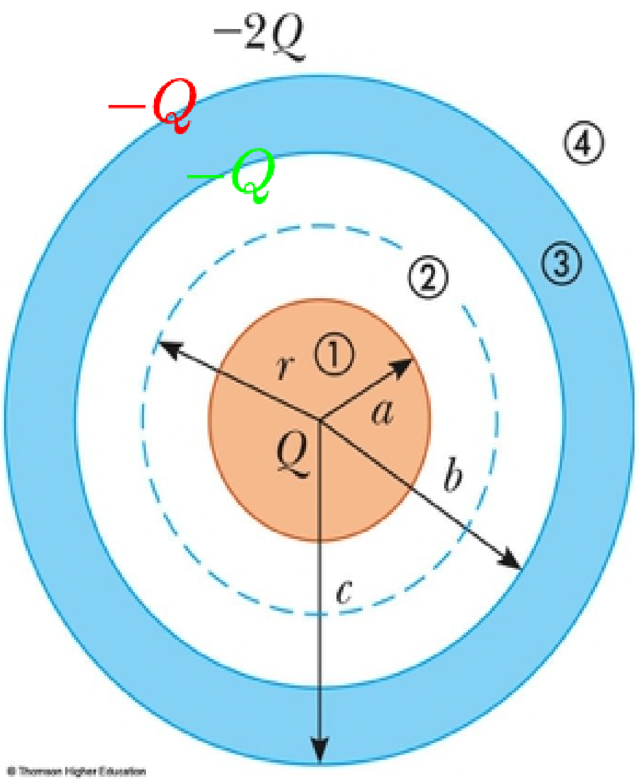


Αγώγιμη σφαίρα μέσα σε σφαιρικό κέλυφος

Εύρεση ηλεκτρικού πεδίο σε σημεία **στο εσωτερικό** σφαιρικού κελύφους $b < r < c$ (περιοχή 3) :

- Κατασκευάζουμε μια σφαιρική γκαουσιανή επιφάνεια ακτίνας r ομόκεντρη με την αγώγιμη σφαίρα. Γνωρίζουμε οτι στο εσωτερικό αγωγού το φορτίο ειναι μηδενικό άρα και το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδενικό.

  $E_3 = 0$



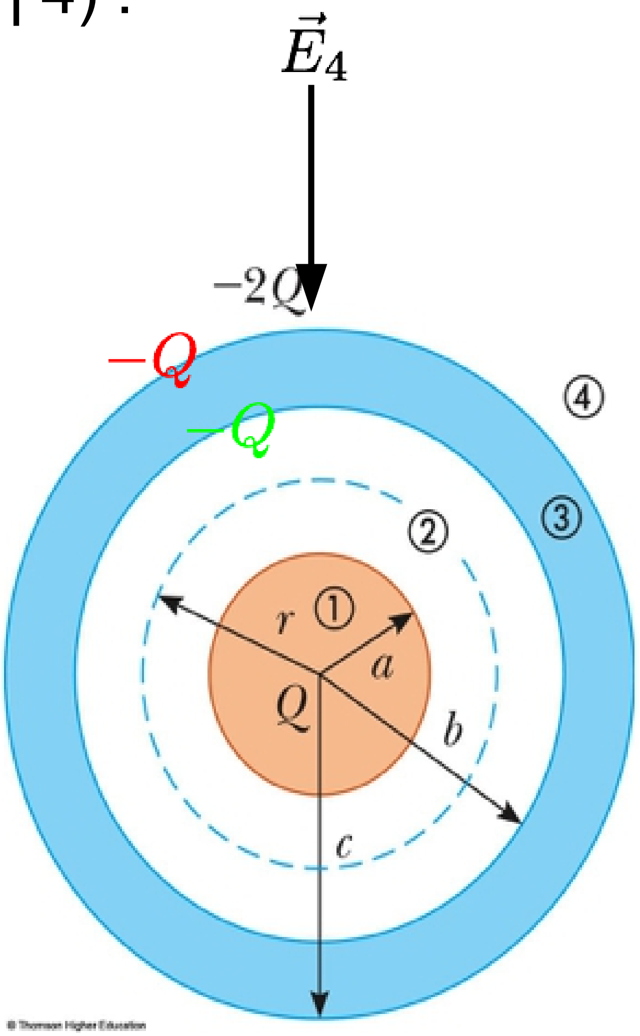
- Συμπεραίνουμε λοιπόν οτι στην εσωτερική επιφάνεια του σφαιρικού κελύφους πρέπει να υπάρχει φορτίο ίσο με $-Q$ το οποίο εξουδετερώνει το φορτίο +Q της αγώγιμης σφαίρας. Ωστε το φορτίο που εμπεριέχεται στην επιφάνεια Gauss να ειναι μηδεν: q=+Q$-Q$ =0.

- Το φορτίο $-Q$ εχει δημιουργηθεί επαγωγικά απο το φορτιο +Q της αγώγιμης σφαίρας.

- Τέλος , εφόσον το καθαρό φορτίο του σφαιρικού κελύφους είναι -2Q , στην εξωτερική επιφάνεια πρέπει να υπάρχει φορτίο $-Q$.

Αγώγιμη σφαίρα μέσα σε σφαιρικό κέλυφος

Εύρεση ηλεκτρικού πεδίο σε σημεία **στο εξωτερικό του** σφαιρικού κελύφους $r > c$ (περιοχή 4) :



- Κατασκευάζουμε μια σφαιρική γκαουσιανή επιφάνεια ακτίνας r ομόκεντρη με την αγώγιμη σφαίρα. Το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο που περιέχεται στην επιφάνεια Gauss είναι q= |+Q-2Q|=|-Q|.
- Σύμφωνα με τον νόμο του Gauss:

$$\int_A \vec{E}_4 \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_A E_4 dA \cos 0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E_4 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow$$

$$E_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Φύλλο απείρων διαστάσεων

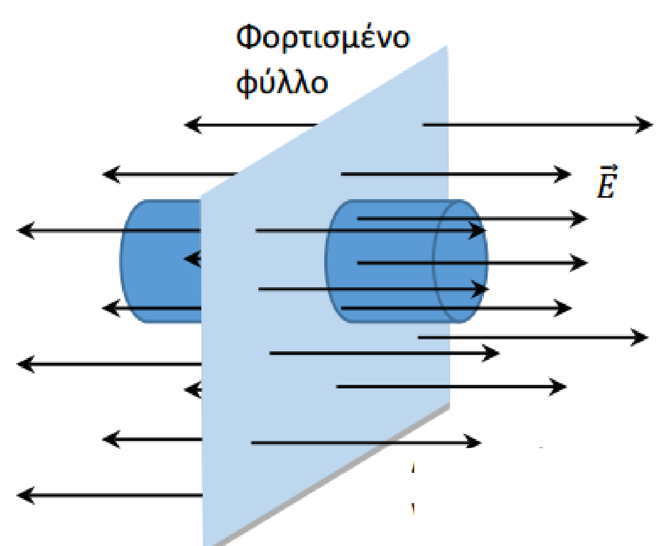
- Έστω θετικά φορτισμένο φύλλο απείρων διαστάσεων με ομοιόμορφη επιφανειακή κατανομή φορτίου σ. Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται.

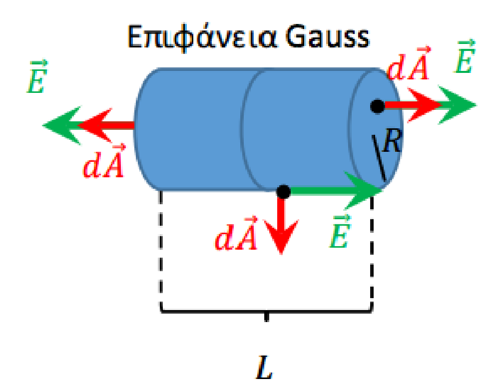
- Ως επιφανεια Gauss, ορίζουμε κλειστό κύλινδρο κάθετο στην επιφάνεια του φύλλου με ακτινα R και μήκος L.

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow \sigma = \frac{q}{\pi R^2}$$

- Εφαρμογή νόμου Gauss: $$2\int_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow 2EA = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow 2E(\pi R^2) = \frac{\sigma \pi R^2}{\epsilon_0} \rightarrow$$ $$\rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

Το παραγόμενο ηλεκτρικό πεδίο ειναι ομογενες λόγω του άπειρου πλάτους και μήκους του φύλλου.





Αγωγός απείρου μήκους

Έστω θετικά φορτισμένος αγωγός απείρου μήκους με ομοιόμορφη γραμμική κατανομή φορτίου λ. Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται.

- Ως επιφανεια Gauss, ορίζουμε κλειστό κύλινδρο παράλληλο με τον αγωγό ακτινας r και μήκους L.

- Ισχύει:

$$\int_A \vec{E} d\vec{A} = \int_{\pi\epsilon\rho.} E dA \cos 0 = \int_{\pi\epsilon\rho.} E dA = E \int_{\pi\epsilon\rho.} dA = E 2\pi r L$$

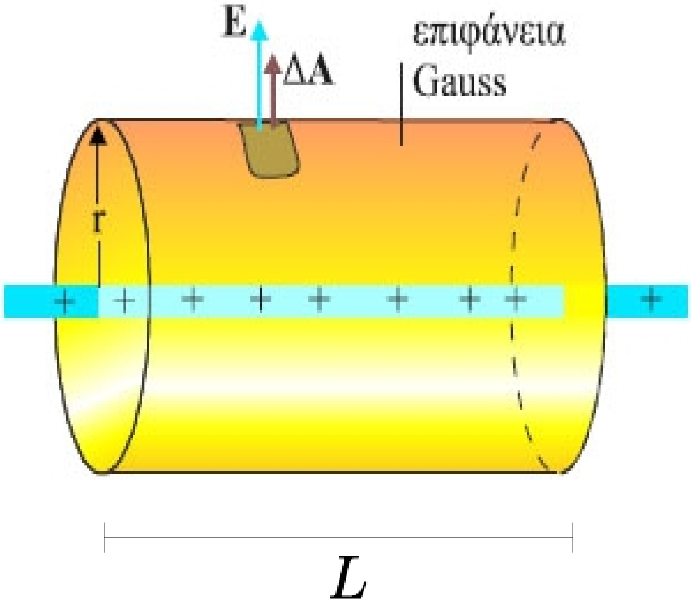
$$\lambda = \frac{q}{L}$$

- Εφαρμογή νόμου Gauss:

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow$$

$$E 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \rightarrow$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$



Βιβλιογραφία

- Serway R. A., Jewett J. W., 2013, Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς : ηλεκτρισμός και μαγνητισμός, φώς και οπτική, σύγχρονη φυσική, Κλειδάριθμος , Αθήνα
- Halliday D., Resnick R, 2009, Φυσική: μέρος Β, 4η εκδ., Γ. & Α. Πνευματικός, Αθήνα
- Young H.D., Freedman R.A., 2010, Πανεπιστημιακή φυσική με σύγχρονη φυσική, τ. 2: Ηλεκτρομαγνητισμός- Οπτική , 2η έκδ., Παπαζήσης , Αθήνα
- Pollack G.L., Stump D. R., 2002, Electromagnetism, Addison Wesley, San Francisco
- Hecht E.P., 1975, Schaum's outline of theory and problems of optics, McGraw-Hill Book Company, New York