ಅಧ್ಯಾಯ 4

ರೇಖಾಗಣಿತ ಮೂಲಭೂತ ಅಂಶಗಳು

Basic Geometrical Ideas

88CG8C

4.1 ಪೀಠಿಕೆ

ರೇಖಾಗಣಿತಕ್ಕೆ ದೀರ್ಘವಾದ ಮತ್ತು ಶ್ರೀಮಂತವಾದ ಇತಿಹಾಸವಿದೆ. 'ರೇಖಾಗಣಿತ'ದ ಸಮನಾದ ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ಪದವಾದ 'ಜ್ಯಾಮಿತ್ರಿ' (Geometry) ಗ್ರೀಕ್ ಪದ 'ಜಿಯೋ ಮೆಟ್ರಾನ್' ಎಂಬುದರಿಂದ ಬಂದಿದೆ. 'ಜಿಯೋ' ಎಂದರೆ ಭೂಮಿ ಮತ್ತು 'ಮೆಟ್ರಾನ್' ಎಂದರೆ ಅಳತೆ.

ಇತಿಹಾಸಕಾರರ ಪ್ರಕಾರ, ರೇಖಾಗಣಿತದ ಆಲೋಚನೆಗಳು ಹಳೆಯ ಕಾಲದಿಂದಲೇ ಕಲೆ, ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪ ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಅವಶ್ಯಕವೆನಿಸಿ ಆರಂಭಗೊಂಡಿರಬಹುದು. ಈ ಅವಶ್ಯಕತೆಗಳಲ್ಲಿ, ಯಾವುದೇ ಅನುಮಾನಗಳು ಉಳಿಯದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೃಷಿಯೋಗ್ಯ ಭೂಮಿಯ ಎಲ್ಲೆಗಳನ್ನು ಗುರುತು ಹಾಕುವುದೂ ಸೇರಿಕೊಂಡಿದೆ.

ಅಮೋಘ ಸ್ಥಳಗಳು, ದೇವಾಲಯಗಳು, ಸರೋವರಗಳು, ಅಣೆಕಟ್ಟುಗಳು, ಕಲೆ ಮತ್ತು ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪಗಳ ರಚನೆಗಳ ಅಗತ್ಯತೆಗಳು ರೇಖಾಗಣಿತ ಮೂಲಭೂತ ಅಂಶಗಳು ಬೆಳವಣಿಗೆಯಾಗಲು ಸಹಕಾರಿಯಾಯಿತು. ಈಗಲೂ ಸಹ ರೇಖಾಗಣಿತ ಆಲೋಚನೆಗಳ ಅನ್ವಯಗಳು ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ಕಲೆ, ಅಳತೆಗಳು, ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪ, ಇಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್, ವಸ್ತ್ರವಿನ್ಯಾಸ ಇತ್ಯಾದಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಫಲಿಸುತ್ತವೆ. ವಿವಿಧ ವಸ್ತುಗಳಾದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು, ಮೇಜುಗಳು, ಪುಸ್ತಕಗಳು, ಶಾಲೆಗೆ ಕೊಂಡೊಯ್ಯುವ ತಿಂಡಿಪೆಟ್ಟಿಗೆ, ಆಟವಾಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಚೆಂಡು ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಿ. ಈ ಎಲ್ಲಾ ವಸ್ತುಗಳಿಗೆ ವಿವಿಧ ಆಕಾರಗಳಿವೆ. ನೀವು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿ, ಬರೆಯಲು ಬಳಸುವ ಸೀಸದಕಡ್ಡಿ ಇವುಗಳು ನೇರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಬಳೆಗಳ ಚಿತ್ರಗಳು, ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯ ನಾಣ್ಯ ಅಥವಾ ಚೆಂಡು ಸಹ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಕಾಣುತ್ತವೆ.

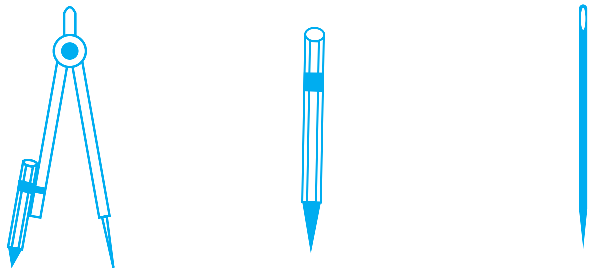
ಇಲ್ಲಿ ನೀವು ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಆಕೃತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವ ಕೆಲವು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಅಂಶಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲಿದ್ದೀರಿ.

4.2 ಬಿಂದುಗಳು:

ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಯ ಮೊನಚಾದ ತುದಿಯಿಂದ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಚುಕ್ಕೆಯನ್ನು ಗುರುತು ಮಾಡಿ. ತುದಿಯು ಮೊನಚಾದಂತೆಲ್ಲಾ, ಚುಕ್ಕೆಯು ತೆಳುವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಬಹುತೇಕ ಅಗೋಚರವಾದ ಸಣ್ಣ ಚುಕ್ಕೆ ನಿಮಗೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಬಿಂದುವು ಒಂದು ಸ್ಥಳವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳು ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಮಾದರಿಗಳು. ನೀವು ಒಂದು ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು A, B, C ಇತ್ಯಾದಿ ಆಂಗ್ಲ ಭಾಷೆಯ ದೊಡ್ಡ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಬಳಸುತ್ತೇವೆ.



ದಿಕ್ಸೂಚಿಯ ತುದಿ (ಕೈವಾರದ ತುದಿ) | ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಯ ಮೊನಚಾದ ತುದಿ | ಸೂಜಿಯ ಮೊನಚು ತುದಿ

•B

•A

•C

ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಬಿಂದು A, ಬಿಂದು B, ಬಿಂದು C ಎಂದು ಓದುತ್ತೇವೆ.

ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ, ಬಿಂದುವು ಕಾಣಿಸದಷ್ಟು ಸಣ್ಣದಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

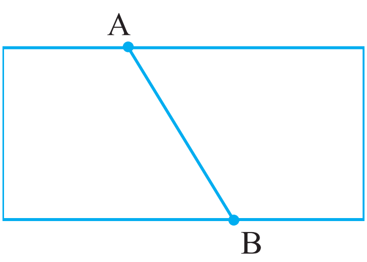
1. ಮೊನಚಾದ ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಯ ತುದಿಯಿಂದ, ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಅವುಗಳಿಗೆ A, C, P, H ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ. ಈ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಸರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಧವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿದೆ.

A• •C

P• •H

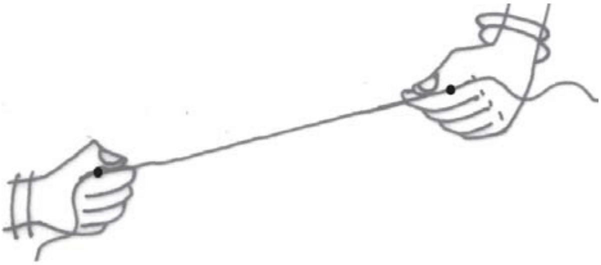
2. ಆಕಾಶದಲ್ಲಿನ ನಕ್ಷತ್ರವೂ ಬಿಂದುವಿನ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ರೀತಿ ನಿಮ್ಮ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದ ಕನಿಷ್ಠ ಐದು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

4.3 ರೇಖಾಖಂಡ:

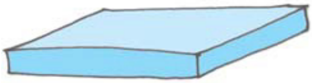


ಒಂದು ಕಾಗದದ ತುಂಡನ್ನು ಮಡಿಸಿ ತೆರೆಯಿರಿ. ನೀವು ಮಡಿಕೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ? ಇದು ನಮಗೆ ರೇಖಾಖಂಡದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಇದಕ್ಕೆ A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ಎರಡು ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿವೆ.

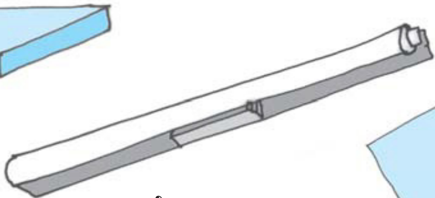
ತೆಳುವಾದ ಅದು ಬಾಗಿರದಂತೆ ದಾರವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಎರಡೂ ತುದಿಗಳನ್ನು ಹಿಡಿದುಕೊಂಡು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಬೆರಳುಗಳ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿರುವ ದಾರದ ತುದಿಗಳು ರೇಖಾಖಂಡದ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.



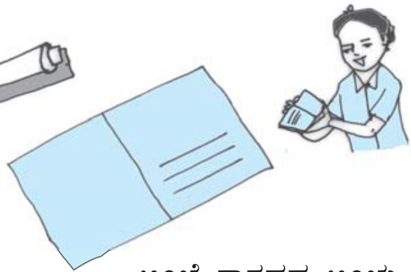
ಕೆಳಗಿನವುಗಳು ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಾದರಿಗಳಾಗಿವೆ.



ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಅಂಚು



ಟ್ಯೂಬ್‌ಲೈಟ್



ಅಂಚೆ ಕಾಗದದ ಅಂಚು

ನಿಮ್ಮ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿರುವ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಂದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಿ.

ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. A ನಿಂದ B ಗೆ ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ಮಾರ್ಗಗಳಿಂದ ಸೇರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 4.1).

ಚಿತ್ರ 4.1

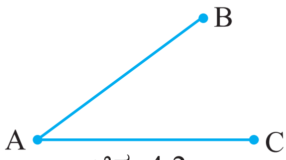
A ನಿಂದ B ಗಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ಮಾರ್ಗ ಯಾವುದು?

A ನಿಂದ B ಗಿರುವ (A ಮತ್ತು B ಒಳಗೊಂಡಂತೆ) ಕನಿಷ್ಠ ದಾರಿಯು ರೇಖಾಖಂಡವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು $\overline{AB}$ ಅಥವಾ $\overline{BA}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. A ಮತ್ತು B ಗಳನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡದ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

1. ಚಿತ್ರ 4.2ರಲ್ಲಿ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

A ಬಿಂದುವು ಎರಡೂ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದೆಯೇ?



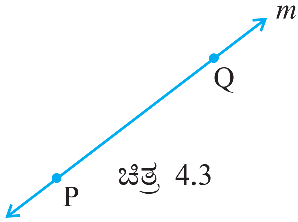
ಚಿತ್ರ 4.2

4.4 ರೇಖೆ:

A ಯಿಂದ B ವರೆಗಿನ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ ($\overline{AB}$). ಇದನ್ನು ಎರಡು ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದಂತೆ ಮುಂದುವರೆಸಿದಾಗ, ನೀವು ರೇಖೆಯೊಂದರ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುವಿರಿ.

ರೇಖೆಯೊಂದರ ಪೂರ್ಣ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಇಲ್ಲ (ಏಕೆ?)

A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯನ್ನು $\overleftrightarrow{AB}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇದು ಎರಡೂ ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದರಲ್ಲಿ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಬಿಂದುಗಳಿರುತ್ತವೆ (ಇದರ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ). ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಕು. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು 'ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತವೆ' ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

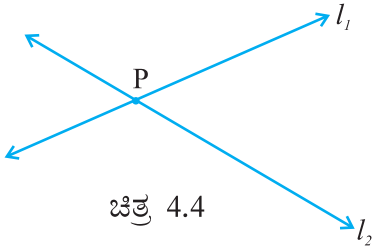


ಚಿತ್ರ 4.3

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾಕೃತಿ (ಚಿತ್ರ 4.3) PQ ರೇಖೆಯನ್ನು $\overleftrightarrow{PQ}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ರೇಖೆಯನ್ನು l, m ಎಂಬ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

4.5 ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು:

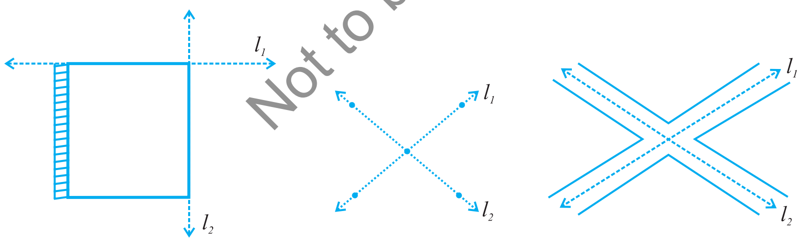
ರೇಖಾಕೃತಿ (ಚಿತ್ರ 4.4) ಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು l_1 ಮತ್ತು l_2 ಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ. ಎರಡೂ ರೇಖೆಗಳೂ 'P' ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗಿವೆ. l_1 ಮತ್ತು l_2 ರೇಖೆಗಳು 'P' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.



ಚಿತ್ರ 4.4

ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಕೆಲವು ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಈ ಮುಂದೆ ಕೊಟ್ಟಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 4.5)

ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.



ನಿಮ್ಮ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದ ಅಂಚುಗಳು

ಅಕ್ಷರ 'x'

ಪರಸ್ಪರ ಸೇರುವ ರಸ್ತೆಗಳು

ಚಿತ್ರ 4.5

ಮಾಡಿ ನೋಡಿ:

ಒಂದು ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಎರಡು ಸಲ ಮಡಿಸಿ, ಇವು ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರಲಿ ಮುಂದಿನವುಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ.

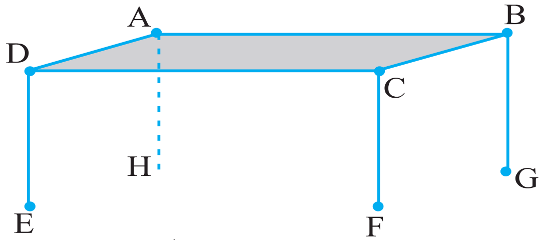
a) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಬಲ್ಲವೇ?

b) ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಬಲ್ಲವೇ?

4.6 ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು:

ಈ ಮೇಜನ್ನು ಗಮನಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 4.6) ಅದರ ಮೇಲ್ಮೈ ABCD ಸಮತಟ್ಟಾಗಿದೆ. ನೀವು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ನೋಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ?

ಛೇದಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಇವೆಯೇ ?



ಚಿತ್ರ 4.6

ಹೌದು, $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು 'B' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ. ಯಾವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು Aನಲ್ಲಿ, Cನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು Dನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ?

$\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{CD}$ ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ ?

$\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೇ ?

ಮೇಜಿನ ಮೇಲ್ಮೈನಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಲದೆ, ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೂ ಅವುಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ನೀವು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೀರಿ.

$\overline{AD}$ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ ಅಂತಹ ಒಂದು ಜೊತೆ ರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ. ಮೇಜಿನ ಮೇಲ್ಮೈಯಿಂದ ಇಂತಹ (ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸದ) ಇನ್ನೊಂದು ಜೊತೆ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಲ್ಲಿರಾ ?

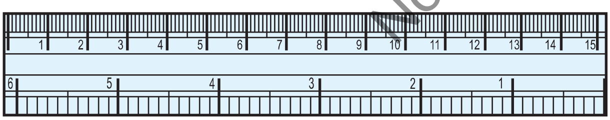
ಯೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ:

ಬೇರೆ ಎಲ್ಲಾದರೂ ನೀವು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರುವಿರಾ ? ಈ ರೀತಿ ಹತ್ತು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

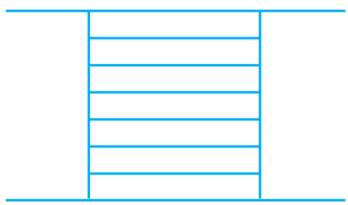
ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು, $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{CD}$ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ, ನಾವು $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು, l_1 ಮತ್ತು l_2 ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ, ನಾವು $l_1 \parallel l_2$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

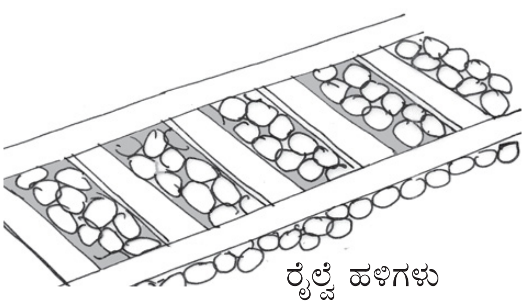
ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಿಂದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವಿರಾ:



ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯ ವಿರುದ್ಧ ಅಂಚುಗಳು



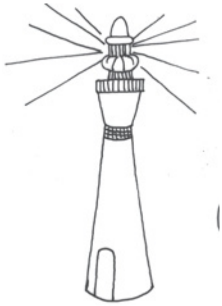
ಕಿಟಕಿಯ ಅಡ್ಡ ಸರಳುಗಳು



ರೈಲ್ವೆ ಹಳಿಗಳು

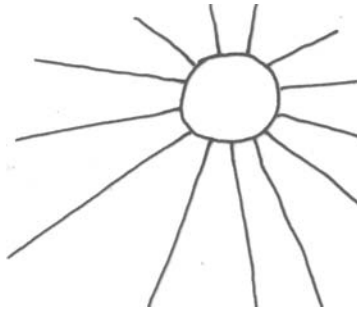
ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಒಂದನ್ನೊಂದು ಛೇದಿಸದ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು **ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳೆಂದು** ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

4.7 ಕಿರಣ



ದೀಪ ಸ್ತಂಭದಿಂದ ಹೊರಟ ಬೆಳಕಿನ ಕಿರಣ

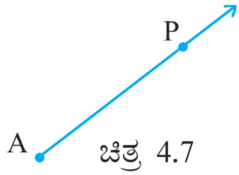
ಟಾರ್ಚ್‌ನಿಂದ ಹೊರಟ ಬೆಳಕಿನ ಕಿರಣಗಳು



ಸೂರ್ಯನ ಕಿರಣಗಳು

ಈ ಹಿಂದೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವವು ಕಿರಣದ ಮಾದರಿಗಳಾಗಿವೆ.

ಕಿರಣವು ರೇಖೆಯ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಅದು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ (ಆರಂಭ ಬಿಂದು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ) ಮತ್ತು ಒಂದು ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದಂತೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 4.7

ಕಿರಣದ ರೇಖಾಚಿತ್ರ (ಚಿತ್ರ 4.7) ನ್ನು ನೋಡಿ.

ಕಿರಣದ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿದೆ. ಅವುಗಳೆಂದರೆ (a) ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದು A (b) ಕಿರಣದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು P. ಇದನ್ನು ನಾವು $\overrightarrow{AP}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಯೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ:

$\overrightarrow{PQ}$ ಒಂದು ಕಿರಣವಾದರೆ

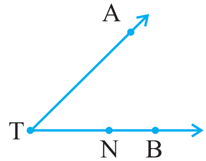
(a) ಅದರ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದು ಯಾವುದು?

(b) 'Q' ಬಿಂದು ಕಿರಣದ ಮೇಲೆ ಎಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ?

(c) Q ಯು ಕಿರಣದ ಆರಂಭ ಬಿಂದು ಎಂದು ನೀವು ಹೇಳಬಹುದೇ?

ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ:

1. ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಕಿರಣಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ (ಚಿತ್ರ 4.8).
2. T ಯು ಪ್ರತೀ ಕಿರಣದ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಾಗಿದೆಯೇ ?



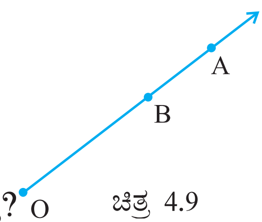
ಚಿತ್ರ 4.8

ಇಲ್ಲೊಂದು ಕಿರಣ $\overrightarrow{OA}$ ಇದೆ (ಚಿತ್ರ 4.9) ಇದು 'O' ನಿಂದ ಆರಂಭಗೊಂಡು 'A' ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತದೆ. ಇದು B ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕವೂ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ.

ನೀವು ಇದನ್ನು $\overrightarrow{OB}$ ಎಂದೂ ಹೆಸರಿಸಬಹುದೇ? ಏಕೆ?

ಇಲ್ಲಿ $\overrightarrow{OA}$ ಮತ್ತು $\overrightarrow{OB}$ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆಯೇ?

ನಾವು $\overrightarrow{OA}$ ಯನ್ನು $\overrightarrow{AO}$ ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದೇ ? ಏಕೆ ಅಥವಾ ಏಕಿಲ್ಲ?

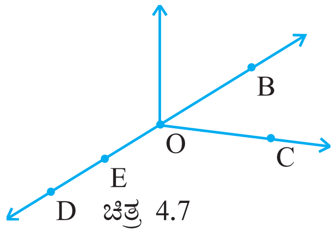


ಚಿತ್ರ 4.9

ಐದು ಕಿರಣಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಅವುಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾದ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ನೀಡಿ. ಈ ಕಿರಣಗಳಲ್ಲಿರುವ ಬಾಣದ ಗುರುತುಗಳು ಏನನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ಈ ಚಿತ್ರ ಗಮನಿಸಿ, ಮುಂದೆ ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 4.7

(a) ಐದು ಬಿಂದುಗಳು

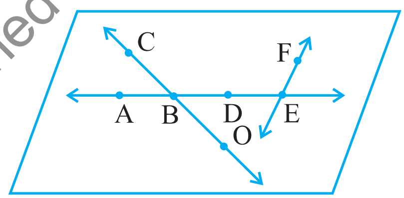
(b) ಒಂದು ರೇಖೆ

(c) ನಾಲ್ಕು ಕಿರಣಗಳು

(d) ಐದು ರೇಖಾಖಂಡಗಳು

2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಅಲ್ಲಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ ಎರಡನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ (ಹನ್ನೆರಡು) ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಸರಿಸಿ.

3. ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಮುಂದೆ ಕೇಳಿರುವುದನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.



(a) E ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ರೇಖೆ

(b) A ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ರೇಖೆ

(c) O ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ರೇಖೆ

(d) ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳ ಎರಡು ಜೋಡಿಗಳು

4. (a) ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ (b) ಎರಡು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಎಷ್ಟು ರೇಖೆಗಳು ಹಾದುಹೋಗುತ್ತವೆ?

5. ಮುಂದೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತೀ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆದು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಹೆಸರಿಸಿ.

(a) $\overline{AB}$ ಯ ಮೇಲೆ 'P' ಬಿಂದು ಇದೆ.

(b) $\overleftrightarrow{XY}$ ಮತ್ತು $\overleftrightarrow{PQ}$ ಗಳು 'M' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

(c) l ರೇಖೆಯು 'E' ಮತ್ತು 'F' ಹೊಂದಿದ್ದು, 'D' ಯನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ.

(d) $\overleftrightarrow{OP}$ ಮತ್ತು $\overleftrightarrow{OQ}$ ಗಳು 'O'ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ.

6. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ರೇಖೆ $\overleftrightarrow{MN}$ ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಮುಂದೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೇ ಅಥವಾ ತಪ್ಪೇ ಎಂದು ಹೇಳಿ.

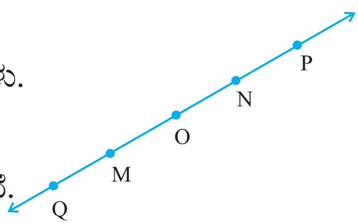
(a) Q, M, O, N, P ಗಳು ರೇಖೆ $\overleftrightarrow{MN}$ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು.

(b) M, O, N ಗಳು $\overleftrightarrow{MN}$ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮೇಲೆ ಬಿಂದುಗಳು.

(c) M ಮತ್ತು N ಗಳು ರೇಖಾಖಂಡ $\overleftrightarrow{MN}$ ನ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು.

(d) O ಮತ್ತು N ಗಳು $\overline{OP}$ ರೇಖಾಖಂಡದ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು.

(e) $\overline{QO}$ ರೇಖಾಖಂಡದಲ್ಲಿ 'M' ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ.



(f) ಕಿರಣ $\overrightarrow{OP}$ ಮೇಲೆ ‘M’ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

(g) ಕಿರಣ $\overrightarrow{OP}$ ಯು ಕಿರಣ $\overrightarrow{QP}$ ಗಿಂತ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿದೆ.

(h) ಕಿರಣ $\overrightarrow{OP}$ ಹಾಗೂ ಕಿರಣ $\overrightarrow{OM}$ ಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.

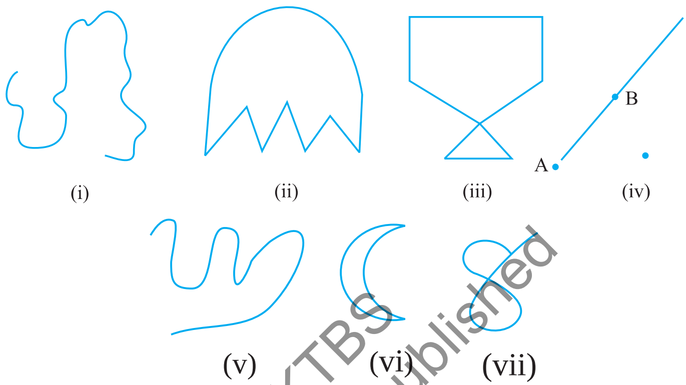
(i) ಕಿರಣ $\overrightarrow{OM}$ ಯು ಕಿರಣ $\overrightarrow{OP}$ ಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿಲ್ಲ.

(j) ‘O’ ಬಿಂದು $\overrightarrow{OP}$ ಯ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಾಗಿಲ್ಲ.

(k) ‘N’ ಬಿಂದುವು $\overrightarrow{NP}$ ಮತ್ತು $\overrightarrow{NM}$ ಗಳ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

4.8 ವಕ್ರ ರೇಖೆಗಳು (**Curves**):

ನೀವು ಯಾವತ್ತಾದರೂ ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ಗೀಚಿದ್ದೀರಾ? ಗೀಚಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಚಿತ್ರಗಳೇ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳು.



ಚಿತ್ರ 4.10

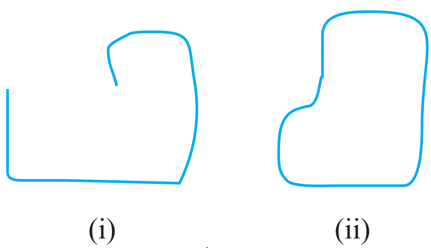
ನೀವು ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ ಸೀಸದ ಕಡ್ಡಿಯನ್ನು ಒಮ್ಮೆಯೂ ಕಾಗದದಿಂದ ಮೇಲೆತ್ತದೆ, ಅಳತೆಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸದೇ ಬರೆಯಬಹುದು. ಇವುಗಳೆಲ್ಲವೂ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳು (ಚಿತ್ರ 4.10).

ಪ್ರತಿದಿನ ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿ ಪದದ ಪ್ರಕಾರ ‘ವಕ್ರರೇಖೆ’ ಎಂದರೆ ‘ನೇರವಾಗಿಲ್ಲದಿರುವುದು’ ಎಂದರ್ಥ. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ, ವಕ್ರ ಎಂದರೆ ಚಿತ್ರ 4.10 (iv) ರಂತೆ ನೇರವಾಗಿರಬಹುದು.

ಚಿತ್ರ 4.10ರ ವಕ್ರಾಕೃತಿಗಳಾದ (iii) ಮತ್ತು (vii) ಗಳಲ್ಲಿ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಚಿತ್ರಗಳಾದ (i), (ii), (iv), (v) ಮತ್ತು (vi) ಗಳಲ್ಲಿ ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಹಾದುಹೋಗುವುದಿಲ್ಲ. ವಕ್ರರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು **ಸರಳ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳು** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಐದು ಸರಳ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಈ ಐದು ಸರಳವಲ್ಲದ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರ 4.11 ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಚಿತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನು ? ಮೊದಲನೇ ಚಿತ್ರ 4.11 (i) **ತೆರೆದ ವಕ್ರರೇಖೆಯಾಗಿದೆ** ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರ 4.11 (ii) **ಮುಚ್ಚಿದ (ಆವೃತ)** ವಕ್ರರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 4.11

ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಚಿತ್ರ 4.10 (i), (ii), (v), (vi), ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮುಚ್ಚಿದ ಮತ್ತು ತೆರೆದ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬಲ್ಲಿರಾ ? ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ತಲಾ ಐದು ತೆರೆದ ಮತ್ತು ಮುಚ್ಚಿದ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿಯ ಸ್ಥಾನ :

ಟೆನಿಸ್ ಕೋರ್ಟ್‌ನ ರೇಖೆಗಳು ಟೆನ್ನಿಸ್ ಅಂಗಳವನ್ನು ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ: ಅವುಗಳೆಂದರೆ, ರೇಖೆಯಿಂದ ಒಳಗಿನ ಭಾಗ, ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ, ರೇಖೆಯಿಂದ ಹೊರಗೆ. ನೀವು ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು ದಾಟದೇ ಅಂಗಳವನ್ನು ಪ್ರವೇಶ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಮನೆಯ ಮುಂದಿನ ಆವರಣ ಗೋಡೆಯು ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯನ್ನು ರಸ್ತೆಯಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸುತ್ತದೆ. ನೀವು, ಕಾಂಪೌಂಡ್ ಒಳಗೆ, ಕಾಂಪೌಂಡ್ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಕಾಂಪೌಂಡ್ ಹೊರಗೆ ಎಂಬ ಅಂಶಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತನಾಡಬಹುದು.

ಹೀಗೆ ಮುಚ್ಚಿದ ವಕ್ರರೇಖೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ, ಮೂರು ಭಾಗಗಳಿವೆ.

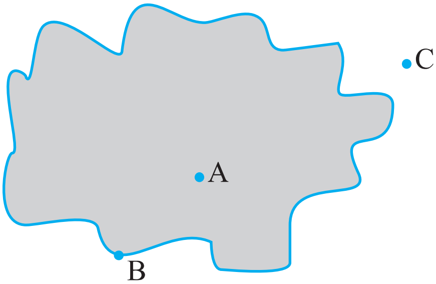
(i) ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಒಳಭಾಗ (ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಒಳಗೆ)

(ii) ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸೀಮೆ (ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ)

(iii) ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಹೊರಭಾಗ (ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಹೊರಗೆ)

ಚಿತ್ರ 4.12 ರಲ್ಲಿ 'A' ಯು ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಒಳಗೆ, 'C' ಯು ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಹೊರಗೆ ಮತ್ತು 'B' ಯು ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಮೇಲಿದೆ.

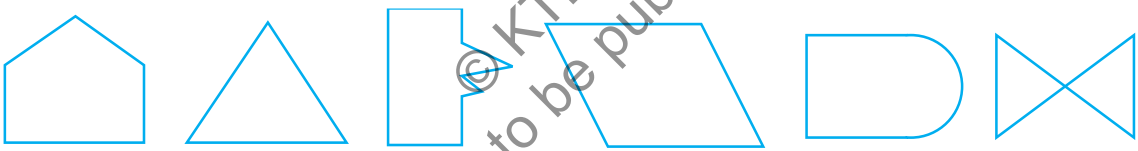
ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸೀಮೆ ಹಾಗೂ ಒಳಭಾಗವನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ **'ವಲಯ'** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.



ಚಿತ್ರ 4.12

4.9 ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು :

ಚಿತ್ರ 4.13ರಲ್ಲಿ (i), (ii), (iii), (iv) , (v) ಮತ್ತು (vi) ಗಳನ್ನು ನೋಡಿ.



ಚಿತ್ರ 4.13

ಈ ಆಕೃತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನ್ನು ಹೇಳುವಿರಿ? ಅವುಗಳು ಮುಚ್ಚಿದವುಗಳೇ? ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೇಗೆ ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ ? (i), (ii), (iii) ಮತ್ತು (iv) ವಿಶೇಷವಾದವುಗಳು ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು **ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು** ಎನ್ನುವರು.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು ಸರಳ ಮುಚ್ಚಿದ ವಕ್ರರೇಖೆ ಆಗಿದ್ದು, ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಮಾತ್ರ ಆವೃತವಾಗಿದೆ. ಈ ರೀತಿ ಹತ್ತು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಮಾಡಿ ನೋಡಿ

ಇವುಗಳಿಂದ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

(i) ಐದು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳು

(ii) ನಾಲ್ಕು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳು

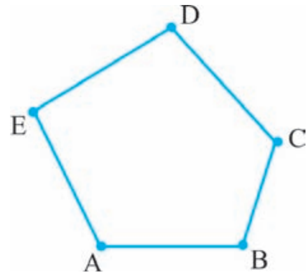
(iii) ಮೂರು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳು

(iv) ಎರಡು ಬೆಂಕಿಕಡ್ಡಿಗಳು

ಮೇಲಿನ ಯಾವ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ರಚನೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ? ಏಕೆ?

ಬಾಹುಗಳು, ಶೃಂಗಗಳು ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು

ಚಿತ್ರ 4.14ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 4.14

ಇದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಸಮರ್ಥನೆ ನೀಡಿ.

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನು ಬಾಹುಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ABCDE ಯ ಬಾಹುಗಳಾವುವು? (ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬೇಕೆಂಬುದನ್ನು ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)

ಬಾಹುಗಳು $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ ಮತ್ತು $\overline{EA}$.

ಒಂದು ಜೊತೆ ಬಾಹುಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಅದರ ಶೃಂಗ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

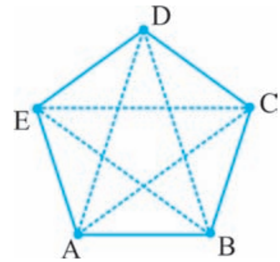
$\overline{AE}$ ಮತ್ತು $\overline{ED}$ ಬಾಹುಗಳು 'E' ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 'E' ಯು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ABCDE ಯ ಶೃಂಗವಾಗಿದೆ. B ಮತ್ತು C ಬಿಂದುಗಳು ಇತರ ಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ನೀವು ಹೆಸರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ ?

ABCDE ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಇತರ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ನೀವು ಹೆಸರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ ?

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.

$\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ ಬಾಹುಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವವಾಗಿಯೇ? $\overline{AE}$ ಮತ್ತು $\overline{DC}$ ಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟಂತೆ ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು ?

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪಾರ್ಶ್ವ ಶೃಂಗಗಳೆಂದು ಕರೆಯುವರು. E ಮತ್ತು D ಶೃಂಗಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವ ಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗೆಯೇ A ಮತ್ತು D ಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವ ಶೃಂಗಗಳಾಗಿಲ್ಲ ಏಕೆ? ಹೇಗೆ ಎಂದು ನೀವು ನೋಡುವಿರಾ?



ಚಿತ್ರ 4.15

ಪಾರ್ಶ್ವವಲ್ಲದ ಜೋಡಿ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಈ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಚಿತ್ರ 4.15ರಲ್ಲಿ $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ ಮತ್ತು $\overline{CE}$ ಗಳು ಕರ್ಣಗಳಾಗಿವೆ.

'$\overline{BC}$' ಯು ಕರ್ಣವಾಗಿದೆಯೇ ? ಯಾಕೆ ಅಥವಾ ಯಾಕಿಲ್ಲ ?

ಪಾರ್ಶ್ವಶೃಂಗಗಳನ್ನು ನೀವು ಜೋಡಿಸಿ. ಅದು ಕರ್ಣವಾಗಿದೆಯೇ ?

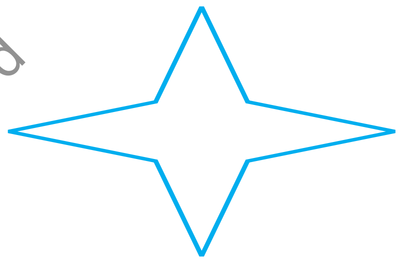
ABCDE (ಚಿತ್ರ 4.15)ರಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು, ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳು, ಪಾರ್ಶ್ವಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ABCDEFGH ಯನ್ನೆಳೆದು, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು, ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಶೃಂಗಗಳು ಹಾಗೂ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

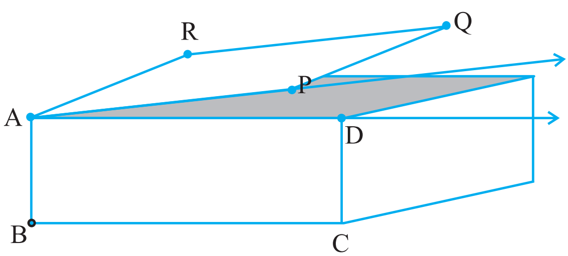
1. ಕೆಳಗಿನ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳನ್ನು (i) ತೆರೆದ ಅಥವಾ (ii) ಆವೃತ (ಮುಚ್ಚಿದ)ಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ.

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವಿಷದೀಕರಿಸಲು ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
   (a) ತೆರೆದ ವಕ್ರರೇಖೆ (b) ಆವೃತ ವಕ್ರರೇಖೆ
3. ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದರ ಒಳಗಿನ ಭಾಗವನ್ನು ಛಾಯೀಕರಿಸಿ.
4. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ ?
   (a) ಇದು ವಕ್ರರೇಖೆಯೇ?
   (b) ಇದು ಮುಚ್ಚಿದ ಆಕೃತಿಯೇ ?



5. ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.
   (a) ಮುಚ್ಚಿದ ವಕ್ರರೇಖೆಯಾಗಿದ್ದು, ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿರಬಾರದು.
   (b) ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತೆರೆದ ವಕ್ರರೇಖೆ.
   (c) ಎರಡು ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ.

4.10 ಕೋನಗಳು



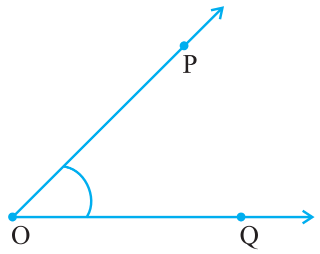
ಚಿತ್ರ 4.16

ಮೂಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳು ಏರ್ಪಡುತ್ತವೆ.

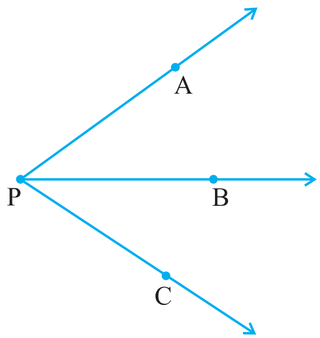
ಚಿತ್ರ 4.16ರಲ್ಲಿ, ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗ ತೆರೆದ ಮುಚ್ಚಳದಂತಿದೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಅಂಚು AD ಮತ್ತು ಮುಚ್ಚಳದ AP ಗಳನ್ನು $\overrightarrow{AD}$ ಮತ್ತು $\overrightarrow{AP}$ ಕಿರಣಗಳೆಂದು ಭಾವಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಈ ಎರಡೂ ಕಿರಣಗಳು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು A ಹೊಂದಿದೆ. ಈ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳು ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹೊರಟ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವುದೇ ಕೋನ.

ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳನ್ನು ಕೋನದ ಬಾಹುಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು ಕೋನದ ಶೃಂಗವಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 4.17



ಚಿತ್ರ 4.18

ಇದು $\overrightarrow{OP}$ ಮತ್ತು $\overrightarrow{OQ}$ ಕಿರಣಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕದಾದ ವಕ್ರರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯುತ್ತೇವೆ. (ಚಿತ್ರ 4.17ನ್ನು ನೋಡಿ) ಇಲ್ಲಿ 'O' ವು ಶೃಂಗವಾಗಿದೆ. ಬಾಹುಗಳಾವುವು? ಅವು $\overrightarrow{OP}$ ಮತ್ತು $\overrightarrow{OQ}$ ಗಳಲ್ಲವೇ?

ನಾವು ಈ ಕೋನವನ್ನು ಹೇಗೆ ಹೆಸರಿಸುತ್ತೇವೆ? ಇದನ್ನು ನಾವು ಸರಳವಾಗಿ ಕೋನ 'O' ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳಲು ನಾವು ಶೃಂಗ ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತೇವೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಶೃಂಗ ಹಾಗೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಕೋನ POQ ಎಂದು ಕೋನವನ್ನು ಹೆಸರಿಸುವುದು ಅತ್ಯಂತ ಸೂಕ್ತ ಮಾರ್ಗವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ನಾವು $\angle POQ$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಯೋಚಿಸಿ, ಚರ್ಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಬರೆಯಿರಿ.

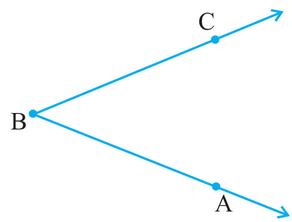
ಚಿತ್ರ 4.18ನ್ನು ನೋಡಿ. ಕೋನದ ಹೆಸರೇನು? ನಾವು $\angle P$ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಹಾಗಾದರೆ, $\angle P$ ಎಂದರೆ ಅರ್ಥವೇನು? ಶೃಂಗವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೋನವನ್ನು ಹೆಸರಿಸುವುದು ಇಲ್ಲಿ ಸಹಕಾರಿಯೇ? ಯಾಕಿಲ್ಲ?

$\angle P$ ಯನ್ನು ನಾವು $\angle APB$ ಅಥವಾ $\angle CPB$ ಅಥವಾ $\angle APC$ ಎಂದು ಅರ್ಥೈಸಬಹುದು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಮಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಯ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ.

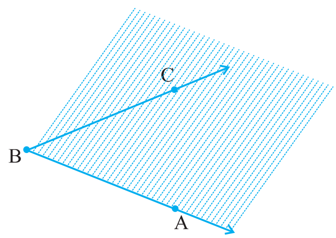
ಕೋನವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವಾಗ, ಶೃಂಗವನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಮಧ್ಯದ ಅಕ್ಷರವಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಮಾಡಿ ನೋಡಿ:

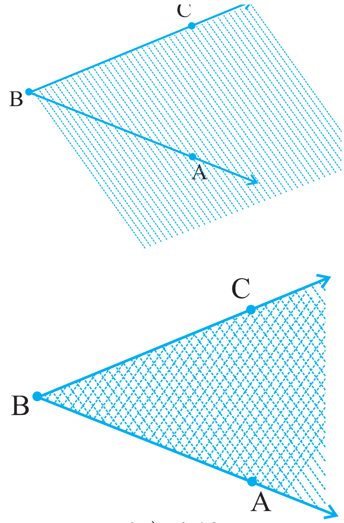
ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಕೋನ ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\angle ABC$



$\overrightarrow{BA}$ ಒಂದು ಅಂಚಾಗಿರುವ ಹಾಗೂ $\overrightarrow{BC}$ ಹಾದುಹೋಗುವ ಕಾಗದದ ಭಾಗವನ್ನು ಛಾಯೀಕರಿಸಿ.



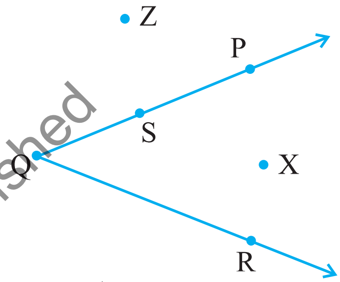
$\overrightarrow{BC}$ ಒಂದು ಅಂಚಾಗಿರುವ ಹಾಗೂ $\overrightarrow{BA}$ ಹಾದುಹೋಗುವ ಕಾಗದದ ಭಾಗವನ್ನು ಬೇರೊಂದು ಬಣ್ಣದಿಂದ ಛಾಯೀಕರಿಸಿ. ಎರಡೂ ಛಾಯೀಕರಿಸಿದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಾಗವು $\angle ABC$ (ಚಿತ್ರ 4.19) ಯ ಒಳಭಾಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 4.19

(ಗಮನಿಸಿ : ಕೋನದ ಒಳಭಾಗವು ಸೀಮಿತಗೊಳಿಸಿದ ಪ್ರದೇಶವಲ್ಲ. ಎರಡೂ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಅನಂತವಾಗಿ ವೃದ್ಧಿಸಬಹುದಾದುದರಿಂದ,ಈ ಪ್ರದೇಶವೂ ಅಪರಿಮಿತವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸುತ್ತದೆ)

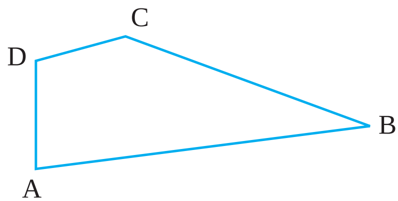
ಚಿತ್ರ 4.20ರಲ್ಲಿ 'X' ಬಿಂದುವು ಕೋನದ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ. 'Z' ಕೋನದ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿಲ್ಲ, ಕೋನದ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ ಮತ್ತು 'S' ಬಿಂದುವು $\angle PQR$ ನ ಮೇಲಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ ಕೋನವು ಸಹ ಅದರೊಂದಿಗೆ ಮೂರು ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.



ಚಿತ್ರ 4.20

ಅಭ್ಯಾಸ 4.3

1. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

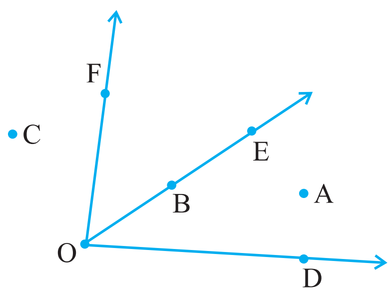


2. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

   (a) $\angle DOE$ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದು

   (b) $\angle EOF$ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದು

   (c) $\angle EOF$ ಮೇಲಿರುವ ಬಿಂದು



3. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ, ಸರಿಹೊಂದುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(a) ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು ಹೊಂದಿರಬೇಕು

(b) ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು

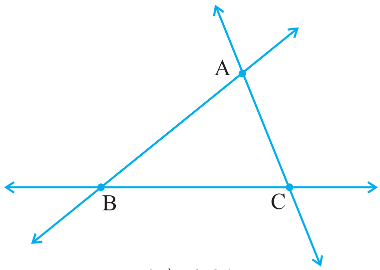
(c) ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು

(d) ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು

(e) ಒಂದು ಕಿರಣವು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು

4.11 ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ಬಾಹುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ತ್ರಿಭುಜವು ಕನಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಾಹುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 4.21

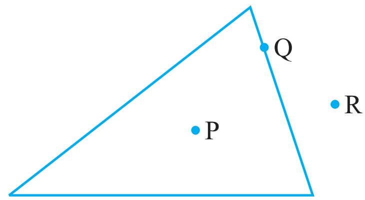
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ (4.21) ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ನಾವು "ತ್ರಿಭುಜ ABC" ಎಂಬುದರ ಬದಲಾಗಿ ΔABC ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ΔABC ಯಲ್ಲಿ, ಎಷ್ಟು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಕೋನಗಳಿವೆ?

ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, ಮತ್ತು $\overline{CA}$, ಆಗಿವೆ.

$\angle BAC$, $\angle BCA$ ಮತ್ತು $\angle ABC$ ಗಳು ಮೂರು ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

A, B ಮತ್ತು C ಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.



ಚಿತ್ರ 4.22

ತ್ರಿಭುಜವು ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅದು ಒಳವಲಯ ಹಾಗೂ ಹೊರವಲಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಚಿತ್ರ 4.22ರಲ್ಲಿ 'P'ಯು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಬಿಂದು, 'R' ಹೊರಬಿಂದು ಮತ್ತು 'Q' ಬಿಂದುವು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೇಲಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.4

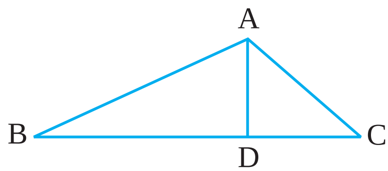
1. ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಕಚ್ಚಾಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿ. 'P' ಬಿಂದುವನ್ನು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಗೆ ಮತ್ತು 'Q' ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊರಗೆ ಗುರುತಿಸಿ. 'A' ಬಿಂದುವು ತ್ರಿಭುಜದ ಹೊರಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಒಳಗಿದೆಯೇ ?

2. (a) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಮೂರು ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(b) ಏಳು ಕೋನಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(c) ಆರು ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

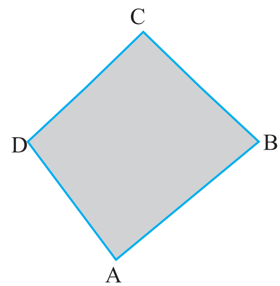
(d) ಯಾವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು $\angle B$ ಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೊಂದಿದೆ?



4.12 ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

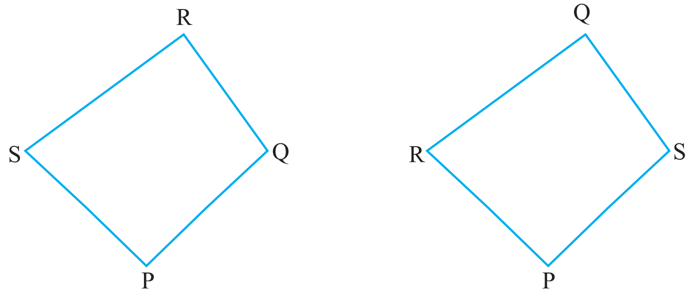
ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯೇ ಚತುರ್ಭುಜ. ಇದು ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ನೀವು ಅದರ ಒಳವಲಯವನ್ನೂ ವೀಕ್ಷಿಸಬಹುದು.

ವೃತ್ತೀಯವಾಗಿ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.



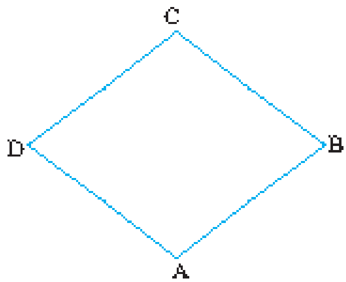
ಚಿತ್ರ 4.23

ಚತುರ್ಭುಜ ABCD (ಚಿತ್ರ 4.23)ಯು ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳಾದ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ಮತ್ತು $\overline{DA}$ ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಇದಕ್ಕೆ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಎಂಬ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.



ಇದು ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ಇದು ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ಆಗಿದೆಯೇ?

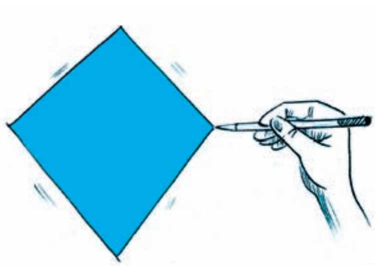
ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ, $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ. ಬೇರೆ ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ನೀವು ಬರೆಯಬಹುದೇ?



$\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{DC}$ ಗಳು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ. ಇನ್ನಿತರ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

$\angle A$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಗಳು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗೆಯೇ, $\angle D$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಗಳು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು. ನೀವು ಈಗ ಇತರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.5



1. ಚತುರ್ಭುಜ PQRSನ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದರ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ. ಈ ಕರ್ಣಗಳು ಸೇರುವುದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳ ವಲಯದಲ್ಲಿಯೇ ಅಥವಾ ಹೊರ ವಲಯದಲ್ಲಿವೆಯೇ ?

2. KLMN ಚತುರ್ಭುಜದ ಕಚ್ಚಾ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.
   (a) ಎರಡು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು
   (b) ಎರಡು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
   (c) ಎರಡು ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು
   (d) ಎರಡು ಜೊತೆ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು

3. **ಸಂಶೋಧಿಸಿ:**

ಕಡ್ಡಿಗಳು ಮತ್ತು ಅಂಟನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಶೃಂಗವನ್ನು ಒಳಗೆ ತಳ್ಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ, ಅದೇ ರೀತಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಶೃಂಗವನ್ನು ತಳ್ಳಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಆಕಾರ ಬದಲಾಗುವುದೆಯೇ? ಚತುರ್ಭುಜದ ಆಕಾರ ಬದಲಾಯಿತೇ. ತ್ರಿಭುಜವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ? ವಿದ್ಯುತ್ ಟವರ್ ನಂತಹ ರಚನೆಗಳನ್ನು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿಯೇ ರಚಿಸುತ್ತಾರೆ. ಯಾಕೆ ಚತುರ್ಭುಜಾಕೃತಿಕಾರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವುದಿಲ್ಲ?

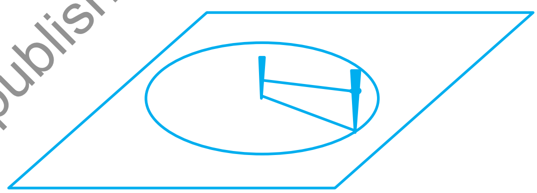
4.13 ವೃತ್ತಗಳು

ನಮ್ಮ ಪರಿಸರದಲ್ಲಿ, ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಅನೇಕ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ನೀವು ನೋಡುವಿರಿ. ಚಕ್ರ, ಬಳೆ, ನಾಣ್ಯ ಇತ್ಯಾದಿ. ನಾವು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಅನೇಕ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ದೊಡ್ಡ ಸ್ಟೀಲ್ ಕೊಳವೆಯನ್ನು ಎಳೆದೊಯ್ಯುವುದರ ಬದಲಾಗಿ ಉರುಳಿಸುತ್ತಾ ಒಯ್ಯುವುದು ಬಹು ಸುಲಭ. ವೃತ್ತವು ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲದ ಸರಳ ಆವೃತ ವಕ್ರರೇಖಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಇದು ಕೆಲವು ವಿಶಿಷ್ಟ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಮಾಡಿ ನೋಡಿ

- ಬಳೆ ಅಥವಾ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲಿಡಿ, ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನಿಂದ ಗುರುತಿಸಿ.
- ನೀವು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಒಂದು ಹೂದೋಟವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ, ನೀವು ಹೇಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುವಿರಿ ?

ಎರಡು ಕಡ್ಡಿಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ದಾರದ ತುಂಡನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಒಂದು ಕಡ್ಡಿಯನ್ನು ನೆಲದಲ್ಲಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿ ಊರಿ. ಇದು ನೀವು ಮಾಡಲಿರುವ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ. ದಾರದ ತುದಿಗಳಲ್ಲಿ ಸುರಳಿಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ. ಒಂದು ತುದಿಯನ್ನು ನೆಲದಲ್ಲಿರುವ ಕಡ್ಡಿಗೆ ಕಟ್ಟಿ, ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಕಡ್ಡಿ ಕಟ್ಟಿ.

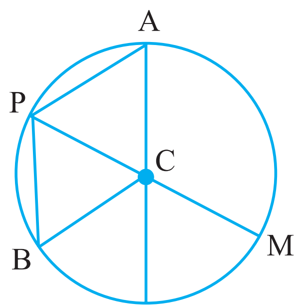


ಈ ಎರಡನೆ ಕಡ್ಡಿಯಿಂದ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಗುರುತು ಹಾಕುತ್ತಾ ಸುತ್ತು ಬನ್ನಿ. ನಿಮಗೆ ನೆಲದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಬಿಂದುವೂ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

ವೃತ್ತದ ಭಾಗಗಳು

'C' ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವೊಂದು ಇಲ್ಲಿದೆ (ಚಿತ್ರ 4.24).

A, P, B, M ಗಳು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ. CA=CP=CB=CM. ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಾದ $\overline{CA}$, $\overline{CP}$, $\overline{CB}$, $\overline{CM}$ ಗಳು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಾಗಿವೆ. ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವೇ ತ್ರಿಜ್ಯ. $\overline{CP}$ ಮತ್ತು $\overline{CM}$ ಗಳು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಾಗಿದ್ದು, C, P, Mಗಳು ಒಂದೇ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿವೆ. $\overline{PM}$ನ್ನು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

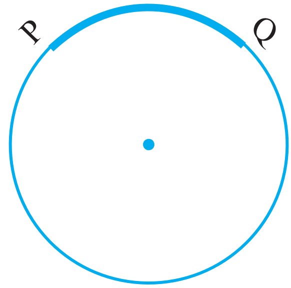


ಚಿತ್ರ 4.24

ವ್ಯಾಸವು ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆಯೇ? ಹೌದು.

$\overline{PB}$ ಯು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಜ್ಯಾ ಆಗಿದೆ. $\overline{PM}$ ಕೂಡ ಜ್ಯಾ ಆಗಿದೆಯೇ ?

ಕಂಸವು ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ.



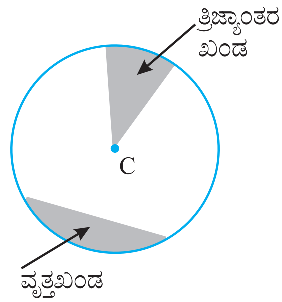
ಚಿತ್ರ 4.25

P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಾದರೆ, ನಾವು ಕಂಸ PQ ನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಅದನ್ನು $\overparen{PQ}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. (ಚಿತ್ರ 4.25)

ಯಾವುದೇ ಆವೃತ ವಕ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ ಒಳ ಹಾಗೂ ಹೊರ ಬಿಂದುಗಳಿವೆ.

ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಹಾಗೂ ಕಂಸವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ವೃತ್ತದ ಭಾಗವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ (Sector) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಹಾಗೂ ಕಂಸವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ವೃತ್ತಖಂಡ (Segment) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

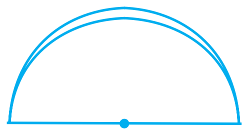


ಚಿತ್ರ 4.26

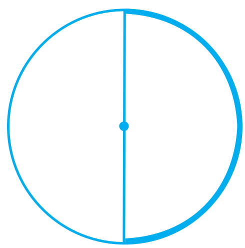
ಯಾವುದಾದರೊಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಸ್ತುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಒಂದು ದಾರವನ್ನು ಆ ಆಕಾರದ ಸುತ್ತಲೂ ಜೋಡಿಸಿ. ಈಗ ಆವೃತ್ತವಾದ ದಾರದ ಉದ್ದವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇದು ಏನನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ?

ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಲಿನ ದೂರವನ್ನು ಪರಿಧಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಮಾಡಿ ನೋಡಿ



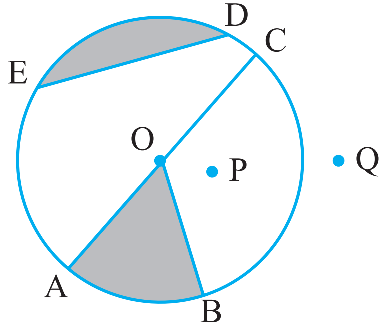
ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಎರಡು ಅರ್ಧಗಳಾಗಿ ಮಡಿಸಿ. ನಂತರ ಅದನ್ನು ತೆರೆಯಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ವ್ಯಾಸವು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದೇ ?



ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಭಾಗವನ್ನು ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಅರ್ಧವೃತ್ತವು ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳೇ? ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.6



1. ಚಿತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಗುರುತಿಸಿ.

   (a) ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ (b) ಮೂರು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

   (c) ವ್ಯಾಸ (d) ಜ್ಯಾ

(e) ವೃತ್ತದೊಳಗಿನ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು (f) ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು
(g) ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ (h) ವೃತ್ತಖಂಡ

2. (a) ಪ್ರತಿ ವ್ಯಾಸವೂ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ ಆಗಿರುತ್ತದೆಯೇ ?
   (b) ವೃತ್ತದ ಪ್ರತಿ ಜ್ಯಾವೂ ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುತ್ತದೆಯೇ ?
3. ಯಾವುದಾದರೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆದು ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
   (a) ಅದರ ಕೇಂದ್ರ (b) ಒಂದು ತ್ರಿಜ್ಯ
   (c) ಒಂದು ವ್ಯಾಸ (d) ಒಂದು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ
   (e) ಒಂದು ವೃತ್ತಖಂಡ (f) ವೃತ್ತದೊಳಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು
   (g) ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು (h) ಕಂಸ
4. ಸರಿಯೇ ಅಥವಾ ತಪ್ಪೇ ತಿಳಿಸಿ.
   (a) ವೃತ್ತದ ಎರಡು ವ್ಯಾಸಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.
   (b) ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವು ಯಾವಾಗಲೂ ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ನಾವೇನು ಚರ್ಚಿಸಿದೆವು ?

1. ಒಂದು ಬಿಂದುವು ಸ್ಥಾನವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಆಂಗ್ಲ ಭಾಷೆಯ ದೊಡ್ಡ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.
2. ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರವನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. A ಮತ್ತು B ಯನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $\overline{AB}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.
3. ರೇಖಾಖಂಡ $\overline{AB}$ ಯನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ಅಪರಿಮಿತವಾಗಿ ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ರೇಖೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಅದನ್ನು $\overleftrightarrow{AB}$ ಎಂದು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ ಅಥವಾ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಆಂಗ್ಲಭಾಷೆಯ ಸಣ್ಣ ಅಕ್ಷರ l ಮುಂತಾದವುಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.
4. ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಕೂಡುವ ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
5. ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಧಿಸದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
6. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹೊರಟು ಅಪರಿಮಿತವಾಗಿ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯನ್ನು ಕಿರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
7. ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಕಡ್ಡಿಯ ತುದಿಯನ್ನು ಎತ್ತದೇ ಎಳೆದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು (ನೇರ ಅಥವಾ ಬಾಗಿದ) ವಕ್ರರೇಖೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಈ ಅರ್ಥದಲ್ಲಿ ಸರಳರೇಖೆಯೂ ಒಂದು ವಕ್ರರೇಖೆ.
8. ತನ್ನನ್ನು ತಾನು ಛೇದಿಸದ ವಕ್ರರೇಖೆಯನ್ನು ಸರಳ ವಕ್ರರೇಖೆ ಎನ್ನುವರು.
9. ಒಂದು ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಎರಡು ತುದಿಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಕೂಡಿದಾಗ, ಅದನ್ನು ಮುಚ್ಚಿದ (ಆವೃತ್ತ) ವಕ್ರರೇಖೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ತುದಿಗಳು ಕೂಡದಿದ್ದರೆ ಅದು ತೆರೆದ ವಕ್ರರೇಖೆ ಆಗುತ್ತದೆ.
10. ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಮಾಡಿರುವ ಸರಳ ಆವೃತ್ತ ವಕ್ರರೇಖೆ ಆಗಿದೆ.

(i) ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

(ii) ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅವು ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳು.

(iii) ಒಂದು ಜೋಡಿ ಬಾಹುಗಳು ಸೇರುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಶೃಂಗ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

(iv) ಒಂದೇ ಬಾಹುವಿನ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ.

(v) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವವಲ್ಲದ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಕರ್ಣವಾಗಿದೆ.

11. ಕೋನವು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳಿಂದ ಆಗುತ್ತದೆ. ಎರಡು ಕಿರಣಗಳು $\overrightarrow{OA}$ ಮತ್ತು $\overrightarrow{OB}$ ಗಳು $\angle AOB$ ಯನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. (ಇದನ್ನು $\angle BOA$ ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ). ಕೋನವು ಒಂದು ವಲಯವನ್ನು ಮೂರು ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಕೋನದ ಮೇಲೆ, ಕೋನದ ಒಳಗೆ ಮತ್ತು ಕೋನದ ಹೊರಗೆ.

12. ತ್ರಿಭುಜವು ಮೂರು ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ.

13. ಚತುರ್ಭುಜವು ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. (ಅದನ್ನು ವೃತ್ತೀಯವಾಗಿ ಹೆಸರಿಸಬೇಕು) ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ, $\overline{AB}$ ಮತ್ತು $\overline{DC}$ ಹಾಗೂ $\overline{AD}$ ಮತ್ತು $\overline{BC}$ ಗಳು ಎರಡು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ.

$\angle A$, $\angle C$ ಹಾಗೂ $\angle B$, $\angle D$ ಗಳು ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು. $\angle A$ ಯು $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಗಳಿಗೆ ಪಾರ್ಶ್ವಶೃಂಗಗಳು, ಇದೇ ಸಂಬಂಧವು ಇತರ ಮೂರು ಕೋನಗಳಿಗೂ ಇರುತ್ತದೆ.

14. ಒಂದು ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ ಸ್ಥಿರ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೂರದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಪಥವೇ ವೃತ್ತ. ಆ ಸ್ಥಿರ ಬಿಂದುವನ್ನು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೂರವನ್ನು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಲಿನ ದೂರವನ್ನು ಪರಿಧಿ ಎನ್ನವರು.

ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವೇ ಜ್ಯಾ. ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಜ್ಯಾ ವ್ಯಾಸವಾಗುವುದು.

ಒಂದು ಕಡೆ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಕಡೆ ಕಂಸ ಇವುಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ವೃತ್ತದ ಒಳಭಾಗವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ (Sector) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ಕಂಸಗಳಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ವಲಯವನ್ನು ವೃತ್ತಖಂಡ (Segment) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ

ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.