ಅಧ್ಯಾಯ 3

ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟ

Playing With Numbers

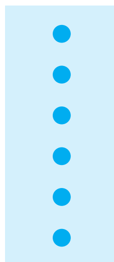
3.1 ಪೀಠಿಕೆ

ರಮೇಶನ ಬಳಿ 6 ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ಅವನು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲೂ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಗೋಲಿಗಳಿರುವಂತೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವಂತೆ ಈ ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಒಟ್ಟು ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡುತ್ತಾನೆ.

(i) ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 1 ಗೋಲಿ

ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 6

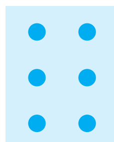
ಒಟ್ಟು ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $1 \times 6 = 6$



(ii) ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 2 ಗೋಲಿಗಳು

ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 3

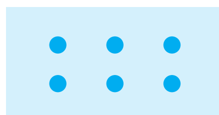
ಒಟ್ಟು ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $2 \times 3 = 6$



(iii) ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 3 ಗೋಲಿಗಳು

ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 2

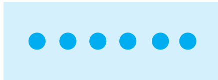
ಒಟ್ಟು ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $3 \times 2 = 6$



(iv) ಅವನು ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 4 ಅಥವಾ 5 ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವುದು ಅಸಾಧ್ಯವೆಂದು ಯೋಚಿಸುತ್ತಾನೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಉಳಿದ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಾಧ್ಯತೆ ಎಂದರೆ ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 6 ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವುದು.

ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 1

ಒಟ್ಟು ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $6 \times 1 = 6$



ಈ ಹಿಂದಿನ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಂದ ರಮೇಶನು ಸಂಖ್ಯೆ 6ನ್ನು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಅನೇಕ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಾನೆ.

$6 = 1 \times 6$; $6 = 2 \times 3$; $6 = 3 \times 2$; $6 = 6 \times 1$

$6 = 2 \times 3$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ 2 ಮತ್ತು 3 ಇವು 6ನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ 2 ಮತ್ತು 3 ಇವು 6ರ ಭಾಜಕಗಳು ಆಗಿವೆ. $6 = 1 \times 6$ ರಿಂದ, 1 ಮತ್ತು 6, 6ರ ಭಾಜಕಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಹೀಗೆ, 1, 2, 3 ಮತ್ತು 6, 6ರ ಭಾಜಕಗಳು. ಅವುಗಳನ್ನು 6ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

18 ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿ ಮತ್ತು 18ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3.2 ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಕಗಳು (ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು) (Factors & Multiples)

ಮೇರಿ 4ರ ಭಾಜಕಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಬಯಸಿದ್ದಾಳೆ. ಅವಳು 4ನ್ನು 4 ಹಾಗೂ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಭಾಗಿಸುತ್ತಾಳೆ.

1) 4 (4	2) 4 (2	3) 4 (1	4) 4 (1
-4	-4	-3	-4
0	0	1	0
ಭಾಗಲಬ್ಧ = 4	ಭಾಗಲಬ್ಧ = 2	ಭಾಗಲಬ್ಧ = 1	ಭಾಗಲಬ್ಧ = 1
ಶೇಷ = 0	ಶೇಷ = 0	ಶೇಷ = 1	ಶೇಷ = 0
$4 = 1 \times 4$	$4 = 2 \times 2$		$4 = 4 \times 1$

ಅವಳು 4ನ್ನು $4 = 1 \times 4$; $4 = 2 \times 2$; $4 = 4 \times 1$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು ಮತ್ತು 1, 2 ಮತ್ತು 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 4ರ ಭಾಜಕಗಳು ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾಳೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 4ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಜಕಗಳು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಆಗುತ್ತವೆ.

4ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 4ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಆಟ 1: ಈ ಆಟವನ್ನು ಎರಡು ಮಂದಿ (A ಮತ್ತು B ಎಂದಿರಲಿ) ಆಡುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ಬಗೆಗಿನ ಆಟ.

ಇದಕ್ಕೆ 1 ರಿಂದ 50 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಿಂಚು ಪಟ್ಟಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಈ ಮುಂದಿನಂತೆ ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆ ಜೋಡಿಸಿ.

1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	49	50

ಹಂತಗಳು:

a) 'A' ಅಥವಾ 'B'ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾರು ಮೊದಲು ಆಡುವುದೆಂದು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿ.

b) 'A' ಮೊದಲು ಆಡುತ್ತಾನೆ ಎಂದಿರಲಿ. ಅವನು ಮೇಜಿನಿಂದ ಒಂದು ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಯನ್ನು (28 ಎಂದಿರಲಿ) ಆರಿಸಿ ತನ್ನಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ.

c) ನಂತರ ಆಟಗಾರ 'B', 'A'ಯು ಆರಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಅವನ ಬಳಿ ಜೋಡಿಸಿಡುತ್ತಾನೆ.

d) ಆಟಗಾರ B ಒಂದು ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತೆಗೆದು ತನ್ನ ಬಳಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. 'A'ಯು 'B'ಯು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. 'A'ಯು ಅವುಗಳನ್ನು ತಾನು ಈ ಹಿಂದೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಯೊಂದಿಗೆ ಇಡುತ್ತಾನೆ.

e) ಈ ಆಟವು ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಎಲ್ಲ ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಗಳು ಖಾಲಿ ಆಗುವವರೆಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ.

f) 'A'ಯು ತಾನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿದ ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತಾನೆ. 'ಬಿ'ಯೂ ಅದೇ ರೀತಿ ಮಾಡುತ್ತಾನೆ. ಯಾವ ಆಟಗಾರ ಹೆಚ್ಚು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾನೆಯೋ, ಅವನು ವಿಜಯಿ ಆಗುತ್ತಾನೆ. ಮಿಂಚುಪಟ್ಟಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಆಟವು ಇನ್ನೂ ಆಕರ್ಷಕವಾಗುವುದು. ನಿಮ್ಮ ಗೆಳೆಯನೊಂದಿಗೆ ಈ ಆಟವನ್ನು ಆಡಿ. ಆಟದಲ್ಲಿ ವಿಜಯಿ ಆಗಲು ಉಪಾಯಗಳೇನಾದರೂ ಇದೆಯೇ?

ನಾವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 20ನ್ನು $20 = 4 \times 5$ ಎಂದು ಬರೆದಾಗ, 4 ಮತ್ತು 5 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 20ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ, 20ನ್ನು 4 ಮತ್ತು 5ರ ಗುಣಕ (ಅಪವರ್ತ್ಯ) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

$24 = 2 \times 12$ ಎಂದು ಬರೆದಾಗ, 2 ಮತ್ತು 12, 24ರ ಅಪವರ್ತನಗಳೆಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಅಲ್ಲದೆ 24ನ್ನು 2 ಮತ್ತು 12ರ ಗುಣಕಗಳೆನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನಗಳಿಗೂ ಗುಣಕವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈಗ ನಾವು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಕಗಳ ಕುರಿತು ಕೆಲವು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಅಂಶಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಗುಣಕ

↑

4 × 5 = 20

↓ ↓

ಅಪವರ್ತನ **ಅಪವರ್ತನ**

a) 3 ಏಕಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಮರದ / ಕಾಗದದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ: 45, 30 ಮತ್ತು 36ರ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

b) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಆ ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಜೋಡಿಸಿ ಇಡಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ: 45, 30 ಮತ್ತು 36ರ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

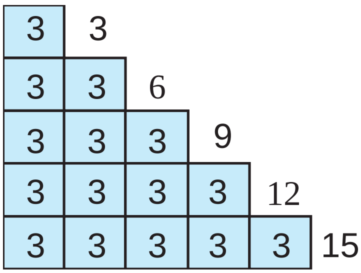
ಮೇಲಿರುವ ತುಂಡಿನ ಉದ್ದ 3 = 1 × 3 ಏಕಮಾನ

ಅದರ ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದ 3 + 3 = 6 ಏಕಮಾನಗಳು

ಹಾಗೆಯೇ, 6 = 2 × 3

ನಂತರದ ಪಟ್ಟಿಯ ಉದ್ದ 3 + 3 + 3 = 9 ಏಕಮಾನಗಳು

ಮತ್ತು 9 = 3 × 3



ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತಾ, ಮಿಕ್ಕ ಉದ್ದಗಳನ್ನು 12 = 4 × 3; 15 = 5 × 3 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. ಈ 3, 6, 9, 15 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 3ರ ಗುಣಕಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

3ರ ಗುಣಕಗಳ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು 18, 21, 24, ... ಎಂದು ಮುಂದುವರೆಸಬಹುದು.

3ರ ಗುಣಕಗಳೆಲ್ಲವೂ 3ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಅಥವಾ 3ಕ್ಕೆ ಸಮ.

4ರ ಗುಣಕಗಳು 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

ಈ ಪಟ್ಟಿಗೆ ಕೊನೆಯಿಲ್ಲ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 4ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಅಥವಾ 4ಕ್ಕೆ ಸಮ.

ನಾವು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಕಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದೆಂದು ನೋಡೋಣ.

1. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಅಪವರ್ತನ ಆಗಿರುವಂತಹ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೇ? ಇದೆ. ಅದು 1 ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ: 6 = 1 × 6; 18 = 1 × 18; .... ಇತ್ಯಾದಿ. ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

'1' ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

2. 7 ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ? ಹೌದು ಆಗಿದೆ. ನೀವು 7ನ್ನು 7 = 7 × 1 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. 10ರ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ? 15ರ ಬಗ್ಗೆ ? ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಈ ರೀತಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೆಂಬುದನ್ನು ನೀವು ತಿಳಿಯುವಿರಿ. **ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅದರ ಅಪವರ್ತನವೇ ಆಗಿದೆ** ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

3. 16ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಯಾವುವು? ಅವುಗಳೆಂದರೆ, 1, 2, 4, 8, 16 ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 16ನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗ ಮಾಡದೇ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯೇ ? ಇದನ್ನೇ 20; 36 ಗಳಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಇದರಿಂದ ತಿಳಿಯುವುದೇನೆಂದರೆ, **ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನವೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.**

4. 34ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾವುವು ? ಅವುಗಳು 1, 2, 17 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ 34. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡದು ಯಾವುದು ? ಅದೇ 34. ಉಳಿದ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 1, 2 ಮತ್ತು 17 ಇವುಗಳು 34 ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕವು. ಇದೇ ರೀತಿ, 64, 81 ಮತ್ತು 56 ಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. **ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನಗಳು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ** ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

5. ಸಂಖ್ಯೆ 76ಕ್ಕೆ 5 ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆ. 136 ಅಥವಾ 96 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆ? ಇವುಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಒಂದೊಮ್ಮೆ 10576, 25642 ಇತ್ಯಾದಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಥವಾ ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದಾಗ, ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಬಹುದು. (ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗಬಹುದು). **ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪರಿಮಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ** ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

6. 7ರ ಗುಣಕಗಳಾವುವು? ಸಹಜವಾಗಿ, 7, 14, 21, 28, ... ಈ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 7 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಅಥವಾ 7ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಹೀಗಿರುವುದೇ ? 6, 9 ಮತ್ತು 10ರ ಗುಣಕಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಇದರಿಂದ ನಾವು ತಿಳಿಯುವುದೇನೆಂದರೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಣಕವೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಅಥವಾ ಸಮ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

7. 5ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳು 5, 10, 15, 20, ... ಆಗಿವೆ. ಈ ಪಟ್ಟಿಯು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವುದೇ? ಇಲ್ಲ ಇದಕ್ಕೆ ಅಂತ್ಯವೇ ಇಲ್ಲ. ಹೀಗೆಯೇ 6, 7 ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಇದರಿಂದ ತಿಳಿಯುವುದೇನೆಂದರೆ, **ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಪರಿಮಿತವಾಗಿದೆ.**

8. ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಕವಾಗುವುದೇ ? ಹೌದು ಯಾಕೆಂದರೆ 7 = 7 × 1. ಇದು ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯಿಸುವುದೇ ? 3, 12 ಮತ್ತು 16 ಗಳಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಇದರಿಂದ, **ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ** ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

6ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 1, 2, 3 ಮತ್ತು 6 ಆಗಿವೆ. 1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 × 6. 6ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತವು 6ರ ಎರಡಷ್ಟಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. 28ರ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬರೆದಾಗ 1, 2, 4, 7, 14 ಮತ್ತು 28. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 × 28. 28ರ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತವು 28ರ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

6 ಮತ್ತು 28 ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

10 ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆಯೇ ?

ಉದಾಹರಣೆ 1: 68ರ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $68 = 1 \times 68$; $68 = 2 \times 34$; $68 = 4 \times 17$; $68 = 17 \times 4$; ಇಲ್ಲಿಗೆ ನಿಲ್ಲಿಸೋಣ.

ಯಾಕೆಂದರೆ 4 ಮತ್ತು 17 ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಬಂದಿದೆ.

ಹೀಗೆ, 68ರ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳು 1, 2, 4, 17, 34 ಮತ್ತು 68.

ಉದಾಹರಣೆ 2: 36ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $36 = 1 \times 36$; $36 = 2 \times 18$; $36 = 3 \times 12$; $36 = 4 \times 9$; $36 = 6 \times 6$; ಇಲ್ಲಿಗೆ ನಿಲ್ಲಿಸೋಣ.
ಯಾಕೆಂದರೆ ಎರಡೂ ಅಪವರ್ತನಗಳು (6) ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.

ಹೀಗೆ, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ಮತ್ತು 36 ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3: 6ರ ಮೊದಲ 5 ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಬೇಕಾಗಿರುವ ಗುಣಕಗಳು: $6 \times 1 = 6$, $6 \times 2 = 12$, $6 \times 3 = 18$, $6 \times 4 = 24$, $6 \times 5 = 30$
ಅಂದರೆ 6ರ ಮೊದಲ ಐದು ಗುಣಕಗಳು 6, 12, 18, 24 ಮತ್ತು 30.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
   a) 24 b) 15 c) 21 d) 27 e) 12
   f) 20 g) 18 h) 23 i) 36

2. ಮೊದಲ ಐದು ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
   a) 5 b) 8 c) 9

3. ಕಂಬಸಾಲು 1ರ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕಂಬಸಾಲು 2ರ ಅಂಶಗಳಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ.

ಕಂಬಸಾಲು 1		ಕಂಬಸಾಲು 2	
i)	35	a)	8ರ ಗುಣಕ
ii)	15	b)	7ರ ಗುಣಕ
iii)	16	c)	70ರ ಗುಣಕ
iv)	20	d)	30ರ ಅಪವರ್ತನ
v)	25	e)	50ರ ಅಪವರ್ತನ
		f)	20ರ ಅಪವರ್ತನ

4. 100ರವರೆಗಿನ 9ರ ಎಲ್ಲ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

3.3 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ (ಮೂಲ) ಮತ್ತು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಈಗ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಪರಿಚಯ ನಮಗೆ ಆಗಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ಅಪವರ್ತನಗಳು	ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6

ಇದರಿಂದ ತಿಳಿಯುವುದೇನೆಂದರೆ,

a) ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಕೇವಲ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ (ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ)

b) ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಎರಡು ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆ. (1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ). ಅವು ಯಾವುದೆಂದರೆ 2, 3, 5, 7, 11 ಇತ್ಯಾದಿ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

c) *ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಕೇವಲ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆಯೋ, ಅವುಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ (Prime number) ಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.* ಇವುಗಳ ಹೊರತಾಗಿ ಇರುವ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

d) ಇಲ್ಲಿ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (4, 6, 8, 9, 10 ಇತ್ಯಾದಿ) ಇವೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ. *(composite number)*

> 1 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ, ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ.

ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

15 ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆಯೇ? ಯಾಕೆ? 18, 25 ಇವು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ?

ಅಪವರ್ತನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಕೆ ಮಾಡದೆಯೇ, ನಾವು 1 ರಿಂದ 100 ರವರೆಗಿನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸರಳ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕ್ರಿ.ಪೂ. 3ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಇರಾಟೋಸ್ಥೇನಸ್ ಎಂಬ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತಜ್ಞನು ನೀಡಿದನು. ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ನಾವು ನೋಡೋಣ.

ಮುಂದೆ ತೋರಿಸಿದಂತೆ, 1 ರಿಂದ 100 ರವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

ಹಂತ 1: 1 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ ಅದನ್ನು ಹೊಡೆದು ಹಾಕಿ.

ಹಂತ 2: 2ನ್ನು ಸುತ್ತುಗಟ್ಟಿ, 2ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ (ಎಂದರೆ 4, 6, 8.......... ಇತ್ಯಾದಿ) ಹೊಡೆದು ಹಾಕಿ.

ಹಂತ 3: ಮುಂದೆ ಸಿಗುವ ಹೊಡೆದು ಹಾಕದ ಸಂಖ್ಯೆ 3. ಅದನ್ನು ಸುತ್ತುಗಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಉಳಿದ 3ರ ಗುಣಕ ಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಹೊಡೆದು ಹಾಕಿ.

ಹಂತ 4: ಮುಂದಿನ ಹೊಡೆದು ಹಾಕದ ಸಂಖ್ಯೆ 5. ಅದನ್ನು ಸುತ್ತುಗಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಉಳಿದ ಗುಣಕಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಹೊಡೆದು ಹಾಕಿ.

ಹಂತ 5: ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಡೆದು ಹಾಕಲಾಗಿದೆ ಅಥವಾ ಸುತ್ತುಗಟ್ಟಿದೆ ಎನ್ನುವವರೆಗೆ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ.

ಎಲ್ಲಾ ಸುತ್ತುಗಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅವಿಭಾಜ್ಯಸಂಖ್ಯೆಗಳು. 1ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಹೊಡೆದು ಹಾಕಿರುವ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಇರಾಟೋಸ್ಥೇನಸನ ಜರಡಿ ವಿಧಾನ (Seive of Eratosthenes) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: 15ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಎಲ್ಲ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಜರಡಿ ವಿಧಾನವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ, ನಾವು ಸುಲಭವಾಗಿ ಬೇಕಾಗಿರುವ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 2, 3, 5, 7, 11 ಮತ್ತು 13 ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ: $2 \times 3 + 1 = 7$ ಒಂದು ಮೂಲಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ 2ರ ಗುಣಕಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ. ಈ ವಿಧದಲ್ಲಿ ನೀವು ಬೇರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದೇ ?

ಸಮ ಮತ್ತು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... ? ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಏನಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ ? ಇವೆಲ್ಲವೂ 2ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಾಣಬಹುದು. ಇವುಗಳನ್ನು ***ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು*** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇನ್ನುಳಿದ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ***ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು.***

ನೀವು ಎರಡಂಕಿ ಅಥವಾ ಮೂರಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಬಹುದು. ಆದರೆ 756482 ಇಂತಹ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು ಹೇಗೆ? 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಆದರೆ ಅದು ಆಯಾಸಕರ ಕೆಲಸವಲ್ಲವೇ?

ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0, 2, 4, 6, 8 ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ***ಸಮಸಂಖ್ಯೆ*** ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 350, 4862, 59246 ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು. 457, 2359, 8231 ಇವೆಲ್ಲವೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸ್ವಾರಸ್ಯಕರ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ನಾವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

a) ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಅದು 2 ಆಗಿದೆ. ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಅದು 2 ಆಗಿದೆ. ಹೀಗೆ, ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಆಗಿದೆ.

b) ಇನ್ನುಳಿದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದರೆ 3, 5, 7, 11, 13.......... ಈ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೇ? ಇಲ್ಲವೇ ಇಲ್ಲ. ಅವೆಲ್ಲವೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ.

ಹೀಗೆ, 2ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಎಲ್ಲಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

1. a) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು ?

   b) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು ?

2. **ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೇ, ತಪ್ಪೇ, ತಿಳಿಸಿ.**

   a) ಮೂರು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

   b) ಎರಡು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

   c) ಮೂರು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

   d) ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

   e) ಎಲ್ಲ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

   f) ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

   g) ಎರಡು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

   h) '2' ಏಕಮಾತ್ರ ಸಮ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ.

   i) ಎಲ್ಲ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

   j) ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

3. 13 ಮತ್ತು 31 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ. ಇವೆರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅದೇ 1 ಮತ್ತು 3 ಅಂಕಿಗಳಿವೆ. ಇಂತಹ 100 ರೊಳಗಿನ ಜೋಡಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. 20ರೊಳಗಿನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

5. 1 ಮತ್ತು 10ರ ನಡುವಿನ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ?

6. ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಬೆಸ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ.

   a) 44 b) 36 c) 24 d) 18

7. ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2 ಇರುವ ಮೂರು ಜೊತೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   (**ಗಮನಿಸಿ:** ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2 ಇರುವ ಎರಡು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು **ಅವಳಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ)

8. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ ?

   a) 23 b) 51 c) 37 d) 26

9. ನಡುವೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಇಲ್ಲದಂತೆ 100ರೊಳಗಿನ ಏಳು ಅನುಕ್ರಮ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

10. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೂರು ಬೆಸ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

    a) 21 b) 31 c) 53 d) 61

11. ಮೊತ್ತವು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ 20 ರೊಳಗಿನ ಐದು ಜೊತೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

    (**ಸುಳಿವು:** 3 + 7 = 10)

12. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ:

    a) ಕೇವಲ ಎರಡು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು __________ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

    b) ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು __________ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

    c) ಸಂಖ್ಯೆ 1 __________ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ, __________ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ.

    d) ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ __________

    e) ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ __________

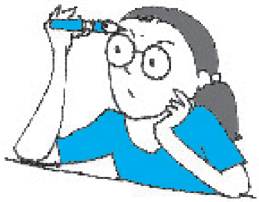
    f) ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ __________

3.4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಗೆ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳು.

ಸಂಖ್ಯೆ 38, 2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ? 4 ರಿಂದ ? 5 ರಿಂದ? 38ನ್ನು ನೇರವಾಗಿ 2 ರಿಂದ, 4 ರಿಂದ ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿದಾಗ, ಅದು 2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 4 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 2, 3, 4, 5, 6. 8, 9, 10 ಅಥವಾ 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ ಎಂದು ತಿಳಿಸುವಂತಹ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸಗಳಿವೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡೋಣ. ಅಂತಹ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ಸಿಗಬಹುದೆಂದು ನೀವು ಯೋಚಿಸಿದ್ದೀರಾ ?

10 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ :



ಚಾರು 10ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತಾ ಇದ್ದನು. ಅವುಗಳು 10, 20, 30, 40, 50, 60, ... ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂಶವನ್ನು ಅವಳು ಗುರುತಿಸಿದಳು. ಅದೇನೆಂದು ನೀವು ಹೇಳುವಿರಾ? ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಇದೆ.

ಅವಳು ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಇರುವಂತಹ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು (100, 1000, 3200, 7010 ಇತ್ಯಾದಿ) ಯೋಚಿಸಿದಳು. ಅಂತಹ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ 10 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಂಡಳು.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಇದ್ದಾಗ ಅದು 10 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಳು.

100 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಾ ?

5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ:

ಮಣಿ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 .... ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸ್ವಾರಸ್ಯಕರ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಳು.

ಆ ವಿನ್ಯಾಸವೇನೆಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ ?

ಅವುಗಳ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನಗಳನ್ನು ನೋಡಿ. ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಅಥವಾ 5 ಇದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲವೂ 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

ಮಣಿ 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆ (105, 215, 6205, 3500.... ಇಂತಹ) ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಳು. ಮತ್ತೆ ಇವೆಲ್ಲವೂ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಅಥವಾ 5ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

ಅವಳು 23, 56, 97 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 5 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗ ಮಾಡಲು ಯತ್ನಿಸಿದನು. ಇದು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0 ಅಥವಾ 5 ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 5 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುವುದು ಹಾಗೂ ಇತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಶೇಷವನ್ನು ಉಳಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಅವನು ಕಂಡುಕೊಂಡನು.

1750125 ಸಂಖ್ಯೆಯು 5 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ ?

2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ:

ಚಾರು 2ರ ಕೆಲವು ಗುಣಕಗಳಾದ 10, 12, 14, 16....... ಹಾಗೂ 2410, 4356, 1358, 2972, 5974 ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಳು.

ಇವುಗಳ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಅವಳು ಗಮನಿಸಿದಳು. ಅದೇನೆಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ ? ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿ 0, 2, 4, 6, 8 ಮಾತ್ರ ಇವೆ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅವಳು 0 ಶೇಷವನ್ನು ಪಡೆದಳು. ಅವಳು 2467, 4829 ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ 2 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗದಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿದಳು. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0, 2, 4, 6 ಅಥವಾ 8 ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಎಲ್ಲ ಅವಲೋಕನಗಳ ಬಳಿಕ ಅವಳು ಒಂದು ತೀರ್ಮಾನವನ್ನು ಮಾಡಿದಳು. ಅದೇನೆಂದರೆ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೆಂದಾದರೆ ಅದರ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ 0, 2, 4, 6 ಅಥವಾ 8 ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಅಂಕಿ ಇರುತ್ತದೆ.

3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ:

21, 27, 36, 54, 219 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವವೇ? ಹೌದು ಭಾಗವಾಗುವವು.

25, 37, 260 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವವೇ? ಇಲ್ಲ

ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸವಿದೆಯೇ? ಇಲ್ಲ. ಯಾಕೆಂದರೆ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಅದೇ ಅಂಕಿ ಇದ್ದಾಗ, ಉದಾ: 27, ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ, ಆದರೆ 17, 37 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಈಗ ನಾವು 21, 36, 54 ಮತ್ತು 219 ಇವುಗಳ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನೋಡೋಣ. ಇಲ್ಲಿ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ ? $2 + 1 = 3$, $3 + 6 = 9$, $5 + 4 = 9$, $2 + 1 + 9 = 12$ ಇವೆಲ್ಲವೂ 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ.

25, 37, 260 ಇವುಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ. $2 + 5 = 7$, $3 + 7 = 10$, $2 + 6 + 0 = 8$ ಇವು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ, **ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ರ ಗುಣಕವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದು.**

7221 ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ?

6 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ:

2 ಮತ್ತು 3 ಇವೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಗುರುತಿಸಬಹುದೇ ? ಅಂತಹ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 18 ಆಗಿದೆ. 18 ಸಂಖ್ಯೆಯು $2 \times 3 = 6$ ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ ? ಹೌದು ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

18 ರಂತಹ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ಅವುಗಳು 6 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಆದರೆ 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಕ್ಷಣ ಯೋಚಿಸಿ ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ ?

ಈಗ, 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಆದರೆ 2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆ 27 ಆಗಿದೆ.

27 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು 6 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ? ಇಲ್ಲ. 27 ರಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಈ ಅವಲೋಕನಗಳಿಂದ ನಾವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿರುವುದೇನೆಂದರೆ, **ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ಮತ್ತು 3 ಇವೆರಡರಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾದರೆ, ಅದು 6 ರಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುವುದು.**

4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ:

ನೀವು ತಕ್ಷಣವೇ 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಮೂರಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡಬಲ್ಲಿರಾ? ಅಂತಹ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 212. ಅಂತಹ ಇನ್ನೂ 4 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ. ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯು 1936 ಆಗಿದೆ.

212ರಲ್ಲಿ ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳಿಂದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅದು 12 ಆಗಿದೆ

ಮತ್ತು 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. 1936ರಲ್ಲಿ ಅದು 36 ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಇದೂ 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಇಂತಹ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 4612; 3516; 9532

286 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ? ಇಲ್ಲ 86 ಸಂಖ್ಯೆ4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ? ಇಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ, **3 ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಿಗಳುಳ್ಳ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೊನೆಯ ಎರಡು (ಅಂದರೆ ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಬಿಡಿ) ಅಂಕಿಗಳಿಂದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದು.**

ಇನ್ನೂ ಹತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೆ ಈ ನಿಯಮವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ:

1000, 2104, 1416 ಇವು 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವವೇ ? ಅವುಗಳು 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೆಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸವಿದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಿಡಿ, ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಸಾವಿರದ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿ. ಅವುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 000, 104 ಮತ್ತು 416 ಆಗಿವೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ. ಬಿಡಿ, ಹತ್ತು ಮತ್ತು ಸಾವಿರದ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿ (ಕೊನೆಯ ಮೂರು ಅಂಕಿ)ಗಳಿಂದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯು 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಂತಹ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 9216, 8216, 7216, 10216, 99995216 ಇತ್ಯಾದಿ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೆಂಬುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡುವಿರಿ.

4 ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕಿಗಳಿಂದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕೊನೆಯ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವವು.

73512 ಸಂಖ್ಯೆಯು 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ ?

1, 2 ಅಥವಾ 3 ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ನಿಜವಾದ ಭಾಗಾಕಾರ ಮಾಡಿಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ:

9ರ ಗುಣಕಗಳು 9, 18, 27, 36, 45, 54, ... ಅಲ್ಲದೇ 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ 4608, 5289 ಇಂತಹ ಅನೇಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಇವೆ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸವು ಕಂಡುಬರುವುದೇ ?

$1 + 8 = 9$, $2 + 7 = 0$, $3 + 6 = 9$, $4 + 5 = 9$,

$4 + 6 + 0 + 8 = 18$, $5 + 2 + 8 + 3 = 18$.

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಮೊತ್ತಗಳೂ 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದು.

758 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ?

ಇಲ್ಲ. ಇವುಗಳ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 7 + 5 + 8 = 20 ಕೂಡಾ 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಈ ಅವಲೋಕನಗಳ ಆಧಾರದಿಂದ ನಾವು ಹೇಳಬಹುದೇನೆಂದರೆ, **ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವು 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.**

11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ:

308, 1331 ಮತ್ತು 61809 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲವೂ 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಯಾವುದಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ದೊರೆಯಬಹುದೇ ಎಂದು ನೋಡೋಣ.

ಸಂಖ್ಯೆ	ಬಲಬದಿಯಿಂದ ಬೆಸ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ	ಬಲಬದಿಯಿಂದ ಸಮ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ	ವ್ಯತ್ಯಾಸ
308	8 + 3 = 11	0	11 – 0 = 11
1331	1 + 3 = 4	3 + 1 = 4	4 – 4 = 0
61809	9 + 8 + 6 = 23	0 + 1= 1	23 – 1 = 22

ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ, ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 0 ಅಥವಾ 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಅಲ್ಲದೆ, ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ 5081ರಲ್ಲಿ, ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು (5 + 8) – (1 + 0) = 12, ಇದು 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಸಂಖ್ಯೆ 5081 ಕೂಡಾ 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಹೀಗೆ, 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ನಿಯಮವೇನೆಂದರೆ,

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಬದಿಯಿಂದ ಬೆಸಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 0 ಅಥವಾ 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

1. ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 2 ರಿಂದ, 3 ರಿಂದ, 4 ರಿಂದ, 5 ರಿಂದ, 6 ರಿಂದ, 8 ರಿಂದ, 9 ರಿಂದ, 10 ರಿಂದ, 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ (ಹೌದು ಅಥವಾ ಇಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿ).

ಸಂಖ್ಯೆ	ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ ?								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	ಹೌದು	ಇಲ್ಲ	ಹೌದು	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಹೌದು	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ
990	....	....	....	....	....	....	....	....	....
1586	....	....	....	....	....	....	....	....	....
275	....	....	....	....	....	....	....	....	....
6686	....	....	....	....	....	....	....	....	....
639210	....	....	....	....	....	....	....	....	....
297141	....	....	....	....	....	....	....	....	....
2856	....	....	....	....	....	....	....	....	....
3060	....	....	....	....	....	....	....	....	....
406839	....	....	....	....	....	....	....	....	....

2. ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 4 ರಿಂದ, 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

   a) 572 b) 726352 c) 5500 d) 6000 e) 12159 f) 14560

   g) 21084 h) 31795072 i) 1700 j) 2150

3. ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 6 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

   a) 297144 b) 1258 c) 4335 d) 61233 e) 901352 f) 438750

   g) 1790184 h) 12583 i) 639210 j) 17852

4. ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ, ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.

   a) 5445 b) 10824 c) 7138965 d) 70169308 e) 10000001 f) 901153

5. ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿದಾಗ ಆಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಂತೆ, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಬಹುದಾದ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   a) __ 6724 b) 4765 __ 2

6. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಂತೆ, ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

   a) 92 __ 389 b) 8 __ 9484

3.5 ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳು.

ಜೊತೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

a) 4 ಮತ್ತು 18ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾವುವು?

4ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು : ①, ② ಮತ್ತು 4 ಆಗಿವೆ.

18ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: ①, ②, 3, 6, 9 ಮತ್ತು 18 ಆಗಿವೆ.

1 ಮತ್ತು 2 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 4 ಮತ್ತು 18 ಇವೆರಡರಲ್ಲೂ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳು 4 ಮತ್ತು 18ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎ) 8, 20 ಬಿ) 9, 15

b) 4 ಮತ್ತು 15ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾವುವು ?

ಇವೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ 1 ಮಾತ್ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

7 ಮತ್ತು 16ಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆಯೇ ?

ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಮಾತ್ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಹಅವಿಭಾಜ್ಯ (Co-Prime) ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಹೀಗೆ, 4 ಮತ್ತು 15 ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

7 ಮತ್ತು 15, 12 ಮತ್ತು 49, 18 ಮತ್ತು 23 ಇವು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ?

c) 4, 12 ಮತ್ತು 16 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ ?

4ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ①, ② ಮತ್ತು ④

12ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ①, ②, 3, ④, 6 ಮತ್ತು 12

16ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು ①, ②, ④, 8 ಮತ್ತು 16

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ 1, 2 ಮತ್ತು 4 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 4, 12 ಮತ್ತು 16ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ. ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) 8, 12, 20 b) 9, 15, 21

ಈಗ ನಾವು ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

a) 4 ಮತ್ತು 6ರ ಗುಣಕಗಳಾವುವು ?

4ರ ಗುಣಕಗಳು: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... (ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ)

6ರ ಗುಣಕಗಳು: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ... (ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ)

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ,

ಎರಡೂ ಪಟ್ಟಿಗಳಲ್ಲಿರುವಂತಹ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯೇ?

12, 24, ... ಇವುಗಳು 4 ಮತ್ತು 6 ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

4 ಮತ್ತು 6 ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುವಂತಹ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಾ ? ಅವುಗಳನ್ನು 4 ಮತ್ತು 6ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

b) 3, 5 ಮತ್ತು 6 ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3ರ ಗುಣಕಗಳು: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 23, 28, 27, 30, 33, 36, ...

5ರ ಗುಣಕಗಳು: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

6ರ ಗುಣಕಗಳು: 6, 12, 18, 24, 30, ...

∴ 3, 5 6ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳು 30, 60, ...ಆಗಿವೆ.

3, 5 ಮತ್ತು 6ರ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

ಉದಾಹರಣೆ 5: 75, 60 ಮತ್ತು 210ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

75ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: 1, 3, 5, 15, 25 ಮತ್ತು 75

60ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 ಮತ್ತು 60

210ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105 ಮತ್ತು 210

ಹೀಗೆ 75, 60 ಮತ್ತು 210ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 1, 3, 5 ಮತ್ತು 15 ಆಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 6: 3, 4 ಮತ್ತು 9ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

3ರ ಗುಣಕಗಳು: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, ...

4ರ ಗುಣಕಗಳು: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, ...

9ರ ಗುಣಕಗಳು: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ...

ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ, 3, 4 ಮತ್ತು 9ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳು 36, 72, 108, ...

ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

1. ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   a) 20 ಮತ್ತು 28 b) 15 ಮತ್ತು 25 c) 35 ಮತ್ತು 50 d) 56 ಮತ್ತು 120
2. ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   a) 4, 8 ಮತ್ತು 12 b) 5, 15 ಮತ್ತು 25
3. ಮೊದಲ ಮೂರು ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   a) 6 ಮತ್ತು 8 b) 12 ಮತ್ತು 18
4. 100ರ ಒಳಗಿನ 3 ಮತ್ತು 4ರ ಎಲ್ಲಾ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

5. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳು ಸಹಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳಾಗಿವೆ?

a) 18 ಮತ್ತು 35 b) 15 ಮತ್ತು 37 c) 30 ಮತ್ತು 415

d) 17 ಮತ್ತು 68 e) 216 ಮತ್ತು 215 f) 81 ಮತ್ತು 16

6. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 5 ಮತ್ತು 12 ಇವೆರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಇವಲ್ಲದೆ ಇನ್ನು ಬೇರಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅದು ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?

3.6 ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯ ನಿಯಮಗಳು.

ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

1. 18ರ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ನೀವು ಹೇಳುವಿರಾ ? ಅದು 9 ಆಗಿದೆ.

9ರ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಹೇಳಿ? ಅದು 3 ಆಗಿದೆ. 3, 18ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ? ಹೌದು ಆಗಿದೆ.

18ರ ಯಾವುದೇ ಬೇರೆ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 6 ಎಂದಿರಲಿ. ಈಗ 2 ಸಂಖ್ಯೆಯು 6ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ. ಅದು 18ನ್ನು ಕೂಡಾ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು 18ರ ಬೇರೆ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಗೂ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಸಂಖ್ಯೆ 24ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇದು 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಅಲ್ಲದೆ 8ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 1, 2, 4 ಮತ್ತು 8 ಇವುಗಳಿಂದಲೂ ಕೂಡ 24 ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಈಗ ನಾವು,

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಾದರೆ, ಆಗ ಆ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನದಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

(ii) ಸಂಖ್ಯೆ 80, 4 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ. ಇದು $4 \times 5 = 20$ ರಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ 4 ಮತ್ತು 5 ಸಹಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳಾಗಿವೆ.

ಹೀಗೆಯೇ, 60, ಸಹಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 3 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ 60, $3 \times 5 = 15$ ರಿಂದಲೂ ಕೂಡ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಸಹಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದಿಂದಲೂ ಕೂಡ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

(iii) ಸಂಖ್ಯೆ 16 ಮತ್ತು 20 ಇವೆರಡೂ 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತವೆ. ಸಂಖ್ಯೆ $16 + 20 = 36$ ಕೂಡ 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಬೇರೆ ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

16 ಮತ್ತು 20ರ ಇತರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಗೂ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಾದರೆ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಮೊತ್ತವು ಕೂಡ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

(iv) ಸಂಖ್ಯೆ 35 ಮತ್ತು 20 ಇವೆರಡೂ 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

$35 - 20 = 15$ ಕೂಡ 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೇ ? ಬೇರೆ ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಇದನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಾದರೆ, ಆಗ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಕೂಡ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ನಾಲ್ಕು ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

3.7 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ (Prime Factorisation)

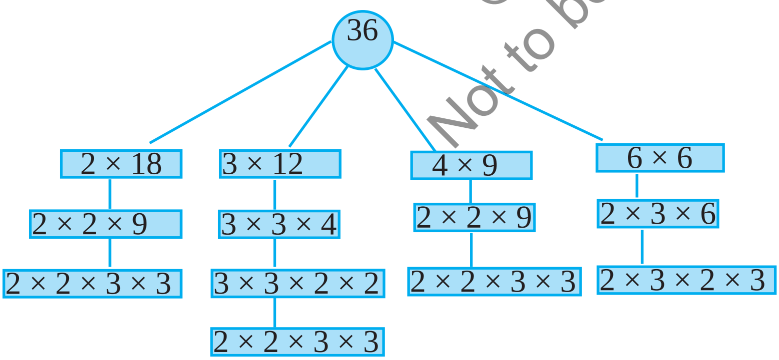
ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದಾಗ ನಾವು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಲಾಗಿದೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ, $24 = 3 \times 8$ ಎಂದು ಬರೆದಾಗ, ನಾವು 24ನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಲಾಗಿದೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. 24ರ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಇದು ಒಂದು ವಿಧವಾಗಿದೆ. ಉಳಿದ ವಿಧಾನಗಳೆಂದರೆ:

$24 = 2 \times 12$	$24 = 4 \times 6$	$24 = 3 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 6$	$= 2 \times 2 \times 6$	$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ಮೇಲಿನ 24ರ ಎಲ್ಲ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ, ಅಂತಿಮವಾಗಿ ನಾವು $2 \times 2 \times 2 \times 3$ ಎಂಬ ಒಂದೇ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಗೆ ತಲುಪಿರುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಅಪವರ್ತನಗಳಾದ 2 ಮತ್ತು 3 ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ (ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ)ಗಳೇ ಆಗಿವೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಈ ವಿಧದ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ನಾವು ಈಗ ಸಂಖ್ಯೆ 36ನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ.



36ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು $2 \times 2 \times 3 \times 3$ ಆಗಿದೆ ಎಂದರೆ ಇದು 36ರ ಏಕೈಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯ ವಿಧವಾಗಿದೆ.

ಮಾಡಿ ನೋಡಿ:

ಅಪವರ್ತನ ವೃಕ್ಷ

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ. 90 ಎಂದಿರಲಿ.

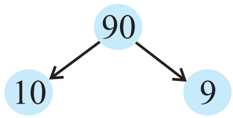
ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ.

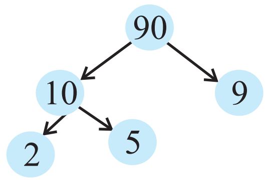
$90 = 10 \times 9$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

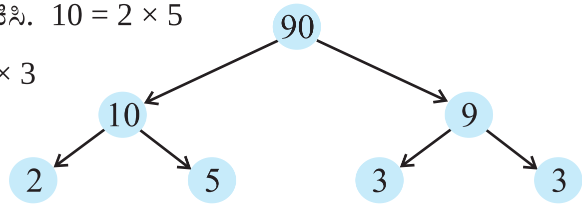
16, 28, 38





ಈಗ 10ರ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ. $10 = 2 \times 5$

9ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಜೊತೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $9 = 3 \times 3$



ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

a) 8 b) 12

ಉದಾಹರಣೆ 7: 980ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ನಾವು ಈ ಮುಂದೆ ತಿಳಿಸಿದಂತೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತೇವೆ.

ಸಂಖ್ಯೆ 980ನ್ನು 2, 3, 5, 7 ಇತ್ಯಾದಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಭಾಗಿಸಬೇಕು. ಹೀಗೆ 980ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$ ಆಗಿದೆ.

2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

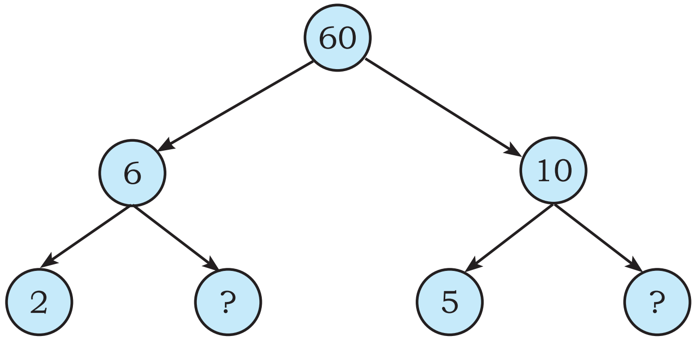
ಅಭ್ಯಾಸ 3.5

1. ಮುಂದಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ ?
   a) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ ಅದು 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಲೇಬೇಕು.
   b) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಅದು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಲೇಬೇಕು.
   c) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ಮತ್ತು 6 ಇವೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು 18 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.
   d) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 9 ಮತ್ತು 10 ಇವೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾದರೆ, ಅದು 90 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಲೇಬೇಕು.
   e) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಹಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಎರಡರಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಲೇಬೇಕು.
   f) 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಂತಹ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ, 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಲೇಬೇಕು.
   g) 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 4 ರಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.
   h) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವುದಾದರೆ, ಅದು ಅವೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

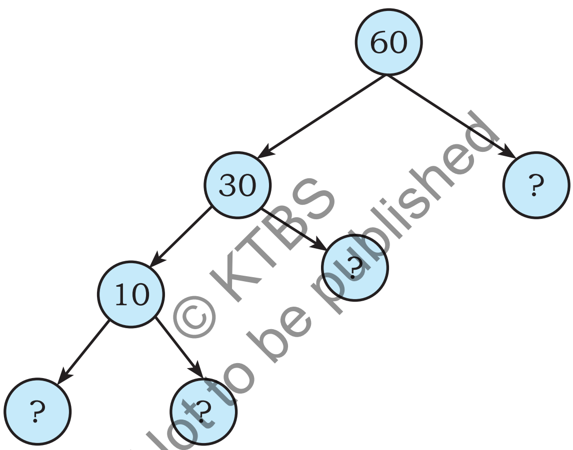
i) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಭಾಗಿಸುವುದಾದರೆ, ಅದು ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿಯೂ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

2. ಇಲ್ಲಿ 60ರ ಎರಡು ಅಪವರ್ತನ ವೃಕ್ಷಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತುಂಬಿ.

a)



b)



3. ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಎಂತಹ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದಿಲ್ಲ?

4. ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಗಳ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

5. ಐದು ಅಂಕಿಗಳ ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

6. ಸಂಖ್ಯೆ 1729ರ ಎಲ್ಲ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಆರೋಹಣ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಈಗ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ನಡುವೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಬಂಧವಿದ್ದರೆ ತಿಳಿಸಿ.

7. 'ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ 6 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ'. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ದೃಢಪಡಿಸಿ.

8. ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದು. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ದೃಢಪಡಿಸಿ.

9. ಮುಂದಿನ ಯಾವ ಜೋಡಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ?

a) $24 = 2 \times 3 \times 4$ b) $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$

c) $70 = 2 \times 5 \times 7$ d) $54 = 2 \times 3 \times 9$

10. ಸಂಖ್ಯೆ 25110 ಯು 45 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿ.

(ಸುಳಿವು: 5 ಮತ್ತು 9 ಸಹವಿಭಾಜ್ಯಗಳು. 5 ಮತ್ತು 9 ರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ).

11. ಸಂಖ್ಯೆ 18, 2 ಮತ್ತು 3 ಇವೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಅದು $2 \times 3 = 6$ ರಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ, ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ಮತ್ತು 6 ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು $4 \times 6 = 24$ ರಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುವುದು ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ? ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸುವ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಕೊಡಿ.

12. ನಾನು ನಾಲ್ಕು ಭಿನ್ನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದ್ದೇನೆ. ನಾನು ಯಾರು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3.8 ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ

ನಾವು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಈ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ (ಮಹತ್ತಮ) ದಾದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

12 ಮತ್ತು 16ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಯಾವುವು ?

ಅವುಗಳು 1, 2 ಮತ್ತು 4 ಆಗಿವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡದು (ಮಹತ್ತಮವಾದುದು) ಯಾವುದು ? ಅದು 4 ಆಗಿದೆ.

20, 28 ಮತ್ತು 36 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಯಾವುವು ?

ಅವುಗಳು 1, 2 ಮತ್ತು 4 ಆಗಿವೆ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡದು ಆಗಿದೆ. **ದತ್ತ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವು (ಮ.ಸಾ.ಅ.) ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡದು (ಮಹತ್ತಮವಾದುದು) ಆಗಿರುತ್ತದೆ.**

20, 28 ಮತ್ತು 36ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

2	20
2	10
5	5
	1

2	28
2	14
7	7
	1

2	36
2	18
3	9
	3

ಹೀಗೆ,

$$20 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5$$
$$28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7$$
$$36 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 3$$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 24 ಮತ್ತು 36

(ii) 15, 25 ಮತ್ತು 30

(iii) 8 ಮತ್ತು 12

(iv) 12, 16 ಮತ್ತು 28

20, 28 ಮತ್ತು 36 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 2 ಎರಡು ಬಾರಿ ಆವರ್ತಿಸಿದೆ. ಹೀಗೆ, 20, 28 ಮತ್ತು 36ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವು $2 \times 2 = 4$

ಅಭ್ಯಾಸ 3.6

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) 18, 48	b) 30, 42	c) 18, 60	d) 27, 63
e) 36, 84	f) 34, 102	g) 70, 105, 175	h) 91, 112, 49
i) 18, 54, 81	j) 12, 45, 75		

2. ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ

   a) ಸಂಖ್ಯೆಗಳ

   b) ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ

   c) ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ಸಹಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 4 ಮತ್ತು 15ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಅಪವರ್ತಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲಾಗಿದೆ.

   $4 = 2 \times 2$ ಮತ್ತು $15 = 3 \times 5$. ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳೂ ಇಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ, 4 ಮತ್ತು 15ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವು 0 ಆಗಿದೆ. ಈ ಉತ್ತರವು ಸರಿಯೇ? ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ, ಸರಿಯಾದ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಎಷ್ಟು?

3.9 ಲಘುತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕ (ಅಪವರ್ತ್ಯ):

4 ಮತ್ತು 6ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳಾವುವು? ಅವುಗಳು 12, 24, 36, ... ಆಗಿವೆ.

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ (ಲಘುತಮ) ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ? ಅದು 12 ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 4 ಮತ್ತು 6ರ ಲಘುತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕ (ಲ.ಸಾ.ಗು.) 12 ಆಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಇದು ಆ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಕಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿದೆ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಘುತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕ (ಲ.ಸಾ.ಗು.)ವು ಅವುಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು.

8 ಮತ್ತು 12ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಎಷ್ಟು ?

4 ಮತ್ತು 9ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಎಷ್ಟು ?

6 ಮತ್ತು 9ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಎಷ್ಟು ?

ಉದಾಹರಣೆ 8: 12 ಮತ್ತು 8ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: 12 ಮತ್ತು 18ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳು 36, 72, 108 ಇತ್ಯಾದಿ ಎಂದು ನಾವು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು 36 ಆಗಿದೆ.

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಬೇರೊಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ನಾವು ನೋಡೋಣ.

12 ಮತ್ತು 18ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಗಳು ಹೀಗಿವೆ.

$12 = 2 \times 2 \times 3$; $18 = 2 \times 3 \times 3$

ಈ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾದ 2 ಗರಿಷ್ಠ ಎರಡು ಬಾರಿ ಬಂದಿರುತ್ತದೆ (12 ರಲ್ಲಿ). ಇದೇ ರೀತಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾದ 3 ಗರಿಷ್ಠ ಎರಡು ಬಾರಿ ಬಂದಿದೆ (18 ರಲ್ಲಿ). **ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪುನರಾವರ್ತನೆಯಾಗಿರುವಷ್ಟು ಬಾರಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪಡೆದ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಗು.** ಆಗಿರುತ್ತದೆ .

ಹೀಗೆ, ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಲ.ಸಾ.ಗು. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

ಉದಾಹರಣೆ 9: 24 ಮತ್ತು 90ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: 24 ಮತ್ತು 90ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು

$24= 2 \times 2 \times 2 \times 3$; $90= 2 \times 3 \times 3 \times 5$

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ,

24ರಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನ 2 ಮೂರು ಬಾರಿ ಬಂದಿದೆ.

90ರಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನ 3 ಎರಡು ಬಾರಿ ಬಂದಿದೆ.

90ರಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನ 5 ಒಂದು ಬಾರಿ ಬಂದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಗು $= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$

ಉದಾಹರಣೆ 10: 40,48 ಮತ್ತು 45ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: 40, 48 ಮತ್ತು 45ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ,

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

48ರಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 2 ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ,

45ರಲ್ಲಿ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 3 ಎರಡು ಬಾರಿ ಮತ್ತು

40 ಹಾಗೂ 45 ಇವೆರಡರಲ್ಲಿ 5 ಒಂದು ಬಾರಿ ಬಂದಿದೆ (5ನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ)

ಆದ್ದರಿಂದ, ಬೇಕಾಗಿರುವ ಲ.ಸಾ.ಗು. $= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 720$

ಉದಾಹರಣೆ 11: 20, 25 ಮತ್ತು 30ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

2	20	25	30	(A)
2	10	25	15	(B)
3	5	25	15	(C)
5	5	25	5	(D)
5	1	5	1	(E)
	1	1	1	

(A) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದನ್ನಾದರೂ ಭಾಗಿಸುವಂತಹ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ ಅದು 2 ಆಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ 25 ಎರಡರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲವಾದ್ದರಿಂದ ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಹಾಗೆಯೇ ಬರೆಯಬೇಕು.

(B) ಪುನಃ 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ 2ರ ಗುಣಕಗಳು ಇಲ್ಲದಾಗುವವರೆಗೂ ಇದನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸಿ.

(C) ಮುಂದಿನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

(D) ಮುಂದಿನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

(E) ಪುನಃ 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಲ.ಸಾ.ಗು. = $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$

3.10 ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಗು.ಗಳ ಮೇಲಿನ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ನಮಗೆ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಗು.ಗಳ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವಂತಹ ಅನೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಬರುತ್ತವೆ. ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಅಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ನಾವು ವಿವರಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 12: ಎರಡು ತೈಲ ಸಾಗಿಸುವ ಮೋಟಾರು ವಾಹನಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ 850 ಲೀಟರ್ ಮತ್ತು 680 ಲೀಟರ್ ಸೀಮೆಎಣ್ಣೆ ಇದೆ. ಈ ಟ್ಯಾಂಕರ್‌ಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸೀಮೆಎಣ್ಣೆಯನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ, ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಹಾಗೂ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಅಳತೆ ಮಾಡಲು ಬಳಸುವ ಪಾತ್ರೆಯ ಗರಿಷ್ಠ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಸರಿಯಾಗಿ ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವಂತೆ ವಾಹನದಲ್ಲಿರುವ ಸೀಮೆಎಣ್ಣೆಯನ್ನು ಅಳತೆ ಪಾತ್ರೆಯಿಂದ ಅಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅದರ ಗಾತ್ರವು ಎರಡೂ ವಾಹನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸೀಮೆಎಣ್ಣೆ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸುವಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಬೇಕು. ಅಲ್ಲದೆ ಅಳತೆ ಪಾತ್ರೆಯ ಗಾತ್ರವು ಗರಿಷ್ಠವಿರಬೇಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ಅಳತೆ ಪಾತ್ರೆಯ ಗರಿಷ್ಠ ಗಾತ್ರವು 850 ಮತ್ತು 680ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಆಗಿರಬೇಕು.

ಅದನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು.

2	850
5	425
5	85
17	17
	1

2	680
2	340
2	170
5	85
17	17
	1

ಆದ್ದರಿಂದ $850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 5$

$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17 = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 2 \times 2$ ಮತ್ತು

850 ಮತ್ತು 680ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2, 5 ಮತ್ತು 17

ಹೀಗೆ 850 ಮತ್ತು 680ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. = $2 \times 5 \times 17 = 170$.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಬೇಕಾಗಿರುವ ಅಳತೆ ಪಾತ್ರೆಯ ಗರಿಷ್ಟ ಗಾತ್ರ = 170 ಲೀಟರ್‌ಗಳು

ಅದು ಮೊದಲ ವಾಹನವನ್ನು 5 ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯ ವಾಹನವನ್ನು 4 ಮರು ಪೂರಣಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 13: ಬೆಳಗಿನ ವ್ಯಾಯಾಮ ನಡಿಗೆಯಲ್ಲಿ, ಮೂರು ಜನರು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಹೆಜ್ಜೆ ಹಾಕುವರು.

ಅವರು ಹೆಜ್ಜೆಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 80 cm, 85 cm ಮತ್ತು 90 cm ಇವೆ. ಅವರು ಪೂರ್ಣ ಹೆಜ್ಜೆಗಳನ್ನು ಹಾಕುತ್ತಲೇ ಸಮಾನ ದೂರ ಕ್ರಮಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ, ಆಗ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಚಲಿಸುವ ಕನಿಷ್ಟ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಕ್ರಮಿಸಬೇಕಾದ ದೂರವೂ ಸಮಾನ ಹಾಗೂ ಕನಿಷ್ಟ ಇರಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ನಡೆಯಬೇಕಾಗಿರುವ ಕನಿಷ್ಟ ದೂರವು ಅವರ ಹೆಜ್ಜೆಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಲಘುತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕ ಆಗಿರಬೇಕು. ಅದು ಯಾಕೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ ? ಹೀಗೆ, ನಾವು 80, 85 ಮತ್ತು 90ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇವೆ.

80, 85 ಮತ್ತು 90ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. = 12,240

ಬೇಕಾಗಿರುವ ಕನಿಷ್ಟ ದೂರವು 12,240 cm. ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 14: 12, 16, 24 ಮತ್ತು 36 ರಿಂದ ಯಾವ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಪ್ರತಿಬಾರಿಯೂ ಶೇಷ 7 ಆಗಿರುವುದು ?

ಪರಿಹಾರ: ನಾವು ಮೊದಲು 12, 16, 24 ಮತ್ತು 36ರ ಲ.ಸಾ.ಗು. ವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

2	12	16	24	36
2	6	8	12	18
2	3	4	6	9
2	3	2	3	9
3	3	1	3	9
3	1	1	1	3
	1	1	1	1

ಆದ್ದರಿಂದ, ಲ.ಸಾ.ಗು. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$ ನೀಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ 144ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವು 0 ಇರುವುದು. ಆದರೆ ನಮಗೆ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗಲೂ 7 ಶೇಷವಿರುವ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ ಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 144ಕ್ಕಿಂತ 7 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ನಮಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯು 144 + 7 = 151

ಅಭ್ಯಾಸ 3.7

1. ರೇಣು 75kg ಮತ್ತು 69kg ತೂಕಗಳಿರುವ ಎರಡು ಚೀಲ ಗೊಬ್ಬರವನ್ನು ಖರೀದಿಸುತ್ತಾನೆ. ಸರಿಯಾಗಿ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಆ ಚೀಲಗಳಲ್ಲಿರುವ ಗೊಬ್ಬರಗಳ ಭಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು

ಬೇಕಾಗಿರುವ ತೂಕದ ವಸ್ತುವಿನ ಗರಿಷ್ಟ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ಮೂರು ಹುಡುಗರು ಒಂದೇ ಸ್ಥಳದಿಂದ ಜೊತೆಯಾಗಿ ಹೆಜ್ಜೆ ಹಾಕುತ್ತಾ ಸಾಗುತ್ತಾರೆ. ಅವರ ಹೆಜ್ಜೆಯ ಅಳತೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 63cm, 70cm ಮತ್ತು 77cm ಇವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಸಮಾನ ದೂರವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಹೆಜ್ಜೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿ ಕ್ರಮಿಸಬೇಕಾದರೆ ಅವರು ಕ್ರಮಿಸುವ ಕನಿಷ್ಟ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ಒಂದು ಕೊಠಡಿಯ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 825 cm 675 cm ಮತ್ತು 450cm ಇವೆ. ಈ ಮೂರು ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆಯಲು ಬೇಕಾದ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯ ಗರಿಷ್ಟ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. 6, 8 ಮತ್ತು 12 ರಿಂದ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುವ ಮೂರಂಕಿಗಳ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. 8, 10 ಮತ್ತು 12 ರಿಂದ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುವ ಮೂರಂಕಿಗಳ ಗರಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. ಮೂರು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಕವಲು ದಾರಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ದಾರಿದೀಪಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 48 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು, 72 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 108 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳೆಲ್ಲವೂ ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 7.00ರ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಏಕಕಾಲಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿದ್ದರೆ, ಮುಂದೆ ಯಾವ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೆ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ ?

7. ಮೂರು ಟ್ಯಾಂಕರ್‌ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 403 ಲೀಟರ್, 434 ಲೀಟರ್ ಮತ್ತು 465 ಲೀಟರ್ ಡೀಸೆಲ್ ತುಂಬಿಕೊಂಡಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಳತೆ ಮಾಡಬಲ್ಲ ಗರಿಷ್ಟ ಗಾತ್ರದ ಪಾತ್ರೆಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. 6, 15 ಮತ್ತು 18 ರಿಂದ ಯಾವ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 5 ಆಗಿರುವುದು?

9. 18, 24 ಮತ್ತು 32 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ 4 ಅಂಕಿಗಳ ಕನಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) 9 ಮತ್ತು 4 b) 12 ಮತ್ತು 5 c) 6 ಮತ್ತು 5 d) 15 ಮತ್ತು 4

ಪಡೆದಿರುವ ಲ.ಸಾ.ಗು.ಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲೂ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಗಳು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆಯೇ?

11. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುವಂತಹ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಗು. ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) 5, 20 b) 6, 18 c) 12, 48 d) 9, 45

ಪಡೆದಿರುವ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸಿರುವಿರಿ ?

ನಾವೇನು ಚರ್ಚಿಸಿದೆವು ?

1. ನಾವು ಗುಣಕಗಳು, ಭಾಜಕಗಳು ಹಾಗೂ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ವಿಚಾರ ಮಾಡಿದೆವು ಮತ್ತು ಹೇಗೆ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಮತ್ತು ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿದೆವು.

2. ನಾವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದೆವು:

   a) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನವು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಶುದ್ಧ ಭಾಜಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   b) ಪ್ರತಿಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ. 1 ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

   c) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನಗಳೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   d) ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಅವುಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

   e) ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಣಕವೂ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಅಥವಾ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   f) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

3. ನಾವು ಕಲಿತಿರುವುದೇನೆಂದರೆ,

   a) ಸಂಖ್ಯೆ 1ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, 1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಅವಿಭಾಜ್ಯ (ಮೂಲ) ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ, ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ.

   b) ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ. 2ನ್ನು ಉಳಿದು ಇತರೆಲ್ಲಾ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

   c) ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

   d) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ ಆ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

   e) ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಸಹಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಿಂದಲೂ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

4. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೇವಲ ನೋಡುವುದರಿಂದಲೇ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 2, 3, 4, 5, 8, 9 ಮತ್ತು 11 ಇವುಗಳಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ನಾವು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ಅಂಕಿಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳು ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆ ಬಗ್ಗೆ ಅವುಗಳ

ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಾವು ಪರಿಶೋಧಿಸಿದ್ದೇವೆ.

a) 2, 5 ಮತ್ತು 10 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಕೇವಲ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿಯಿಂದ ನೋಡಬಹುದು.

b) 3 ಮತ್ತು 9 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮೂಲಕ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

c) 4 ಮತ್ತು 8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಕೊನೆಯ 2 ಮತ್ತು 3 ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

d) 11 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಸ ಮತ್ತು ಸಮ ಸ್ಥಾನಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದರಿಂದ ಪರೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

5. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಾದರೆ, ಅವೆರಡರ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳೂ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

6. ನಾವು ಕಲಿತಿರುವುದೇನೆಂದರೆ,

a) ದತ್ತ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಹತ್ತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ (ಮ.ಸಾ.ಅ) ವು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

b) ದತ್ತ ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲಘುತಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕ (ಲ.ಸಾ.ಗು)ವು ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಕಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ.