

ಅಧ್ಯಾಯ 2

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

Whole Numbers



2.1 ಪೀಠಿಕೆ

ನಾವು ಎಣಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಆರಂಭಿಸುವಾಗ 1, 2, 3, 4,..... ಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಎಣಿಕೆ ಮಾಡುವಾಗ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಬರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಎಣಿಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ

(Predecessor and Successor)

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದಾದರೂ

ಇರಲಿ, ಅದಕ್ಕೆ ನೀವು 1ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಮುಂದಿನ

ಸಂಖ್ಯೆ (Successor) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

16ರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು

$16 + 1 = 17$ ಆಗಿದೆ.

ಹಾಗೆಯೇ, 19ರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು

$19 + 1 = 20$. ಹೀಗೆ

ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ 16,

17ಕ್ಕಿಂತ ಮೊದಲು ಬರುವುದರಿಂದ

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

1. ಹಿಂದಿನ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

19; 1997; 12000; 49; 100000.

2. ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೇ ?

3. ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಇಲ್ಲದಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೇ? ಕೊನೆಯ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಇದೆಯೇ ?

ನಾವು 17ರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 16 ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ 20ರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು $20 - 1 = 19$, ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುವುದು. ಸಂಖ್ಯೆ 3ಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಇದೆ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಇದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ 2ರ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಹೇಳುವಿರಿ ? 2ರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 3 ಮತ್ತು ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 1.

ಸಂಖ್ಯೆ 1ಕ್ಕೆ ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು ಹಿಂದಿನ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆಯೇ ?

ನಾವು, ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಬಹುದು;

ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿರುವ ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡ ಎಣಿಕೆ

ಮಾಡಬಹುದು; ಭಾರತದಲ್ಲಿರುವ ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎಣಿಕೆ

ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಇಡೀ ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಹ ಎಣಿಕೆ

ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯ. ಆಕಾಶದಲ್ಲಿರುವ ನಕ್ಷತ್ರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ನಮ್ಮ ತಲೆಯಲ್ಲಿರುವ

ಕೂದಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭೌತಿಕವಾಗಿ ಎಣಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಅದು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಅವುಗಳನ್ನೂ ಕೂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು. ಈ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ನಾವು ಅದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗಿರುವಾಗ, ಎರಡು ತಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದಾದ ಒಟ್ಟು ಕೂದಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯಲು ಸಹ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.



ಪ್ರಾಯಶಃ, ಈಗ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ ಇಲ್ಲವೆಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಈ ಮೊದಲು ಎತ್ತಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಂತಹ ಅನೇಕ ಬೇರೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ನಮ್ಮ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಮೂಡಬಹುದು. ನೀವು ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ ಇಂತಹ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಯೋಚಿಸಬಹುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಹಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಯದೇ ಇರಬಹುದು !

2.2 ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ 1ಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿಗೆ 1ರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ನಾವು 'ಸೊನ್ನೆ'ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದ್ದೇವೆ.

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೊನ್ನೆ ಸೇರಿದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪು ಆಗುತ್ತದೆ.

ನಿಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲೆ ಎಲ್ಲ ಮೂಲಭೂತ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾದ ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರಗಳನ್ನು ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ತಿಳಿದಿರುವಿರಿ. ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ. ಅದಕ್ಕೂ ಮೊದಲು, ನಾವು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ ಎಂದರೇನು ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

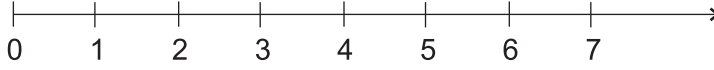
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

1. ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆಯೇ ?
2. ಎಲ್ಲಾ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆಯೇ ?
3. ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ?

2.3 ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ

ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದರ ಮೇಲೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಅದನ್ನು 0 ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ. 0ಯ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅದನ್ನು 1 ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ.

ಈ ಬಿಂದುಗಳಾದ 0 ಮತ್ತು 1ರ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಏಕಮಾನ ದೂರ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಈ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ, 1ರ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು 1 ರಿಂದ ಏಕಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಅದನ್ನು 2 ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ. ಇದೇ ರೀತಿ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಏಕಮಾನ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ 3, 4, 5.... ಇತ್ಯಾದಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ನೀವು ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇಕಾದರೂ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇದುವೇ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ ಆಗಿದೆ.



2 ಮತ್ತು 4 ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವೆಷ್ಟು?

ನಿಶ್ಚಿತವಾಗಿ ಅದು 2 ಏಕಮಾನಗಳು.

2 ಮತ್ತು 6, 2 ಮತ್ತು 7 ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರಗಳನ್ನು ನೀವು ಹೇಳಬಲ್ಲೀರಾ?

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಸಂಖ್ಯೆ 7, 4ರ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ನೋಡುವಿರಿ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆ 7, 4ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು. ಎಂದರೆ $7 > 4$, ಸಂಖ್ಯೆ 8, 6ರ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು $8 > 6$. ಇಂತಹ ಅವಲೋಕನಗಳು, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಹಕಾರಿಯಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಡಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ: $4 < 9$, 4, 9ರ ಎಡಬದಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ, $12 > 5$, 12, 5ರ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿದೆ.

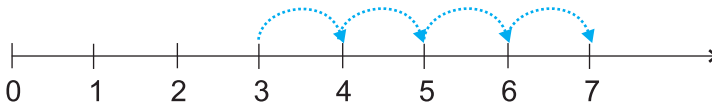
10 ಮತ್ತು 20ರ ಕುರಿತು ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ 30, 12, 18 ಗುರುತಿಸಿ. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅತ್ಯಂತ ಎಡಬದಿಯಲ್ಲಿದೆ? 1005 ಮತ್ತು 9756 ರಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲೀರಾ?

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ 12ರ ಮುಂದಿನ ಮತ್ತು 7ರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಸಂಕಲನ (ಕೂಡುವುದು)

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಬಹುದು. 3 ಮತ್ತು 4ರ ಸಂಕಲನವನ್ನು ನಾವು ನೋಡೋಣ.



3 ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನಾವು 4ನ್ನು ಕೂಡುವುದರಿಂದ ಬಲಬದಿಗೆ ನಾವು 4 ನೆಗೆತಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ; ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ, 3 ರಿಂದ 4, 4 ರಿಂದ 5, 5 ರಿಂದ 6 ಮತ್ತು 6 ರಿಂದ 7ಕ್ಕೆ. 4ನೇ ನೆಗೆತದ ಕೊನೆಯ ಬಾಣದ ತುದಿಯು 7ರಲ್ಲಿದೆ. 3 ಮತ್ತು 4ರ ಮೊತ್ತ 7, ಎಂದರೆ $3 + 4 = 7$

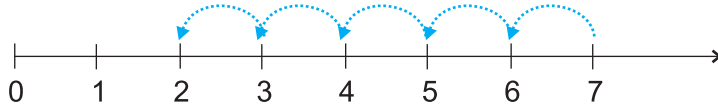
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ
ಉಪಯೋಗಿಸಿ $4+5$; $2+6$;
 $3+5$; $1+6$ ಗಳನ್ನು
ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ವ್ಯವಕಲನ (ಕಳೆಯುವುದು)

ಎರಡು ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯವಕಲನವನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ತೋರಿಸಬಹುದು.

7 - 5ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.



7 ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, 5ನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ನಾವು ಎಡ ಬದಿಗೆ 1 ನೆಗೆತಕ್ಕೆ 1 ಏಕಮಾನದಂತೆ 5 ನೆಗೆತಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದಾಗ, ಬಿಂದು 2ನ್ನು ತಲುಪುತ್ತೇವೆ.

$$7 - 5 = 2$$

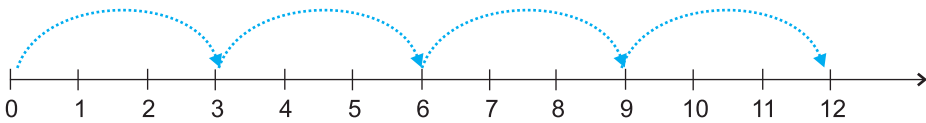
ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು
ಉಪಯೋಗಿಸಿ $8-3$;
 $6-2$; $9-6$ ಗಳನ್ನು
ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಗುಣಕಾರ

ನಾವೀಗ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಕಾರವನ್ನು ನೋಡೋಣ.

4×3 ನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ.



0 ಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, ಒಂದು ಬಾರಿಗೆ 3 ಏಕಮಾನಗಳಷ್ಟು ಬಲಬದಿಗೆ ಚಲಿಸಿ, ಇಂತಹ 4 ಚಲನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ. ನೀವು ಎಲ್ಲಿಗೆ ತಲುಪಿದಿರಿ? ನೀವು 12ನ್ನು ತಲುಪುವಿರಿ. ಆದ್ದರಿಂದ $3 \times 4 = 12$ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು
ಉಪಯೋಗಿಸಿ 2×6 ;
 3×3 ; 4×2 ಗಳನ್ನು
ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಅಭ್ಯಾಸ 2.1

1. 10999ರ ನಂತರದ ಮೂರು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
2. 10001ರ ತಕ್ಷಣದಲ್ಲಿರುವ ಹಿಂದಿನ ಮೂರು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
3. ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?
4. 32 ಮತ್ತು 53ರ ನಡುವೆ ಎಷ್ಟು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ?
5. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
(a) 2440701 (b) 100199 (c) 1099999 (d) 2345670
6. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
(a) 94 (b) 10000 (c) 208090 (d) 7654321
7. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಡಬದಿಯಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಸಿ. ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ನಡುವೆ ಸೂಕ್ತ ಸಂಕೇತ (>, <) ವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.
(a) 530, 503 (b) 370, 307 (c) 98765, 56789 (d) 9830415, 10023001
8. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿ ಮತ್ತು ಯಾವುದು ತಪ್ಪು?
(a) ಸೊನ್ನೆ (ಶೂನ್ಯ)ಯು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.
(b) 399ರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 400 ಆಗಿದೆ.
(c) ಸೊನ್ನೆ (ಶೂನ್ಯ)ಯು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.
(d) 599ರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 600 ಆಗಿದೆ.
(e) ಎಲ್ಲ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.
(f) ಎಲ್ಲ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.
(g) ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವತ್ತೂ ಒಂದಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.
(h) 1 ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.
(i) ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 1ಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.
(j) ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ 1ಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿನ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.
(k) ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ 13, 11 ಮತ್ತು 12ರ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ.
(l) ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ 0ಗೆ ಹಿಂದಿನ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.
(m) ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಎರಡಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

2.4 ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಗಳು

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ವಿವಿಧ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ಷ್ಮವಾಗಿ ಅವಲೋಕಿಸಿದಾಗ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕೆಲವು ಗುಣಗಳನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಈ ಗುಣಗಳು ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತವೆ. ಇದಲ್ಲದೆ, ಅವು ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಅತಿ ಸುಲಭ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಮಾಡಿ ನೋಡಿ

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ. ಫಲಿತಾಂಶವು ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿದೆಯೇ ?

ನಿಮ್ಮ ಸಂಕಲನವು ಈ ರೀತಿ ಇರಬಹುದು:

7	+	8	=	15, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
5	+	5	=	10, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
0	+	15	=	15, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
.	+	.	=	...
.	+	.	=	...

ಬೇರೆ ಐದು ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆಯೇ?

ಮೊತ್ತವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲದಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕಂಡು ಬಂದಿದೆಯೇ?

ಆದ್ದರಿಂದ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಅಂದರೆ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೂಹವು ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗಿದೆ. ಈ ಗುಣವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನದ ಆವೃತ ಗುಣ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿಯೂ ಆವೃತವಾಗಿದೆಯೇ? ನೀವು ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವಿರಿ? ನಿಮ್ಮ ಗುಣಾಕಾರಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಇರಬಹುದು.

7	×	8	=	56, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.
5	×	5	=	25, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
0	×	15	=	0, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
.	×	.	=	...
.	×	.	=	...

ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಮತ್ತೆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯು ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಆವೃತ ಗುಣ: ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಂಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲೂ ಆವೃತವಾಗಿದೆ.

ಯೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

1. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವ್ಯವಕಲನ (ಕಳೆಯುವ) ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗಿಲ್ಲ. ಏಕೆ?

ನಿಮ್ಮ ವ್ಯವಕಲನಗಳು ಹೀಗಿರಬಹುದು:

ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ ಮತ್ತು ದೃಢೀಕರಿಸಿ.

6	-	2	=	4, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
7	-	8	=	?, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ
5	-	4	=	1, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
3	-	9	=	?, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ

2. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗಿದೆಯೇ ?

ಇಲ್ಲ, ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

8	÷	4	=	2, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
5	÷	7	=	$\frac{5}{7}$, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ
12	÷	3	=	4, ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ
6	÷	5	=	$\frac{6}{5}$, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ

ನಿಮ್ಮದೇ ಆದ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಇದನ್ನು ಪುಷ್ಟೀಕರಿಸಿ.

ಸೊನ್ನೆ (ಶೂನ್ಯ) ಯಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರ

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ಎಂದರೆ 0 ಬರುವವರೆಗೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಕಳೆಯುವುದು.

8 ÷ 2ನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯೋಣ.

8
 $\frac{-2}{-}$ 1 ಬಾರಿ ಕಳೆದಿದೆ.
 6
 $\frac{-2}{-}$ 2ನೇ ಬಾರಿ
 4
 $\frac{-2}{-}$ 3ನೇ ಬಾರಿ
 2
 $\frac{-2}{-}$ 4ನೇ ಬಾರಿ
 0

8 ರಿಂದ 2ನ್ನು ಮತ್ತೆ ಮತ್ತೆ ಕಳೆಯಿರಿ. ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಕಳೆದ ನಂತರ 0 ಬಂತು ?

4 ಬಾರಿ. ಆದ್ದರಿಂದ, 8 ÷ 2 = 4 ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಇದೇ ವಿಧಾನದಿಂದ 24 ÷ 8, 16 ÷ 4 ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಈಗ $2 \div 0$ ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

$\begin{array}{r} 2 \\ -0 \\ \hline \end{array}$ 1 ಬಾರಿ ಕಳೆದಿದೆ
 $\begin{array}{r} 2 \\ -0 \\ \hline \end{array}$ 2ನೇ ಬಾರಿ ಕಳೆದಿದೆ
 $\begin{array}{r} 2 \\ -0 \\ \hline \end{array}$ 3ನೇ ಬಾರಿ ಕಳೆದಿದೆ
 $\begin{array}{r} 2 \\ -0 \\ \hline \end{array}$ 4ನೇ ಬಾರಿ ಕಳೆದಿದೆ

ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ ಕಳೆದಾಗಲೂ ನಾವು 2ನ್ನೇ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ.
 ಇದಕ್ಕೆ ಕೊನೆ ಇದೆಯೇ ? ಇಲ್ಲ.
 $\therefore 2 \div 0$ ಇದು ನಿರೂಪಿತವಾಗಿಲ್ಲ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

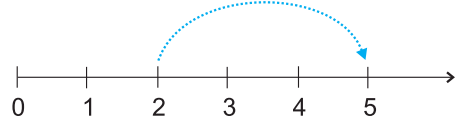
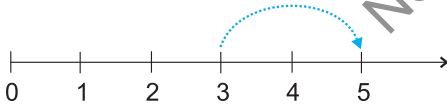
$\begin{array}{r} 7 \\ -0 \\ \hline \end{array}$ 1ನೇ ಬಾರಿ ಕಳೆದಿದೆ
 $\begin{array}{r} 7 \\ -0 \\ \hline \end{array}$ 2ನೇ ಬಾರಿ ಕಳೆದಿದೆ
 $\begin{array}{r} 7 \\ -0 \\ \hline \end{array}$ 3ನೇ ಬಾರಿ ಕಳೆದಿದೆ

ಈಗಲೂ ಸಹ ಕಳೆಯುವ ಯಾವುದೇ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು 0 ಯನ್ನು ಪಡೆಯುವುದಿಲ್ಲ.
 ಆದ್ದರಿಂದ $7 \div 0$ ಯು ನಿರೂಪಿತವಾಗಿಲ್ಲ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
 $5 \div 0, 16 \div 0$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

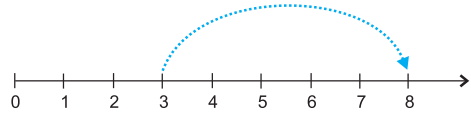
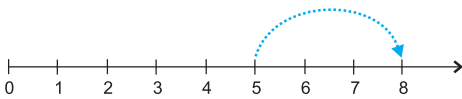
ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 0 ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದು ನಿರೂಪಿತವಾಗಿಲ್ಲ.

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಕಾರಗಳ ಪರಿವರ್ತನೆಯೇ.

ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ ಚಿತ್ರಗಳು ಏನನ್ನು ಹೇಳುತ್ತವೆ?



ಈ ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು 5ನ್ನು ತಲುಪುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $3 + 2$ ಮತ್ತು $2 + 3$ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.
 ಹೀಗೆಯೇ, $5 + 3$ ಮತ್ತು $3 + 5$ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.



$4 + 6$ ಮತ್ತು $6 + 4$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಇದು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗಲೂ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ? ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಕೂಡಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಮೊತ್ತವು ಬದಲಾಗುವಂತಹ ಯಾವುದೇ ಜೊತೆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಪಡೆಯಲಾರಿರಿ.

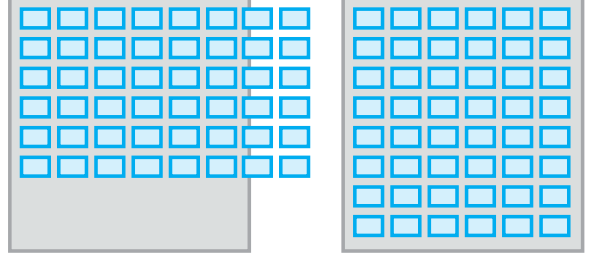
ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಬಹುದು.

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಈ ಗುಣವನ್ನು ಸಂಕಲನದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಯೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ.

ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಸಮಾರಂಭವಿದೆ. ಅತಿಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ನೀವು ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 8 ಕುರ್ಚಿಗಳಿರುವಂತೆ 6 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಮಾಡಲು ಬಯಸುತ್ತೀರಿ.

ನಿಮಗೆ 6×8 ಕುರ್ಚಿಗಳು ಬೇಕಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ಕೊಠಡಿಯು ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 8 ಕುರ್ಚಿಗಳನ್ನು ಇಡುವಷ್ಟು ಅಗಲವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕಂಡು ಕೊಳ್ಳುವಿರಿ. ನೀವು ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 6 ಕುರ್ಚಿಗಳಿಗಿರುವಂತೆ 8 ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತೀರಿ.



ಈಗ ನಿಮಗೆ ಎಷ್ಟು ಕುರ್ಚಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಹೆಚ್ಚು ಕುರ್ಚಿಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆಯೇ?

ಇಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಇದೆಯೇ?

4 ಮತ್ತು 5 ಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನ ಕ್ರಮಗಳಲ್ಲಿ ಗುಣಿಸಿ. ನೀವು $4 \times 5 = 5 \times 4$ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ.

3 ಮತ್ತು 6, 5 ಮತ್ತು 7 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಇದು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆಯೇ?



ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡಬಹುದು.

ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಹೀಗೆ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರಗಳು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿವೆ.

ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ:

- 1) ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯವಕಲನವು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿಲ್ಲ. ಕನಿಷ್ಠ ಮೂರು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
- 2) $(6 \div 3)$ ಮತ್ತು $(3 \div 6)$ ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯೇ?

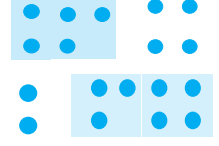
ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರಗಳ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆ

ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

(a) $(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$

(b) $2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$



ಮೇಲಿನ (a)ನಲ್ಲಿ, ನೀವು ಮೊದಲು 2 ಮತ್ತು 3 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಮತ್ತೆ 4ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಿರಿ ಮತ್ತು (b)ನಲ್ಲಿ, ನೀವು ಮೊದಲು 3 ಮತ್ತು 4ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ನಂತರ ಈ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ 2ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವಿರಿ.

ಈ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಸಮವಾಗಿಲ್ಲವೇ ?

ಇದಲ್ಲದೆ, $(5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15$ ಮತ್ತು

$$5 + (7 + 3) = 5 + 10 = 15$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $(5 + 7) + 3 = 5 + (7 + 3)$

ಇದುವೇ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನದ ಸಹವರ್ತನೀಯತೆ ಆಗಿದೆ.

2, 8 ಮತ್ತು 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಕೂಡಿಸಲು ಅನುಕೂಲವಾಗುವಂತೆ ಹೇಗೆ ಗುಂಪು ಮಾಡಿರುವೆವು ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: 234, 197 ಮತ್ತು 103 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ.

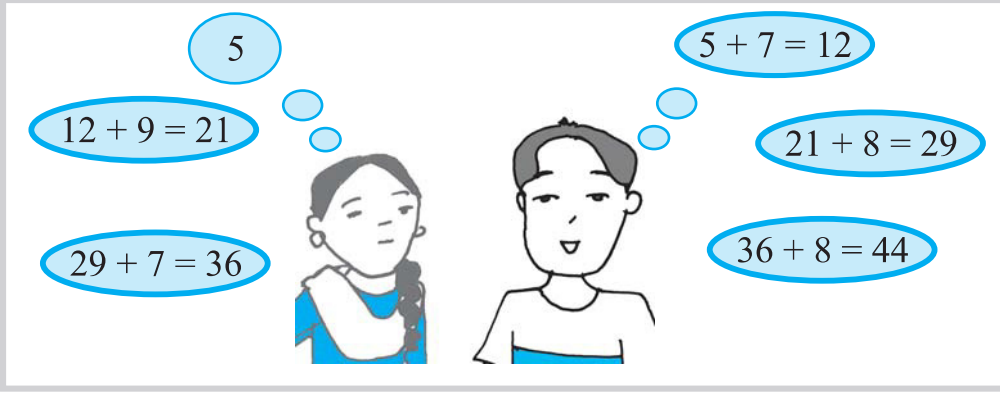
ಪರಿಹಾರ: $234 + 197 + 103 = 234 + (197 + 103)$
 $= 234 + 300 = 534$



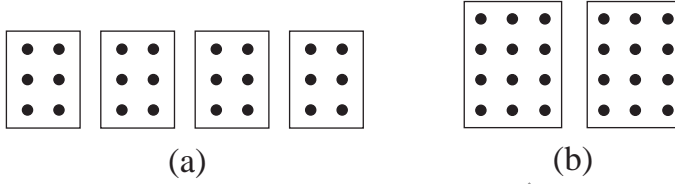
ಈ ಆಟವನ್ನು ಆಡಿ.

ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಯೊಂದಿಗೆ ನೀವು ಈ ಆಟವನ್ನು ಆಡಬಹುದು.

ನೀವು 1 ರಿಂದ 10 ರೊಳಗಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಹೇಳಿ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನಿಮ್ಮ ಗೆಲೆಯ 1 ರಿಂದ 10 ರೊಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುತ್ತಾನೆ. ಮತ್ತೆ ನಿಮ್ಮ ಸರದಿ. ನೀವಿಬ್ಬರೂ ಒಬ್ಬರ ನಂತರ ಒಬ್ಬರು ಆಡುವಿರಿ. 100ನ್ನು ಮೊದಲು ಯಾರು ತಲುಪುತ್ತಾರೋ ಅವರು ವಿಜಯಿಯಾಗುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಯಾವಾಗಲೂ ನೀವೇ ವಿಜಯಿಯಾಗಬೇಕೆಂದಿದ್ದರೆ, ಯಾವ ಉಪಾಯವನ್ನು ಮಾಡುವಿರಿ ?



ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರ (2.1) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಗುಣಾಕಾರದ ವಾಸ್ತವಾಂಶವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 2.1

ಚಿತ್ರ 2.1 (a) ಮತ್ತು 2.1 (b) ಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ ಮಾಡಿ.

ನೀವು ಏನನ್ನು ಪಡೆಯುವಿರಿ ? ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ. ಚಿತ್ರ 2.1 (a) ನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ 2×3 ಚುಕ್ಕೆಗಳಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಚುಕ್ಕೆಗಳು $(2 \times 3) \times 4 = 24$. ಚಿತ್ರ 2.1 (b) ನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ 3×4 ಚುಕ್ಕೆಗಳಿವೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಅಲ್ಲಿ $2 \times (3 \times 4) = 24$ ಚುಕ್ಕೆಗಳಿವೆ.

ಹೀಗೆ, $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4) = 24$ ಆಗಿದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ, $(3 \times 5) \times 4 = 3 \times (5 \times 4)$ ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಇದನ್ನು ನೀವು $(5 \times 6) \times 2$ ಮತ್ತು $5 \times (6 \times 2)$; $(3 \times 6) \times 4$ ಮತ್ತು $3 \times (6 \times 4)$ ಇವುಗಳಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಇದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಸಹವರ್ತನ ಗುಣ ಆಗಿದೆ.

ಯೋಚನೆ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಯಾವುದು ಸುಲಭ ಮತ್ತು ಏಕೆ?

(a) $(6 \times 5) \times 3$ ಅಥವಾ $6 \times (5 \times 3)$

(b) $(9 \times 4) \times 25$ ಅಥವಾ $9 \times (4 \times 25)$



ಉದಾಹರಣೆ 2: $14 + 17 + 6$ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $(14 + 17) + 6 = 31 + 6 = 37$

$$14 + 17 + 6 = 14 + 6 + 17$$

$$= (14 + 6) + 17 = 20 + 17 = 37$$

ಇಲ್ಲಿ ನೀವು ಸಂಕಲನದ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಮತ್ತು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಎಂಬ ಎರಡು ಗುಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವಿರಿ.

ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಮತ್ತು ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣಗಳ ಬಳಕೆಯಿಂದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವು ಸುಲಭವಾಗುವುದೆಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುವಿರಾ?

ಮುಂದೆ ನೀಡಲಾದ ಕೆಲವು ಬಗೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣದ ಬಳಕೆಯು ತುಂಬ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3: 12×35 ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $12 \times 35 = (6 \times 2) \times 35 = 6 \times (2 \times 35)$

$$= 6 \times 70 = 420$$

ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ, 5ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವಂತಹ ಅನುಕೂಲವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡು, ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿರುತ್ತೇವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: $8 \times 1769 \times 125$ ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $8 \times 1769 \times 125 = 8 \times 125 \times 1769$

(ಇಲ್ಲಿ ಯಾವ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ?)

$$= (8 \times 125) \times 1769$$

$$= 1000 \times 1769$$

$$= 17,69,000$$

ಯೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ:

$$(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2) \text{ ಸರಿಯೇ?}$$

ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ಇದೆಯೇ? ಇಲ್ಲ. ನಿಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ.

$$(28 \div 14) \div 2 \text{ ಮತ್ತು } 28 \div (14 \div 2)$$

ಇವುಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

$7 + 18 + 13$; $16 + 12 + 4$ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

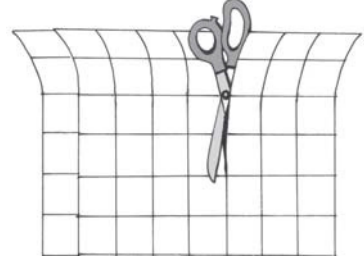
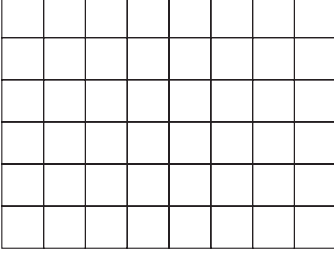
$$25 \times 8385 \times 4;$$

$$625 \times 3759 \times 8$$

ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಭಾಜಕತೆ.

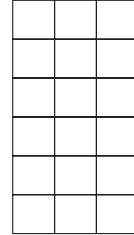
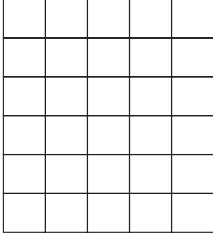
1 cm \times 1 cm ಅಳತೆಯ ಚೌಕಗಳಿರುವ 6 cm \times 8 cm ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಚೌಕುಳಿ ಕಾಗದ (Graph Sheet) ವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಇದರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳಿವೆ?



6 \times 8 ಚೌಕಗಳಿವೆ ಅಲ್ಲವೇ?

ಈಗ ಚೌಕುಳಿ ಕಾಗದವನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ 6 cm \times 5 cm ಮತ್ತು 6 cm \times 3 cm ಅಳತೆಗಳ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿ.



ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 6 \times 5 ಅಲ್ಲವೇ? 6 \times 3 ಅಲ್ಲವೇ?

ಎರಡು ತುಂಡುಗಳಲ್ಲಿ, ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಚೌಕಗಳಿವೆ?

ಇದು, (6 \times 5) + (6 \times 3) ಅಲ್ಲವೇ?

ಇದರ ಅರ್ಥ 6 \times 8 = (6 \times 5) + (6 \times 3) ಎಂದಲ್ಲವೇ?

ಆದರೆ 6 \times 8 = 6 \times (5 + 3)

ಇದು 6 \times (5 + 3) = (6 \times 5) + (6 \times 3) ಎಂದು ತೋರಿಸುತ್ತಿದೆ ಅಲ್ಲವೇ?

ಹೀಗೆಯೇ, 2 \times (3 + 5) = (2 \times 3) + (2 \times 5) ಎಂದು ನೀವು ತಿಳಿಯುವಿರಿ.

ಇದನ್ನು ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಭಾಜಕತೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ವಿಭಾಜಕತೆ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

$$4 \times (5 + 8); 6 \times (7 + 9); 7 \times (11 + 9)$$

ಯೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ:

ಮುಂದಿನ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ ಸಂಕಲನ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಭಾಜಕತೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಚರ್ಚಿಸಿ.

425

$\times 136$

$$2550 \quad \leftarrow 425 \times 6 \quad (6 \text{ ಬಿಡಿಗಳಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ})$$

$$12750 \quad \leftarrow 425 \times 30 \quad (3 \text{ ಹತ್ತುಗಳಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ})$$

$$42500 \quad \leftarrow 425 \times 100 \quad (1 \text{ ನೂರರಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ})$$

$$57800 \quad \leftarrow 425 \times (6 + 30 + 100)$$

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಕ್ಯಾಂಟೀನ್‌ನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಊಟಕ್ಕೆ ₹ 20 ಮತ್ತು ಹಾಲಿಗೆ ₹ 4 ಶುಲ್ಕ ವಿಧಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳಿಗಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು 5 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಖರ್ಚು ಮಾಡುತ್ತಾನೆ ?

ಪರಿಹಾರ : ಇದನ್ನು ಎರಡು ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

1ನೇ ವಿಧಾನ: 5 ದಿನಗಳಿಗೆ ಊಟಕ್ಕೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5 ದಿನಗಳಿಗೆ ಹಾಲಿಗೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಂತರ, ಅವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ. ಹೇಗೆಂದರೆ,

$$\text{ಊಟದ ಖರ್ಚು} = 5 \times 20 = ₹ 100$$

$$\text{ಹಾಲಿನ ಖರ್ಚು} = 5 \times 4 = ₹ 20$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು} = ₹ (100 + 20) = ₹ 120$$

2ನೇ ವಿಧಾನ: ಒಂದು ದಿನದ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಂತರ, ಅದನ್ನು 5 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ. ಹೇಗೆಂದರೆ,

$$1 \text{ ದಿನಕ್ಕೆ (ಊಟ + ಹಾಲು) ನ ಖರ್ಚು} = ₹ (20 + 4)$$

$$5 \text{ ದಿನಗಳ ಖರ್ಚು} = 5 \times (20 + 4)$$

$$= ₹ 5 \times 24$$

$$= ₹ 120$$



ಈ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ $5 \times (20 + 4) = (5 \times 20) + (5 \times 4)$ ಎಂದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ. ಇದು ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಭಾಜಕತೆಯ ಗುಣವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 6: ವಿಭಾಜಕತೆಯ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿ 12×35 ರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $12 \times 35 = 12 \times (30 + 5)$
 $= 12 \times 30 + 12 \times 5$
 $= 360 + 60 = 420$

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
 15×68 ; 17×23 ;
 $69 \times 78 + 22 \times 69$

ಉದಾಹರಣೆ 7: ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ: $126 \times 55 + 126 \times 45$

ಪರಿಹಾರ: $126 \times 55 + 126 \times 45 = 126 \times (55 + 45)$
 $= 126 \times 100$
 $= 12600$

ಅನನ್ಯತಾಂಶ (ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರಗಳಿಗೆ)

ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪು ಹಾಗೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿಗಿರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನು?

ಆ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ '0' ಆಗಿದೆ.

ಈ ಸಂಖ್ಯೆ '0' ಗೆ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಪಾತ್ರವಿದೆ. ಈ ಕೋಷ್ಟಕವು 0 ಯ ಪಾತ್ರವನ್ನು ಊಹಿಸಲು ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಬಹುದು.

7	+	0	=	7
5	+	0	=	5
0	+	15	=	15
0	+	26	=	26
0	+	—	=	—

ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 0 ಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತಾಂಶವೇನು?

ಅದು ಮತ್ತೆ ಅದೇ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ!

0 ಯನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿಯೂ 0 ಗೆ ವಿಶೇಷ ಪಾತ್ರವಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ಈ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ:

$5 \times 6 = 30$

$5 \times 5 = 25$

$5 \times 4 = 20$

$5 \times 3 = 15$

$5 \times 2 = \text{-----}$

$5 \times 1 = \text{-----}$

$5 \times 0 = \text{-----}$

ಗುಣಲಬ್ಧವು ಹೇಗೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದೇ?

ಕೊನೆಯ ಹಂತವನ್ನು ನೀವು ಊಹಿಸುವಿರಾ?

ಈ ವಿನ್ಯಾಸವು ಎಲ್ಲ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದೇ?

ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಬೇರೆ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ನೀವೀಗ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿರಿ.

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸೊನ್ನೆ (ಶೂನ್ಯ)ಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಅದರ ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ಇದೇ ರೀತಿ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶ ಇರುತ್ತದೆ.

ಈ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ

ಅನನ್ಯತಾಂಶವು 1 ಆಗಿದೆ.

7	×	1	=	7
5	×	1	=	5
1	×	12	=	12
1	×	100	=	100
1	×	----	=	----



ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಮರುವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿ ಮೊತ್ತ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) $837 + 208 + 363$ b) $1962 + 453 + 1538 + 647$

2. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಮರು ಏರ್ಪಾಡುಗೊಳಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) $2 \times 1768 \times 50$ b) $4 \times 166 \times 25$ c) $8 \times 291 \times 125$

d) $625 \times 279 \times 16$ e) $285 \times 5 \times 60$ f) $125 \times 40 \times 8 \times 25$

3. ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) $297 \times 17 + 297 \times 3$ b) $54279 \times 92 + 8 \times 54279$

c) $81265 \times 169 - 81265 \times 69$ d) $3845 \times 5 \times 782 + 769 \times 25 \times 218$

4. ಸೂಕ್ತವಾದ ಗುಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) 738×103 b) 854×102 c) 258×1008 d) 1005×168

5. ಒಬ್ಬ ಟಾಕ್ಸಿ ಚಾಲಕನು ಸೋಮವಾರ ತನ್ನ ಕಾರಿಗೆ 40 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ತುಂಬಿದನು. ಮರುದಿನ ಅವನು ತನ್ನ ಕಾರಿಗೆ 50 ಲೀಟರ್ ಪೆಟ್ರೋಲ್ ತುಂಬಿದನು. ಪೆಟ್ರೋಲ್‌ನ ದರ ಒಂದು ಲೀಟರ್‌ಗೆ ₹ 44 ಆದರೆ, ಅವನು ಪೆಟ್ರೋಲ್‌ಗಾಗಿ ಮಾಡಿದ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು ಎಷ್ಟು ?

6. ಒಬ್ಬ ಪೂರೈಕೆದಾರನು ಒಂದು ಹೋಟೆಲ್‌ಗೆ ಪ್ರತಿದಿನ ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 32 ಲೀಟರ್ ಮತ್ತು ಸಂಜೆ 68 ಲೀಟರ್ ಹಾಲನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತಾನೆ. ಹಾಲಿನ ದರವು ಲೀಟರ್‌ಗೆ ₹ 15 ಆದರೆ, ಪೂರೈಕೆದಾರನಿಗೆ ದಿನಕ್ಕೆ ಎಷ್ಟು ಹಣ ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?



7. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $425 \times 136 = 425 (6 + 30 + 100)$

(a) ಗುಣಾಕಾರದ ಪರಿವರ್ತನೆಯಿಲ್ಲ

(ii) $2 \times 49 \times 50 = 2 \times 50 \times 49$

(b) ಸಂಕಲನದ ಪರಿವರ್ತನೆಯಿಲ್ಲ

(iii) $80 \times 2005 \times 20 = 80 + 20 + 2005$

(c) ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಭಾಜಕತೆ

2.5 ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು

ನಾವು ಚುಕ್ಕೆಗಳಾಗಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಆಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.

ನಾವು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಆಕಾರಗಳೆಂದರೆ (1) ಸರಳ ರೇಖೆ, (2) ಆಯತ, (3) ಚೌಕ ಮತ್ತು (4) ತ್ರಿಭುಜ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕು. ಬೇರಾವುದೇ ಆಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸುವಂತಿಲ್ಲ.

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು.

ಸಂಖ್ಯೆ 2ನ್ನು ಈ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ● ●

ಸಂಖ್ಯೆ 3ನ್ನು ಈ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ● ● ●

ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುವುದು.

ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

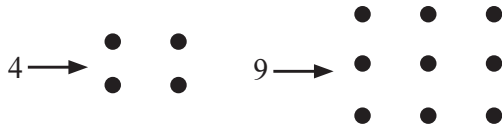
ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ,

ಸಂಖ್ಯೆ 6ನ್ನು ಈ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ●●●●●●

ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು

ಅಲ್ಲಿ 2 ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳು ಹಾಗೂ 3 ಕಂಬ ಸಾಲುಗಳಿವೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

4, 9 ಮುಂತಾದ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಚೌಕಾಕಾರದಲ್ಲಿಯೂ ಜೋಡಿಸಬಹುದು.



ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿಯೂ ಜೋಡಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ,



ಗಮನಿಸಿ: ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಸಮವಿರಬೇಕು. ಕೆಳಗಿನ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4, 3, 2, 1 ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕು. ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಅಡ್ಡ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚುಕ್ಕೆ ಇರಬೇಕು.

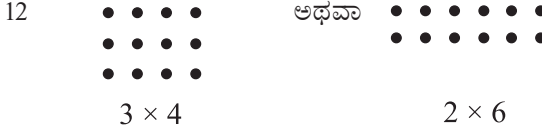
ಈಗ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿ:

1. ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ

ಸಂಖ್ಯೆ	ಸರಳರೇಖೆ	ಆಯತ	ಚೌಕ	ತ್ರಿಭುಜ
2	ಹೌದು	ಅಲ್ಲ	ಅಲ್ಲ	ಅಲ್ಲ
3	ಹೌದು	ಅಲ್ಲ	ಅಲ್ಲ	ಹೌದು
4	ಹೌದು	ಹೌದು	ಹೌದು	ಅಲ್ಲ
5	ಹೌದು	ಅಲ್ಲ	ಅಲ್ಲ	ಅಲ್ಲ
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ: Q

1. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಸರಳ ರೇಖೆಯಾಗಿ ಮಾತ್ರ ಜೋಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ ?
2. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಚೌಕಗಳಾಗಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು ?
3. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯತಗಳಾಗಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು ?
4. ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದಾದ ಮೊದಲ ಏಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
ಉದಾ: 3, 6,
5. ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಆಯತಾಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ,



ಇದೇ ರೀತಿಯ ಕನಿಷ್ಠ ಐದು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು.

ಹಂತಗಳನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಲು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗಬಹುದು.

ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿ.

- (a) $117 + 9 = 117 + 10 - 1 = 127 - 1 = 126$
- (b) $117 - 9 = 117 - 10 + 1 = 107 + 1 = 108$
- (c) $117 + 99 = 117 + 100 - 1 = 217 - 1 = 216$
- (d) $117 - 99 = 117 - 100 + 1 = 17 + 1 = 18$

ಈ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು 9,99,999,..... ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಕಳೆಯುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಹಕಾರಿಯಾಗುವುದೇ ?

ಇಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ವಿನ್ಯಾಸವಿದೆ.

- (a) $84 \times 9 = 84 \times (10 - 1)$
- (b) $84 \times 99 = 84 \times (100 - 1)$
- (c) $84 \times 999 = 84 \times (1000 - 1)$

9,99,999,..... ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಲು ಯಾವುದಾದರೂ ಸುಲಭೋಪಾಯವಿದೆಯೇ ?

ಇಂತಹ ಸುಲಭೋಪಾಯಗಳಿಂದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿನ್ಯಾಸವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 25 ಅಥವಾ 125 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಲು ಸುಲಭ ದಾರಿಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ (ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಯೋಚಿಸಬಹುದು)

$$(i) 96 \times 5 = 96 \times \frac{10}{2} = \frac{960}{2} = 480$$

$$(ii) 96 \times 25 = 96 \times \frac{100}{4} = \frac{9600}{4} = 2400$$

$$(iii) 96 \times 125 = 96 \times \frac{1000}{8} = \frac{96000}{8} = 12000 \dots\dots\dots$$

ಮುಂದಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಏನನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ ?

$$(i) 64 \times 5 = 64 \times \frac{10}{2} = 32 \times 10 = 320 \times 1$$

$$(ii) 64 \times 15 = 64 \times \frac{30}{2} = 32 \times 30 = 320 \times 3$$

$$(iii) 64 \times 25 = 64 \times \frac{50}{2} = 32 \times 50 = 320 \times 5$$

$$(iv) 64 \times 35 = 64 \times \frac{70}{2} = 32 \times 70 = 320 \times 7 \dots\dots\dots$$



ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

1. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸೊನ್ನೆ (ಶೂನ್ಯ) ಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ?

(a) $1 + 0$ (b) 0×0 (c) $\frac{0}{2}$ (d) $\frac{10-10}{2}$

2. ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ತೋರಿಸಿ.

3. ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 1 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಥವಾ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 1 ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ ? ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ತೋರಿಸಿ.

4. ವಿಭಾಜಕ ಗುಣವನ್ನು ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) 728×101 (b) 5437×1001 (c) 824×25 (d) 4275×125 (e) 504×35

5. ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸಿ.

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

ಇದರ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಹಂತಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಈ ವಿನ್ಯಾಸವು ಹೇಗೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ ?

(ಸುಳಿವು: $12345 = 11111 + 1111 + 111 + 11 + 1$)

ನಾವೇನು ಚರ್ಚಿಸಿದೆವು ?

1. ನಾವು ಎಣಿಕೆ ಮಾಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿರುವ 1, 2, 3, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.
2. ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ 1 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ, ಅದರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 1 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.
3. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಒಂದು ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ. 1 ನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ, ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ.
4. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ, ನಾವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ, 0, 1, 2, 3, ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸೇರಿ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪು ಆಗಿದೆ.
5. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ. ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದೆಲ್ಲ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ.
6. ಎಲ್ಲ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ, ಆದರೆ ಎಲ್ಲ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.
7. ನಾವು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅದನ್ನು 0 ಎಂದು ಹೆಸರಿಸುತ್ತೇವೆ. 0 ಯ ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾ ಅವುಗಳನ್ನು 1, 2, 3, ಎಂದು ಹೆಸರಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗೆ, ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನಾವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾದ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.
8. ಸಂಕಲನ ಎಂದರೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಬಲಬದಿಗೆ ಚಲಿಸುವುದಾಗಿದ್ದು, ವ್ಯವಕಲನದಲ್ಲಿ ಎಡಬದಿಗೆ ಚಲಿಸುವುದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಗುಣಾಕಾರವೆಂದರೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಸಮಾನ ದೂರದಷ್ಟು ನೆಗೆಯುತ್ತಾ ಹೋಗುವುದು ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

9. ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ, ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ವ್ಯವಕಲನ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಆವೃತವಾಗಿಲ್ಲ.
10. ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಭಾಗಾಕಾರವು ನಿರೂಪಿತವಾಗಿಲ್ಲ.
11. ಸೊನ್ನೆಯು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನದ ಅನನ್ಯತಾಂಶವಾಗಿದೆ. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 1, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರದ ಅನನ್ಯತಾಂಶವಾಗಿದೆ.
12. ನೀವು ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಬಹುದು. ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಗುಣಿಸಬಹುದು. ನಾವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಪರಿವರ್ತನೀಯವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.
13. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ, ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿವೆ.
14. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಕಲನದ ಮೇಲೆ ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯು ವಿಭಾಜಕತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.
15. ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿವರ್ತನ, ಸಹವರ್ತನ ಮತ್ತು ವಿಭಾಜಕ ಗುಣಗಳು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಲು ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಅರಿವಿಲ್ಲದೆ ನಾವು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.
16. ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಕುತೂಹಲಕಾರಿಯಾಗಿರುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ, ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಮಾಡಲು ಅನುಕೂಲ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಅರಿತುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

