

Numération : binaire, décimal, hexadécimal

I- Introduction :

La numération permet de convertir un nombre d'une base vers une autre. L'homme utilise en général un système numérique qui va de 0 à 9 (sur 10 chiffres, puisqu'il a 10 doigts). Le système décimal est aussi appelé base 10 (système à 10 chiffres).

L'ordinateur et les appareils électroniques d'une manière générale, ne savent dialoguer qu'avec le système binaire basé sur deux chiffres, 0 ou 1 (le courant passe ou il ne passe pas). Ce système est aussi appelé base 2.

Pour traduire de grands nombres binaires, on peut utiliser un système plus grand, comme le système hexadécimal (base 16) qui utilise 16 chiffres : de 0 à 9, puis A, B, C, D, E, F.

Bits :

Le système binaire n'a que deux chiffres possibles: 0 ou 1.

Une unité pouvant prendre la valeur 0 ou 1 est appelée un bit (binary digit). C'est la plus petite unité d'information manipulable.

Sur 1 bit, on peut avoir 2 (2^1) valeurs possibles: 0, 1

Sur 2 bits, on peut avoir 4 (2^2) valeurs possibles: 00, 01, 10, 11

Sur 3 bits, on peut avoir 8 (2^3) valeurs possibles: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111

Sur 4 bits, on peut avoir 16 (2^4) valeurs possibles: ...

Octets :

Un octet représente un ensemble de 8 bits:

$2^7 = 128$	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

C'est l'unité de base en informatique. Il permet de stocker une valeur (un caractère)

En binaire, un octet peut contenir une valeur de 00000000 à 11111111

Ce qui donne en décimal une valeur de 0 à 255

et en hexadécimal de 00 à FF

II- Conversions:

Tableau des 16 premiers chiffres en différentes bases:

Base Binaire	Base décimale	Base Hexadécimale
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
0101	5	5
0110	6	6
0111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	10	A
1011	11	B
1100	12	C
1101	13	D
1110	14	E
1111	15	F

Les indices $_{10}$, $_{16}$ et $_2$ indiquent la base dans laquelle on se trouve.

Binaire > Décimal

Traduire 10101101_2 en décimal :

Méthode: multiplication de chaque bit à 1 par la puissance de 2 lui correspondant:

$$\begin{array}{cccccccc} 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ = & = & = & = & = & = & = & = \\ 128 + & 0 + & 32 + & 0 + & 8 + & 4 + & 0 + & 1 = 173_{10} \end{array}$$

Décimal > Binaire :

Méthode : Conversions grâce aux puissances de 2 :

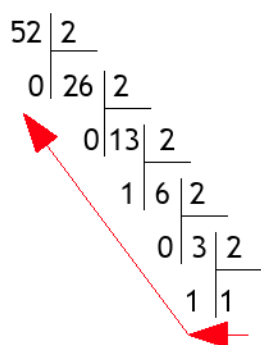
C'est l'inverse de la méthode ci-dessus. Cela consiste à décomposer le nombre décimal en puissances de 2 :

On décompose 52 : $52 = 32 + 16 + 4$

$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
1	1	0	1	0	0

Méthode des divisions par 2 :

Si je veux convertir le chiffre 52 en binaire, je peux utiliser la méthode des divisions successives par 2 :



$$52/2 = 26 \text{ retenue } 0$$

$$26/2 = 13 \text{ retenue } 0$$

$$13/2 = 6 \text{ retenue } 1$$

$$6/2 = 3 \text{ retenue } 0$$

$$3/2 = 1 \text{ retenue } 1$$

Quand j'obtiens un chiffre < 2 je lis les 0 et 1 que j'ai obtenu de la droite vers la gauche :

Résultat : $52_{10} = 110100_2$

Binaire > Hexadécimal

Puisque l'hexadécimal est la base 16 (= puissance de 2), c'est très simple de convertir un nombre binaire en hexadécimal:

Méthode: Découper le nombre par groupe de 4 chiffres en partant de la droite et on utilise le tableau pour les convertir:

Numération : binaire décimal hexadécimal

$$11011101011_2 = ?_{16}$$

110	1110	1011
6	E	B

Résultat : $11011101011_2 = 6EB_{16}$

Hexadécimal > Binaire

Dans l'autre sens c'est la même chose.

Méthode : On sépare chaque chiffre du nombre hexadécimal et on le traduit en binaire:

$$A2C_{16} = ?_2$$

A	2	C
1010	0010	1100

Résultat : 101000101100_2

Décimal > Hexadécimal

On utilise la méthode de divisions successives par 16 :

$$941_{10} = ?_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 941 & 16 \\ \hline D & 58 \\ \hline A & 3 \end{array}$$

$$941/16 = 58 \text{ il reste } 13 \text{ (D)}$$

$$58/16 = 3 \text{ il reste } 10 \text{ (A)}$$

Une fois arrivé à un chiffre inférieur à 16, on lit de droite à gauche.

Résultat:

$$941_{10} = 3AD_{16}$$

Hexadécimal > Décimal

Méthode: Multiplication du nombre hexadécimal par les puissances de 16

$$\begin{array}{r} \text{BOF}_{16} = ?_{10} \\ \begin{array}{ccc} 16^2 & 16^1 & 16^0 \\ * & * & * \\ \text{B} & 0 & \text{F} \\ = & = & = \end{array} \\ 256 \cdot 11 + 0 + 15 = 2831_{10} \end{array}$$

III- Exercices:

Convertir le nombre décimal en binaire et en hexadécimal :

$$189_{10}$$

$$= ?_2$$

$$= ?_{16}$$

$$171_{10}$$

$$= ?_2$$

$$= ?_{16}$$

$$1030_{10}$$

$$= ?_2$$

$$= ?_{16}$$

$$256_{10}$$

$$= ?_2$$

$$= ?_{16}$$

$$16_{10}$$

$$= ?_2$$

$$= ?_{16}$$

$$1023_{10}$$

$$= ?_2$$

$$= ?_{16}$$

Convertir le nombre binaire en décimal et en hexadécimal :

$$11101011010_2$$

$$= ?_{10}$$

$$= ?_{16}$$

$$10101010111101_2$$

$$= ?_{10}$$

$$= ?_{16}$$

$$110101011_2$$

$$= ?_{10}$$

$$= ?_{16}$$

$$10000001_2$$

$$= ?_{10}$$

$$= ?_{16}$$

$$101010111100_2$$

$$= ?_{10}$$

$$= ?_{16}$$

$$101111101_2$$

$$= ?_{10}$$

$$= ?_{16}$$

Convertir le nombre hexadécimal en binaire et en décimal :

F2C₁₆

= ?₁₀

= ?₂

1111₁₆

= ?₁₀

= ?₂

3E8₁₆

= ?₁₀

= ?₂

2AC₁₆

= ?₁₀

= ?₂

15A₁₆

= ?₁₀

= ?₂

222₁₆

= ?₁₀

= ?₂