1. W pobliżu granicy pierwszej strefy Brillouina, w jednowymiarowym łańcuchu atomów, w $k = \pi/a$, model prawie swobodnych elektronów przewiduje, że najbardziej istotnym wyrazem w potencjale sieci jest $V(x) \approx V_1 cos[2\pi x/a]$. Funkcja falowa przyjmuje wedy postać:
$$\psi(x) \approx \alpha e^{ikx} + \beta e^{i(k-2\pi/a)x}. \tag{1}$$
Podstawić tę funkcję do równania Schrödingera:
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = \epsilon\psi(x). \tag{2}$$
Aby znaleźć równania na α i β, skorzystamy z faktu, że e^{ikx} i $e^{i(k-2\pi/a)x}$ są *ortogonalne*. Zróbmy to jawnie. Należy pomnożyć wynik podstawienia $\psi(x)$ do równanie Schrödingera przez:
   (a) e^{ikx} ,
   (b) $e^{i(k-2\pi/a)x}$.

   Następnie zcałkować po całej przestrzeni w celu znalezienia dwu równań na α i β. Rozwiązać te równania i pokazać, że
$$\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\pi\hbar^2}{ma}\left[\frac{\pi}{a} - k \pm \sqrt{\left(\frac{\pi}{a} - k\right)^2 + \left(\frac{amV_1}{2\pi\hbar^2}\right)^2}\right] \tag{3}$$
jest energią. Pokazać, że zgadza się to z rozwiązaniem w pobliżu $k = \pi/a$ i $k = 0$.

2. Rozważyć monowalencyjny metal o sieci kubicznej ze stałą sieci a. Obliczyć promień kuli Fermiego, korzystając z modelu elektronów swobodnych. Czy sfera jest całkowicie umieszczona w pierwszej strefie Brillouina?